In [39]:
```
from sympy import sin, cos, symbols, solve, ln, exp, fourier_series, pi
from sympy.plotting import plot
from sympy.abc import x,t,A
import math
from pprint import pprint
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
```

# Tarea 2 - Ignacio Palos Reynoso

## 1. Encuentre la serie de Fourier para la función $f(t)$ definida por $f(t) = t^2$ en el intervalo $(-\pi, \pi)$, $f(t + 2\pi) = f(t)$.

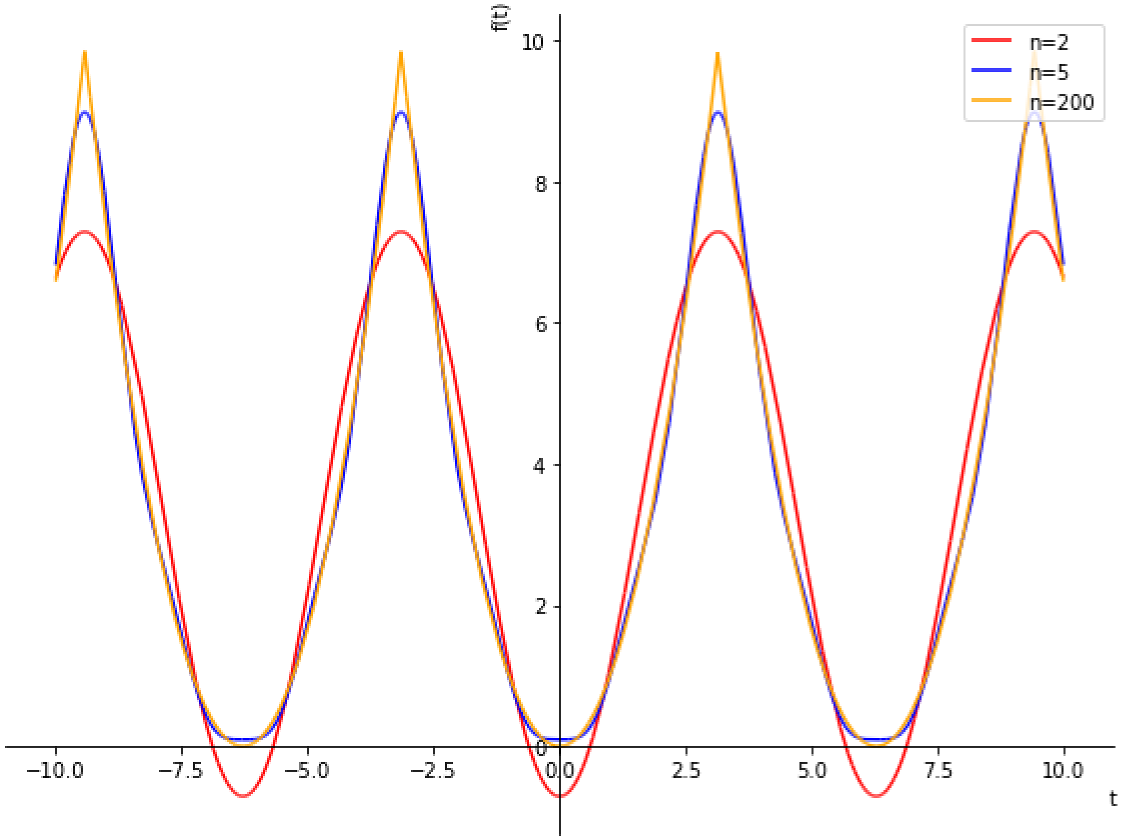
## Grafique la forma de la función original y las aproximaciones obtenidas a partir de la serie de Fourier con los 10, 50 y 200 primeros términos. Para ello puede utilizar el leguaje de programación o herramienta de cálculo de su preferencia.

In [56]:
```
s1= fourier_series(t**2,(t,-pi,pi))
s1
```

Out[56]:

$$-4\cos(t) + \cos(2t) + \frac{\pi^2}{3} + \ldots$$

In [60]:
```
s10 = plot(s1.truncate(n=2),show=False, line_color='red', label='n=2',size=(8,6), legen
s50 = plot(s1.truncate(n=5), show=False,line_color='blue', label='n=5')
s200 = plot(s1.truncate(n=200), show=False, line_color='orange', label='n=200')
s10.append(s50[0])
s10.append(s200[0])
s10.show()
```




# 2. Encuentre la serie de Fourier compleja de la función periódica sinusoide rectificada f (t) definida por:

$$f(t) = Asin(\pi t) \quad ; \quad t \in (0,1) \tag{1}$$

$$f(t+T) = f(t) \quad ; \quad T = 1 \tag{2}$$

# Para A = 1, grafique la forma de la función original y las aproximaciones obtenidas a partir de la serie de Fourier compleja con los 10, 50 y 200 primeros términos. Para ello puede utilizar el leguaje de programación o herramienta de cálculo de su preferencia.

In [50]:

```
s2 = fourier_series(sin(pi*t),(t,0,1))
```

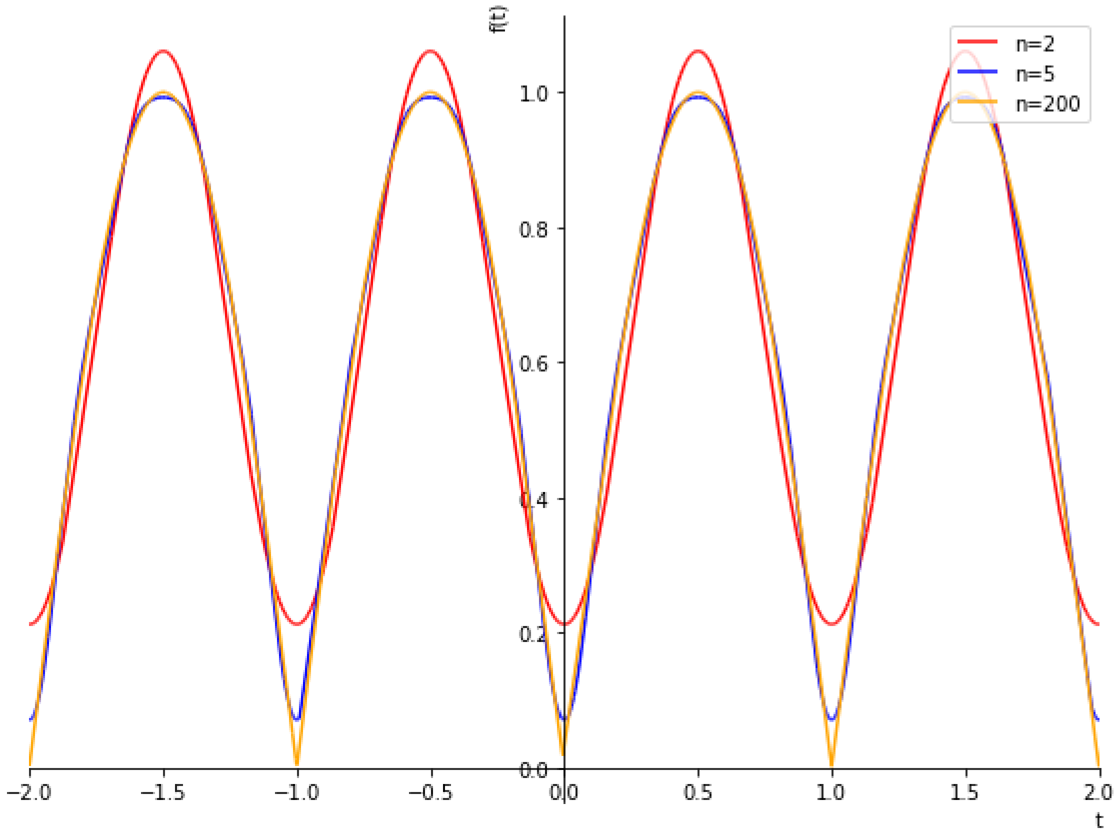
# La serie compleja de $Asin(\pi t) \quad ; \quad t \in (0,1)$ es:

$$\boxed{\frac{2}{\pi} - \frac{2A}{\pi}\sum_{n=2}^{\infty}\frac{e^{in\pi t}+e^{-in\pi t}}{(n-1)(n+1)}} \tag{3}$$

In [59]:

```
s10 = plot(s2.truncate(n=2),show=False, line_color='red', label='n=2',size=(8,6), legen
```

```
s50 = plot(s2.truncate(n=5), show=False,line_color='blue', label='n=5')
s200 = plot(s2.truncate(n=200), show=False, line_color='orange', label='n=200')
s10.append(s50[0])
s10.append(s200[0])
s10.show()
```




# 3. Demuestre que las series de Taylor de las funciones $sin(x)$, $cos(x)$ y $e^x$ son respectivamente:

$$sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} \tag{4}$$

$$cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} \tag{5}$$

$$e(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x)^n}{(n!)} \tag{6}$$

# Solución:

Tenemos que la serie de Taylor se define como:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n \tag{7}$$

entonces tenemos que:

$$\begin{aligned} sin'(x) &= cos(x) && (8)\\ cos'(x) &= -sin(X) && (9)\\ e'(x) &= e(x) && (10) \end{aligned}$$

por lo tanto, si a=0

$$sin(x) = sin(0) + \frac{cos(0)}{1!}x - \frac{sin(0)}{2!}x^2 - \frac{cos(0)}{3!}x^3 + \dots$$

$$= 0 + x + 0 - \frac{x^3}{3!} - 0 + \frac{x^5}{5!} + 0 - \frac{x^7}{7!} - \dots$$

$$sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}$$

análogamente tenemos que:

$$cos(x) = cos(0) - \frac{sin(0)}{1!}x - \frac{cos(0)}{2!}x^2 + \frac{sin(0)}{3!}x^3 - \dots \quad (11)$$

$$= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \dots \quad (12)$$

$$cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} \quad (13)$$

y finalmente:

$$e(x) = e(0) + \frac{e(0)}{1!}x + \frac{e(0)}{2!}x^2 + \frac{e(0)}{3!}x^3 \dots$$

$$= \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$e(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x)^n}{(n!)}$$

In [ ]: