UNIVERSIDAD LA SALLE

MAESTRÍA EN CIENCIAS, ÁREA CIBERTRÓNICA

Fundamentos Matemáticos para la Cibertrónica

Tarea 1

Profesor: Dr. Humberto Híjar

1. Clasifique las siguientes ecuaciones como ordinarias o parciales, indique su orden, y especifique si son lineales o no lineales. En cada caso, indentifique las variables dependientes e independientes.

   - La ecuación de Bessel (ν es una constante),

   $$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}+\left(x^2-\nu^2\right)y=0. \tag{1}$$

   - La ecuación de van der Pool (m, k, a y b son constantes),

   $$m\frac{d^2x}{dt^2}+kx=a\frac{dx}{dt}-b\left(\frac{dx}{dt}\right)^3. \tag{2}$$

   - La ecuación de onda (c es una constante),

   $$\frac{\partial^2E}{\partial t^2}=c^2\frac{\partial^2E}{\partial x^2}. \tag{3}$$

- La ley de enfriamiento de Newton (k es una constante y $A(t)$ una función específica del tiempo),

$$\frac{dT}{dt} = k\left[T - A(t)\right]. \tag{4}$$

2. Realice una pequeña investigación y explique qué fenómenos es posible describir con la solución de cada una de las ecuaciones del ejercicio anterior.

3. En 1988 la *sábana santa* fue estidiada por tres grupos de investigación independientes de Arizona, Oxford y Zurich. Éstos encontraron que las fibras de la sábana tenían alrededor del 92% del ^{14}C contenido en los organismos vivos. Calcule la antigüedad de la sábana si para el ^{14}C la vida media es de $5,600$ años.

4. Encuentre la solución general de las ecuaciones siguientes y en cada caso encuentre una solución particular que pase por el origen.

   (a)
   $$\frac{d\theta}{dt} = \sin t + \cos t. \tag{5}$$

   (b)
   $$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2 - 1}. \tag{6}$$

   Sugerencia: utilice fracciones parciales, es decir, descompoga la fracción de la izquierda en la suma de dos fracciones más simples.

   (c)
   $$\frac{dU}{dt} = 4t \ln t. \tag{7}$$

   Sugerencia: puede consultar tablas de integrales.

   (d)
   $$\frac{dz}{dx} = xe^{-2x}. \tag{8}$$

5. En el modelo logístico estudiado en clase, el tamaño de una población al tiempo t, $x(t)$, puede escribirse

$$x(t) = \frac{K}{1 + \frac{K - x_0}{x_0} e^{-rt}}, \tag{9}$$

donde x_0 es el tamaño de la población al tiempo inicial, K es la capacidad de carga y r es una constante.

Utilice los datos de los dos primeros renglones de la tabla que muestra el crecimiento de la población del Reino Unido para estimar los valores de las constantes r y K.

Año	Población
1801	$16,345646$
1851	$27,533755$
1901	$41,609091$
2001	$63,000000$

Según el modelo logístico, ¿cuál debería ser el tamaño de la población en los años de 1901 y 2001? Utilice sus valores estimados de las constantes r y K para responder esta pregunta.

Discuta cómo se compararían las predicciones del modelo logístico con las correspondientes a un modelo de Malthus para el mismo caso.