Компьютерное Зрение
Лекция № 10, осень 2021

Оптический видеопоток

ЛИТПМ

МФТИ

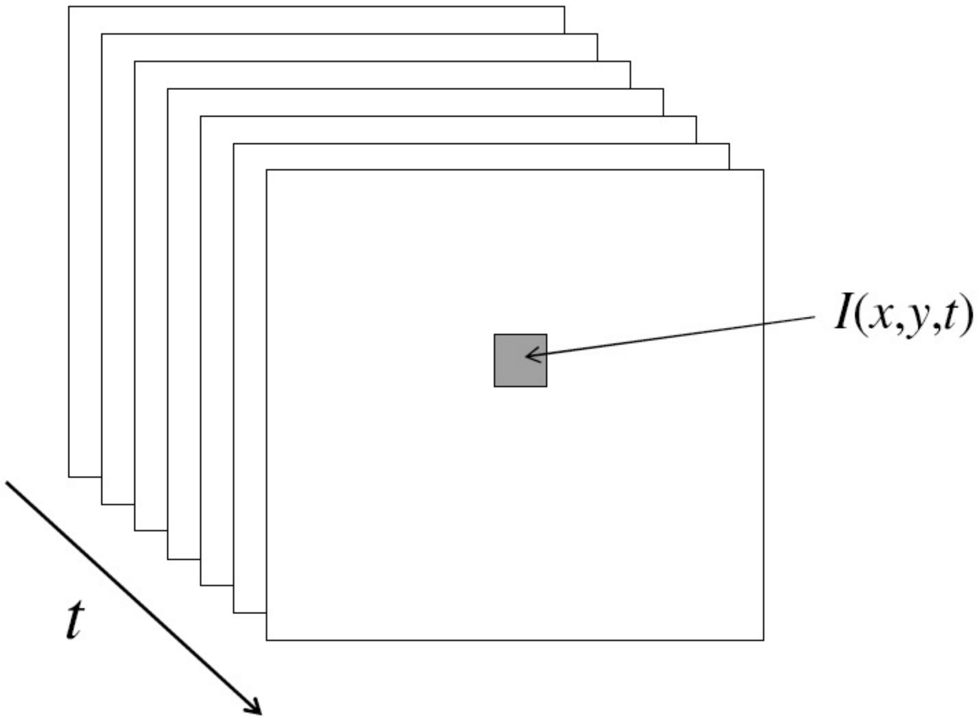
Кафедра технологий проектирования сложных технических систем

Что будем изучать сегодня

- Оптический поток
- Lucas-Kanade method
- Horn-Schunk method
- Пирамиды для «сильного» движения
- Affine motion
- Область применения

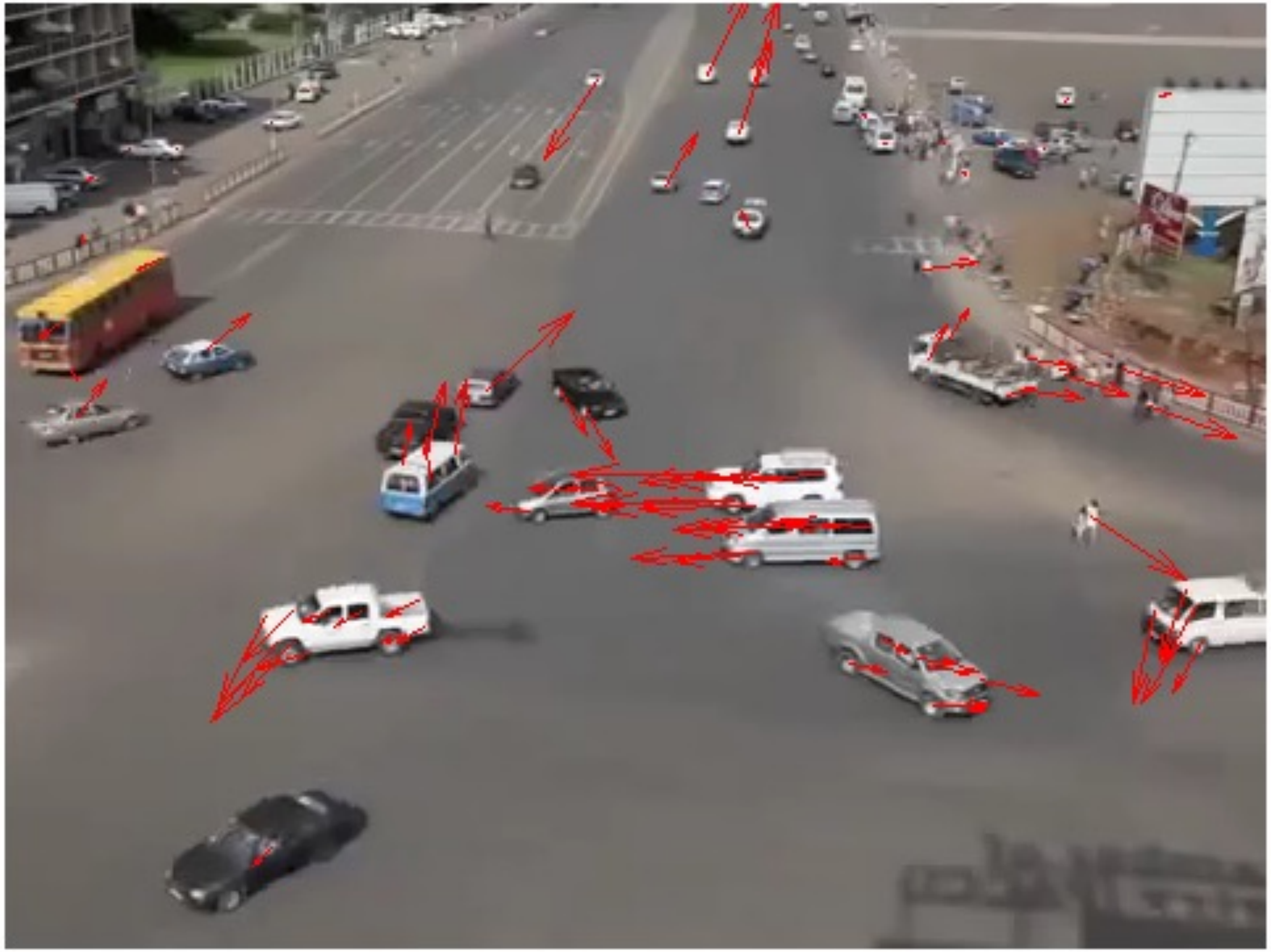
От изображений к видео

- Видео - это последовательность кадров.
- Изображения являются функцией пространства (x, y) и времени (t)



Почему движение полезно?

Почему движение полезно?



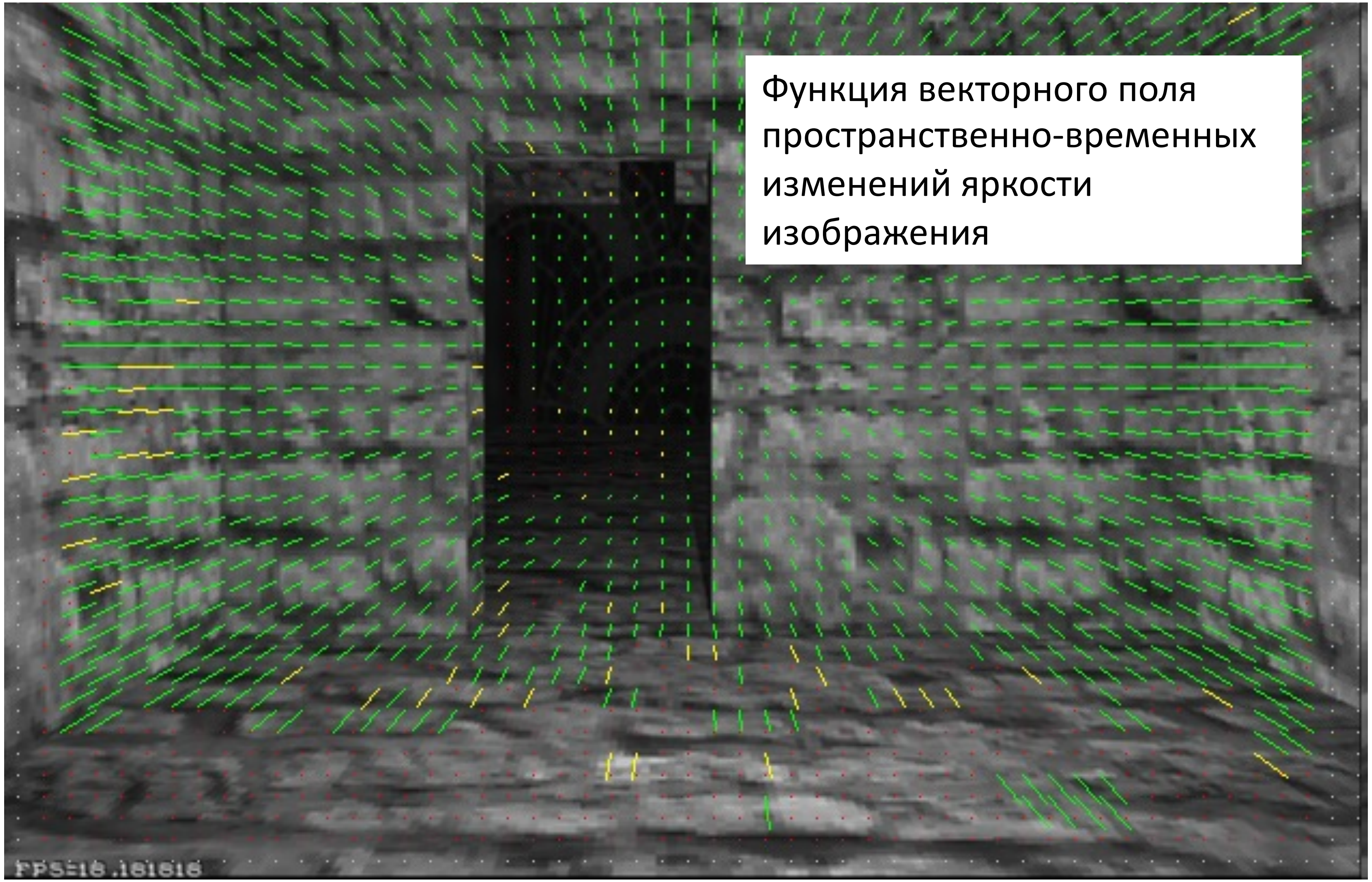
Оптический поток

- Оптический поток - это видимое движение шаблонов яркости на изображении

- Видимое движение может быть вызвано изменением освещения без какого-либо фактического движения.
  - Подумайте о равномерно вращающейся сфере при неподвижном освещении по сравнению со стационарной сферой при движущемся освещении

Задача: восстановить движение изображения для каждого пикселя из оптического потока

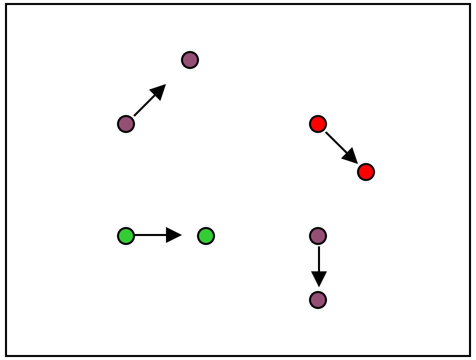
Оптический поток

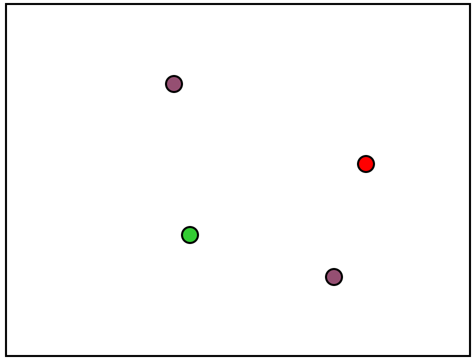


Функция векторного поля пространственно-временных изменений яркости изображения

Picture courtesy of Selim Temizer - Learning and Intelligent Systems (LIS) Group, MIT

Оценка оптического потока

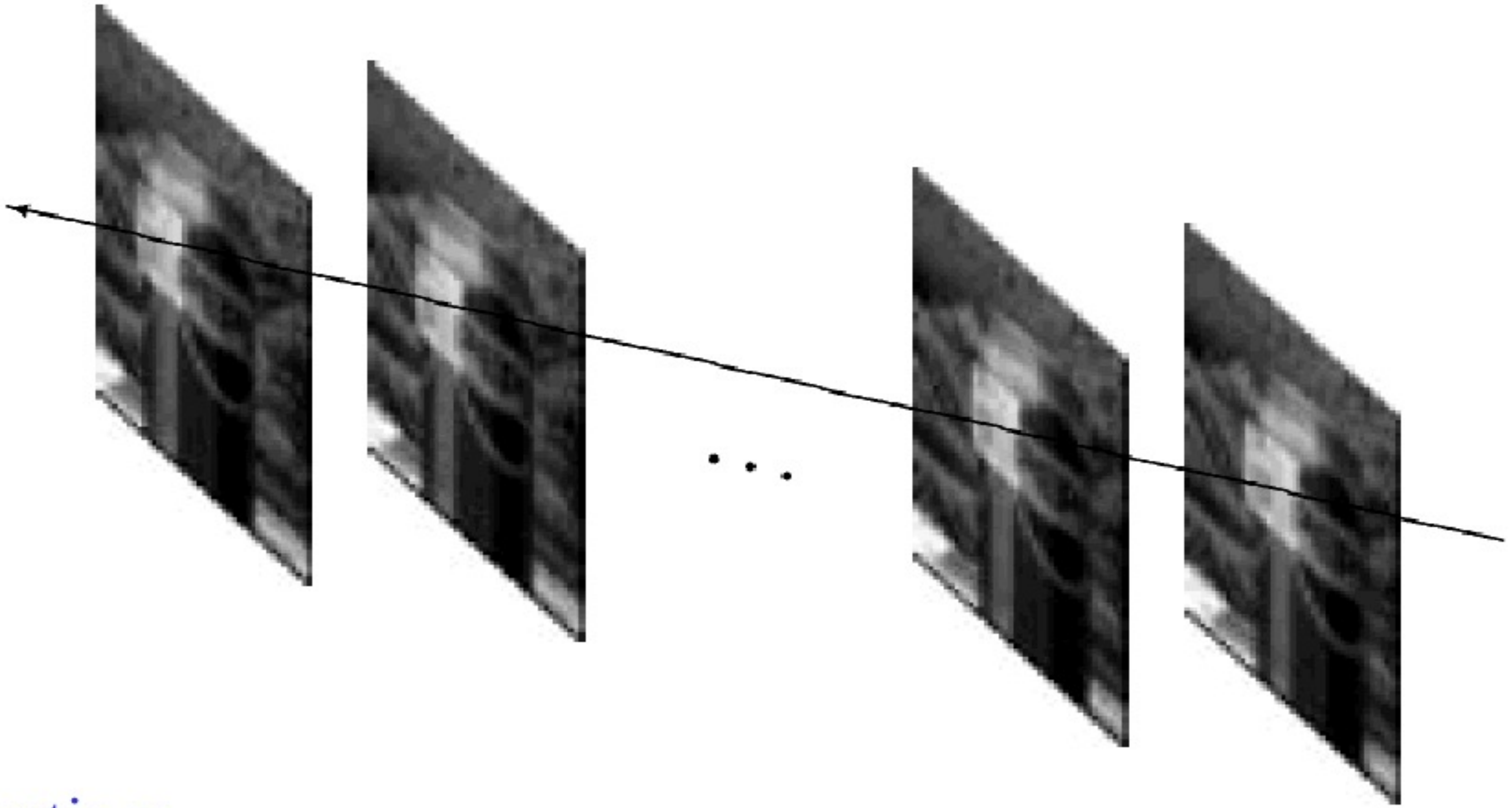




- Учитывая два последовательных кадра, оценим видимое поле движения: $u(x,y), v(x,y)$ – проекции скоростей на x, y

- Ключевые допущения
  - **Небольшое движение:** точки уходят не очень далеко
  - **Постоянство яркости:** проекция одной и той же точки выглядит одинаково на «соседних» кадрах
  - **Пространственная когерентность:** точки перемещаются, как их соседи

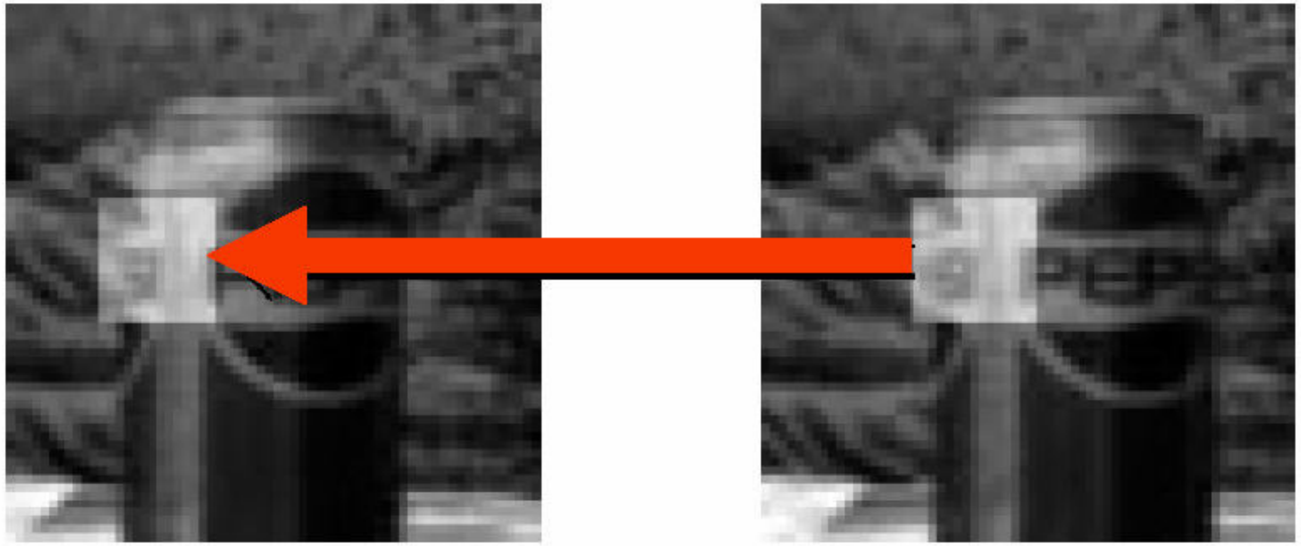
Ключевые допущения: небольшое изменение



Assumption:
The image motion of a surface patch changes gradually over time.

* Slide from Michael Black, CS143 2003

Ключевые допущения: постоянство яркости



Assumption

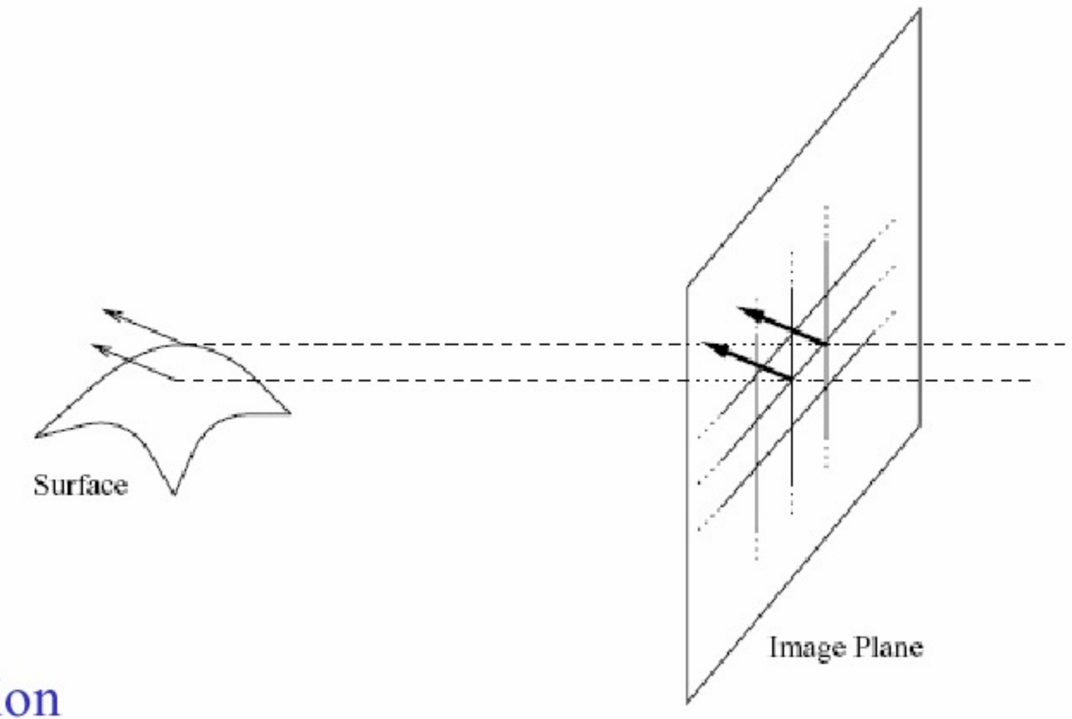
Image measurements (e.g. brightness) in a small region remain the same although their location may change.

$$I(x, y, t-1) = I(x + u(x,y), y + v(x,y), t)$$

(assumption)

* Slide from Michael Black, CS143 2003

Ключевые допущения: пространственная когерентность

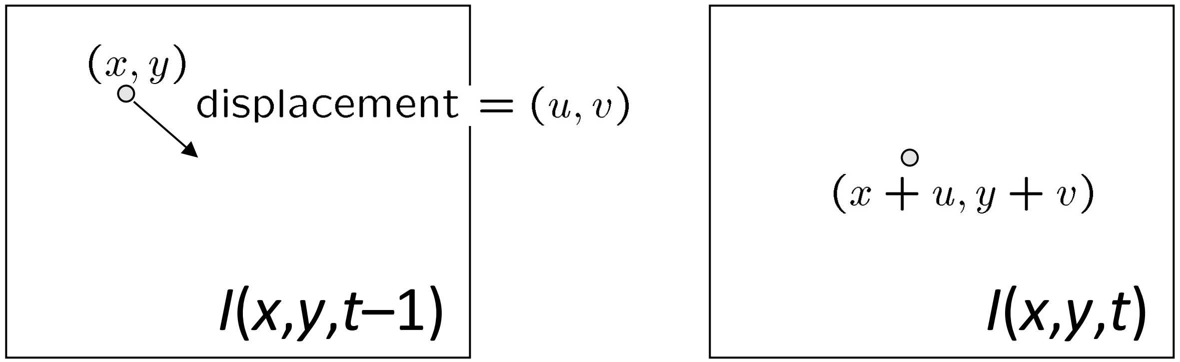


Assumption

* Neighboring points in the scene typically belong to the same surface and hence typically have similar motions.
* Since they also project to nearby points in the image, we expect spatial coherence in image flow.

* Slide from Michael Black, CS143 2003

Постоянство яркости



Уравнение Brightness Constancy:

$$I(x + u\delta t, y + v\delta t, t + \delta t) = I(x, y, t)$$

Линеаризация правой части уравнения:

$$I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x}\delta x + \frac{\partial I}{\partial y}\delta y + \frac{\partial I}{\partial t}\delta t = I(x, y, t)$$

assuming small motion

$$\frac{\partial I}{\partial x}\delta x + \frac{\partial I}{\partial y}\delta y + \frac{\partial I}{\partial t}\delta t = 0$$

divide by δt

take limit $\delta t \to 0$

$$\boxed{\frac{\partial I}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0}$$

Brightness Constancy Equation

Представление оптического потока

flow velocities

$$I_x u + I_y v + I_t = 0$$

Image gradients
(at a point p)

temporal gradient

How do you compute …

$$I_x = \frac{\partial I}{\partial x} \quad I_y = \frac{\partial I}{\partial y}$$

spatial derivative

$$u = \frac{dx}{dt} \quad v = \frac{dy}{dt}$$

optical flow

$$I_t = \frac{\partial I}{\partial t}$$

temporal derivative

Forward difference
Sobel filter
Scharr filter

We need to solve for this!
(this is the unknown in the
optical flow problem)

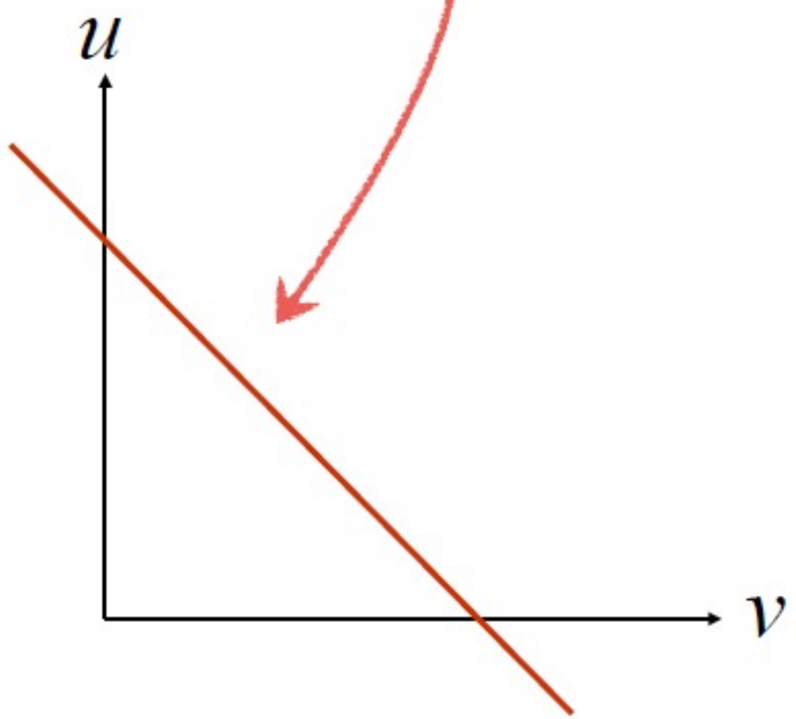
frame differencing

Представление оптического потока

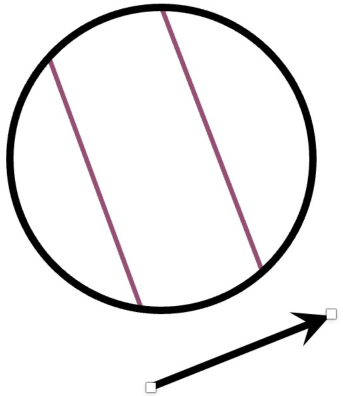
Solution lies on a straight line

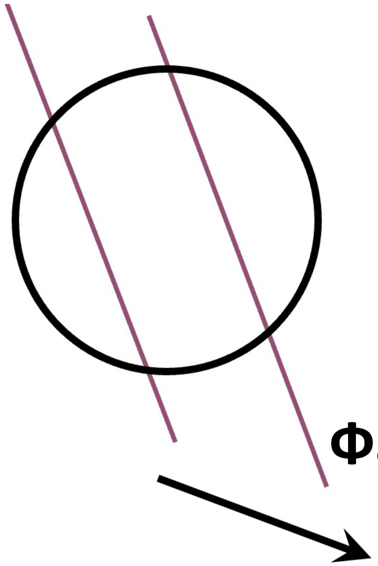
$$\boxed{I_x u + I_y v + I_t = 0}$$

many combinations of u and v will satisfy the equality



The barber pole illusion





Фактическое движение

Воспринятое движение

http://en.wikipedia.org/wiki/Barberpole_illusion

Что будем изучать сегодня

- Оптический поток
- Lucas-Kanade method
- Horn-Schunk method
- Пирамиды для «сильного» движения
- Affine motion
- Область применения

Оoднозначность решения

- Как получить больше уравнений для одного пикселя?
- **Инвариант пространственной когерентности:**
- Соседние пиксели должны иметь схожие (u, v)
  - Если мы используем окно 5x5, это дает нам 25 уравнений от каждого пикселя

$$0 = I_t(\mathbf{p_i}) + \nabla I(\mathbf{p_i}) \cdot [u \ \ v]$$

$$\begin{bmatrix} I_x(\mathbf{p_1}) & I_y(\mathbf{p_1}) \\ I_x(\mathbf{p_2}) & I_y(\mathbf{p_2}) \\ \vdots & \vdots \\ I_x(\mathbf{p_{25}}) & I_y(\mathbf{p_{25}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} I_t(\mathbf{p_1}) \\ I_t(\mathbf{p_2}) \\ \vdots \\ I_t(\mathbf{p_{25}}) \end{bmatrix}$$

B. Lucas and T. Kanade. An iterative image registration technique with an application to stereo vision. In *Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp. 674–679, 1981.

Lucas-Kanade flow

- Линейная система:

$$\begin{bmatrix} I_x(\mathrm{p}_1) & I_y(\mathrm{p}_1) \\ I_x(\mathrm{p}_2) & I_y(\mathrm{p}_2) \\ \vdots & \vdots \\ I_x(\mathrm{p}_{25}) & I_y(\mathrm{p}_{25}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} I_t(\mathrm{p}_1) \\ I_t(\mathrm{p}_2) \\ \vdots \\ I_t(\mathrm{p}_{25}) \end{bmatrix} \qquad \underset{25\text{x}2}{A} \ \underset{2\text{x}1}{d} = \underset{25\text{x}1}{b}$$

Lucas-Kanade flow

- Линейная система

$$\begin{bmatrix} I_x(\mathbf{p_1}) & I_y(\mathbf{p_1}) \\ I_x(\mathbf{p_2}) & I_y(\mathbf{p_2}) \\ \vdots & \vdots \\ I_x(\mathbf{p_{25}}) & I_y(\mathbf{p_{25}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} I_t(\mathbf{p_1}) \\ I_t(\mathbf{p_2}) \\ \vdots \\ I_t(\mathbf{p_{25}}) \end{bmatrix}$$

$$\underset{25x2}{A} \ \underset{2x1}{d} = \underset{25x1}{b}$$

Метод наименьших квадратов $$(A^T A) \ d = A^T b$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \sum I_x I_x & \sum I_x I_y \\ \sum I_x I_y & \sum I_y I_y \end{bmatrix}}_{A^T A} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = - \underbrace{\begin{bmatrix} \sum I_x I_t \\ \sum I_y I_t \end{bmatrix}}_{A^T b}$$

Обобщение всех пикселей в окне K x K

Условия для разрешения уравнения

- Optimal (u, v) satisfies Lucas-Kanade equation

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \sum I_x I_x & \sum I_x I_y \\ \sum I_x I_y & \sum I_y I_y \end{bmatrix}}_{A^T A} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = - \underbrace{\begin{bmatrix} \sum I_x I_t \\ \sum I_y I_t \end{bmatrix}}_{A^T b}$$

Когда эта система разрешима?

- **$A^T A$** должно быть обратима
- **$A^T A$** не должна быть маленькой из-за шума
  - собственные числа λ_1 и λ_2 матрицы **$A^T A$** не должны быть маленькими
- **$A^T A$** должна быть разрешима
  - λ_1 / λ_2 должны быть небольшие (λ_1 = larger eigenvalue)

Ничего не напоминает?

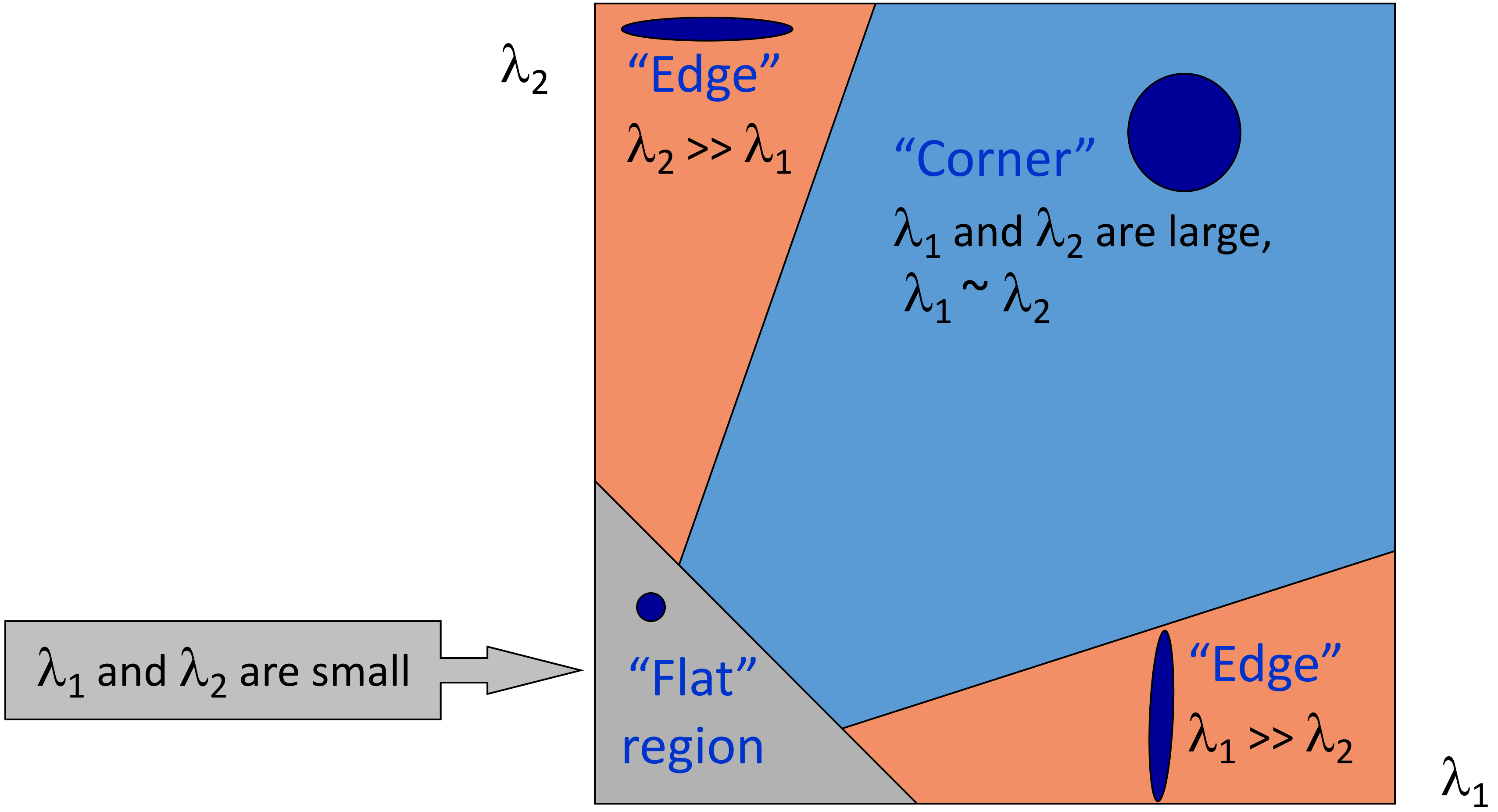
M = A^TA это матрица вторых моментов!
(Harris corner detector…)

$$A^TA = \begin{bmatrix} \sum I_x I_x & \sum I_x I_y \\ \sum I_x I_y & \sum I_y I_y \end{bmatrix} = \sum \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \end{bmatrix} [I_x \ I_y] = \sum \nabla I (\nabla I)^T$$

- Собственные вектора и значения матрицы A^TA определяют направление и амплитуду движения
  - Собственный вектор, связанный с большими точками собственных значений в направлении наиболее быстрого изменения интенсивности
  - Другой собственный вектор ортогонален ему

Интерпретация собственных чисел

Классификация точки по собственным значениям матрицы моментов:



Граница

$$\sum \nabla I (\nabla I)^T$$

– градиент очень большой или очень маленький

– большое l_1, маленькое l_2

Регион со слабой текстурой

$$\sum \nabla I (\nabla I)^T$$

– градиент имеет маленькую амплитуду

– маленькое l_1, маленькое l_2

Регион с сильной текстурой

$$\sum \nabla I (\nabla I)^T$$

– градиенты в разные стороны, большая амплитуда

– большое l_1, большое l_2

Ошибки в методе Lukas-Kanade

Каковы возможные причины ошибок в этой процедуре?

- Предположим, что A^TA легко обратимо
- Допустим, на изображении не так много шума

Когда нарушаются ограничения

- Яркость **не** остается постоянной во времени
- **Большое** изменение движения
- Соседние точки ведут себя по-разному
  - окно слишком большое
  - какой оптимальный размер окна?

* From Khurram Hassan-Shafique CAP5415 Computer Vision 2003

Улучшение модели

- Разложение в ряд:

$$0 = I(x+u, y+v) - \boldsymbol{I_{t-1}(x,y)}$$

$$\approx I(x,y) + I_x u + I_y v - \boldsymbol{I_{t-1}(x,y)}$$

- Это не очень точно
  - Для повышения точности при разложении нужны члены высокого порядка:

$$= I(x,y) + I_x u + I_y v + \text{higher order terms} - \boldsymbol{I_{t-1}(x,y)}$$

- Теперь возникает проблема поиска решения на (u, v) – нелинейная система:
  - Можно разрешить с помощью метода Ньютона
  - В методе Lukas-Kanade применяется одна итерация метода Ньютона:
    - Чем больше итераций, тем лучше результат

* From Khurram Hassan-Shafique CAP5415 Computer Vision 2003

Итеративное уточнение

Итеративный алгоритм Lukas-Kanade

1. Оценить поток для каждого пикселя, решив уравнение Lucas-Kanade
2. Преобразовать $I(t-1)$ к $I(t)$ с использованием особых точек оптического потока
   - Преобразование изображений (ransac для матрицы гомографий)
3. Решить до сходимости

Что будем изучать сегодня

- Оптический поток
- Lucas-Kanade method
- Horn-Schunk method
- Пирамиды для «сильного» движения
- Affine motion
- Область применения

Horn-Schunk method

Поток сформулирован как глобальная энергетическая функция, которая должна быть минимизирована:

$$E = \iint \left[(I_x u + I_y v + I_t)^2 + \alpha^2 (\|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2) \right] \mathrm{d}x \mathrm{d}y$$

Horn-Schunk method

Поток сформулирован как глобальная энергетическая функция, которая должна быть минимизирована:

Первая часть функции – изменение яркости

$$E = \iint \left[\boxed{(I_x u + I_y v + I_t)}^2 + \alpha^2 (\|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2)\right] \mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

Horn-Schunk method

Поток сформулирован как глобальная энергетическая функция, которая должна быть минимизирована:

Вторая часть – регуляризация потока. Она пытается сделать так, чтобы изменения между пикселями были небольшими.

$$E = \iint \left[(I_x u + I_y v + I_t)^2 + \alpha^2 \left(\boxed{\|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2} \right) \right] \mathrm{d}x \mathrm{d}y$$

Horn-Schunk method

α – масштаб регуляризации

Большие значения α делают поток более «гладким»

$$E = \iint \left[(I_x u + I_y v + I_t)^2 + \boxed{\alpha^2} \left(\|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2 \right) \right] \mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

Horn-Schunk method

$$E = \iint \left[(I_x u + I_y v + I_t)^2 + \alpha^2 (\|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2) \right] \mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

- Задачу минимизации можно решить, взяв производные по u и v. Получим следующие уравнения:

$$\frac{\partial L}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial L}{\partial u_x} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial L}{\partial u_y} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial v} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial L}{\partial v_x} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial L}{\partial v_y} = 0$$

$$I_x(I_x u + I_y v + I_t) - \alpha^2 \Delta u = 0$$
$$I_y(I_x u + I_y v + I_t) - \alpha^2 \Delta v = 0$$

Horn-Schunk method

- Производные по u и v:

$$I_x(I_xu + I_yv + I_t) - \alpha^2\Delta u = 0$$
$$I_y(I_xu + I_yv + I_t) - \alpha^2\Delta v = 0$$

- где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$
- На практике его считают так: $\Delta u(x,y) = \overline{u}(x,y) - u(x,y)$
- Здесь $\overline{u}(x,y)$ это средневзвешенное значение u, измеренное на (x, y) до t-1.

Horn-Schunk method

- Теперь подставим $\Delta u(x, y) = \overline{u}(x, y) - u(x, y)$

$$I_x(I_x u + I_y v + I_t) - \alpha^2 \Delta u = 0$$
$$I_y(I_x u + I_y v + I_t) - \alpha^2 \Delta v = 0$$

- Получим:

$$(I_x^2 + \alpha^2)u + I_x I_y v = \alpha^2 \overline{u} - I_x I_t$$
$$I_x I_y u + (I_y^2 + \alpha^2)v = \alpha^2 \overline{v} - I_y I_t$$

- Система является линейной для u и v и может быть решена аналитически для каждого пикселя

Iterative Horn-Schunk

- Но так как решение зависит от соседних значений поля потока, то его необходимо повторить после обновления соседей

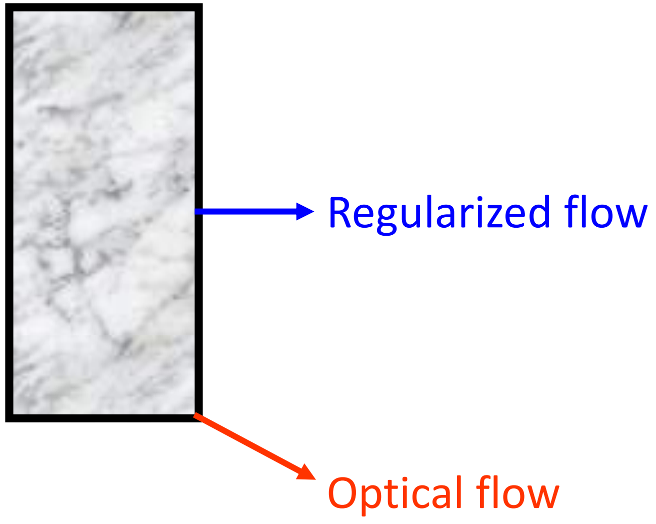
- Так что вместо этого, мы можем итеративно решать для u и v, используя:

$$u^{k+1} = \overline{u}^k - \frac{I_x(I_x\overline{u}^k + I_y\overline{v}^k + I_t)}{\alpha^2 + I_x^2 + I_y^2}$$

$$v^{k+1} = \overline{v}^k - \frac{I_y(I_x\overline{u}^k + I_y\overline{v}^k + I_t)}{\alpha^2 + I_x^2 + I_y^2}$$

Что делает регуляризация потока?

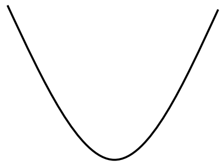
- Это сумма квадратов (евклидовая мера расстояния)
- Мы помещаем это в выражение, чтобы свести к минимуму
- => В областях, свободных от текстуры, нет оптического потока
- *=> По рёбрам точки будут стекаться к ближайшим точкам, решая aperture problem*



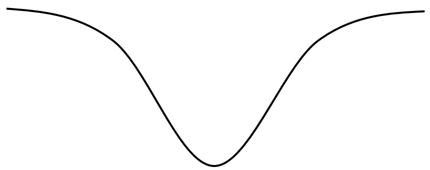
Плотный оптический поток по Michael Black's method

- Майкл Блэк продвинул метод Хорн-Шанка на шаг дальше, начав с константы регуляризации:
- Которая выглядит, как квадрат:

$$\|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2$$



- И заменил его этим:



- Почему эта регуляризация работает лучше?

Что будем изучать сегодня

- Оптический поток
- Lucas-Kanade method
- Horn-Schunk method
- Пирамиды для «сильного» движения
- Affine motion
- Область применения

Повторение

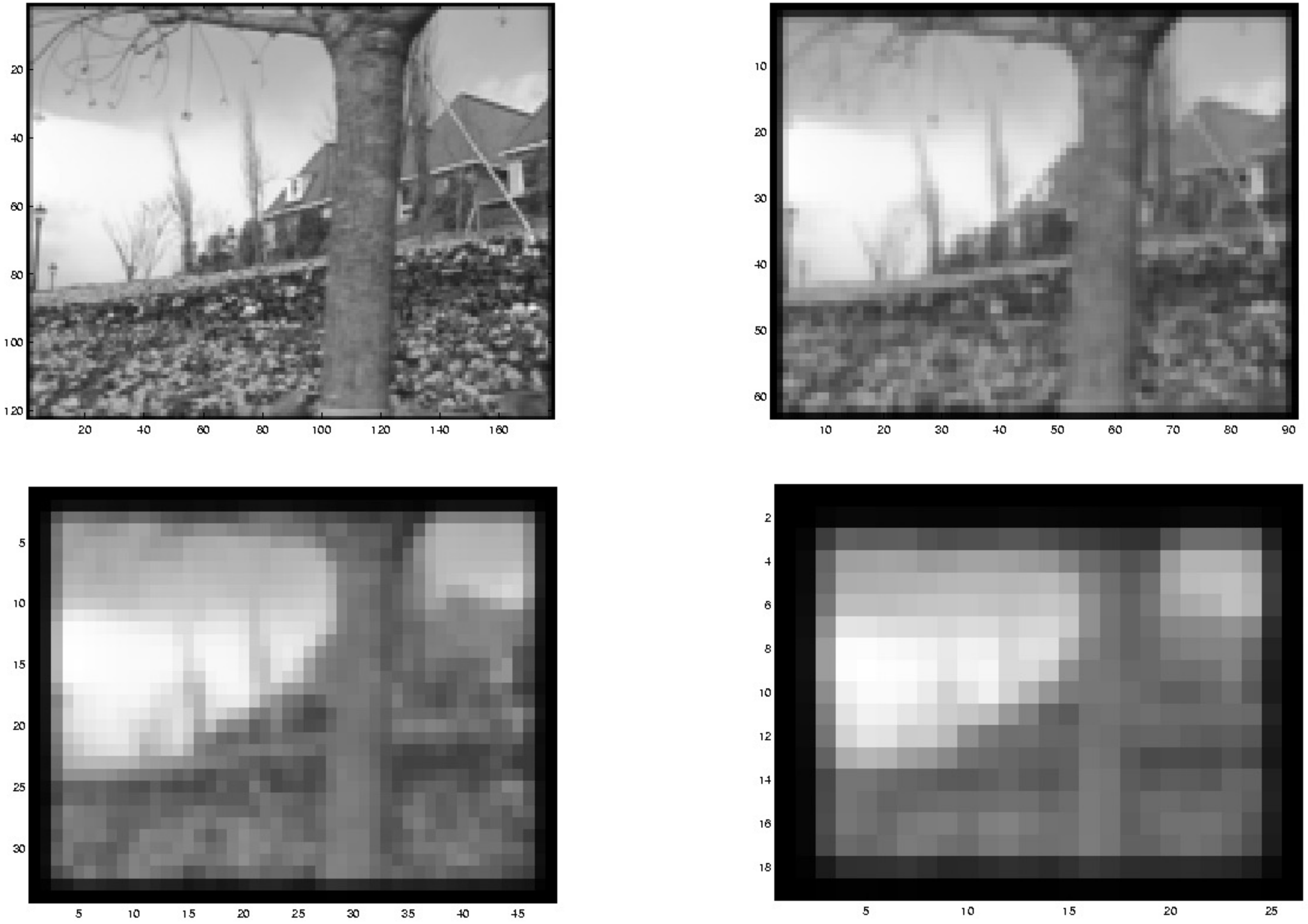
- Ключевые допущения (Ошибки в Lucas-Kanade)
  - **Небольшое движение:** точки уходят не очень далеко
  - **Постоянство яркости:** проекция одной и той же точки выглядит одинаково на каждом кадре.е
  - **Пространственная когерентность:** точки перемещаются, как их соседи

Пересмотр предположения о малом движении

- Это движение достаточно маленькое?
  - Наверное, не настолько. Это намного больше одного пикселя (доминируют термины 2-го порядка).
  - Как мы можем решить эту проблему?

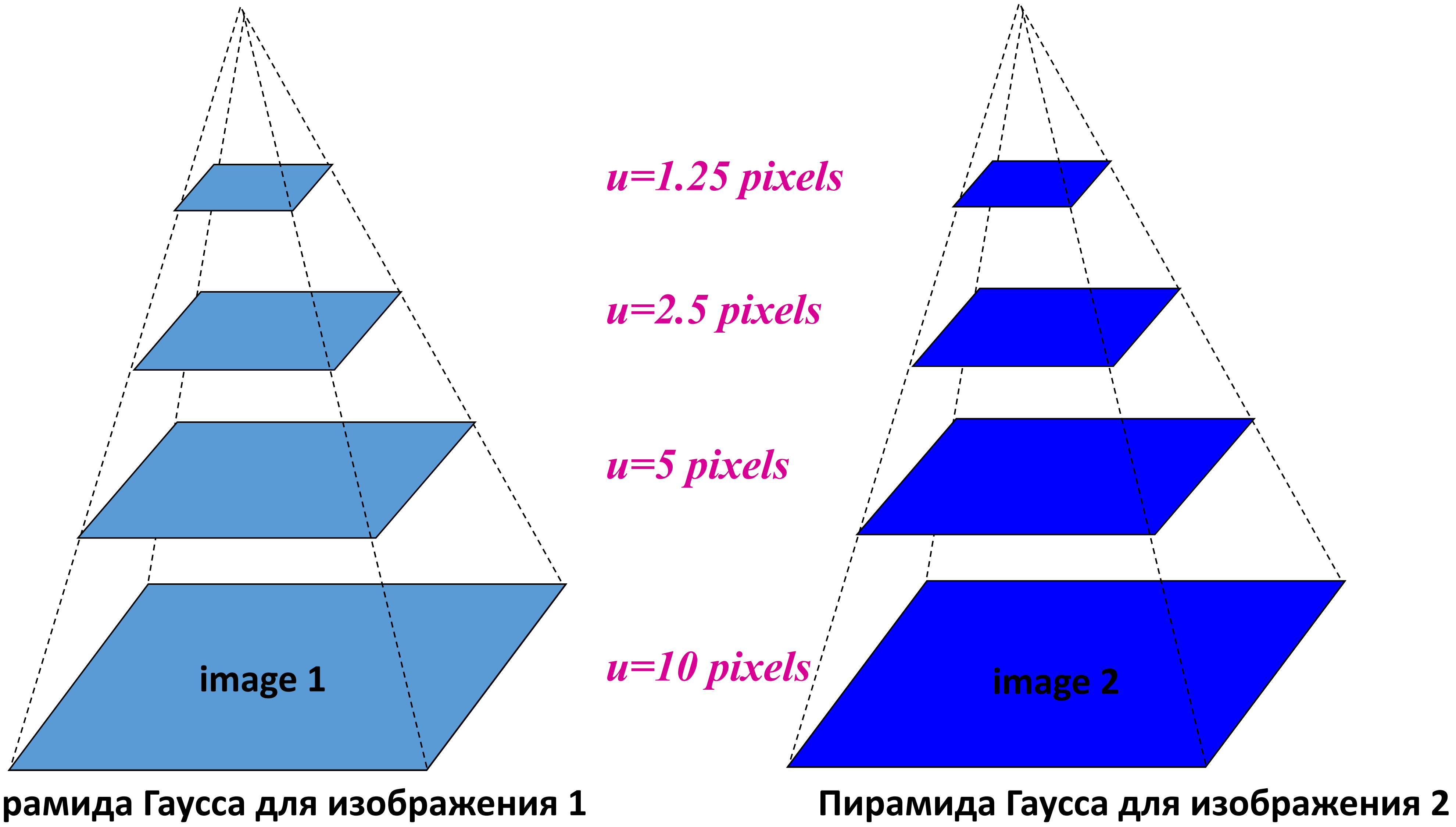
* From Khurram Hassan-Shafique CAP5415 Computer Vision 2003

Уменьшим разрешение

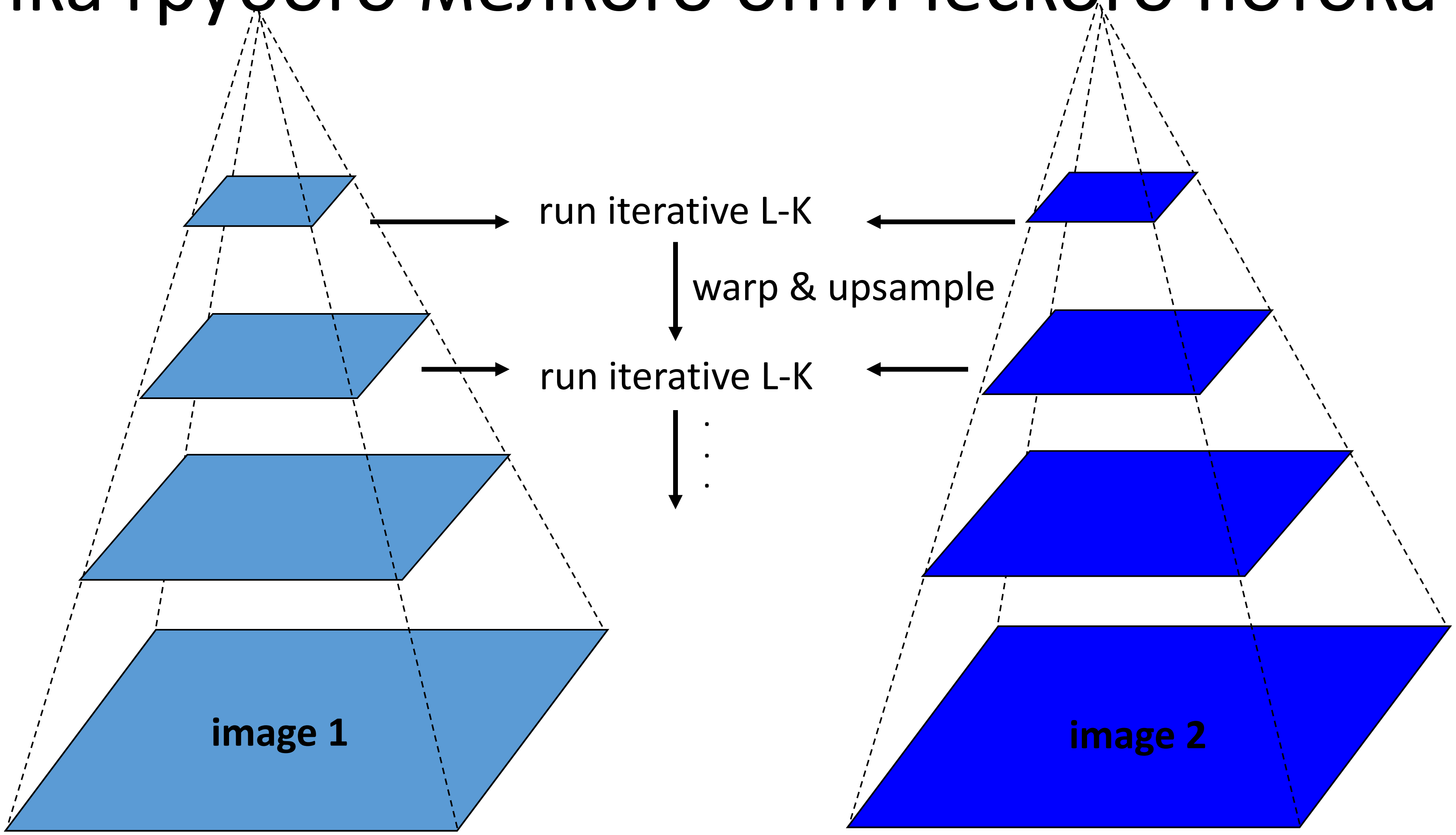


* From Khurram Hassan-Shafique CAP5415 Computer Vision 2003

Оценка грубого мелкого оптического потока



Оценка грубого мелкого оптического потока



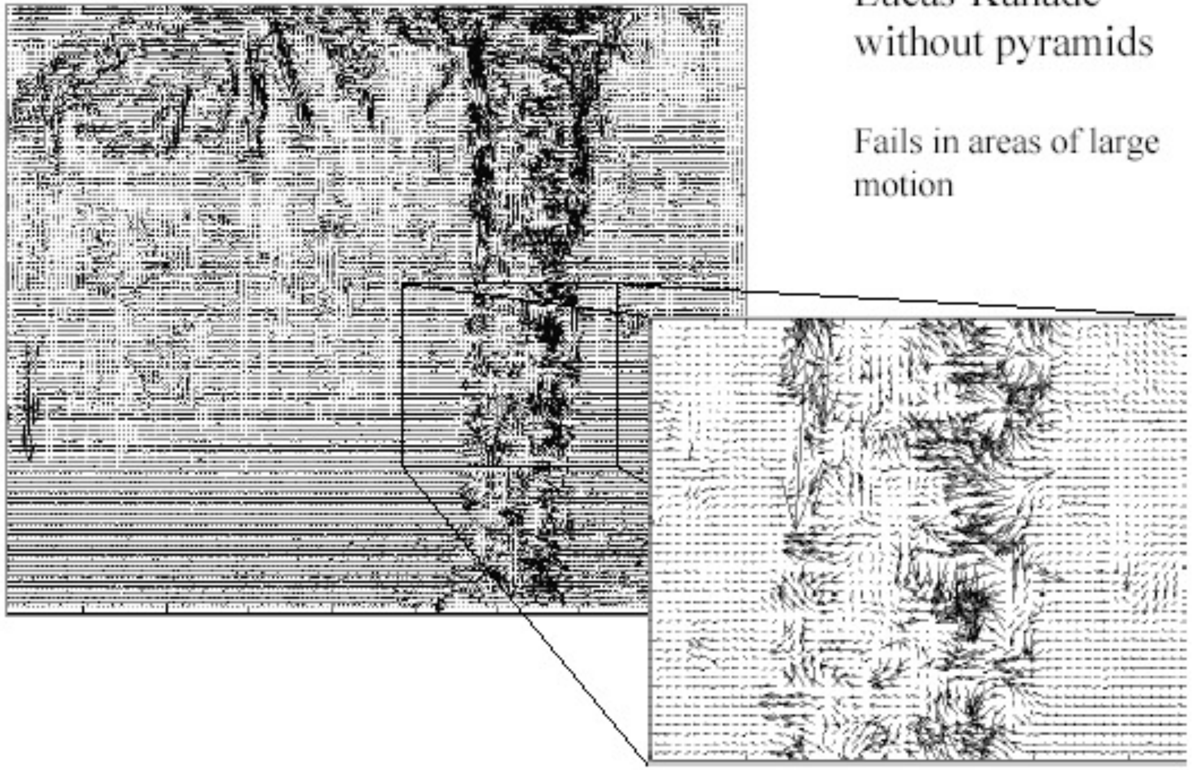
Пирамида Гаусса для изображения 1 (t)

Пирамида Гаусса для изображения 2 (t+1)

Результаты

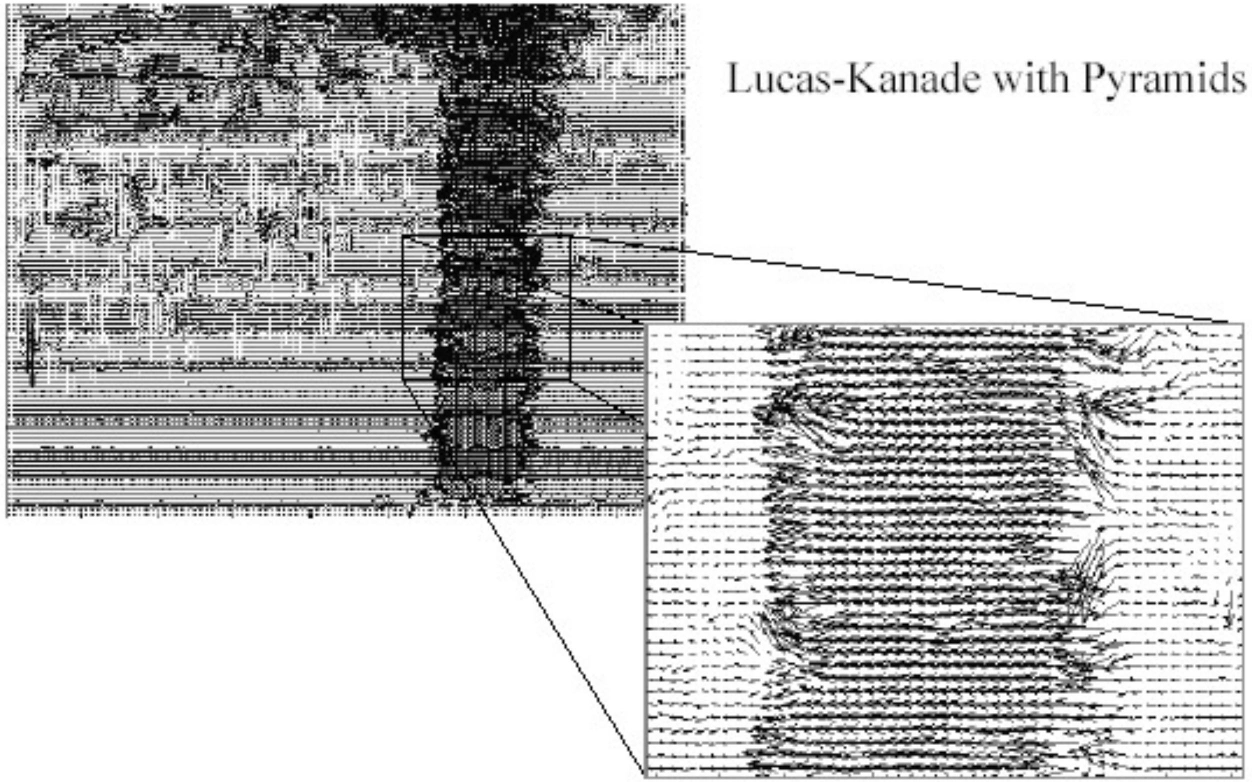
Без пирамид

С пирамидами



Lucas-Kanade
without pyramids

Fails in areas of large
motion



Lucas-Kanade with Pyramids

* From Khurram Hassan-Shafique CAP5415 Computer Vision 2003

Что будем изучать сегодня

- Оптический поток
- Lucas-Kanade method
- Horn-Schunk method
- Пирамиды для «сильного» движения
- Affine motion
- Область применения

Повторение

- Ключевые допущения (Ошибки в Lucas-Kanade)

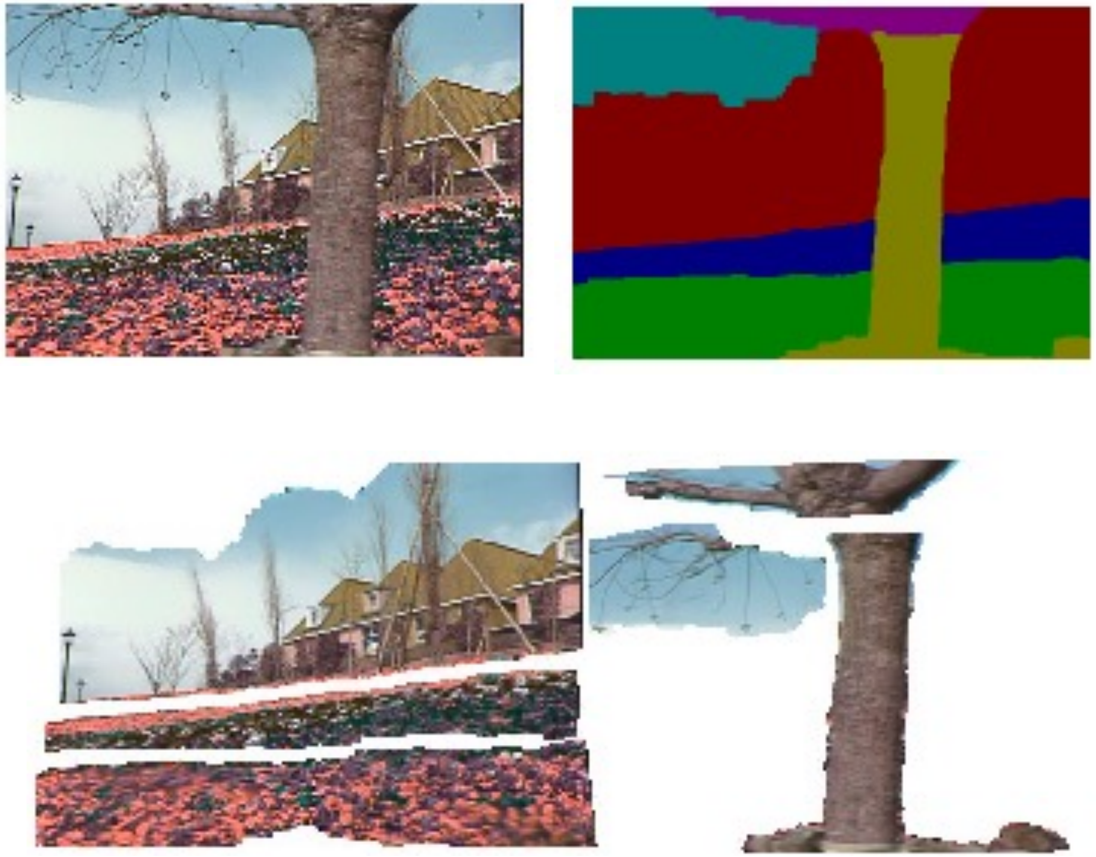
  - **Небольшое движение:** точки уходят не очень далеко
  - **Постоянство яркости:** проекция одной и той же точки выглядит одинаково на каждом кадре.е
  - **Пространственная когерентность:** точки перемещаются, как их соседи

Сегментация движения

- Как мы представляем движение в этой сцене?

Сегментация движения

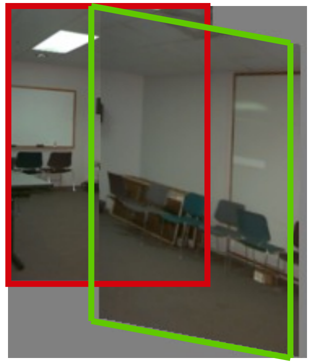
- Разбить последовательность изображений на «зоны», каждая из которых имеет когерентное (аффинное) движение



J. Wang and E. Adelson. Layered Representation for Motion Analysis. *CVPR 1993*.

Affine motion

$$u(x, y) = a_1 + a_2 x + a_3 y$$
$$v(x, y) = a_4 + a_5 x + a_6 y$$

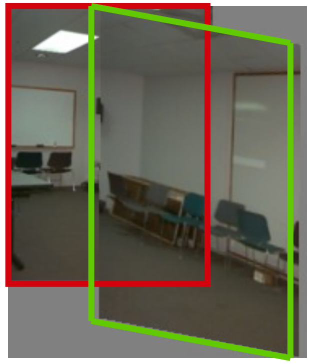


- Заменим в уравнении постоянства яркости:

$$\boxed{I_x \cdot u + I_y \cdot v + I_t \approx 0}$$

Affine motion

$$u(x,y) = a_1 + a_2 x + a_3 y$$
$$v(x,y) = a_4 + a_5 x + a_6 y$$



- Заменим в уравнении постоянства яркости :

$$\boxed{I_x(a_1 + a_2 x + a_3 y) + I_y(a_4 + a_5 x + a_6 y) + I_t \approx 0}$$

- Каждый пиксель обеспечивает 1 линейное ограничение на 6 неизвестных
- Минимизация наименьших квадратов :

$$\boxed{Err(\vec{a}) = \sum \left[I_x(a_1 + a_2 x + a_3 y) + I_y(a_4 + a_5 x + a_6 y) + I_t \right]^2}$$

Как мы оцениваем слои?

1. Получим набор гипотез о affine motion

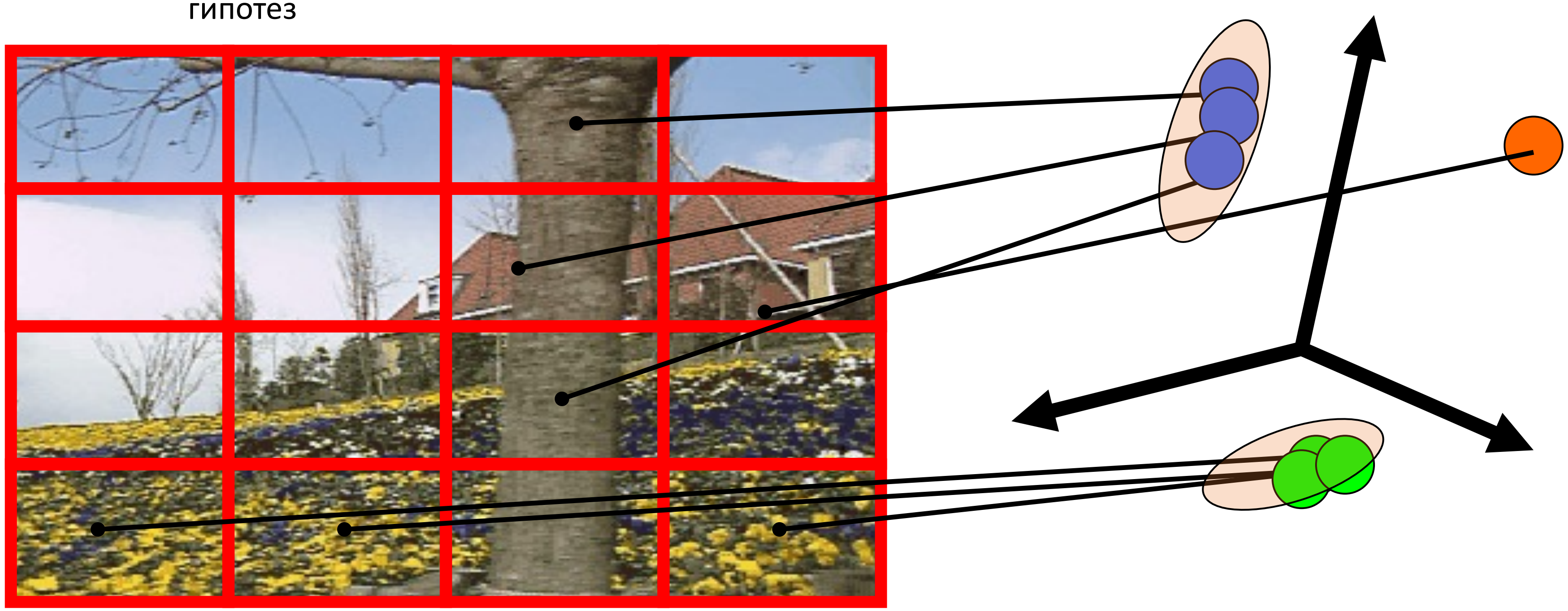
   Разделить изображение на блоки и оценивать параметры affine motion в каждом из них по наименьшим квадратам

      Исключить гипотезы с высокой ошибкой

   Отобразить параметры движения в векторном пространстве

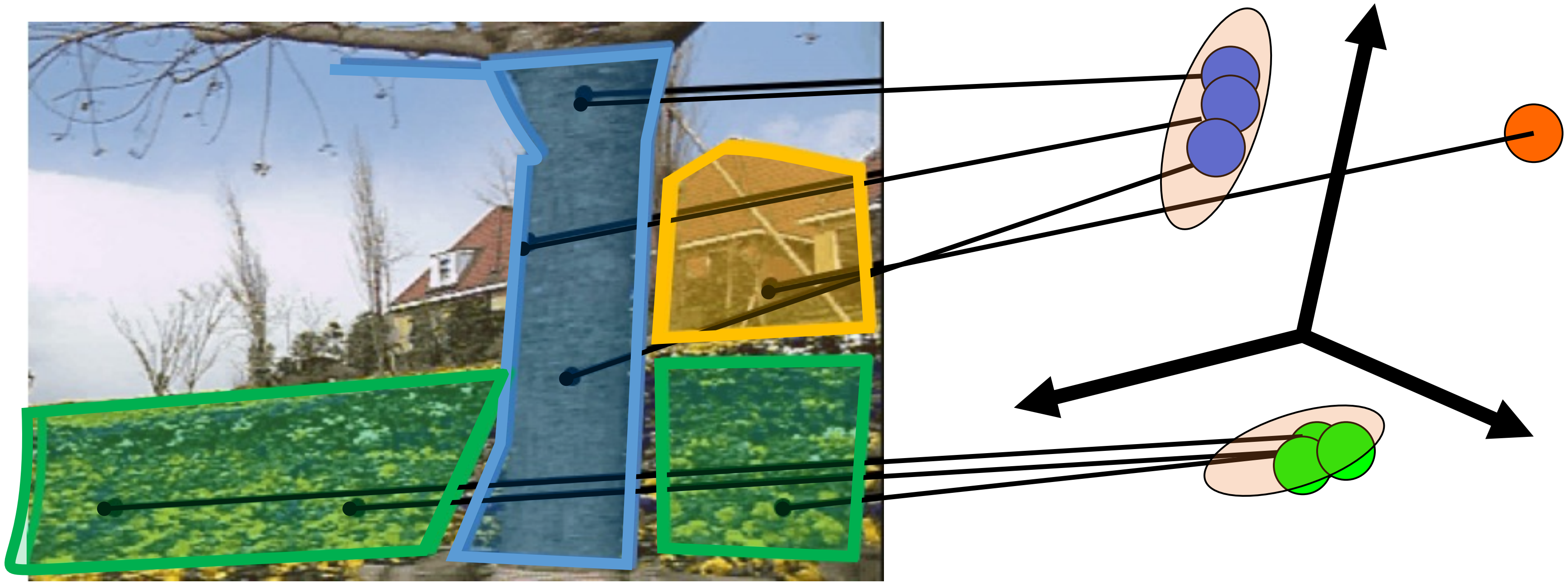
   Сделать k-means кластеризацию на параметры affine motion

      Соединяем кластеры, которые близки, чтобы добиться наименьшего количества гипотез



Как мы оцениваем слои?

1. Получим набор гипотез о affine motion
   - Разделить изображение на блоки и оценивать параметры affine motion в каждом из них по наименьшим квадратам
     - Исключить гипотезы с высокой ошибкой
   - Отобразить параметры движения в векторном пространстве
   - Сделать k-means кластеризацию на параметры affine motion
     - Соединяем кластеры, которые близки, чтобы добиться наименьшего количества гипотез



Как мы оцениваем слои?

1. Получим набор гипотез о affine motion

    Разделить изображение на блоки и оценивать параметры affine motion в каждом из них по наименьшим квадратам

        Исключить гипотезы с высокой ошибкой

    Отобразить параметры движения в векторном пространстве

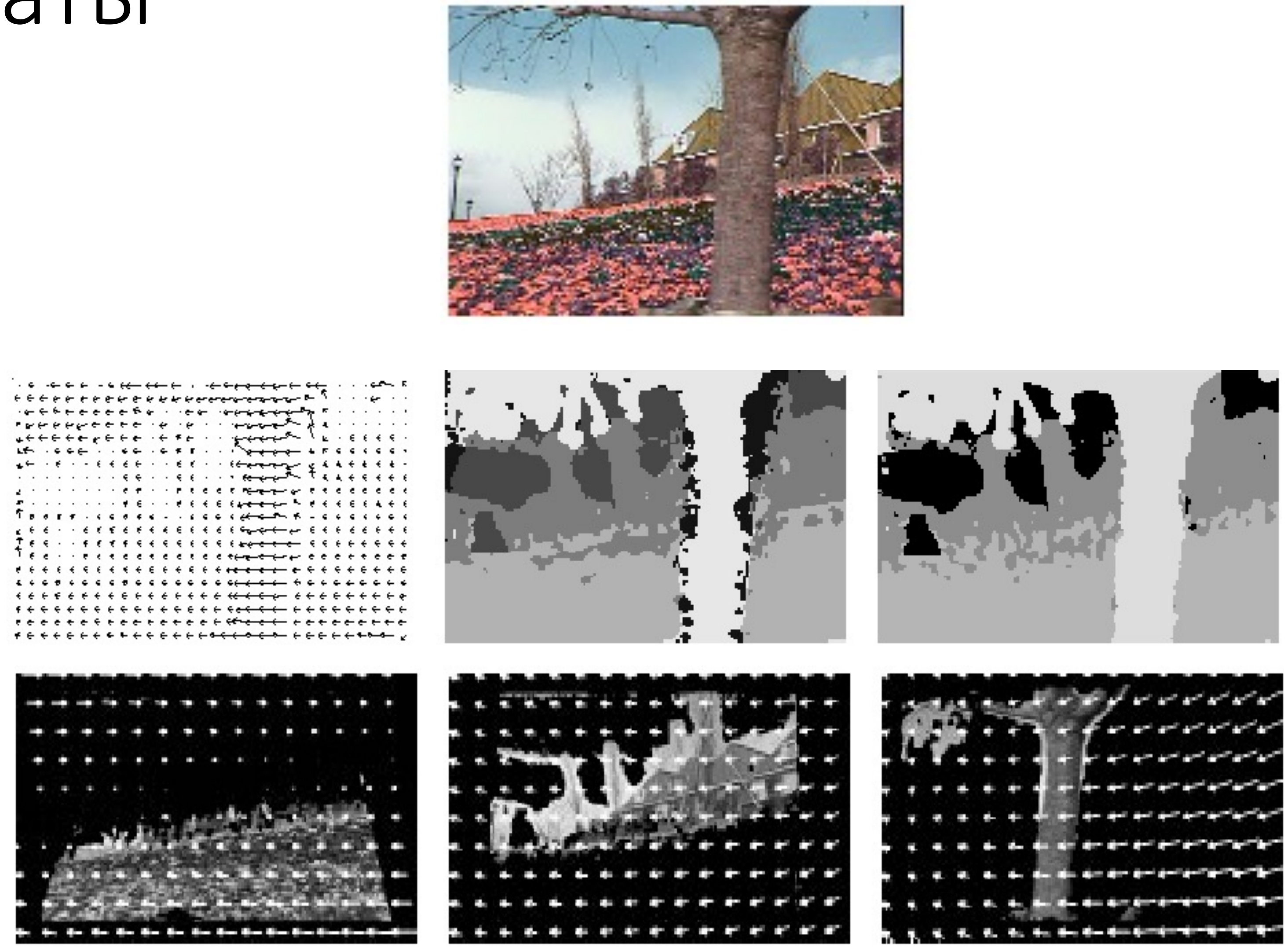
    Сделать k-means кластеризацию на параметры affine motion

        Соединяем кластеры, которые близки, чтобы добиться наименьшего количества гипотез

2. Повторить до сходимости:

    - Отнести каждый пиксель к наилучшей гипотезе
        – Пиксели с высокой ошибкой остаются без гипотезы
    - Фильтрация регионов для соблюдения пространственных ограничений
    - Пересчитать оценку affine motions в каждом регионе

Результаты



[J. Wang and E. Adelson. Layered Representation for Motion Analysis. *CVPR 1993*](#).

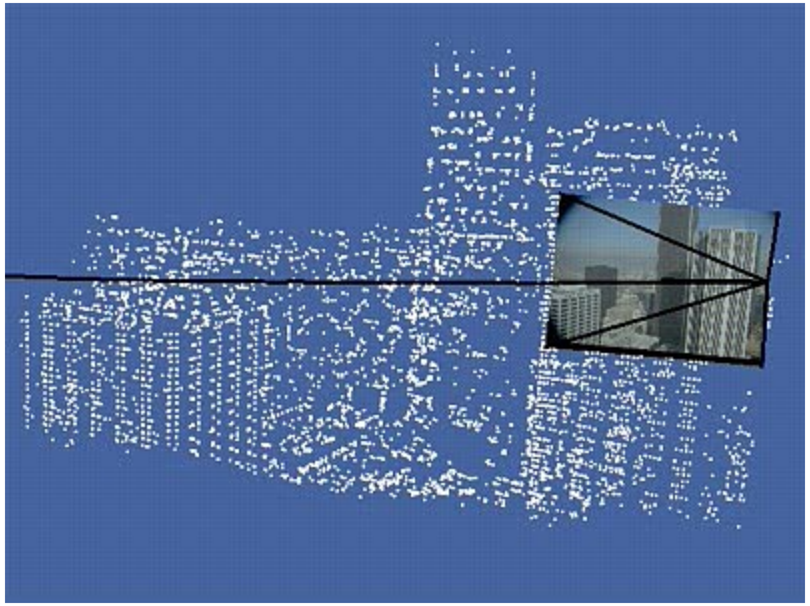
Что будем изучать сегодня

- Оптический поток
- Lucas-Kanade method
- Horn-Schunk method
- Пирамиды для «сильного» движения
- Affine motion
- Область применения

Область применения

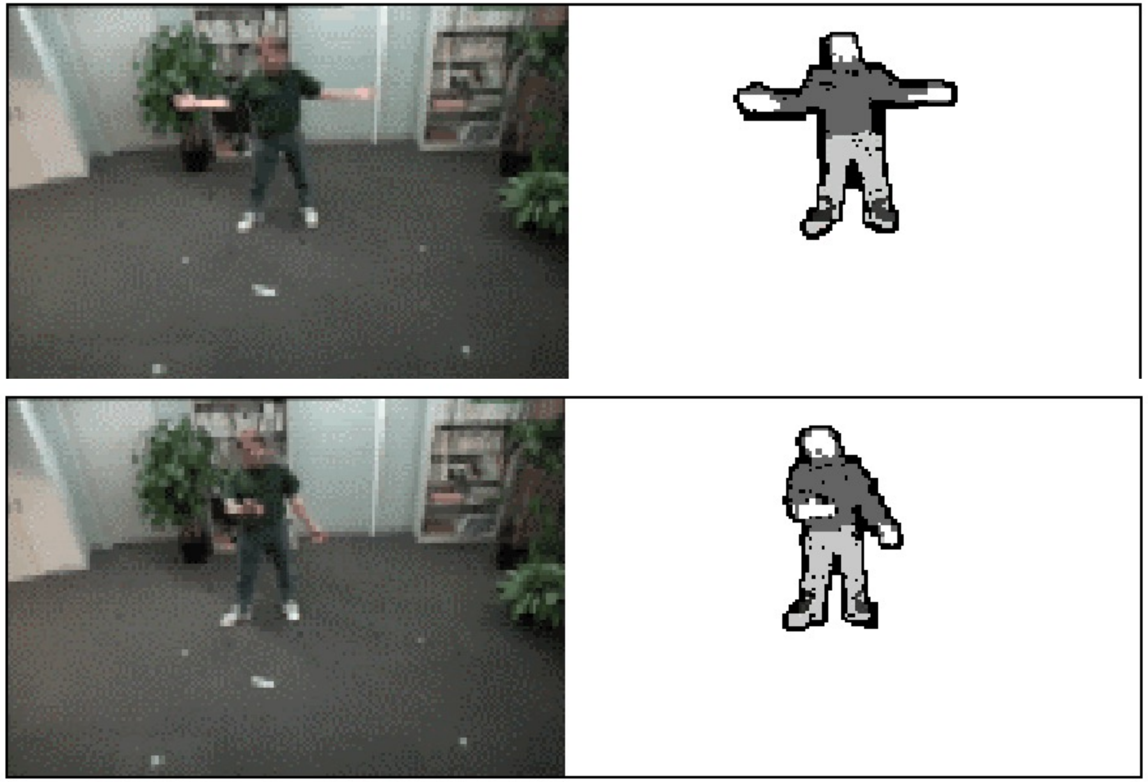
- Восстановление 3D сцены
- Сегментация объектов на базе поиска движения
- Обучение динамических моделей
- Улучшение качество видео
    - Стабилизация потока
    - Повышение разрешения
- Сопровождение образов
- Распознавание событий

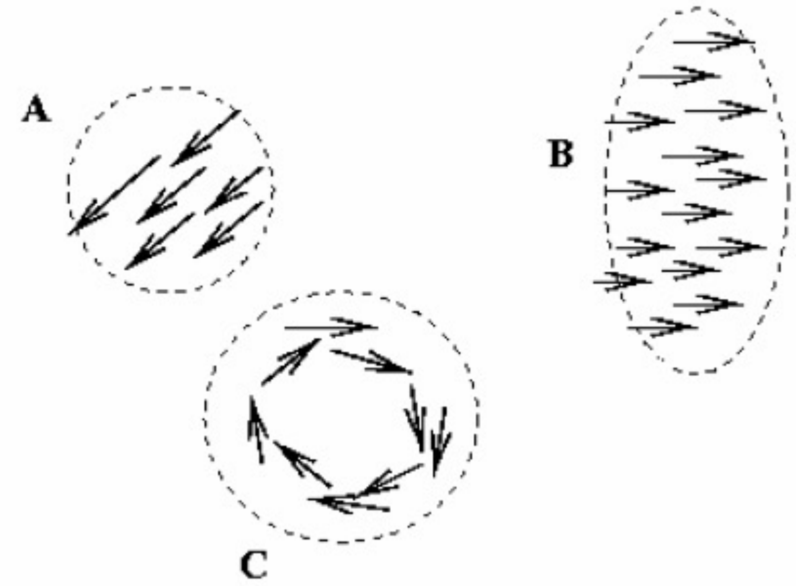
Восстановление 3D сцены наблюдения

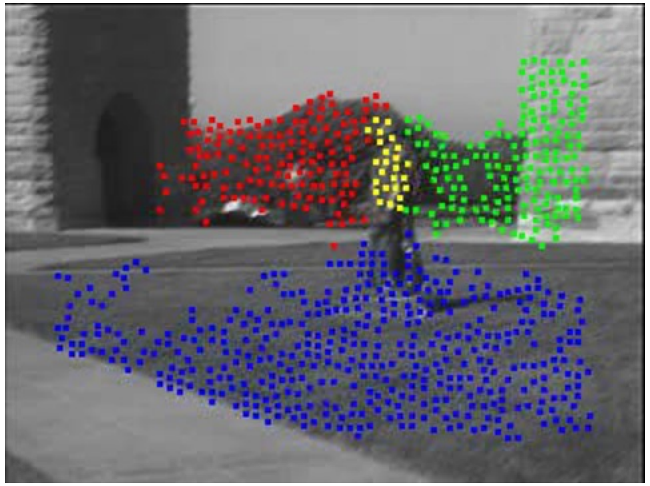


Сегментация на основе движения

- Оценка движения объектов на стационарном или движущемся фона

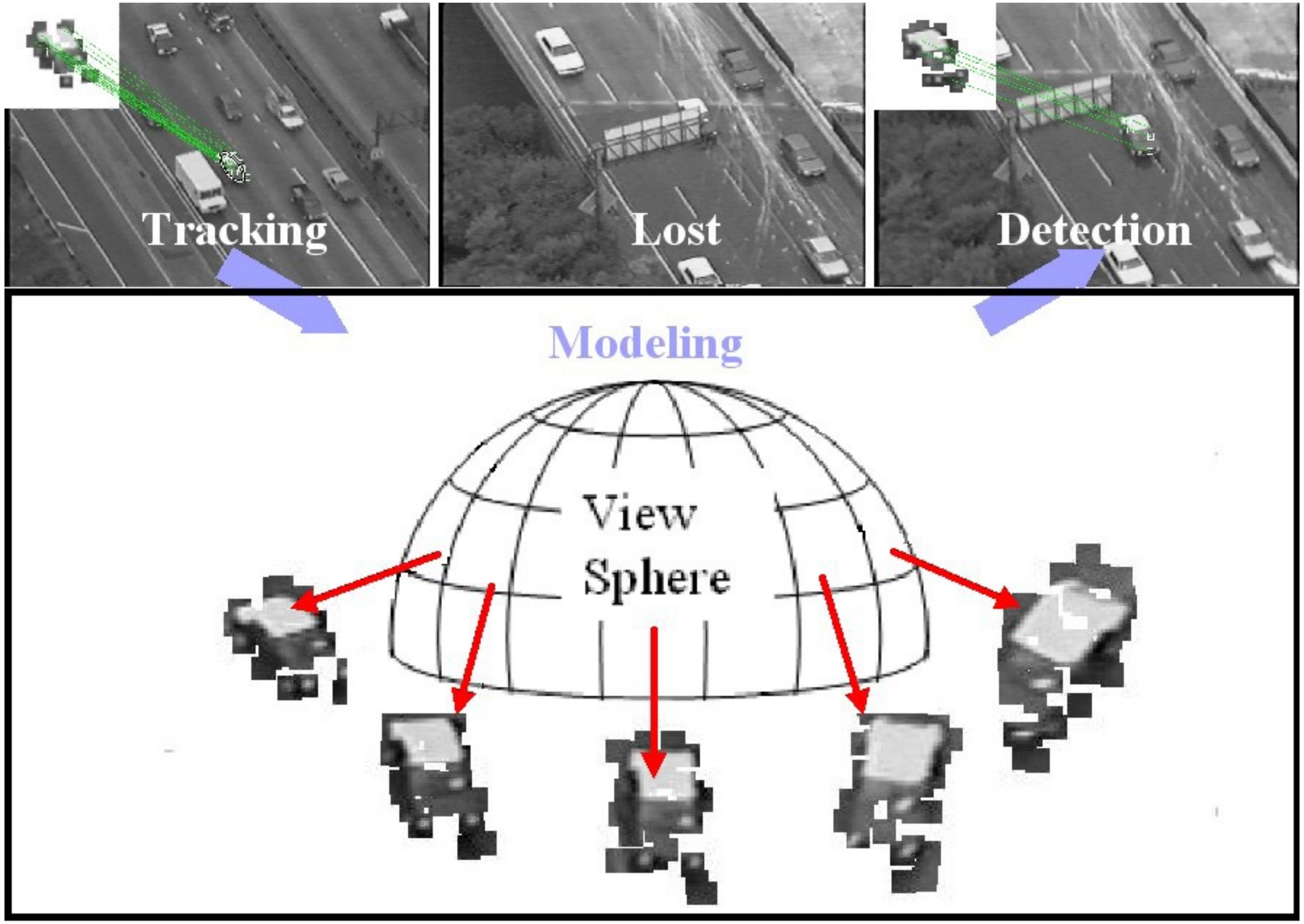






S. J. Pundlik and S. T. Birchfield, Motion Segmentation at Any Speed, Proceedings of the British Machine Vision Conference (BMVC) 2006

Сопровождение объектов

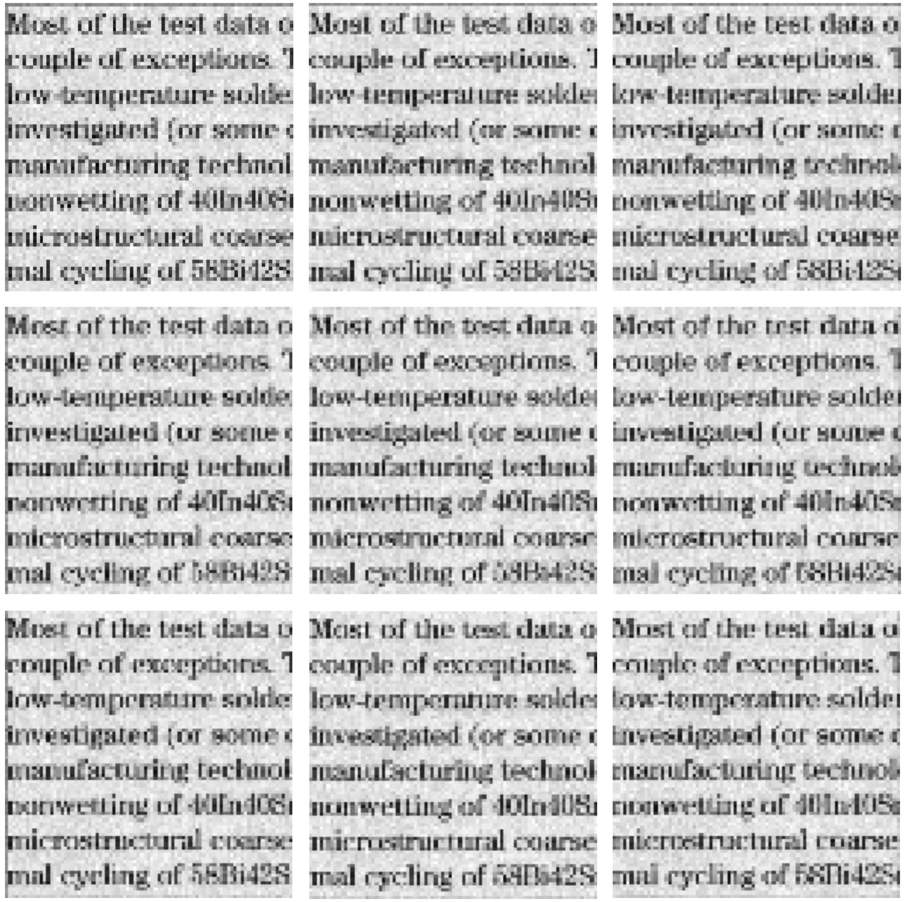


Z.Yin and R.Collins, "On-the-fly Object Modeling while Tracking," *IEEE Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR '07),* Minneapolis, MN, June 2007.

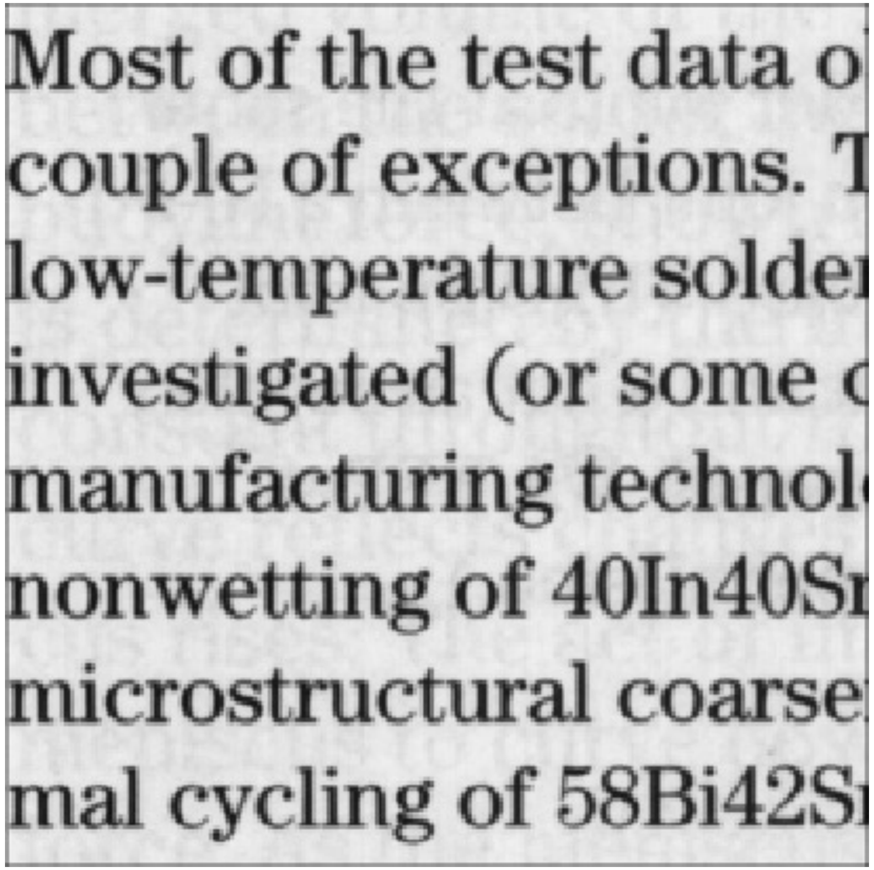
Синтез движения

Super-resolution

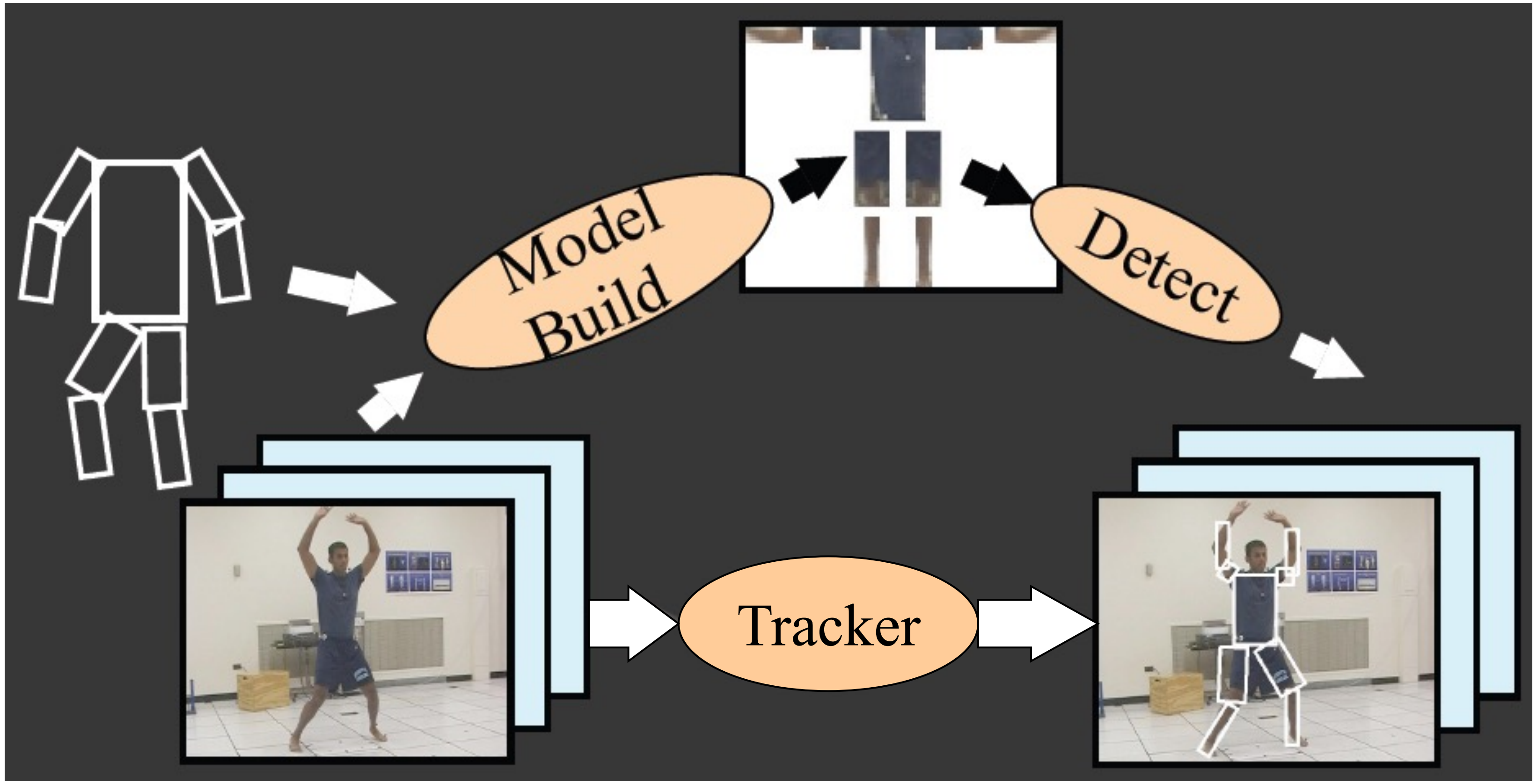
Набор изображений низкого качества



Результат восстановления

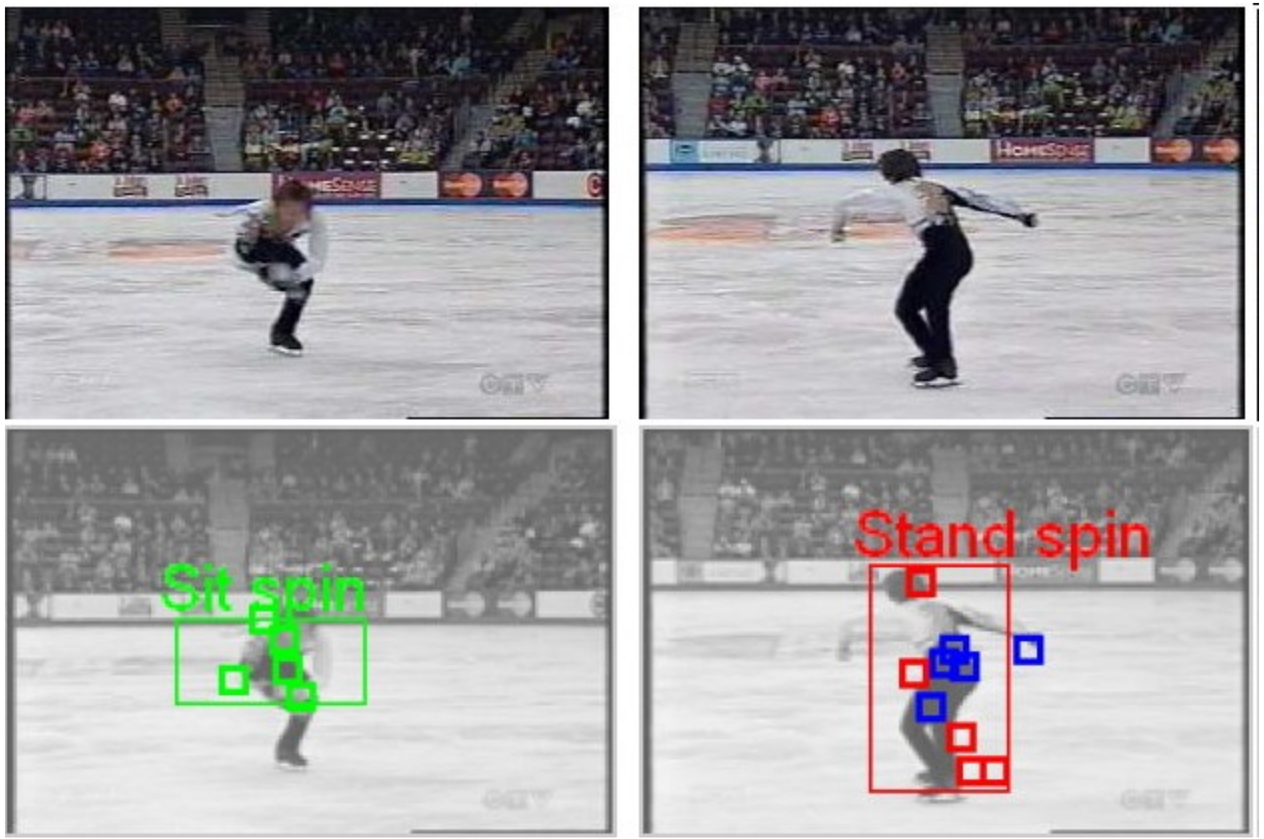


Распознавание действий



D. Ramanan, D. Forsyth, and A. Zisserman. [Tracking People by Learning their Appearance](). PAMI 2007.

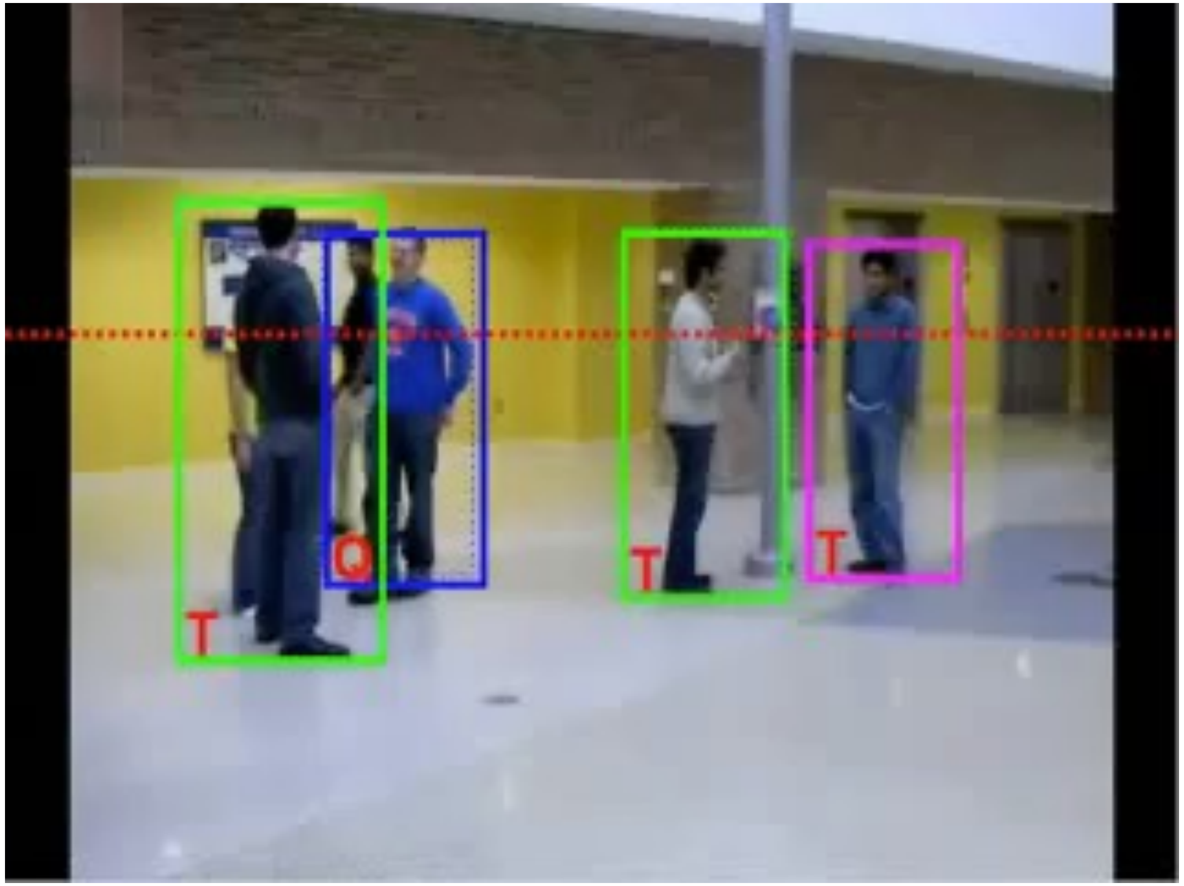
Распознавание действий



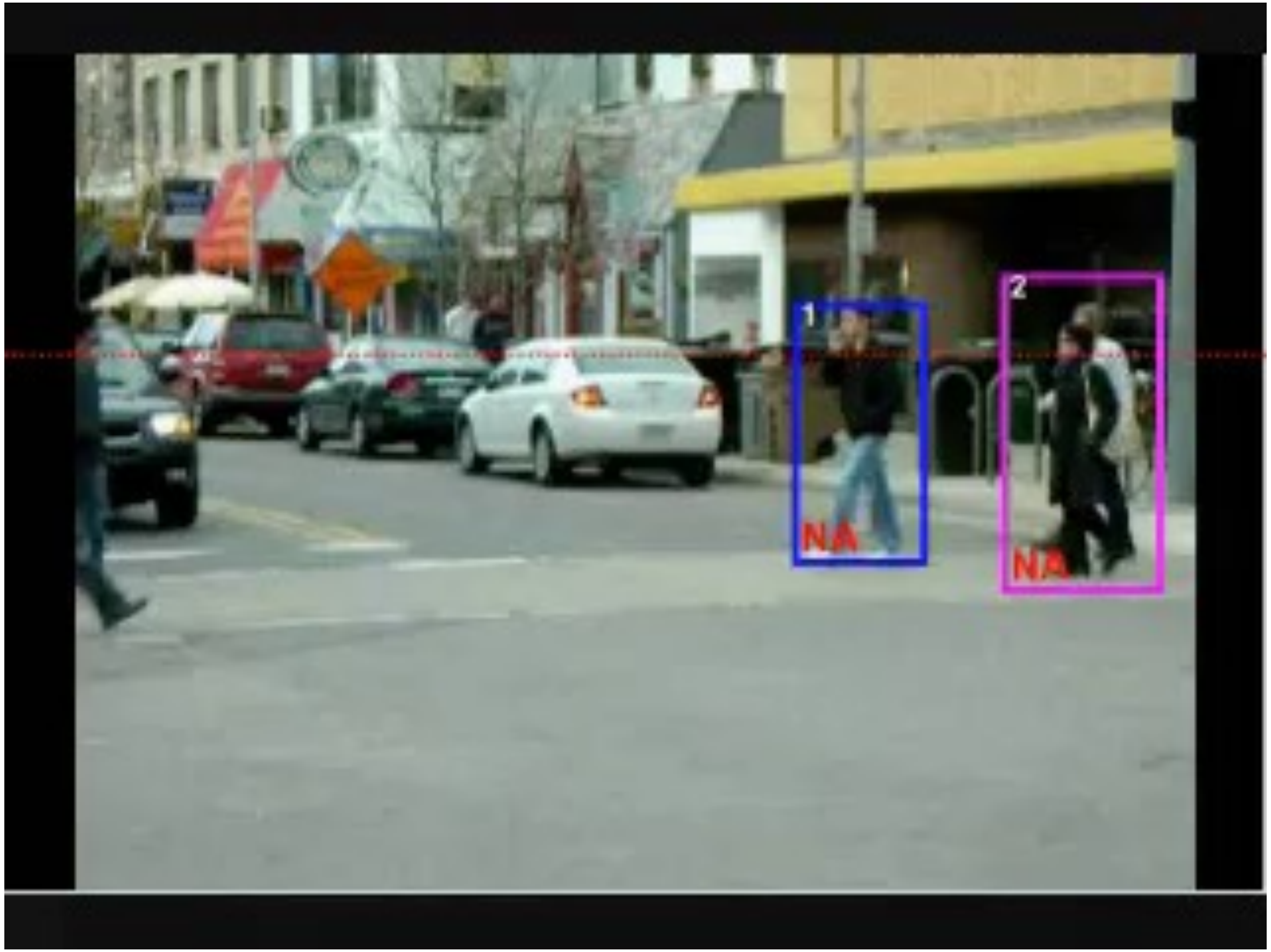
Juan Carlos Niebles, Hongcheng Wang and Li Fei-Fei, **Unsupervised Learning of Human Action Categories Using Spatial-Temporal Words**, *(BMVC)*, Edinburgh, 2006.

Распознавание действий

Crossing – Talking – Queuing – Dancing – jogging



W. Choi & K. Shahid & S. Savarese WMC 2010



W. Choi, K. Shahid, S. Savarese, "What are they doing? : Collective Activity Classification Using Spatio-Temporal Relationship Among People", 9th International Workshop on Visual Surveillance (VSWS09) in conjuction with ICCV 09

Заключение

- Оптический поток
- Lucas-Kanade method
- Horn-Schunk method
- Пирамиды для «сильного» движения
- Affine motion
- Область применения