Teoria de modos acoplados e splitter 50/50

Eduardo A. V. Souza (RA 250950)[a], Ivan Prearo (RA 237215)[a]

[a]*Instituto de Física "Gleb Wataghin", Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, Brasil*

Abstract

Keywords: Guias de onda, Teoria de Modos Acoplados, Beamsplitters

1. Introdução

2. Guia de onda dielétrico infinito

2.1. Desenvolvimento teórico

2.2. Análise numérica

3. Guia de onda dielétrico retangular

3.1. Desenvolvimento teórico

3.2. Guia de onda isolado

3.3. Guias de onda acoplados

3.3.1. Coeficientes de acoplamento

As derivações desta subseção foram baseadas no capítulo 4 de **?**.

Das equações de Maxwell aplicadas em guias de onda dielétricos, tem-se que

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{\tilde{E}} = -j\omega\mu_0 \vec{\tilde{H}} \\ \vec{\nabla} \times \vec{\tilde{H}} = j\omega\epsilon_0 N^2_{(x,y)} \vec{\tilde{E}} \end{cases} \tag{1}$$

As mesmas equações para dois guias de onda distintos podem ser escritas como

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{\tilde{E}}_p = -j\omega\mu_0 \vec{\tilde{H}}_p \\ \vec{\nabla} \times \vec{\tilde{H}}_p = j\omega\varepsilon_0 N^2_p \vec{\tilde{E}}_p \end{cases}, \tag{2}$$

onde $p = 1, 2$ distingue os campos eletromagnéticos de cada guia de onda isolado. A dependência de N $(\vec{\tilde{E}}, \vec{\tilde{H}})$ em x, y (x, y, z) foi emitida por motivos de simplificação, mas deve-se atentar a este fato para as equações seguintes, onde esses termos serão integrados no espaço.

Assumindo que os modos guiados pelos dois guias formam uma base completa da solução conjunta, podemos escrever o campo total como sendo a superposição dos campos eletromagnéticos isolados

$$\begin{cases} \vec{\tilde{E}} = A_{(z)} \vec{\tilde{E}}_1 + B_{(z)} \vec{\tilde{E}}_2 \\ \vec{\tilde{H}} = A_{(z)} \vec{\tilde{H}}_1 + B_{(z)} \vec{\tilde{H}}_2 \end{cases} \tag{3}$$

Usando as equações 1 e 3 chegamos em

$$\begin{cases} \dfrac{dA}{dz} \hat{z} \times \vec{\tilde{E}}_1 + \dfrac{dB}{dz} \hat{z} \times \vec{\tilde{E}}_2 = 0 \\ \dfrac{dA}{dz} \hat{z} \times \vec{\tilde{H}}_1 - j\omega\varepsilon_0 \left(N^2 - N_1^2\right) A \vec{\tilde{E}}_1 \\ \qquad + \dfrac{dB}{dz} \hat{z} \times \vec{\tilde{H}}_2 - j\omega\varepsilon_0 \left(N^2 - N_2^2\right) B \vec{\tilde{E}}_2 = 0 \end{cases} \tag{4}$$

E estes resultados podem ser utilizados nas seguintes equações integrais:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\vec{\tilde{E}}_p^*\cdot(4a)-\vec{\tilde{H}}_p^*\cdot(4b)\right]dxdy=0 \tag{5}$$

Onde (4a) e (4b) referem-se ao lado esquerdo da primeira e segunda linha da Eq. 4, respectivamente. Definindo I_p como o integrando da equação acima, é encontrado

$$\begin{aligned}I_p=&-\frac{dA}{dz}\hat{z}\cdot\left(\vec{\tilde{E}}_p^*\times\vec{\tilde{H}}_1+\vec{\tilde{E}}_1\times\vec{\tilde{H}}_p^*\right)\\&-\frac{dB}{dz}\hat{z}\cdot\left(\vec{\tilde{E}}_p^*\times\vec{\tilde{H}}_2+\vec{\tilde{E}}_2\times\vec{\tilde{H}}_p^*\right)\\&-j\omega\varepsilon_0A\left(N^2-N_1^2\right)\vec{\tilde{E}}_p^*\cdot\vec{\tilde{E}}_1\\&-j\omega\varepsilon_0B\left(N^2-N_2^2\right)\vec{\tilde{E}}_p^*\cdot\vec{\tilde{E}}_2\end{aligned} \tag{6}$$

Ainda é possível separar a componente da direção de propagação nos campos eletromagnéticos, ou seja,

$$\begin{cases}\vec{\tilde{E}}_p=\vec{E}_pe^{-i\beta_pz}\\\vec{\tilde{H}}_p=\vec{H}_pe^{-i\beta_pz}\end{cases}$$

Portanto, ao substituir a Eq. 6 e dividir por $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{z}\cdot\left(\vec{\tilde{E}}_p^*\times\vec{\tilde{H}}_p+\vec{\tilde{E}}_p\times\vec{\tilde{H}}_p^*\right)dxdy$, pode-se escrever a Eq. 5 para $p=1$ como

$$\begin{cases}\dfrac{dA}{dz}+\dfrac{dB}{dz}e^{-j(\beta_2-\beta_1)z}\dfrac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{z}\cdot\left(\vec{E}_1^*\times\vec{H}_2+\vec{E}_2\times\vec{H}_1^*\right)dxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{z}\cdot\left(\vec{E}_1^*\times\vec{H}_1+\vec{E}_1\times\vec{H}_1^*\right)dxdy}\\ \qquad+jA\dfrac{\omega\varepsilon_0\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(N^2-N_1^2\right)\vec{E}_1^*\cdot\vec{E}_1dxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{z}\cdot\left(\vec{E}_1^*\times\vec{H}_1+\vec{E}_1\times\vec{H}_1^*\right)dxdy}\\ \qquad+jBe^{-j(\beta_2-\beta_1)z}\dfrac{\omega\varepsilon_0\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(N^2-N_2^2\right)\vec{E}_1^*\cdot\vec{E}_2dxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{z}\cdot\left(\vec{E}_1^*\times\vec{H}_1+\vec{E}_1\times\vec{H}_1^*\right)dxdy}=0\end{cases} \tag{7}$$

definindo os coeficientes de acoplamento

$$\begin{cases}c_{pq}\equiv\dfrac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{z}\cdot\left[\vec{E}_p^*\times\vec{H}_q+\vec{E}_q\times\vec{H}_p^*\right]dxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{z}\cdot\left(\vec{\tilde{E}}_p^*\times\vec{\tilde{H}}_p+\vec{\tilde{E}}_p\times\vec{\tilde{H}}_p^*\right)dxdy}\\\chi_p\equiv\dfrac{\omega\varepsilon_0\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(N^2-N_p^2\right)\vec{E}_p^*\cdot\vec{E}_pdxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{z}\cdot\left(\vec{\tilde{E}}_p^*\times\vec{\tilde{H}}_p+\vec{\tilde{E}}_p\times\vec{\tilde{H}}_p^*\right)dxdy}\\\kappa_{pq}\equiv\dfrac{\omega\varepsilon_0\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(N^2-N_q^2\right)\vec{E}_p^*\cdot\vec{E}_qdxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{z}\cdot\left(\vec{\tilde{E}}_p^*\times\vec{\tilde{H}}_p+\vec{\tilde{E}}_p\times\vec{\tilde{H}}_p^*\right)dxdy}\end{cases} \tag{8}$$

Tem-se que a Eq. 7 é simplificada como

$$\frac{dA}{dz}+c_{12}\frac{dB}{dz}e^{-j\Delta\beta z}+j\chi_1A+j\kappa_{12}Be^{-j\Delta\beta z}=0 \tag{9}$$

onde $\Delta\beta\equiv\beta_2-\beta_1$. De maneira análoga, a partir da Eq. 5, mas com $p=2$ obetém-se

$$\frac{dB}{dz}+c_{21}\frac{dA}{dz}e^{-j\Delta\beta z}+j\chi_2B+j\kappa_{21}Ae^{-j\Delta\beta z}=0 \tag{10}$$

4. Conclusão

Referências Bibliográficas

Apêndice