

# Pertemuan 3

---

## Transformasi 2 D

# Transformasi 2D

---

- ❑ scan konversi : objek  $\rightarrow$  primitif  $\rightarrow$  pixel
  - ❑ Transformasi 2 objek : objek  $\rightarrow$  objek
  - ❑ Dalam 2D, primitif yang mungkin adalah titik, garis, poligon
  - ❑ Untuk mengetahui tentang transformasi dibutuhkan dasar aljabar vektor
-

# vector

---

- Vector adalah suatu n-tuple bilangan

$$r = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Aturan untuk penambahan

$$r + s = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + s_1 \\ r_2 + s_2 \\ r_3 + s_3 \end{bmatrix}.$$

- Penamban vector bersifat komutatif

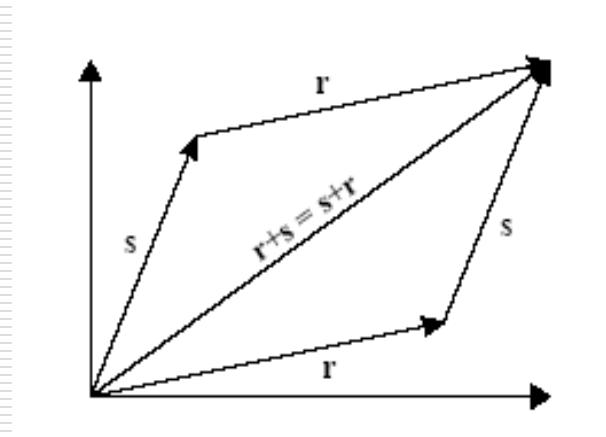
$$r + s = s + r.$$

---

---

## □ Perkalian skalar

$$a\mathbf{r} = a \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ar_1 \\ ar_2 \\ ar_3 \end{bmatrix}$$



# Dot product/inner product

---

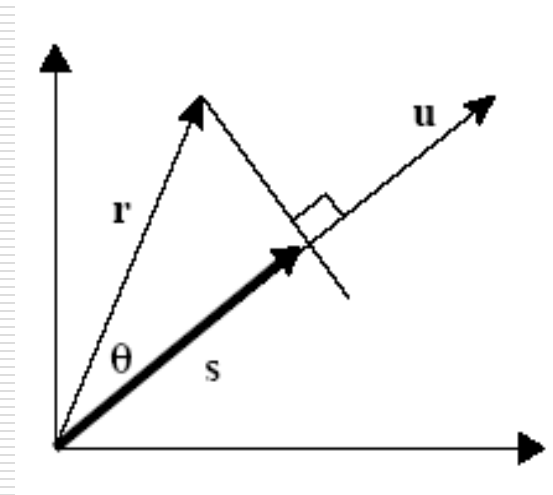
□ Panjang vector  $r \rightarrow \|r\|$   
dan nilainya adalah  $\sqrt{r \cdot r}$ .

□ sudut antara dua  
vectornya

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{r \cdot s}{\|r\| \|s\|} \right)$$

□ Dot product

$$\|s\| = \|r\| \cos(\theta) = \|r\| \left( \frac{r \cdot u}{\|r\| \|u\|} \right) = r \cdot u$$



# Matriks

---

- Contoh matriks ukuran A 3 x3

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{bmatrix}$$

- Perkalian matriks

$$\begin{matrix} m \\ \boxed{A} \\ n \end{matrix} * \begin{matrix} p \\ \boxed{B} \\ m \end{matrix} = \begin{matrix} p \\ \boxed{C} \\ n \end{matrix}$$

- Transformasi matriks A

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \end{bmatrix} \Rightarrow A' = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} \\ a_{1,3} & a_{2,3} \end{bmatrix}$$

---

# Translasi

---

□ Terdapat  $t_x$  dan  $t_y$ , merupakan vector translasi arah sumbu  $x$  dan  $y$ .

□ Koordinat baru translasinya

$$x' = x + t_x$$

$$y' = y + t_y$$

□ Transformasi dalam bentuk matriks

$$P = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad P' = \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix}$$

□ Translasi dua dimensi dalam bentuk matriks

$$P' = P + T$$

---

# Contoh Translasi 2D

---

- Misalkan terdapat suatu objek segitiga dengan koordinatnya masing-masing adalah  $A(10,10)$ ,  $B(30,10)$ ,  $C(10,30)$  dengan vector translasinya adalah  $(10,20)$ .
  - Setelah ditranslasikan maka akan didapatkan  $A'(20,30)$ ,  $B'(40,30)$ ,  $C'(20,50)$ .
-



# Scaling

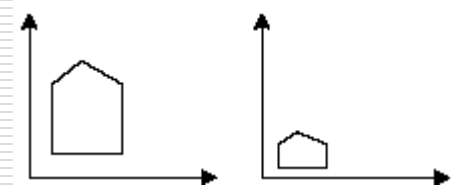
---

- Scaling adalah perkalian suatu objek dengan skalar tertentu. Misalkan terdapat suatu titik  $r(x,y)$  dan skaling matriks  $S$ , dimana :

$$S = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix}$$

- $r^* = Sr$ , dimana  $s_x \rightarrow$  scaling sumbu  $x$  dan  $s_y \rightarrow$  scaling sumbu  $y$ . Lokasi titik baru:

$$x' = x \cdot s_x$$
$$y' = y \cdot s_y$$



Gambar. Scaling

# Contoh Scaling

---

- Misalkan terdapat suatu objek segi empat dengan koordinat  $A(10,10)$ ,  $B(30,10)$ ,  $C(30,20)$ , dan  $D(10,20)$  di-scaling dengan factor scaling  $(3,2)$ ,
  - maka akan dihasilkan  $A'(30,20)$ ,  $B'(90,20)$ ,  $C'(90,40)$ , dan  $D'(30,40)$ .
-

# Rotasi

---

- ❑ Rotasi dua dimensi pada suatu objek akan memindahkan objek tersebut menurut garis melingkar.
  - ❑ Perlu sudut rotasi  $\theta$  dan pivot point  $(x_p, y_p)$  atau titik rotasi dimana objek tersebut dirotasi
  - ❑ Nilai positif dari sudut rotasi menentukan arah rotasi berlawanan dengan jarum jam, demikian sebaliknya nilai negative akan memutar objek searah dengan jarum jam
  - ❑  $r$  menyatakan jarak konstan dari titik pusat. Sedangkan sudut  $\phi$  adalah sudut posisi suatu titik dengan sumbu horizontal, sedangkan sudut  $\theta$  adalah sudut rotasi.
-

- 
- menggunakan persamaan sudut geometri maka didapatkan persamaan :

$$x' = r \cos(\phi + \theta) = r \cos \phi \cos \theta - r \sin \phi \sin \theta$$

$$y' = r \sin(\phi + \theta) = r \cos \phi \sin \theta + r \sin \phi \cos \theta$$

- Koordinat Polar:  $x = r \cos \phi$        $y = r \sin \phi$

- Dengan substitusi diperoleh:  $x' = x \cos \theta - y \sin \theta$   
 $y' = x \sin \theta + y \cos \theta$

- Rotasi dari asal dengan menggunakan sudut  $\theta$  dapat juga didefinisikan dalam bentuk matriks

$P' = R \cdot P$ , dimana

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

---

# Contoh Rotasi

---

- **Rotasi** suatu titik terhadap pivot point  $(x_p, y_p)$  dengan menggunakan bentuk trigonometri, secara umum dapat dituliskan sebagai:

$$x' = x_p + (x - x_p) \cos \theta - (y - y_p) \sin \theta$$

$$y' = y_p + (x - x_p) \sin \theta + (y - y_p) \cos \theta$$

- Misalkan terdapat suatu segitiga dengan koordinat  $A(10,10)$ ,  $B(30,10)$ ,  $C(10,30)$ , sudut rotasinya adalah  $30^\circ$  terhadap titik pusat koordinat Cartesian  $(10,10)$ , menggunakan penghitungan koordinat hasil rotasi akan didapatkan  $A'(10,10)$ ,  $B'(28,20)$ ,  $C'(10,24)$ .
-