PERTEMUAN 05
TRANSFORMASI 2D DAN 3D

ADHI PRAHARA

Teknik Informatika. Fakultas Teknologi Industri

Universitas Ahmad Dahlan

CAPAIAN PEMBELAJARAN

Mahasiswa mampu:

- Menjelaskan tentang konsep transformasi 2D dan 3D
- Menjelaskan tentang jenis-jenis transformasi 2D dan 3D
- Menjelaskan perhitungan koordinat dan transformasi 2D dan 3D

KONSEP TRANSFORMASI

Transformasi : mengubah posisi

Transformasi dasar :

- Translasi 2D dan 3D
- Scaling 2D dan 3D
- Rotasi 2D dan 3D
- Shear 2D dan 3D

REPRESENTASI MATRIKS

- Aplikasi grafis memerlukan transformasi geometri : animasi
- Animasi tidak hanya menggunakan satu macam transformasi

- Misalnya obyek akan di-scaling lalu dirotasi lalu ditranslasi
- Cara manual:
  - Koordinat awal -> scaling -> rotasi -> translasi -> koordinat baru

- Memakai representasi matriks:
  - Representasi matriks = scaling * rotasi * translasi
  - Koordinat awal -> representasi matriks -> koordinat baru

TRANSLASI

- Merubah posisi benda dari koordinat yang satu ke koordinat yang lain
- Dilakukan dengan menambahkan jarak translasi (t_x, t_y) pada posisi awal (x, y) untuk memindahkan benda ke posisi baru (x', y')

$$x' = x + t_x$$

$$y' = y + t_y$$

- Jarak translasi (t_x, t_y) disebut juga vektor translasi atau vektor perpindahan

MATRIKS TRANSLASI 2D

- Koordinat homogen untuk translasi:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Atau

$$P' = T(t_x, t_y) \cdot P$$

- Inverse translasi dapat dilakukan dengan mengubah (t_x, t_y) menjadi $(-t_x, -t_y)$

CONTOH

Ada garis dengan titik awal $A(1,1)$ dan titik akhir $B(2,3)$
Translasikan garis tersebut dengan vector translasi $T(2,2)$
Jawab:

- Sebelum translasi : $A(1,1)$ dan $B(2,3)$
- Setelah translasi :
- $A' = T \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$
- $B' = T \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$
- Jadi koordinat setelah translasi $A'(3,3)$ dan $B'(4,5)$

TRANSLASI 3D

- Mengubah posisi benda dari koordinat satu ke koordinat yang lain
- Dilakukan dengan menambahkan jarak translasi (t_x, t_y, t_z) pada posisi awal (x, y, z) untuk memindahkan benda ke posisi baru (x', y', z')
- Jarak translasi (t_x, t_y, t_z) disebut juga vektor translasi atau vektor perpindahan
- Rumus Translasi 3D:

$$x' = x + t_x$$
$$y' = y + t_y$$
$$z' = z + t_z$$

MATRIKS TRANSLASI 3D

- Dapat dirumuskan :

$$P' = T \cdot P$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

INVERSE MATRIKS TRANSLASI 3D

- Dapat dirumuskan :

$$T^{-1}(t_x, t_y, t_z) = T(-t_x, -t_y, -t_z)$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -t_x \\ 0 & 1 & 0 & -t_y \\ 0 & 0 & 1 & -t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}$$

CONTOH

Ada garis dengan titik awal $A(1,1,1)$ dan titik akhir $B(2,3,2)$
Translasikan garis tersebut dengan vector translasi $T(2,2,1)$
Jawab:

- $A' = T \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- $B' = T \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$
- Jadi koordinat setelah translasi $A'(3,3,2)$ dan $B'(4,5,3)$

SCALING

- Mengubah ukuran obyek
- Dilakukan dengan mengalikan factor skala (s_x, s_y) pada posisi awal (x, y) untuk menghasilkan ukuran baru pada koordinat (x', y')

$$x' = x \cdot s_x$$

$$y' = y \cdot s_y$$

- Faktor skala s_x men-skala-kan obyek ke arah sumbu x
- Faktor skala s_y men-skala-kan obyek ke arak sumbu y

MATRIKS SCALING 2D

- Koordinat homogen untuk scaling:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Atau

$$P' = S(s_x, s_y) \cdot P$$

- Inverse scaling dapat dilakukan dengan mengubah (s_x, s_y) menjadi $(\frac{1}{s_x}, \frac{1}{s_y})$

CONTOH

Ada garis dengan titik awal $A(1,1)$ dan titik akhir $B(2,3)$
Skala-kan garis tersebut dengan factor skala $S(2,2)$
Jawab:

- Sebelum scaling : $A(1,1)$ dan $B(2,3)$
- Setelah scaling :
- $A' = S \cdot A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- $B' = S \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$
- Jadi koordinat setelah scaling $A'(2,2)$ dan $B'(4,6)$

SCALING 3D

- Mengubah ukuran obyek
- Dilakukan dengan mengalikan factor skala (s_x, s_y, s_z) pada posisi awal (x, y, z) untuk menghasilkan ukuran baru pada koordinat (x', y', z')
- Faktor skala s_x men-skala-kan obyek ke arah sumbu x
- Faktor skala s_y men-skala-kan obyek ke arah sumbu y
- Faktor skala s_z men-skala-kan obyek ke arah sumbu z
- Rumus scaling :

$$x' = x \cdot s_x$$
$$y' = y \cdot s_y$$
$$z' = z \cdot s_z$$

MATRIKS SCALING 3D

- Dapat dirumuskan :

$$P' = S \cdot P$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

INVERSE SCALING 3D

- Dapat dirumuskan :

$$S^{-1}(s_x, s_y, s_z) = S\left(\frac{1}{s_x}, \frac{1}{s_y}, \frac{1}{s_z}\right)$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}$$

CONTOH

Ada garis dengan titik awal $A(1,1,1)$ dan titik akhir $B(2,3,2)$

Skala-kan garis tersebut dengan factor skala $S(2,2,1)$

Jawab:

- $A' = S \cdot A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
- $B' = S \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- Jadi koordinat setelah translasi $A'(2,2,1)$ dan $B'(4,6,2)$

SCALING 3D AT FIXED POINT

- Caranya :
  - Translasi obyek sehingga titik tetap scaling ada di koordinat asal / origin
  - Scaling obyek terhadap koordinat asal
  - Translasi kan kembali obyek ke titik tetap
- Bila titik tetap (x_f, y_f, z_f)
- Dapat dirumuskan :

$$P' = T(x_f, y_f, z_f) \cdot S(s_x, s_y, s_z) \cdot T(-x_f, -y_f, -z_f) \cdot P$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & (1 - s_x)x_f \\ 0 & s_y & 0 & (1 - s_y)y_f \\ 0 & 0 & s_z & (1 - s_z)z_f \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

CONTOH

Ada garis dengan titik awal $A(1,1,1)$ dan titik akhir $B(2,3,2)$

Skala-kan garis tersebut dengan factor skala $S(2,2,1)$ dan titik tetap $F(1,1,1)$

Jawab:

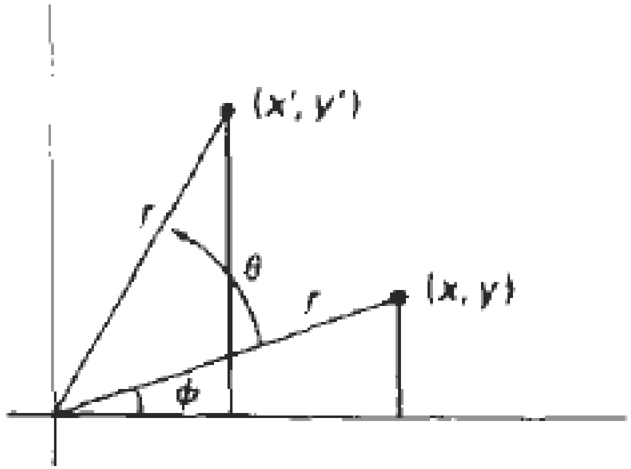
- $A' = S \cdot A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & (1-2)1 \\ 0 & 2 & 0 & (1-2)1 \\ 0 & 0 & 1 & (1-1)1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

- $B' = S \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & (1-2)1 \\ 0 & 2 & 0 & (1-2)1 \\ 0 & 0 & 1 & (1-1)1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
- Jadi koordinat setelah translasi $A'(1,1,1)$ dan $B'(3,5,1)$

ROTASI

- Mengubah posisi terhadap jalur melingkar pada bidang x-y
- Dilakukan dengan menentukan sudut rotasi θ dan titik rotasi (rotation point / pivot point) (x, y) untuk menghasilkan posisi baru pada koordinat (x', y')
- Bila $\theta > 0$: rotasi berlawanan jarum jam
- Bila $\theta < 0$: rotasi searah jarum jam

ROTASI



Bila

- r : jarak titik ke origin / titik asal
- ϕ : sudut posisi angular titik dari sumbu horizontal
- θ : sudut rotasi

Maka

- $x' = r\cos(\phi + \theta) = r\cos\phi\cos\theta - r\sin\phi\sin\theta$
- $y' = r\sin(\phi + \theta) = r\cos\phi\, sin\,\theta + r\sin\phi\cos\theta$

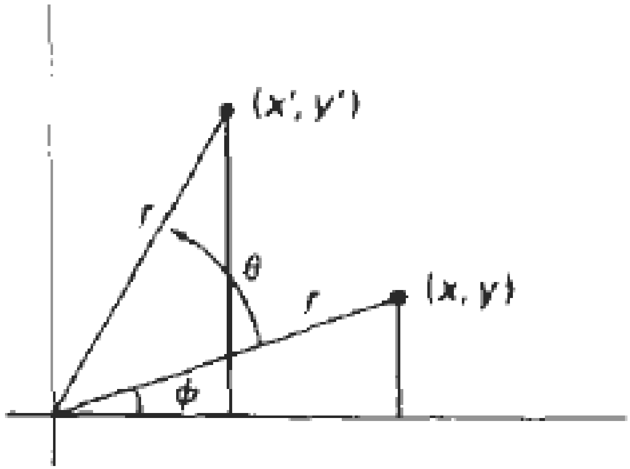
ROTASI

Koordinat awal

- $x = r\cos\phi$
- $y = r\sin\phi$

Dapat diubah

- $x' = x\cos\theta - y\sin\theta$
- $y' = x\sin\theta + y\cos\theta$



MATRIKS ROTASI 2D

- Koordinat homogen untuk translasi:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Atau

$$P' = R(\theta) \cdot P$$

- Inverse rotasi dapat dilakukan dengan mengubah θ menjadi $-\theta$

CONTOH

Ada garis dengan titik awal $A(1,1)$ dan titik akhir $B(2,3)$

Rotasikan garis tersebut dengan sudut rotasi $\theta = 30°$

Jawab:

- Sebelum rotasi : $A(1,1)$ dan $B(2,3)$
- Setelah rotasi :
- $A' = R \cdot A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ 1 \end{bmatrix}$
- $B' = R \cdot B = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} - \frac{3}{2} \\ 1 + \frac{3}{2}\sqrt{3} \\ 1 \end{bmatrix}$
- Jadi koordinat setelah rotasi $A'(\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3})$ dan $B'(\sqrt{3} - \frac{3}{2}, 1 + \frac{3}{2}\sqrt{3})$

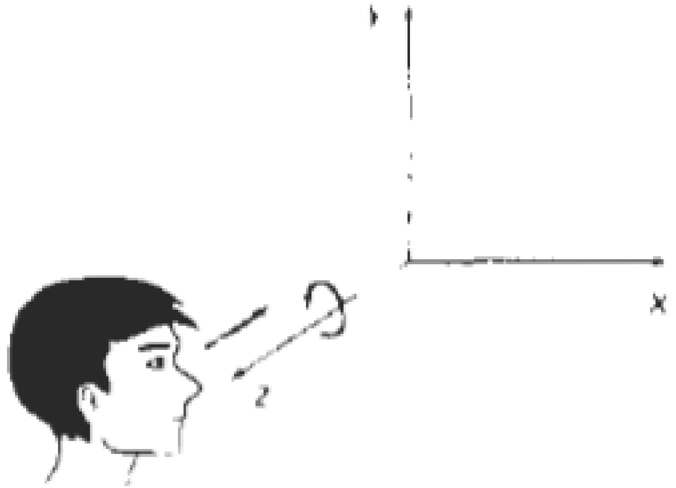
ROTASI 3D

- Mengubah posisi terhadap jalur melingkar pada bidang x-y-z
- Dilakukan dengan menentukan sudut rotasi θ dan titik rotasi (rotation point / pivot point) (x, y, z) untuk menghasilkan posisi baru pada koordinat (x', y', z')
- Bila $\theta > 0$: rotasi berlawanan jarum jam
- Bila $\theta < 0$: rotasi searah jarum jam

ROTASI 3D SUMBU-Z

- $x' = x\cos\theta - y\sin\theta$
- $y' = x\sin\theta + y\cos\theta$
- $z' = z$

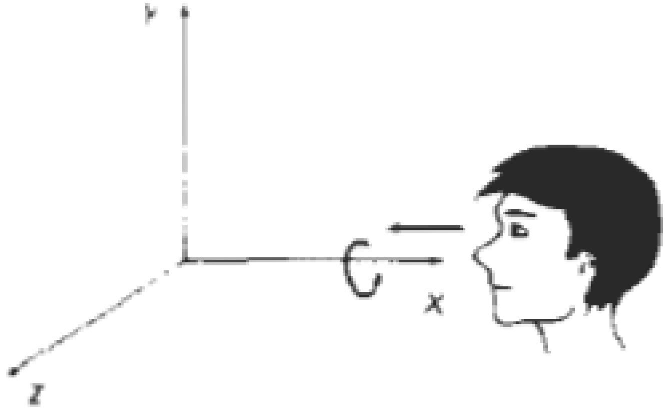
- Atau $P' = R_z(\theta)\cdot P$
- $\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$



ROTASI 3D SUMBU-X

- $x' = x$
- $y' = y\cos\theta - z\sin\theta$
- $z' = y\sin\theta + z\cos\theta$

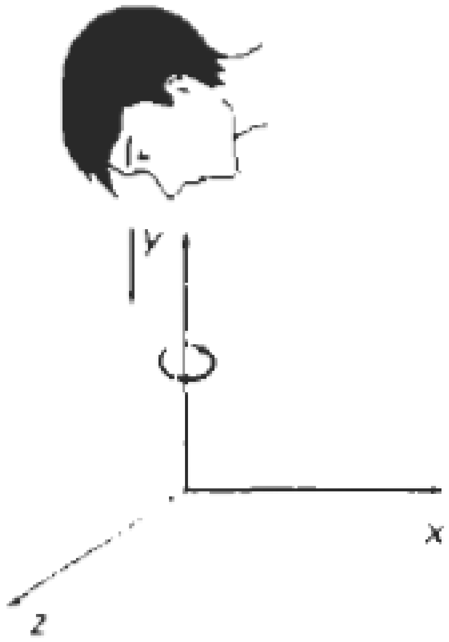
- Atau $P' = R_x(\theta) \cdot P$
- $\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$



ROTASI 3D SUMBU-Y

- $x' = z \sin\theta + x \cos\theta$
- $y' = y$
- $z' = z \cos\theta - x \sin\theta$

- Atau $P' = R_y(\theta) \cdot P$
- $\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$



INVERSE ROTASI

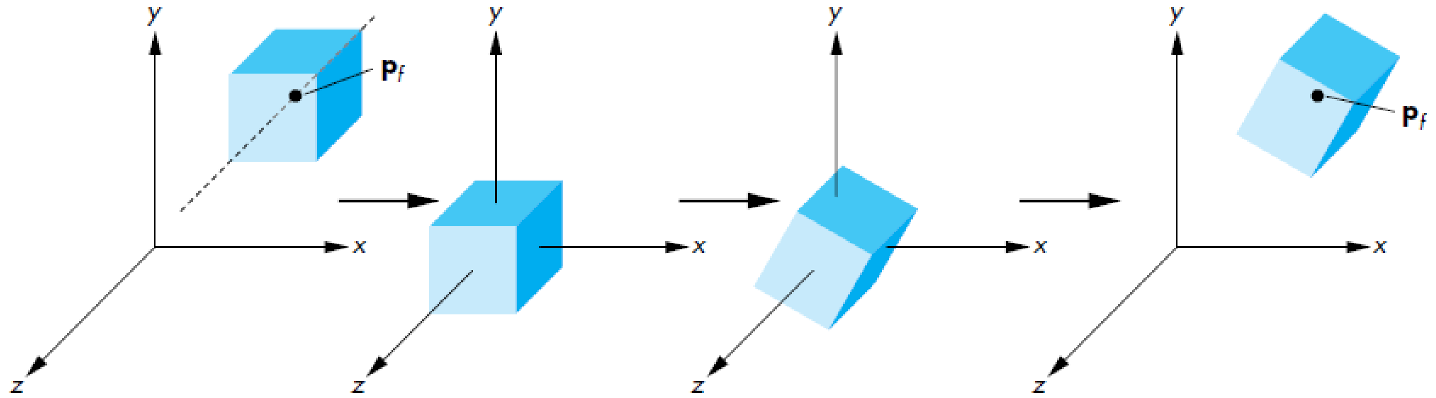
- Inverse rotasi dilakukan dengan mengubah tanda θ

$$R^{-1}(\theta) = R(-\theta)$$

ROTASI 3D AT FIXED POINT

Caranya :

- Translasikan obyek sehingga titik rotasi dipindah ke titik asal / origin
- Rotasikan obyek terhadap titik asal
- Translasikan kembali obyek ke titik rotasi semula



ROTASI 3D AT FIXED POINT

- Misal rotasi terhadap sumbu-z dengan titik tetap (x_f, y_f, z_f)
- Dapat dirumuskan matriks rotasinya :

$$M_z = T(x_f, y_f, z_f) \cdot R_z(\theta) \cdot T(-x_f, -y_f, -z_f)$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$M_z = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & x_f - x_f\cos\theta + y_f\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & y_f - x_f\sin\theta - y_f\cos\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ROTASI 3D AT FIXED POINT

- Misal rotasi terhadap sumbu-x dengan titik tetap (x_f, y_f, z_f)
- Dapat dirumuskan matriks rotasinya :

$$M_x = T(x_f, y_f, z_f) \cdot R_x(\theta) \cdot T(-x_f, -y_f, -z_f)$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$M_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & y_f - y_f\cos\theta + z_f\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & z_f - y_f\sin\theta - z_f\cos\theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ROTASI 3D AT FIXED POINT

- Misal rotasi terhadap sumbu-y dengan titik tetap (x_f, y_f, z_f)
- Dapat dirumuskan matriks rotasinya :

$$M_y = T(x_f, y_f, z_f) \cdot R_y(\theta) \cdot T(-x_f, -y_f, -z_f)$$

- Apabila dituliskan dalam koordinat homogen:

$$M_y = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & x_f - x_f\cos\theta - z_f\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & z_f + x_f\sin\theta - z_f\cos\theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

CONTOH

Ada garis dengan titik awal $A(1,1,1)$ dan titik akhir $B(2,3,2)$

Rotasikan garis tersebut dengan sudut rotasi $\theta = 30°$ terhadap sumbu-Z

Jawab:

- $A' = R_z \cdot A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

- $B' = R_z \cdot B = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} - \frac{3}{2} \\ 1 + \frac{3}{2}\sqrt{3} \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

- Jadi koordinat setelah rotasi $A'(\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}, 1)$ dan $B'(\sqrt{3} - \frac{3}{2}, 1 + \frac{3}{2}\sqrt{3}, 2)$

TRANSFORMASI KOMPOSIT : TRANSLASI

- Membuat urutan transformasi menjadi satu bentuk matriks
- Bila diaplikasikan 2 translasi secara berurutan maka :

$$P' = \left[T(t_{x2}, t_{y2}) \cdot T(t_{x1}, t_{y1})\right] \cdot P$$

- Bentuk matriksnya:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & t_{x2} \\ 0 & 1 & t_{y2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_{x1} \\ 0 & 1 & t_{y1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_{x1} + t_{x2} \\ 0 & 1 & t_{y1} + t_{y2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Atau

$$T(t_{x2}, t_{y2}) \cdot T(t_{x1}, t_{y1}) = T(t_{x1} + t_{x2}, t_{y1} + t_{y2})$$

TRANSFORMASI KOMPOSIT : ROTASI

- Bila diaplikasikan 2 rotasi secara berurutan maka :

$$P' = [R(\theta_2) \cdot R(\theta_1)] \cdot P$$

- Atau

$$P' = R(\theta_1 + \theta_2) \cdot P$$

TRANSFORMASI KOMPOSIT : SCALING

- Bila diaplikasikan 2 scaling secara berurutan maka :

$$P' = \left[S(s_{x2}, s_{y2}) \cdot S(s_{x1}, s_{y1})\right] \cdot P$$

- Bentuk matriksnya:

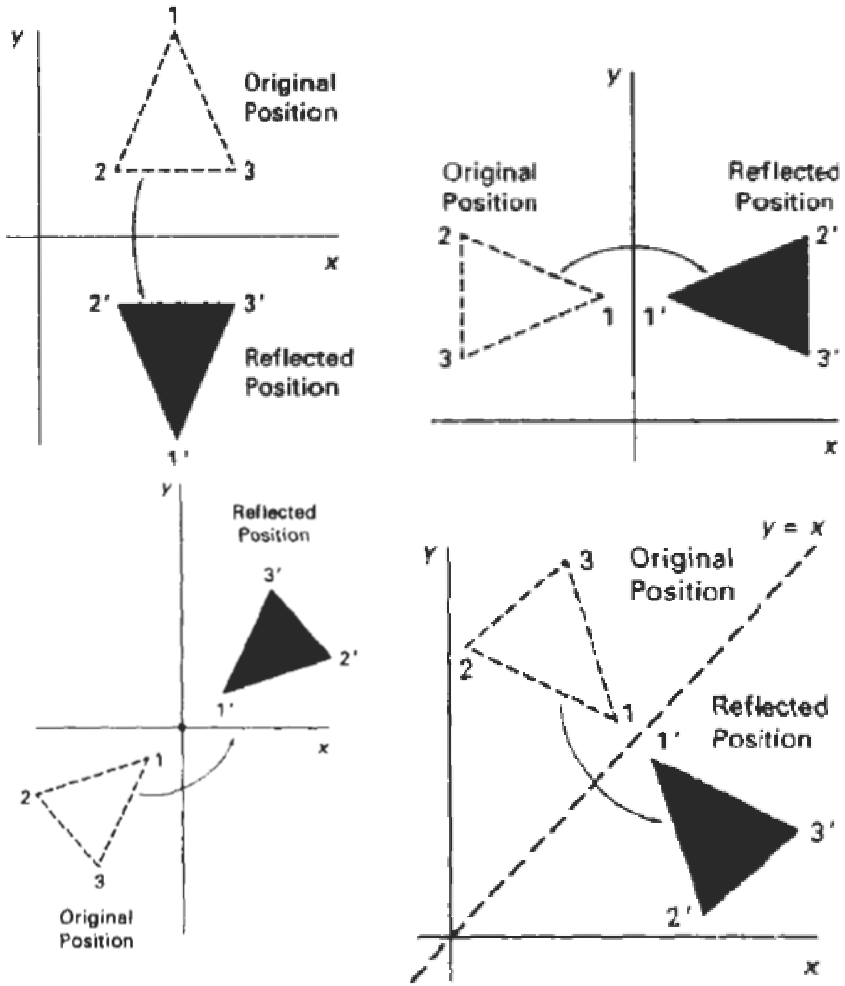
$$\begin{bmatrix} s_{x2} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_{x1} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{x1} \cdot s_{x2} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y1} \cdot s_{y2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Atau

$$S(s_{x2}, s_{y2}) \cdot S(s_{x1}, s_{y1}) = S(s_{x1} \cdot s_{x2}, s_{y1} \cdot s_{y2})$$

REFLEKSI 2D

- Matriks refleksi terhadap sumbu x
- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Matriks refleksi terhadap sumbu y
- $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Matriks refleksi terhadap origin
- $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Matriks reflesi terhadap y=x
- $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$



REFLEKSI 3D

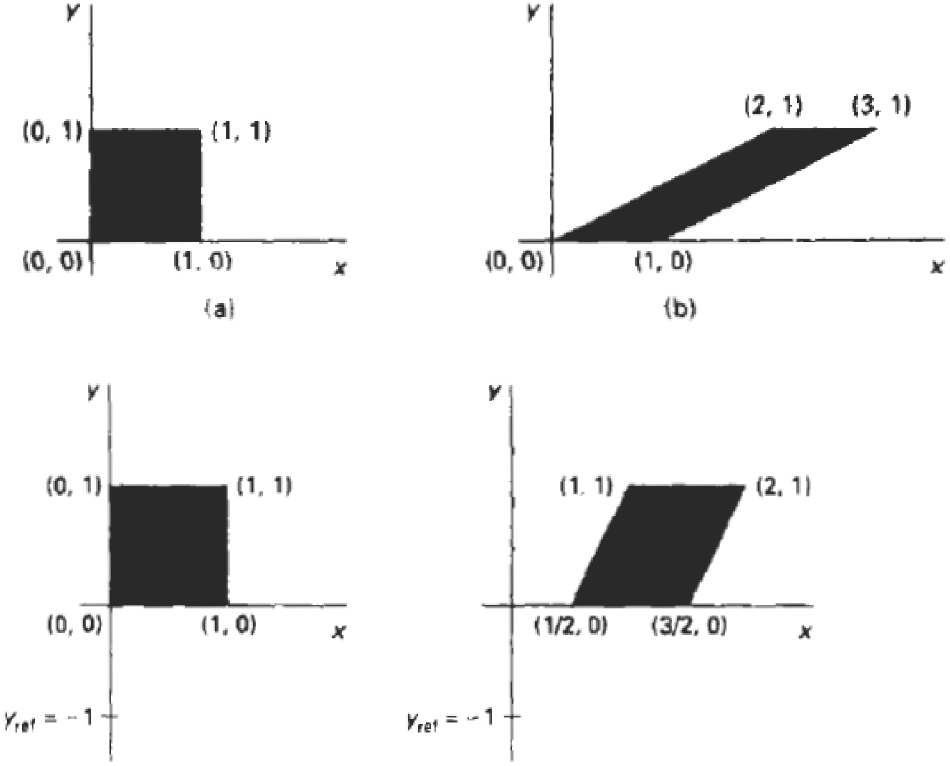
- Matriks refleksi terhadap bidang x-y
- $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Matriks refleksi terhadap bidang y-z
- $M = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Matriks refleksi terhadap bidang x-z

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

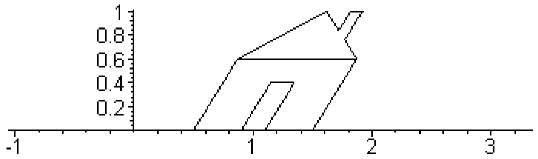
SHEAR

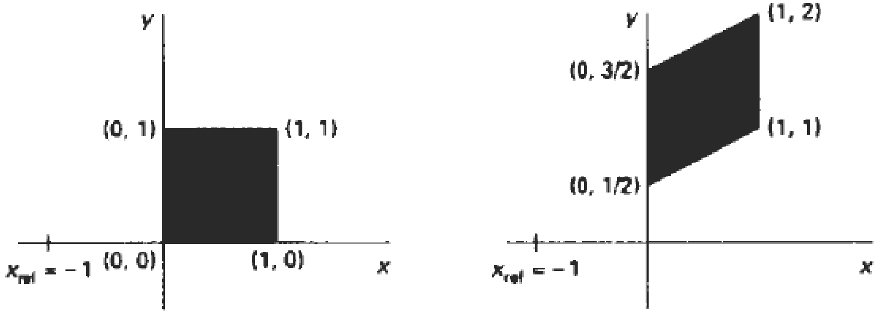
- Shear ada 2 : kearah sumbu x dan sumbu y
- Shear kearah sumbu x
- $\begin{bmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $x' = x + sh_x \cdot y$
- $y' = y$
- Shear kearah sumbu x terhadap garis referensi y_{ref}
- $\begin{bmatrix} 1 & sh_x & -sh_x \cdot y_{ref} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $x' = x + sh_x(y - y_{ref})$
- $y' = y$



SHEAR

- Shear kearah sumbu y
- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ sh_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $x' = x'$
- $y' = sh_y + y$
- Shear kearah sumbu x terhadap garis referensi y_{ref}
- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ sh_y & 1 & -sh_y \cdot x_{ref} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $x' = x'$
- $y' = sh_y(x - x_{ref}) + y$
- Contoh shear dengan $sh_y = \frac{1}{2}$ dan $x_{ref} = -1$





SHEAR 3D

- Shear 3D di bidang x-y

- $$SH_{x-y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Shear 3D di bidang y-z

- $$SH_{y-z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 0 \\ c & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Shear 3D di bidang x-z

$$SH_{x-z} = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$