

PERTEMUAN 2

FUNGSI DAN JENIS FUNGSI

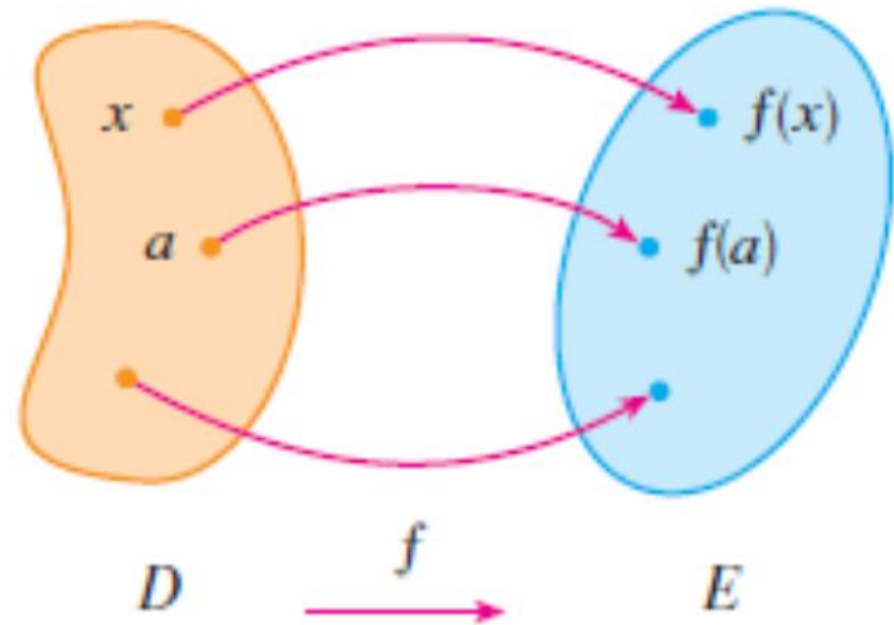
Teknik informatika
Universitas Ahmad Dahlan

FUNGSI

Sebuah **fungsi f** adalah suatu padanan yang menghubungkan tiap **objek x** dalam 1 himpunan, yang disebut **daerah asal (domain)**, dengan sebuah nilai unik $f(x)$ dari himpunan hasil yang disebut **daerah hasil (codomain/range)** fungsi tersebut.

Himpunan D disebut daerah asal atau daerah definisi ditulis D_f

Himpunan E disebut daerah hasil atau daerah nilai ditulis R_f



Notasi Fungsi

Untuk memberi nama fungsi digunakan huruf tunggal seperti ***f*** (atau ***g***, atau ***F***), maka $f(x)$ menunjukkan nilai yang diberikan oleh f kepada x .

Misal :

$$f(x) = x^3 - 4$$

Maka :

$$f(2) = (2)^3 - 4 = 4$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 4 = -5$$

$$f(a) = (a)^3 - 4$$

$$f(a + h) = (a + h)^3 - 4 = a^3 + 3a^2h + 3ah^2 + h^3 - 4$$

1. Jika $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x}$ maka tentukan

a) $f(-1)$

b) $f(x + 2)$

c) $f\left(\frac{1}{x}\right)$

2. Untuk $f(x) = 2x^2 - 1$, cari dan sederhanakan $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$!

3. Untuk $f(x) = 3x^2 - 4x + 3$, cari dan sederhanakan $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$!

Domain dan Range

Daerah asal (domain) fungsi f ditulis D_f didefinisikan sebagai

$$D_f = \{ x \in \mathbb{R} : f(x) \text{ ada (terdefinisisikan)} \}$$

D_f adalah himpunan x dalam bilangan real sehingga nilai $f(x)$ terdefinisikan / ada.

Daerah hasil (Range) f ditulis R_f dan didefinisikan sebagai :

$$R_f = \{ f(x) | x \in D_f \}$$

R_f adalah himpunan semua hasil untuk setiap $x \in D_f$

- Contoh:

Carilah domain dan range dari fungsi berikut :

- $f(x) = \frac{1}{4x+3}$

Supaya f terdefinisikan dengan baik, maka $4x + 3 \neq 0$, sehingga $x \neq -\frac{3}{4}$

$$\text{Jadi } D_f = \left\{ x \mid x \neq -\frac{3}{4}, x \in \mathbb{R} \right\}$$

$$f(x) = \frac{1}{4x+3} = \frac{a}{b} \text{ dengan } a = 1 \neq 0 \text{ dan } b = 4x + 3 \neq 0 \text{ sehingga}$$
$$f(x) = y = \frac{a}{b} \neq 0$$

$$\text{Jadi } R_f = \{ y \mid y \neq 0, y \in \mathbb{R} \}$$

Contoh

- Tentukan daerah asal alami (natural domain) dari tiap fungsi berikut ini

a) $f(x) = \frac{4}{x-1}$

b) $F(x) = \sqrt{9-x^2}$

c) $G(x) = \frac{5}{\sqrt{x^2-5x+6}}$

Jawab :

a) $f(x) = \frac{4}{x-1}$; supaya $f(x)$ bernilai real maka $x - 1 \neq 0$ atau $x \neq 1$

Jadi, $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ dan } x \neq 1\}$

b) $F(x) = \sqrt{9 - x^2}$; supaya $F(x)$ bernilai real maka

$$9 - x^2 \geq 0$$

$$x^2 - 9 \leq 0$$

$$(x + 3)(x - 3) \leq 0 \quad -3 \leq x \leq 3$$

Jadi, $D_F = \{x \mid -3 \leq x \leq 3; x \in \mathbb{R}\}$

c) $G(x) = \frac{5}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$; supaya $G(x)$ bernilai real maka

$$x^2 - 5x + 6 > 0$$

$$(x - 2)(x - 3) > 0$$

$$x < 2 \text{ atau } x > 3$$

Jadi, $D_G = \{x \mid x < 2 \text{ atau } x > 3; x \in \mathbb{R}\}$

FUNGSI KOMPOSISI

Fungsi komposisi merupakan penggabungan operasi dua jenis fungsi $f(x)$ dan $g(x)$ sehingga menghasilkan sebuah fungsi baru.

Operasi fungsi komposisi biasa dilambangkan dengan "o"

Fungsi baru yang dapat terbentuk dari $f(x)$ dan $g(x)$ adalah:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Di dalam fungsi komposisi tidak berlaku sifat komutatif

$$(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$$

CONTOH

Diketahui dua buah fungsi f dan g yang didefinisikan $f(x) = 2x - 3$ dan $g(x) = \sqrt{x}$. Tentukan $Z(x)$ jika $f = g \circ f$ dan daerah definisi dari Z .

Jawab

$$D_f = \mathbb{R}$$
$$D_g = [0, \infty)$$

Jadi daerah definisi dari Z adalah himpunan semua bilangan real dengan $f(x) = 2x - 3 \geq 0$ sehingga menjadi :

$$Z(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x))$$
$$Z(x) = g(2x - 3) = \sqrt{2x - 3}$$
$$D_Z = \{x \mid 2x - 3 \geq 0\} = [3/2, \infty)$$

1. Fungsi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ditentukan $f(x) = 4x - 1$ dan $g(x) = 2x$.

Tentukan :

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ f)(x)$

Jawab :

a) $f(x) = 4x - 1$

$$f(g(x)) = 4.g(x) - 1$$

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= 4(2x) - 1 \\ &= 8x - 1\end{aligned}$$

b) $g(x) = 2x$

$$g(f(x)) = 2.f(x)$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= 2(4x - 1) \\ &= 8x - 2\end{aligned}$$

Latihan

1. Jika $f(x) = x^2 + 2$ dan $g(x) = \frac{2}{(x-1)}$ hitunglah :

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ f)(x)$

2. Jika $f(x) = 2x + 3$ dan $g(x) = x^2 + 3x - 5$ hitunglah :

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ f)(x)$

JENIS FUNGSI

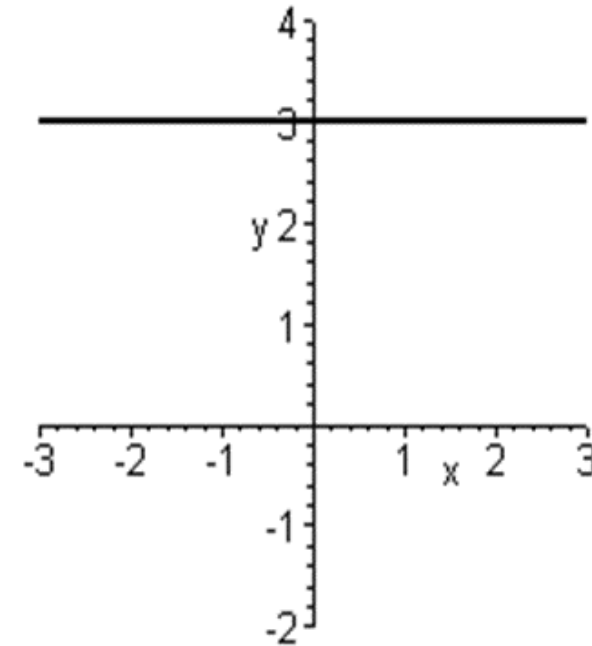
- Fungsi konstan
- Fungsi polynomial
- Fungsi pangkat
- Fungsi rasional
- Fungsi trigonometri
- Fungsi eksponensial

FUNGSI KONSTAN

Fungsi konstan $f(x) = c$, dengan c suatu bilangan real disebut fungsi konstan dengan nilai c

Grafik fungsi konstan berupa garis lurus yang sejajar dengan sumbu-x

Contoh: $f(x) = 3$



FUNGSI POLINOMIAL

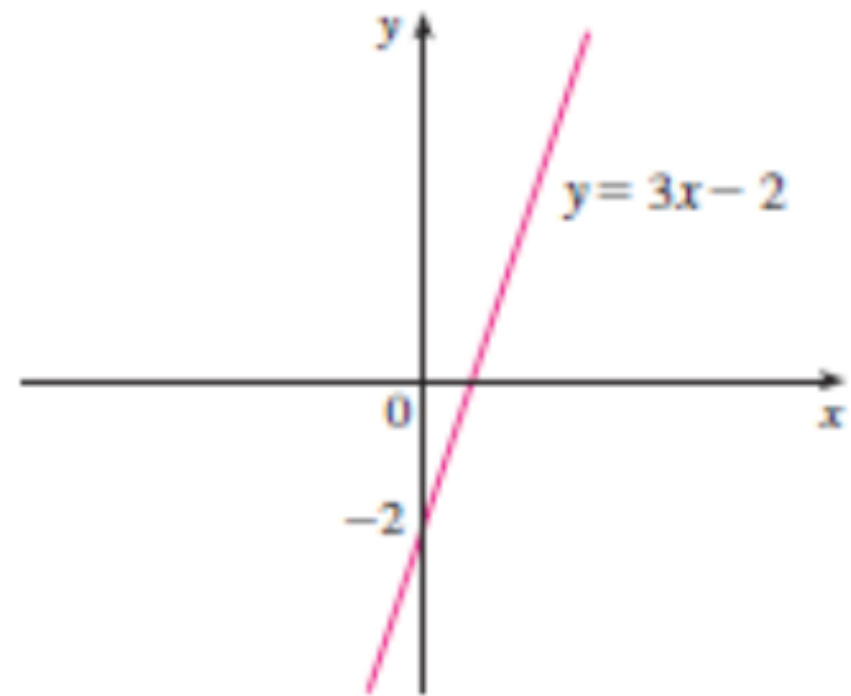
Fungsi polinomial atau polinom berderajat n dengan n bilangan asli, didefinisikan oleh persamaan :

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

Dimana a_0, a_1, \dots, a_n bilangan-bilangan real dan a tidak sama dengan 0

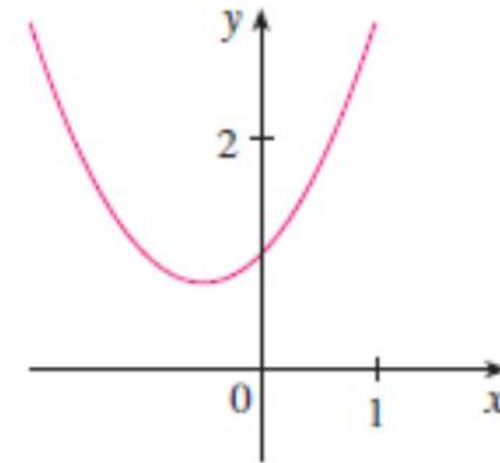
Contoh :

$f(x) = 3x - 2$ disebut polinom berderajat 1 atau disebut fungsi linear



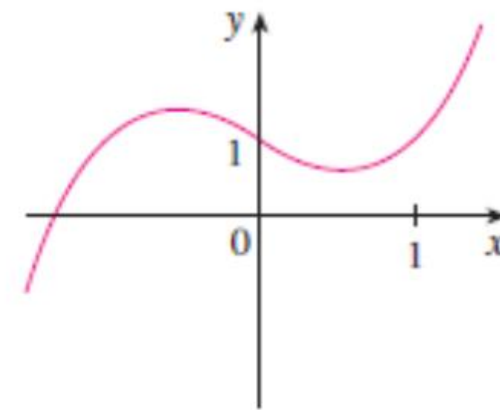
FUNGSI POLINOMIAL

$g(x) = x^2 + x + 1$ disebut
polinom berderajat 2 atau disebut
fungsi kuadrat



(a) $y = x^2 + x + 1$

$h(x) = x^3 - x + 1$ disebut
polinom berderajat 3 atau disebut
fungsi kubik

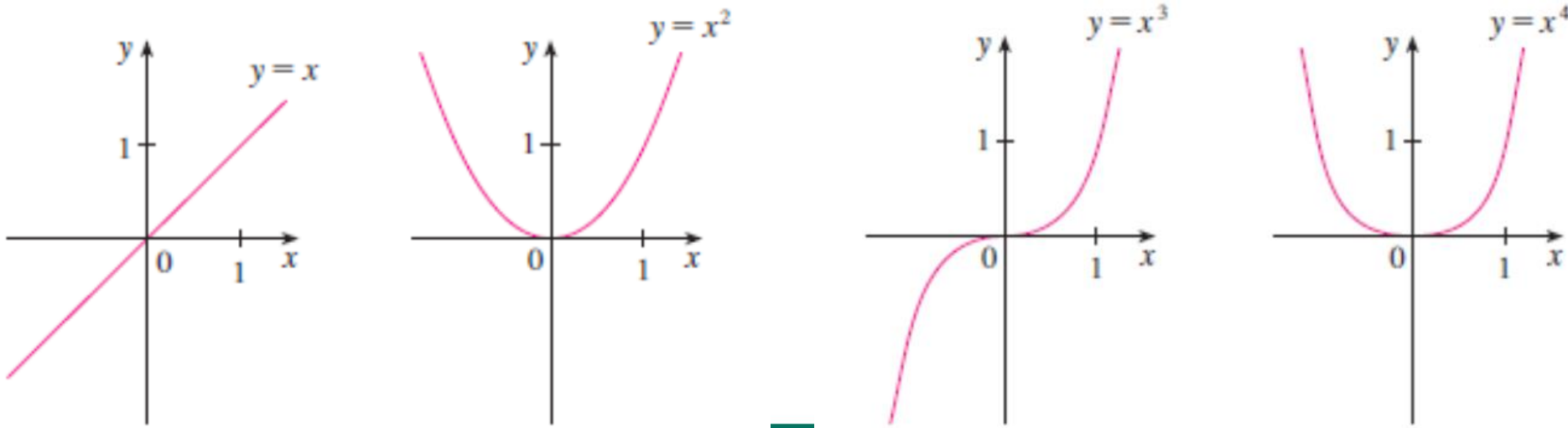


(a) $y = x^3 - x + 1$

FUNGSI PANGKAT

Fungsi yang direpresentasikan dalam bentuk $f(x) = x^a$, dengan a adalah konstanta

$a = n$, dimana n adalah bilangan bulat positif



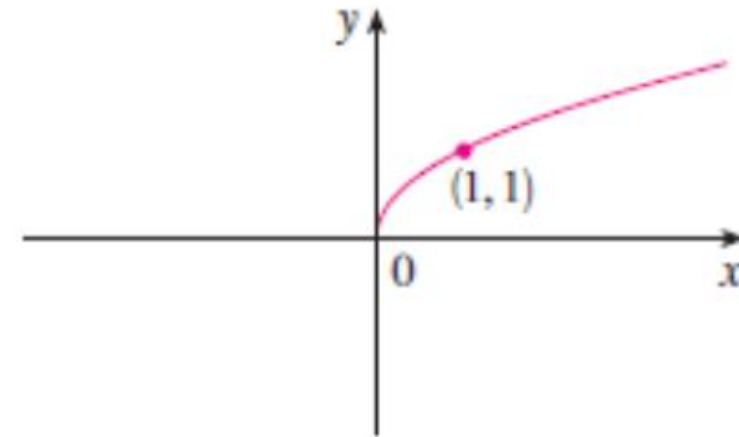
FUNGSI PANGKAT

$a = \frac{1}{n}$, dimana n adalah bilangan bulat positif

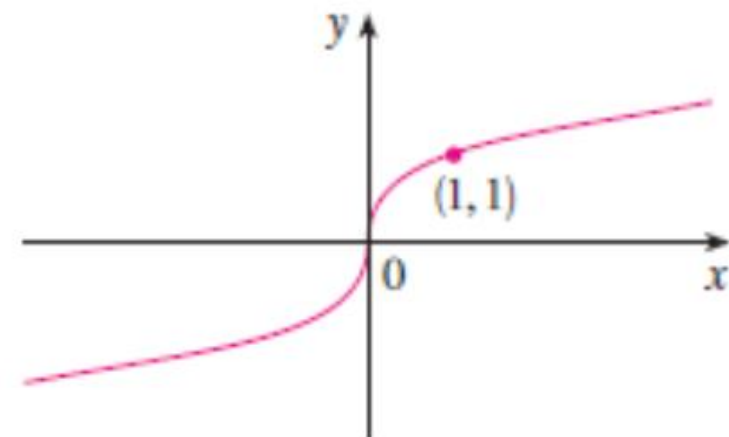
$f(x) = x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$ merupakan fungsi akar

$$a = -1$$

$$f(x) = x^{-1} = \frac{1}{x}$$



(a) $f(x) = \sqrt{x}$



(b) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

FUNGSI RASIONAL

Fungsi rasional $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ jika $q(x) \neq 0$

Fungsi f disebut fungsi rasional jika f dinyatakan sebagai pembagian dua fungsi polinom

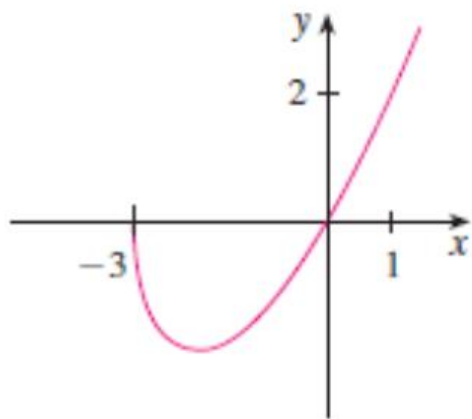
Contoh :

- $f(x) = \frac{x^5 - 2x^3 + 1}{x^2 - 4}$
- $g(x) = \frac{x}{x+1}$

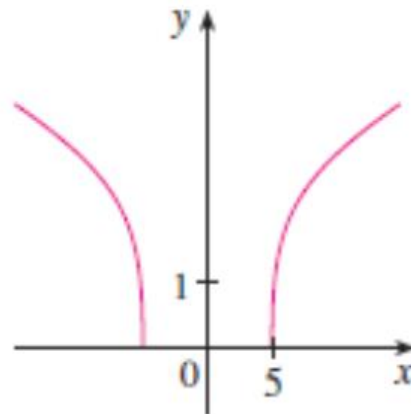
FUNGSI ALJABAR

Fungsi aljabar adalah fungsi yang merupakan hasil operasi aljabar (penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, pemangkatan, dan penarikan akar) terhadap fungsi satuan dan fungsi konstan.

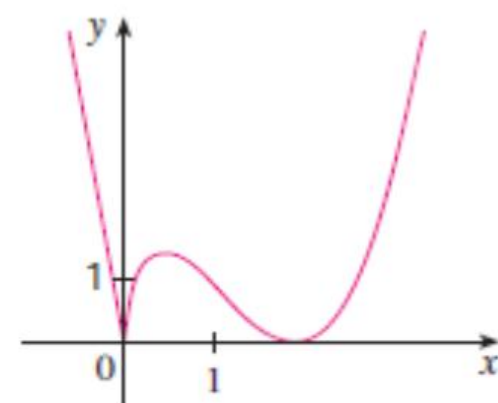
Contoh :



(a) $f(x) = x\sqrt{x+3}$



(b) $g(x) = \sqrt[4]{x^2 - 25}$



(c) $h(x) = x^{2/3}(x-2)^2$

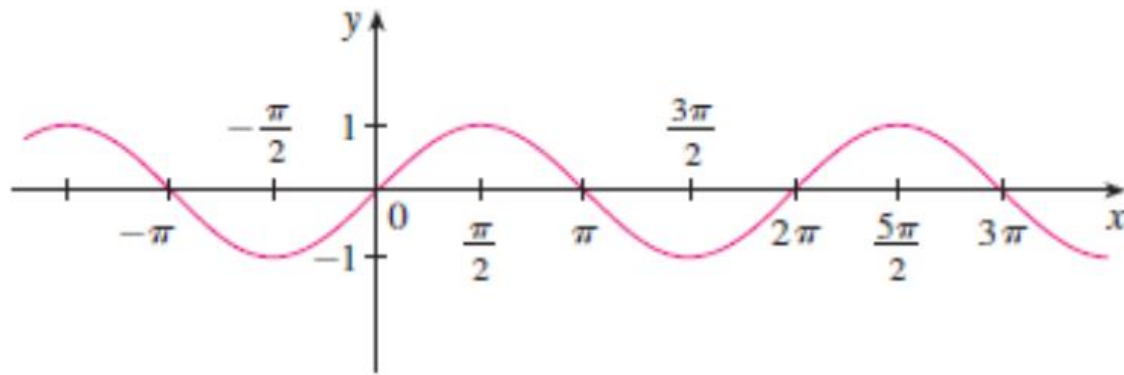
FUNGSI TRANSENDEN

Fungsi Transenden adalah fungsi yang bukan merupakan fungsi aljabar.

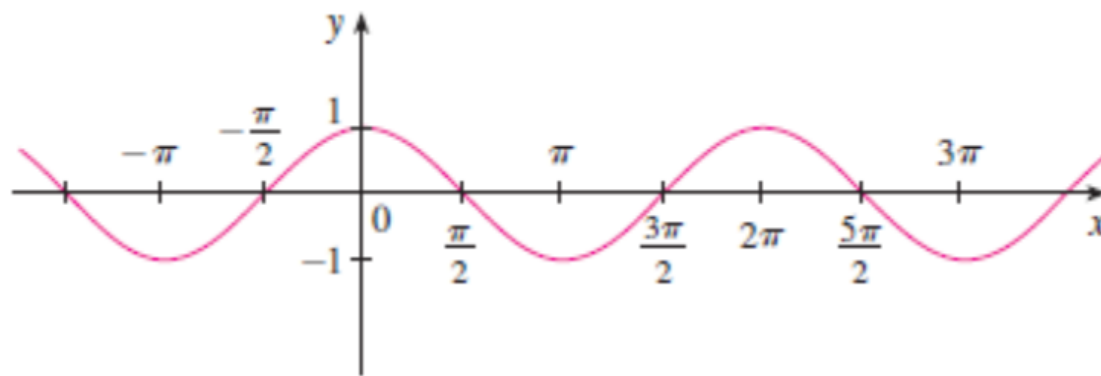
Fungsi transenden meliputi :

- Fungsi Trigonometri, $y = \sin(x)$, $y = \cos(x)$
- Fungsi siklometri = merupakan fungsi invers dari fungsi trigonometri, $y = \arctan(x)$
- Fungsi logaritma, $y = \ln(x)$
- Fungsi eksponen/pangkat, $y = a^x$, $y = e^x$
- Fungsi hiperbolik, $y = \sinh(x)$, $y = \cosh(x)$
- Fungsi invers hiperbolik, $y = \operatorname{arcsinh}(x)$

FUNGSI TRIGONOMETRI



(a) $f(x) = \sin x$



(b) $g(x) = \cos x$

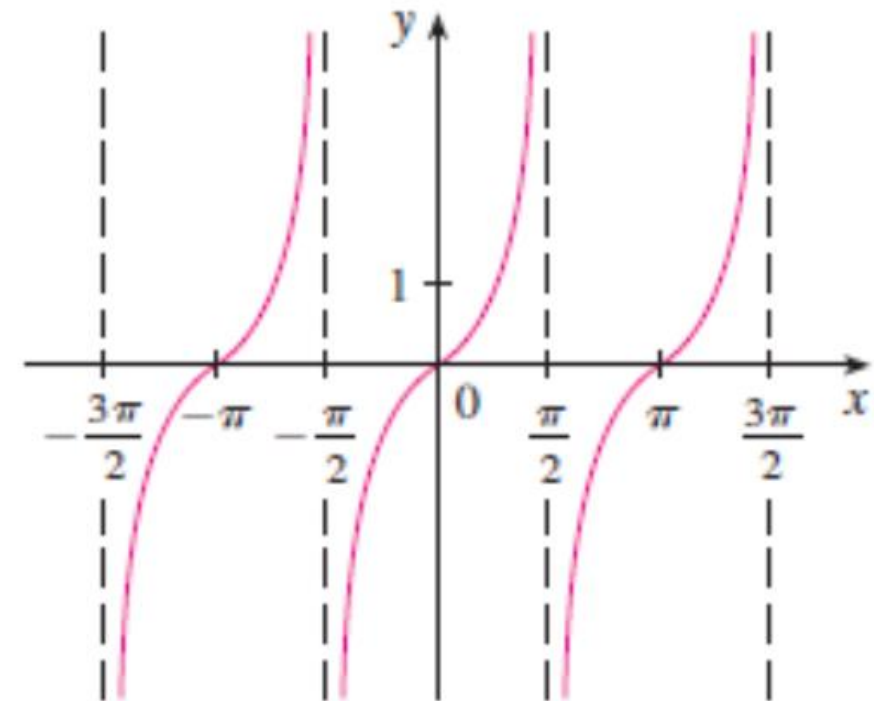
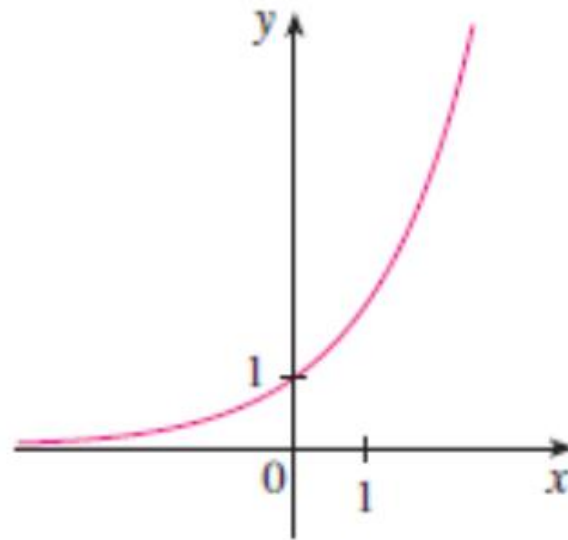


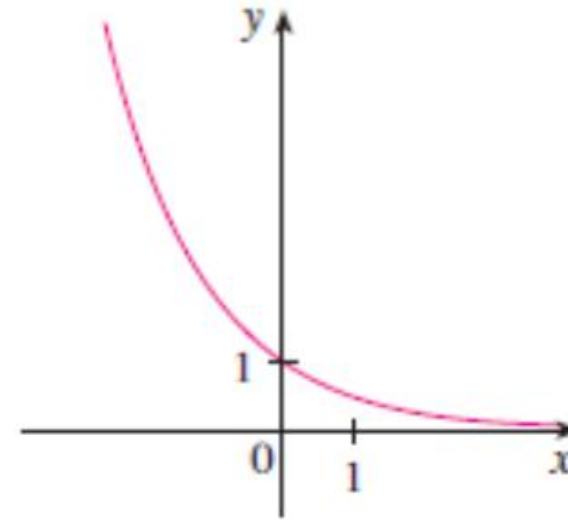
FIGURE 19

$$y = \tan x$$

FUNGSI EKSPONENSIAL

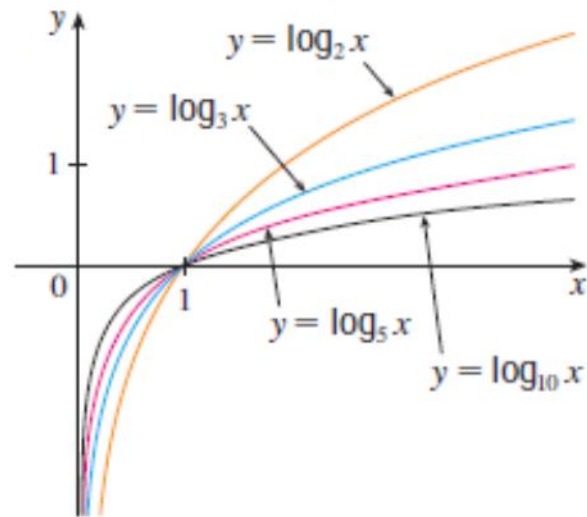


(a) $y = 2^x$



(b) $y = (0.5)^x$

FUNGSI LOGARITMA



MENGGAMBAR GRAFIK FUNGSI

Bilamana daerah definisi dan daerah hasil sebuah fungsi merupakan bilangan real, kita dapat membayangkan fungsi itu dengan menggambarkan grafiknya pada suatu bidang koordinat.

Dan grafik fungsi f adalah grafik dari persamaan $y = f(x)$

Contoh:

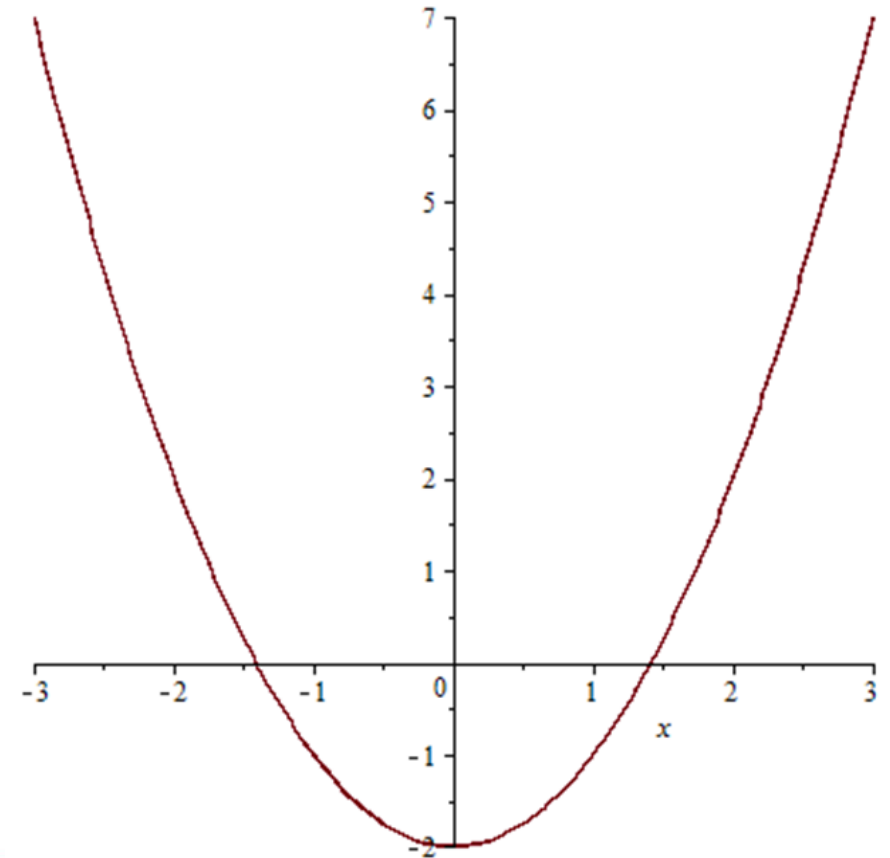
Buatlah sketsa grafik fungsi: $g(x) = x^2 - 2$

JAWAB

Daerah hasil dari g adalah semua bilangan real R .

Dengan membuat sebuah table nilai dan memplot titik-titik yang berpadanan lalu menghubungkan titik-titik itu dengan sebuah kurva, kita peroleh grafik fungsi $g(x) = x^2 - 2$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	7	2	-1	-2	-1	2	7



Operasi pada Fungsi

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

- Memangkatkan suatu fungsi
 (f^n)

- $(f^n) = [f(x)]^n$

- Misal :

- $f(x) = \frac{x-2}{3}$

- Maka :

- $f^2(x) = [f(x)]^2 = (f^n) = \left[\frac{x-2}{3}\right]^2 = \frac{x^2-4x+4}{9}$

1. Jika fungsi $f(x) = x^2 - 2x$ dan $g(x) = x - 1$

Tentukan :

a) $(f + g)(x)$

b) $(f - g)(x)$

c) $(f \cdot g)(x)$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

e) $g^2(x)$

2. Jika fungsi $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ dan $g(x) = \frac{1}{x}$

Tentukan :

a) $(f + g)(x)$

b) $(f - g)(x)$

c) $(f \cdot g)(x)$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

e) $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$

LATIHAN

Buatlah sketsa grafik fungsi: $h(x) = \sqrt{x - 1}$!

Latihan

- Buatlah grafik fungsi dari:

a. $f(x) = x^2$

b. $f(x) = x^2 - 2$

c. $f(x) = x^2 + 2$

d. $f(x) = (x-2)^2$

e. $f(x) = (x+2)^2$

Tugas

- **Petunjuk:**
- Tugas dikerjakan berkelompok

1. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan atau pertidaksamaan berikut:
 - a. $x^2 + 1 = 10$
 - b. $2x^2 - x \leq 6$
 - c. $|1 - x^2| > 3$
2. Tentukan daerah definisi/asal (D_f) dan daerah hasil (R_f) dari fungsi berikut:
 - a. $f(x) = x^3 - 20$
 - b. $f(x) = \sqrt{2x - 1}$
 - c. $f(x) = \frac{1}{x-7}$
3. Tentukan hasil fungsi komposit berikut bila diketahui $f(x) = x^2 - 1$ dan $g(x) = 9 - 4x$
 - a. $(f \circ g)(x)$
 - b. $(g \circ f)(x)$
4. Gambarlah fungsi berikut bila diketahui rentangnya $-5 \leq x \leq 5$
 - a. $f(x) = 5 - x^2$
 - b. $f(x) = 3x^2 - x - 2$

• Buatlah grafik fungsi dari:

- a. $f(x) = x^2$
- b. $f(x) = x^2 - 2$
- c. $f(x) = x^2 + 2$
- d. $f(x) = (x-2)^2$
- e. $f(x) = (x+2)^2$