Teoria de modos acoplados e splitter 50/50

Eduardo A. V. Souza (RA 250950)[a], Ivan Prearo (RA 237215)[a]

[a]*Instituto de Física "Gleb Wataghin", Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, Brasil*

Abstract

Neste trabalho, foi explorado o design de um beamsplitter 50/50 composto por um sistema acoplado de dois guias de onda. Primeiramente, foi efetuada uma pré-análise para a escolha do material dos guias individuais e suas dimensões, visando o guiamento de poucos modos, além de escolher um gap entre os guias de modo a ter região de sobreposição considerável entre as ondas viajantes. Em seguida, houve a derivação matemática das contantes de acoplamento e da equação regedora do sistema acoplado. Por fim, foram propostos dois designs para o beamsplitter, o segundo demonstrando maior robustez quanto a variação de comprimento de onda de incidência.

Keywords: Guias de onda, Teoria de Modos Acoplados, Beamsplitter

1. Introdução

Nesta seção, objetiva-se descrever a investigação realizada para a escolha do material e dos parâmetros geométricos dos guias de onda pertencentes ao sistema acoplado. Inicialmente, foram considerados SiO_2 e TiO_2 como possíveis materiais, em razão de suas reconhecidas aplicações em circuitos fotônicos integrados (PIC).Também foram escolhidos por suas relações de dispersão [1]. Em geral, SiO_2 e TiO_2 são usados em guias de onda de baixo e alto confinamento de luz, respectivamente.

Com o COMSOL, foram simulados os guias individuais para ambos materiais, e de fato o guia de TiO_2 apresenta modos mais confinados. Após, foi simulado o guia acoplado considerando núcleos de SiO_2 idênticos ($w_{core} = 6\mu$ e $t_{core} = 2\mu m$), pois este material apresentou região de sobreposição maior. Para estas simulações foi utilizado o gap de $0.5\mu m$ já que valores menores podem apresentar dificuldade de fabricação e valores maiores reduzem a interação entre os guias de maneira significativa.

2. Desenvolvimento teórico

As derivações desta seção foram baseadas no capítulo 4 de [2]. Das equações de Maxwell aplicadas em guias de onda dielétricos, tem-se que

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{\tilde{E}} = -j\omega\mu_0 \vec{\tilde{H}} \\ \vec{\nabla} \times \vec{\tilde{H}} = j\omega\epsilon_0 N^2_{(x,y)} \vec{\tilde{E}} \end{cases} \tag{1}$$

As mesmas equações para dois guias de onda distintos podem ser escritas como

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{\tilde{E}}_p = -j\omega\mu_0 \vec{\tilde{H}}_p \\ \vec{\nabla} \times \vec{\tilde{H}}_p = j\omega\varepsilon_0 N_p^2 \vec{\tilde{E}}_p \end{cases}, \tag{2}$$

em que $p = 1, 2$ distingue os campos eletromagnéticos de cada guia de onda isolado. A dependência de N $(\vec{\tilde{E}}, \vec{\tilde{H}})$ em x, y (x, y, z) foi emitida por motivos de simplificação, mas deve-se atentar a este fato para as equações seguintes, onde esses termos serão integrados no espaço.

Assumindo que os modos guiados pelos dois guias formam uma base completa da solução conjunta, pode-se escrever o campo total como sendo a superposição dos campos eletromagnéticos isolados

$$\begin{cases} \vec{\tilde{E}} = A_{(z)}\vec{\tilde{E}}_1 + B_{(z)}\vec{\tilde{E}}_2 \\ \vec{\tilde{H}} = A_{(z)}\vec{\tilde{H}}_1 + B_{(z)}\vec{\tilde{H}}_2 \end{cases} \tag{3}$$

Usando as equações (1) e (3) chega-se em

$$\begin{cases} \dfrac{dA}{dz}\hat{z} \times \vec{\tilde{E}}_1 + \dfrac{dB}{dz}\hat{z} \times \vec{\tilde{E}}_2 = 0 \\ \dfrac{dA}{dz}\hat{z} \times \vec{\tilde{H}}_1 - j\omega\varepsilon_0 \left(N^2 - N_1^2\right) A\vec{\tilde{E}}_1 \\ \qquad + \dfrac{dB}{dz}\hat{z} \times \vec{\tilde{H}}_2 - j\omega\varepsilon_0 \left(N^2 - N_2^2\right) B\vec{\tilde{E}}_2 = 0 \end{cases} \tag{4}$$

E estes resultados podem ser utilizados nas seguintes equações integrais.

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \left[\vec{\tilde{E}}_p^* \cdot (4b) - \vec{\tilde{H}}_p^* \cdot (4a)\right] dxdy = 0 \tag{5}$$

em que (4)-a e (4)-b referem-se ao lado esquerdo da primeira e segunda linha da Eq. (4), respectivamente. Definindo I_p como o integrando da equação acima, é encontrado

$$\begin{aligned} I_p = &- \frac{dA}{dz}\hat{z} \cdot \left(\vec{\tilde{E}}_p^* \times \vec{\tilde{H}}_1 + \vec{\tilde{E}}_1 \times \vec{\tilde{H}}_p^*\right) \\ &- \frac{dB}{dz}\hat{z} \cdot \left(\vec{\tilde{E}}_p^* \times \vec{\tilde{H}}_2 + \vec{\tilde{E}}_2 \times \vec{\tilde{H}}_p^*\right) \\ &- j\omega\varepsilon_0 A \left(N^2 - N_1^2\right) \vec{\tilde{E}}_p^* \cdot \vec{\tilde{E}}_1 \\ &- j\omega\varepsilon_0 B \left(N^2 - N_2^2\right) \vec{\tilde{E}}_p^* \cdot \vec{\tilde{E}}_2 \end{aligned} \tag{6}$$

Ainda é possível separar a componente da direção de propagação nos campos eletromagnéticos, ou seja,

$$\begin{cases} \vec{\tilde{E}}_p = \vec{E}_p e^{-i\beta_p z} \\ \vec{\tilde{H}}_p = \vec{H}_p e^{-i\beta_p z} \end{cases}$$

Portanto, ao substituir a Eq. (6) e dividir por $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{z} \cdot \left(\vec{\tilde{E}}_p^* \times \vec{\tilde{H}}_p + \vec{\tilde{E}}_p \times \vec{\tilde{H}}_p^*\right) dxdy$, pode-se escrever a Eq. (5) para $p = 1$ como

$$\begin{aligned} &\frac{dA}{dz} + \frac{dB}{dz} e^{-j(\beta_2-\beta_1)z} \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{z} \cdot \left(\vec{E}_1^* \times \vec{H}_2 + \vec{E}_2 \times \vec{H}_1^*\right) dxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{z} \cdot \left(\vec{E}_1^* \times \vec{H}_1 + \vec{E}_1 \times \vec{H}_1^*\right) dxdy} \\ &\quad + jA \frac{\omega\varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \left(N^2 - N_1^2\right) \vec{E}_1^* \cdot \vec{E}_1 dxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{z} \cdot \left(\vec{E}_1^* \times \vec{H}_1 + \vec{E}_1 \times \vec{H}_1^*\right) dxdy} \\ &\quad + jBe^{-j(\beta_2-\beta_1)z} \frac{\omega\varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \left(N^2 - N_2^2\right) \vec{E}_1^* \cdot \vec{E}_2 dxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{z} \cdot \left(\vec{E}_1^* \times \vec{H}_1 + \vec{E}_1 \times \vec{H}_1^*\right) dxdy} = 0 \end{aligned} \tag{7}$$

definindo os coeficientes de acoplamento

$$\begin{cases} c_{pq} \equiv \dfrac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{z}\cdot\left[\vec{E}_p^*\times\vec{H}_q+\vec{E}_q\times\vec{H}_p^*\right]dxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{z}\cdot\left(\vec{\tilde{E}}_p^*\times\vec{\tilde{H}}_p+\vec{\tilde{E}}_p\times\vec{\tilde{H}}_p^*\right)dxdy} \\ \chi_p \equiv \dfrac{\omega\varepsilon_0\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(N^2-N_p^2\right)\vec{E}_p^*\cdot\vec{E}_p dxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{z}\cdot\left(\vec{\tilde{E}}_p^*\times\vec{\tilde{H}}_p+\vec{\tilde{E}}_p\times\vec{\tilde{H}}_p^*\right)dxdy} \\ \kappa_{pq} \equiv \dfrac{\omega\varepsilon_0\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(N^2-N_q^2\right)\vec{E}_p^*\cdot\vec{E}_q dxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{z}\cdot\left(\vec{\tilde{E}}_p^*\times\vec{\tilde{H}}_p+\vec{\tilde{E}}_p\times\vec{\tilde{H}}_p^*\right)dxdy} \end{cases} \tag{8}$$

tem-se que Eq. (7) é simplificada como

$$\frac{dA}{dz}+c_{12}\frac{dB}{dz}e^{-j\Delta\beta z}+j\chi_1 A+j\kappa_{12}Be^{-j\Delta\beta z}=0 \tag{9}$$

sendo $\Delta\beta \equiv \beta_2-\beta_1$. De maneira análoga, a partir de Eq. (5), mas com $p=2$ obetem-se

$$\frac{dB}{dz}+c_{21}\frac{dA}{dz}e^{-j\Delta\beta z}+j\chi_2 B+j\kappa_{21}Ae^{-j\Delta\beta z}=0 \tag{10}$$

3. Beamsplitter 50/50

Nesta seção, serão discutidos os dois casos para o beamsplitter 50/50, (i) guias idênticos com $w_{core,j}=6\mu m$ e $t_{core,j}=2\mu m$ e (ii) o segundo guia tem o dobro da largura do primeiro, i.e. $w_{core,2}=2w_{core,1}=6\mu m$. Para ambos os casos, foi usado um domínio restante de ar definido por $w_{clad}=30\mu m$ e $t_{clad}=15\mu m$.

Primeiramente, foi realizado um estudo visual variando o gap d entre os guias idênticos, e foi escolhido o valor $d=0.5\mu m$, por apresentar região de sobreposição considerada e por gaps menores apresentarem maior dificuldade de fabricação. Para as análises subsequentes, é importante saber distinguir os supermodos par e ímpar de mesma, para facilitar esta identificação foi feito o gráfico da componente transversal $\vec{E}_t$. Se o sentido de $\vec{E}_t$ for idêntica em ambos guias este é um supermodo par, e se for oposta se trata de um supermodo ímpar.

Em seguida, foram calculados os coeficientes de acoplamento direto (butt coupling), acoplamento inter-modo e o atraso de fase devido a presença de outro guia com o auxílio do COMSOL. Estes coeficientes foram calculados considerando o acoplamento do modo fundamental do guia 1 com os modos fundamental, de primeira e segunda ordem no guia 2. O mesmo cálculo foi realizado para o caso (ii), e os valores estão dispostos em Tab. 1. Os cálculos de coeficientes de acoplamento foi realizado pela simulação de guias individualmente e em conjunto no COMSOL. Para esses valores que apresentavam parte imaginária, notou-se que a componente real tinha magnitude muito maior. Por conta disso, a Tab. 1 apresenta apenas o valor absoluto da componente real.

Percebemos que o acoplamento do modo fundamental para outro de ordem par é mais eficiente para o caso (i), já para o caso (ii) o acoplamento do modo fundamental para o de segunda ordem é tão baixo quanto para um modo ímpar.

Outro fator que foi calculado é o comprimento de interação para se obter a total transferência de potência de um guia pra o outro, denominado L_c. Este comprimento

$\|\Re(C_{12})\|$	$\|\chi_{11}\|[m^{-1}]$	$\|\Re(\kappa_{12})\|[m^{-1}]$
0.0073	$1.0890 \cdot 10^5$	3366.5
$\sim 10^{-7}$	$1.0890 \cdot 10^5$	0.5
0.0154	$1.0890 \cdot 10^5$	7207.3

(a) Caso (i).

$\|\Re(C_{12})\|$	$\|\chi_{11}\|[m^{-1}]$	$\|\Re(\kappa_{12})\|[m^{-1}]$
0.0169	$1.6146 \cdot 10^5$	6830
$\sim 10^{-6}$	$1.6146 \cdot 10^5$	2
$\sim 10^{-6}$	$1.6146 \cdot 10^5$	3

(b) Caso (ii).

Tabela 1: Coeficientes de acoplamento para casos (i) e (ii). Valores para acoplamentos dos modos (0,0), (0,1) e (0,2) em ordem de linha na tabela.

característico é dado por $L_c = \frac{\pi}{\Delta\beta}$ sendo $\Delta\beta \equiv \beta_{par} - \beta_{mpar}$. Estas constantes de propagação são calculadas diretamente na simulação do COMSOL para os guias acoplados.

Tendo L_c para determinado comprimento de onda, a eficiência de acoplamento é dada por $\eta = L_{int}/L_c$. Para o caso (i), $L_c(1.55\mu m) = 968.7\mu m$. Se for considerado então $L_{int} = 484.4\mu m$, terá uma eficiência de acoplamento de 50%. Foi observado que $\eta(1.50\mu m) = 45.2\%$ e $\eta(1.60\mu m) = 54.5\%$, ou seja uma variação de eficiência de $\pm 5\%$ em um span de apenas $100nm$.

Considerando o caso (ii), no qual $L_c(1.55\mu m) = 176.1$ e tomando $L_{int} = 88.1\mu m$ para obter $\eta(1.55\mu m) = 50\%$, notou-se que $\eta(1.40\mu m) = 49.1$ e $\eta(1.70\mu m) = 49.7$, correspondendo a uma variação de eficiência de menos de $\pm 2\%$ em um intervalo de $300nm$. Ou seja, este design é vantajoso para beamsplitters 50/50 bombeados por fontes de banda mais larga.

4. Conclusão

Neste estudo foram feitas as investigações do número de modos e da forma dos campos para guias de onda feitos de SiO_2 e TiO_2 com o auxílio das ferramentas Python e COMSOL. Por meio da derivação dos coeficientes de acoplamento foi possível, além de projetar dois casos de beamsplitter 50/50, analisar seus parâmetros de acoplamento entre os dois guias. Por último, foi analisada a sensibilidade da eficiência de acoplamento com o comprimento de onda de entrada e com a variação no comprimento de interação, sendo o caso em que o segundo guia apresenta o dobro da largura do primeiro o que apresenta menor variação de eficiência de acoplamento com λ de entrada.

Os códigos desenvolvidos, arquivos de simulações feitas no COMSOL e relatórios produzidos durante este trabalho encontram-se disponíveis *online* em [3].

Referências

[1] G. Ghosh, *Refractive Index of Silicon Dioxide (SiO_2)*, RefractiveIndex.INFO database, 1999.

[2] K. Okamoto, *Fundamentals of Optical Waveguides*, Elsevier, 2021.

[3] I. Prearo, E. Souza, *OptSim*, `github.com/IPrearo/OptSim`. Acessado em setembro de 2025.