

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет Информационных технологий и управления
Кафедра Интеллектуальных информационных технологий

РАСЧЕТНАЯ РАБОТА
по дисциплине «Представление и обработка информации в интеллектуальных системах»
на тему
**Решение теоретико-графовой задачи. Задача нахождения радиуса
взвешенного неориентированного графа**

Выполнила:

П. В. Пучинская

Студент группы
321702

Проверил:

Н. В. Малиновская

Минск 2024

1 Введение

Цель: Получить навыки формализации и обработки информации с использованием семантических сетей.

Задача: Найти радиус взвешенного неориентированного графа.

2 Список понятий

1. **Граф** (Рис.1) (абсолютное понятие) - совокупность непустого множества вершин и наборов пар вершин (связей между вершинами).

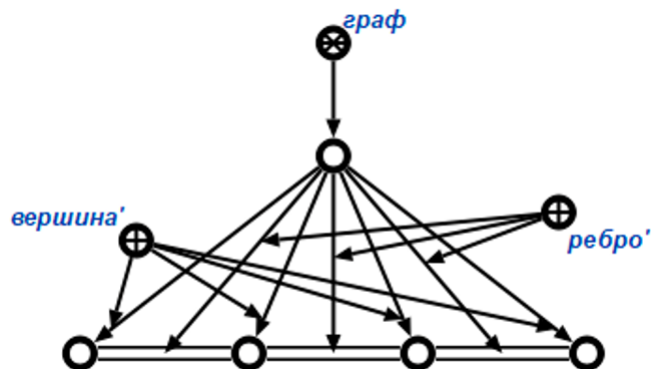


Рис. 1: Граф

2. **Неориентированный граф** (Рис.2) (абсолютное понятие) – граф, в котором все связи-ребра.

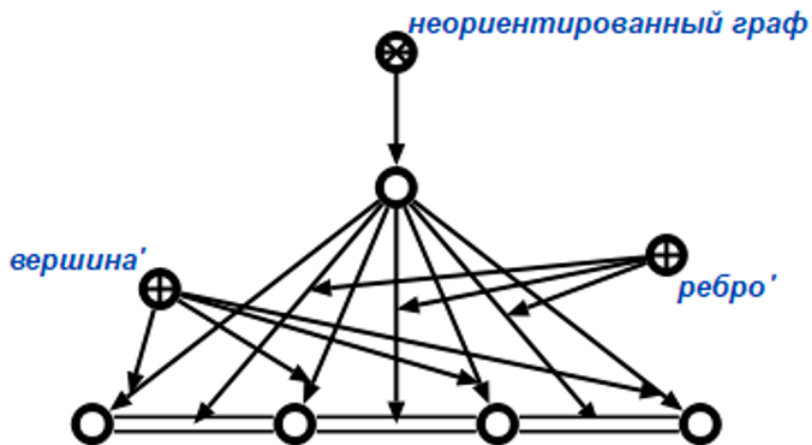


Рис. 2: Неориентированный граф

3. **Взвешенный граф** (Рис.3) (абсолютное понятие) – граф, каждому ребру которого поставлено в соответствие некое значение (вес ребра).

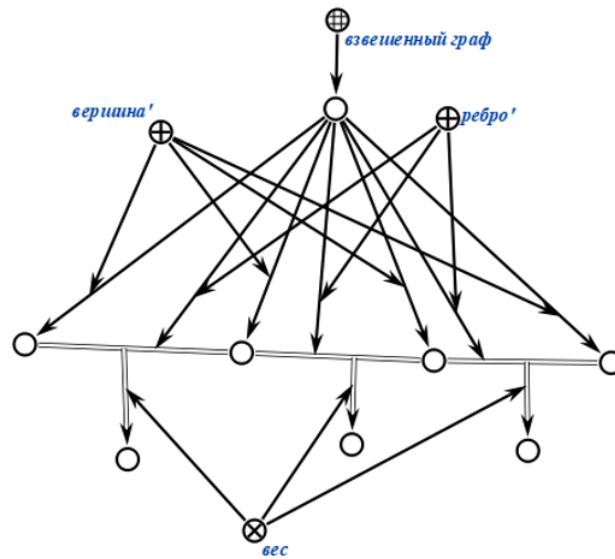


Рис. 3: Взвешенный граф

4. **Связный граф** (Рис.4) (абсолютное понятие) – граф, содержащий только одну компоненту связности.

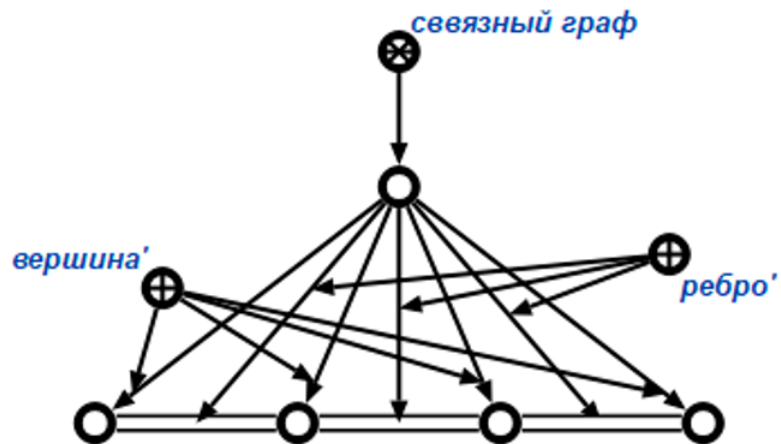


Рис. 4: Связный граф

5. **Эксцентриситет вершины** (Рис.5) (абсолютное понятие) – расстояние до самой дальней вершины графа.

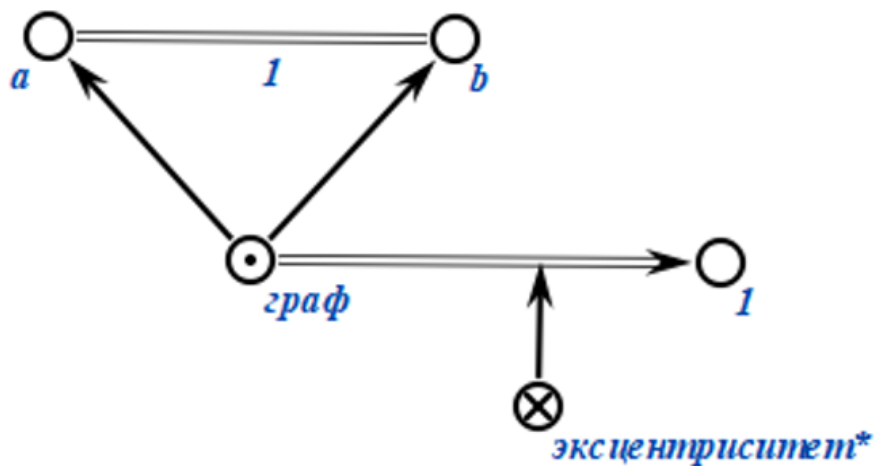


Рис. 5: Эксцентриситет

6. **Радиус графа** (Рис.6) (абсолютное понятие) – минимальный эксцентриситет среди всех вершин графа.

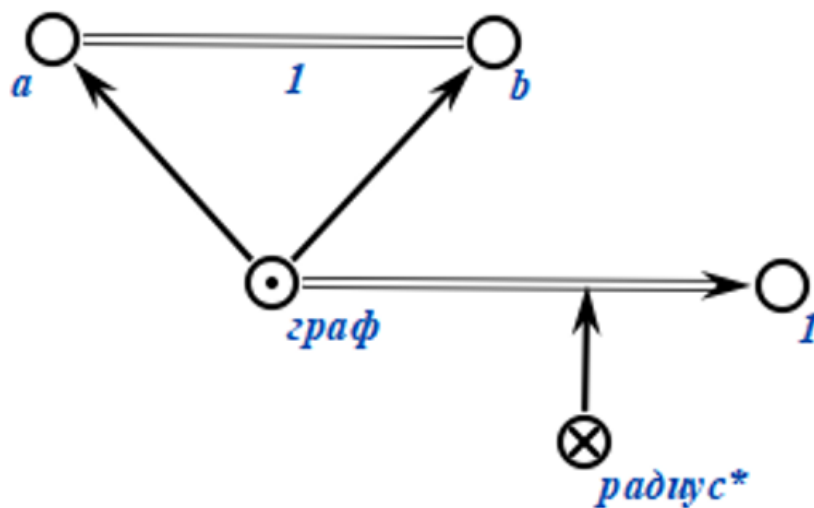


Рис. 6: Радиус

3 Тестовые примеры

Во всех тестах графы будут приведены в сокращенной форме со скрытыми ролями элементов графа.

3.1 Тест 1 (Рис.7, Рис.8)

Вход: Необходимо найти радиус взвешенного неориентированного графа.

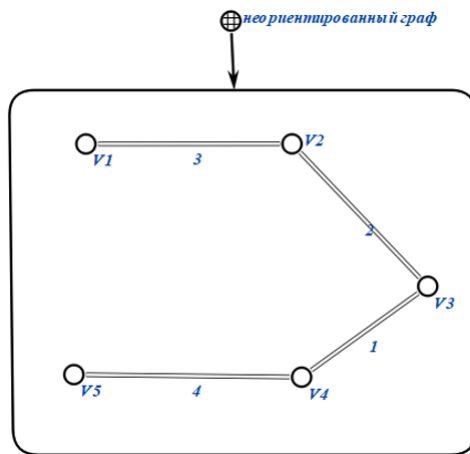


Рис. 7: Вход теста 1

Выход: Радиус графа равен 5.

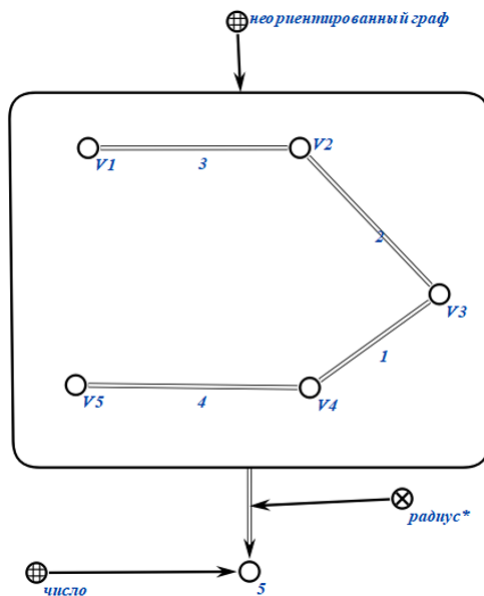


Рис. 8: Выход теста 1

3.2 Тест 2 (Рис.9, Рис.10)

Вход: Необходимо найти радиус взвешенного неориентированного графа.

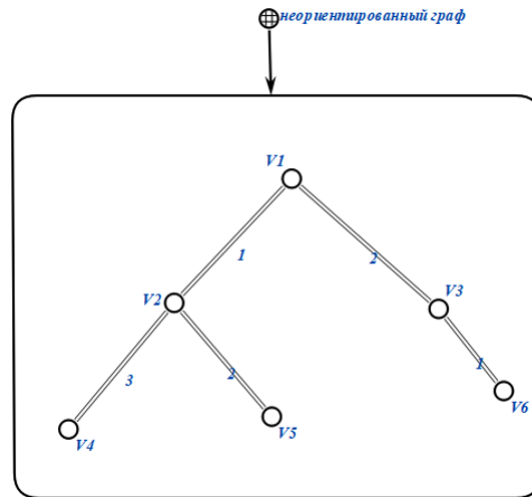


Рис. 9: Вход теста 2

Выход: Радиус графа равен 4.

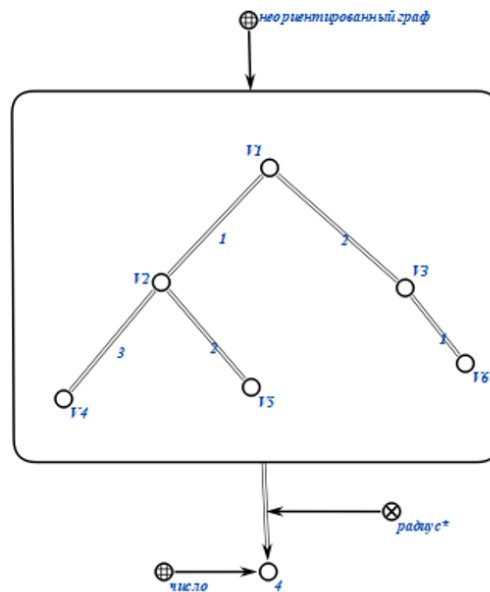


Рис. 10: Выход теста 2

3.3 Тест 3 (Рис.11, Рис.12)

Вход: Необходимо найти радиус взвешенного неориентированного графа.

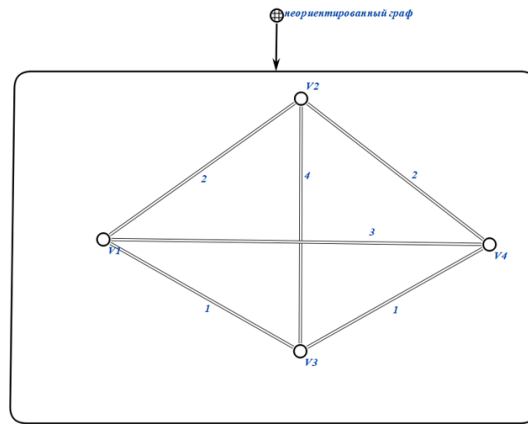


Рис. 11: Вход теста 3

Выход: Радиус графа равен 2.

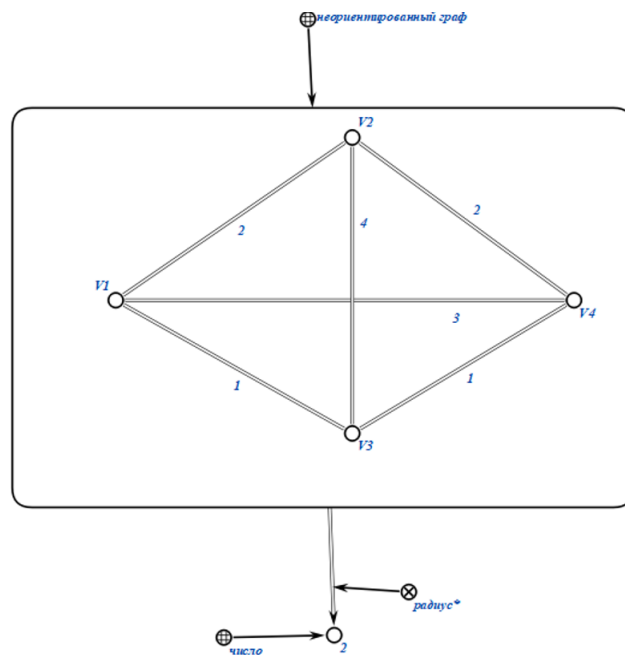


Рис. 12: Выход теста 3

3.4 Тест 4 (Рис.13, Рис.14)

Вход: Необходимо найти радиус взвешенного неориентированного графа.

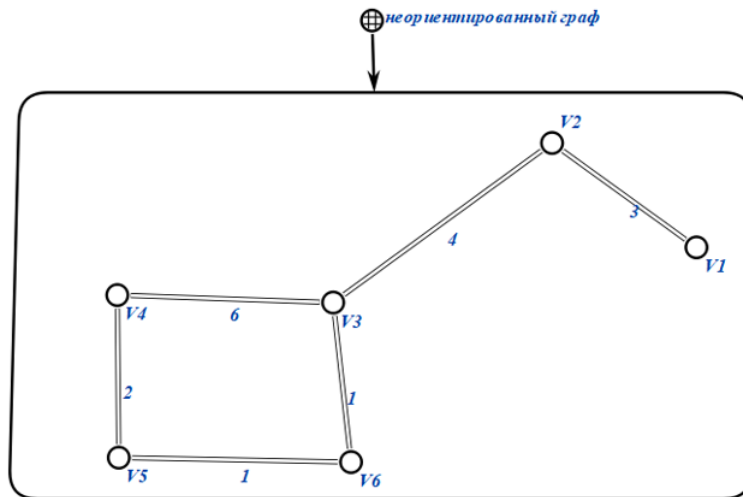


Рис. 13: Вход теста 4

Выход: Радиус графа равен 7.

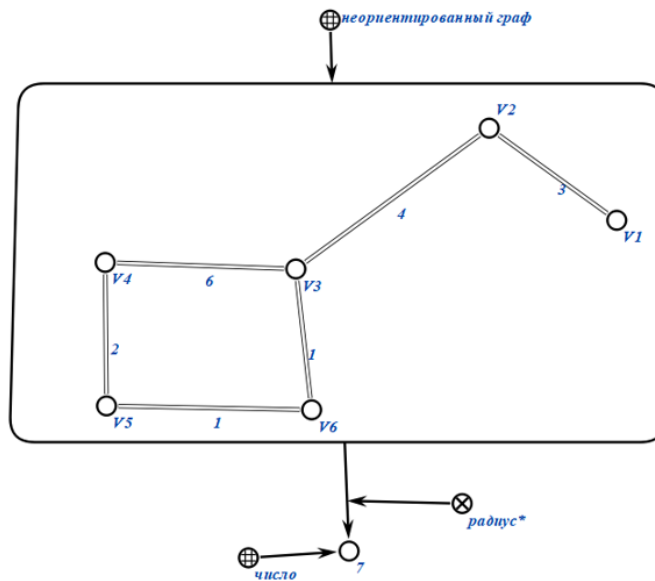


Рис. 14: Выход теста 4

3.5 Тест 5 (Рис.15, Рис.16)

Вход: Необходимо найти радиус взвешенного неориентированного графа.

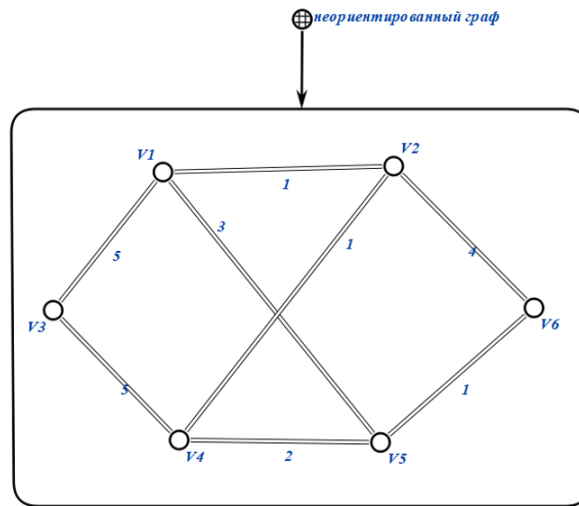


Рис. 15: Вход теста 5

Выход: Радиус графа равен 5.

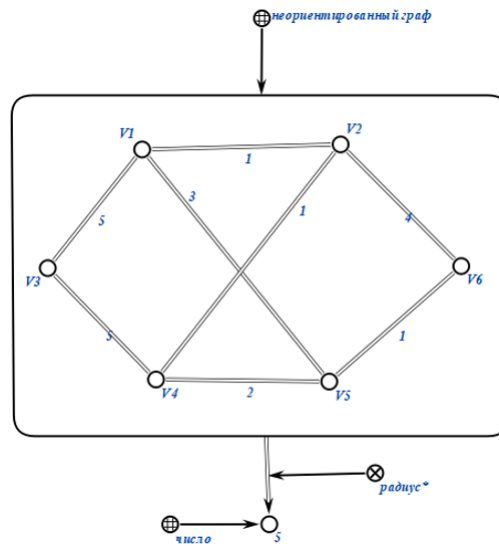


Рис. 16: Выход теста 5

4 Алгоритм

Для решения задачи необходимы следующие переменные:

1. Очередь q для хранения вершин, которые будут рассматриваться.
2. Начальная вершина $start$, для которой будем искать эксцентриситет.
3. Первая вершина cur , извлекаемая из очереди q .
4. $dist[V]$ – самое короткое расстояние от данной вершины V графа до начальной вершины $start$.
5. $maxDist$ – эксцентриситет вершины $start$.
6. $minEccentricity$ – радиус графа.

Описание алгоритма:

1. Нахождение эксцентриситета для каждой вершины графа:
 - 1.1. Для каждой вершины V_i графа вычисляем эксцентриситет:
 - 1.1.1. В очередь q добавляется начальная вершина $start$
 - 1.1.2. Для каждой вершины графа $dist[V_i]$ – это бесконечность, за исключением начальной вершины $start$, для которой $dist[start]$ равно 0
 - 1.1.3. Обход вершин:
 - 1.1.3.1. Если очередь q не пустая, то извлекаем из очереди вершину cur
 - 1.1.3.2. Для каждой соседней для cur вершины выполняем:
 - 1.1.3.2.1. Если мы можем добраться до соседа более коротким путем, чем тот, который мы знали ранее, то есть $dist[V_i] > (dist[cur] + \text{вес ребра между вершинами } cur \text{ и } V_i)$
 - 1.1.3.2.1.1. Обновляем расстояние, то есть $dist[V_i] = (dist[cur] + \text{вес ребра между вершинами } cur \text{ и } V_i)$
 - 1.1.3.2.1.2. Вершина V_i , у которой обновилось значение, добавляется в очередь q
 - 1.1.4. Значение $maxDist$ инициализируется 0
 - 1.1.5. Проходим по всем вершинам V_i графа и обновляем значение $maxDist$, если $dist[V_i]$ больше текущего значения $maxDist$
2. Нахождение радиуса графа:
 - 2.1. Значение $minEccentricity$ инициализируется infinity
 - 2.1.1. Проходим по всем вершинам V_i графа и обновляем значение $minEccentricity$, если эксцентриситет данной вершины V_i меньше текущего значения $minEccentricity$
3. Алгоритм завершает работу.

5 Пример выполнения алгоритма в sc-памяти для графа из теста 3:

Для наглядности формализации опустим некоторые отношения (*).

1. Нахождение эксцентриситета для каждой вершины графа:
 - 1.1. Выбирается вершина V1 графа, которая будет начальной вершиной start, и добавляем ее в очередь q
 - 1.2. $\text{dist}[V2] = \text{dist}[V3] = \text{dist}[V4] = \text{infinity}$, $\text{dist}[\text{start}] = 0$ (Рис.17)

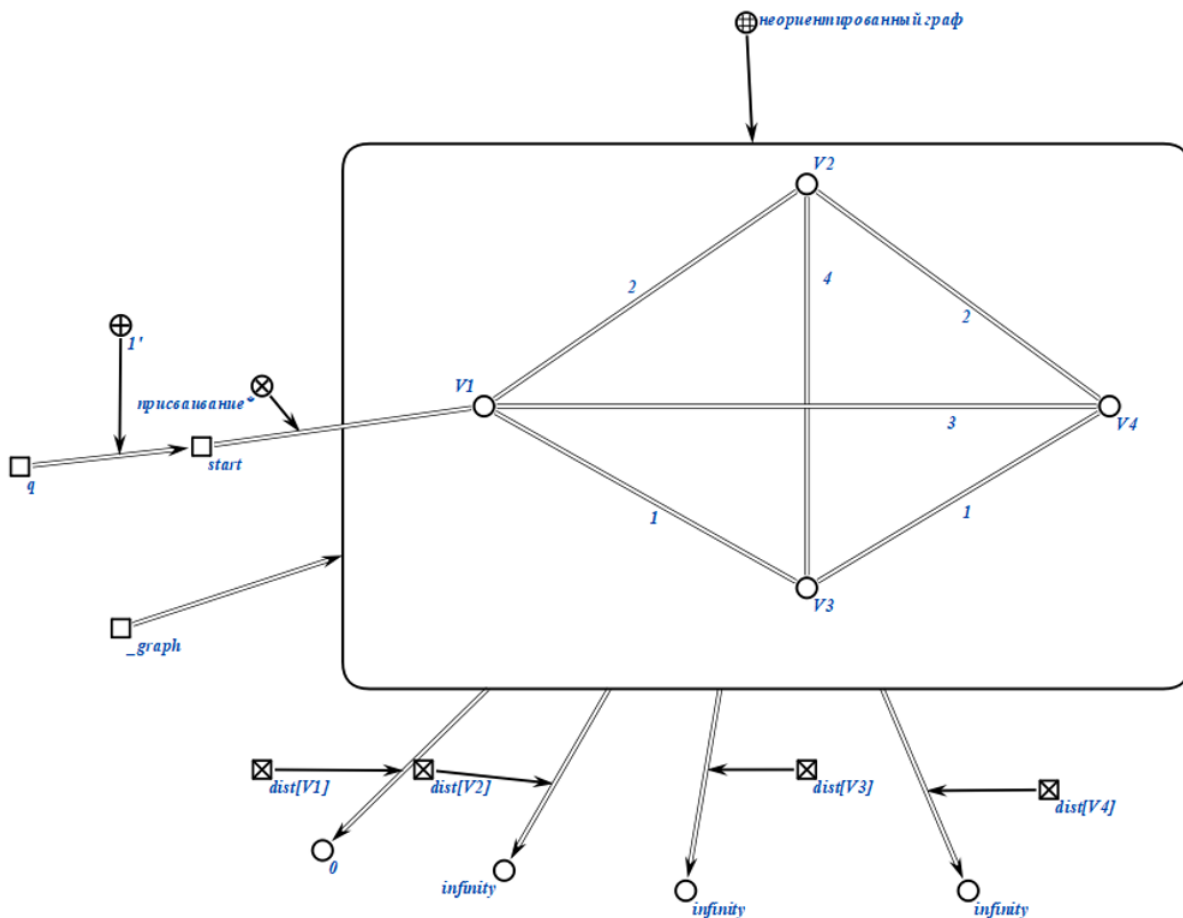


Рис. 17: Расстояние от V1 до V2, V3, V4

- 1.3. Обход вершин:
 - 1.3.1. Извлекаем из очереди q вершину $\text{start} = \text{cur}$.
 - 1.3.2. Для каждой соседней вершины V2, V3 и V4 выполняем:
 - 1.3.2.1. $\text{dist}[V2] = \text{infinity}$, $(\text{dist}[\text{cur}] + \text{вес ребра между вершинами cur и V2}) = 0 + 2 = 2$, то есть $\text{infinity} > 2$ (Рис.18)

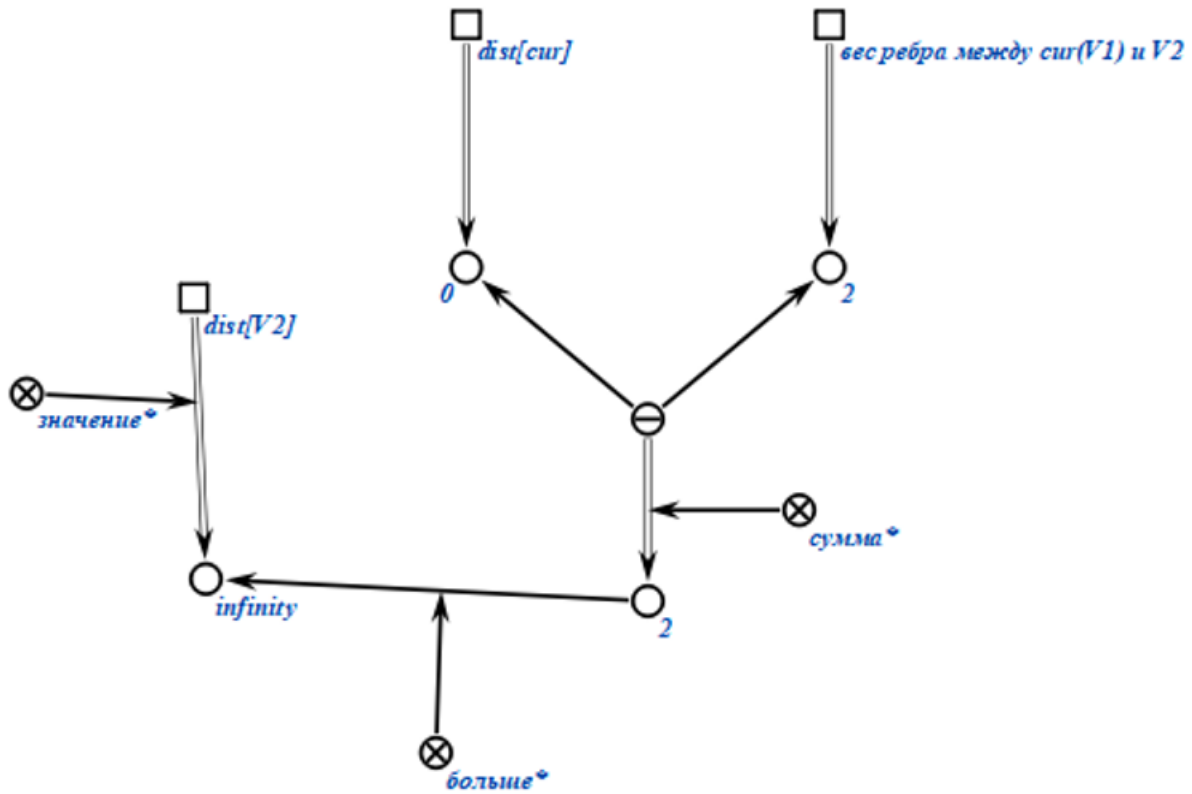


Рис. 18: Сравниваем $dist[V2]$ и $(dist[cur] + \text{вес ребра между вершинами cur и V2})$

1.3.2.2. Обновляем расстояние $dist[V2]=2$ (Рис.19)

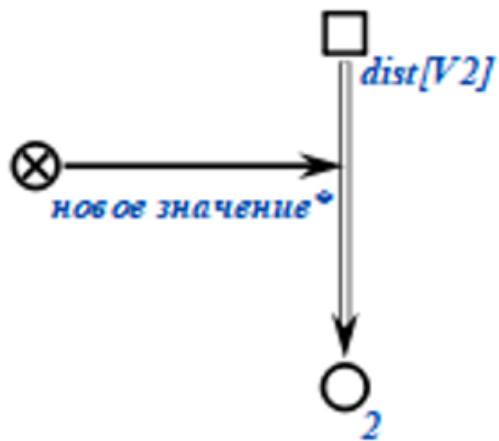


Рис. 19: Обновление значения $dist[V2]$

1.3.2.3. Аналогично для $V3$ и $V4$ выполним пункты 2.2.1 - 2.2.2 и получим $dist[V3]=1$, $dist[V4]=3$ (Рис.20)

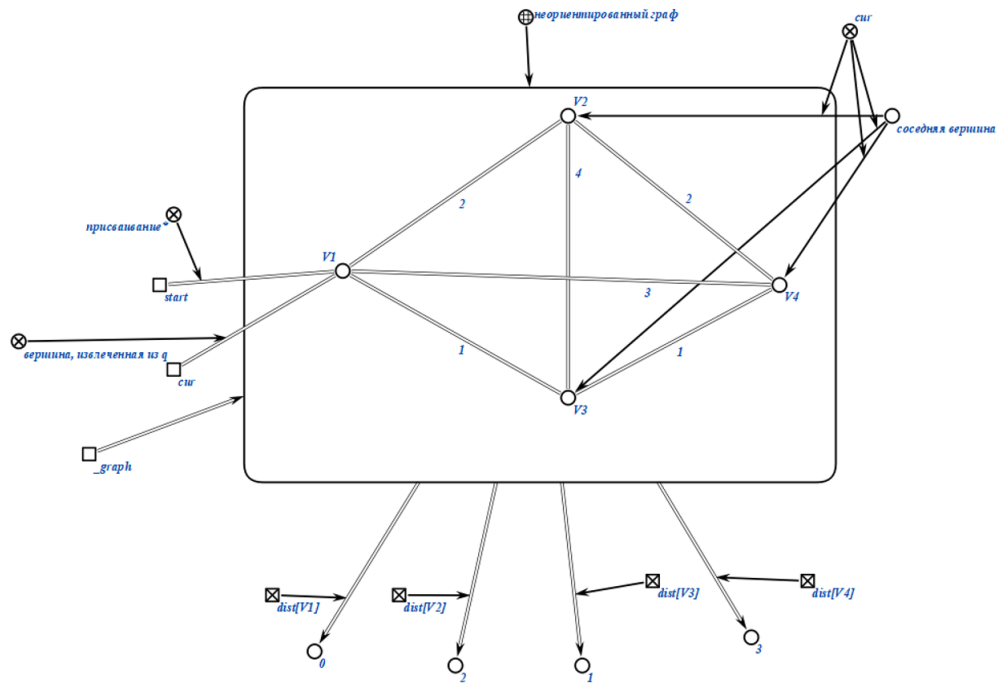


Рис. 20: Обновление значений $\text{dist}[V3]$, $\text{dist}[V4]$

1.3.2.4. Добавляем в очередь сначала V2, потом V3 и V4 (Рис.21)

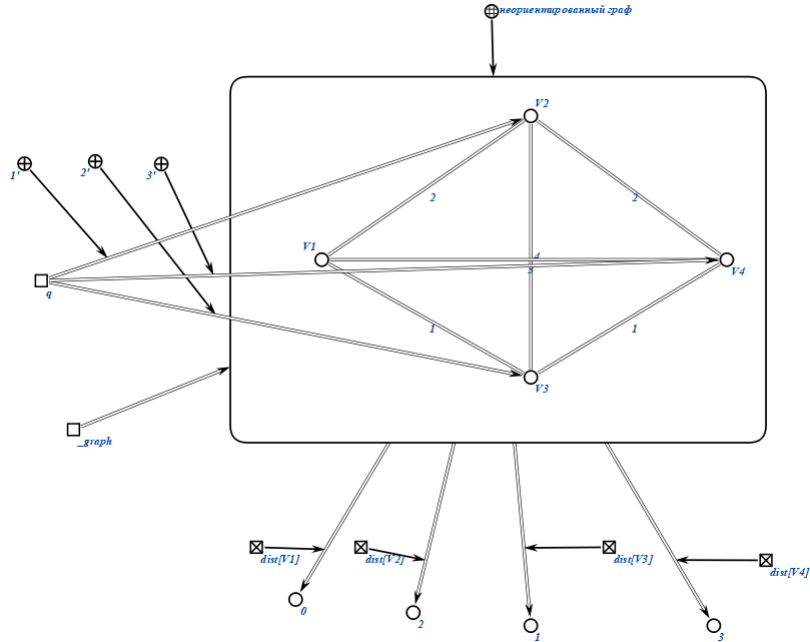


Рис. 21: Добавление в очередь V2, V3, V4

Выполняем пункт 1.3 пока очередь q не пуста. Результат показан на рисунке 22.

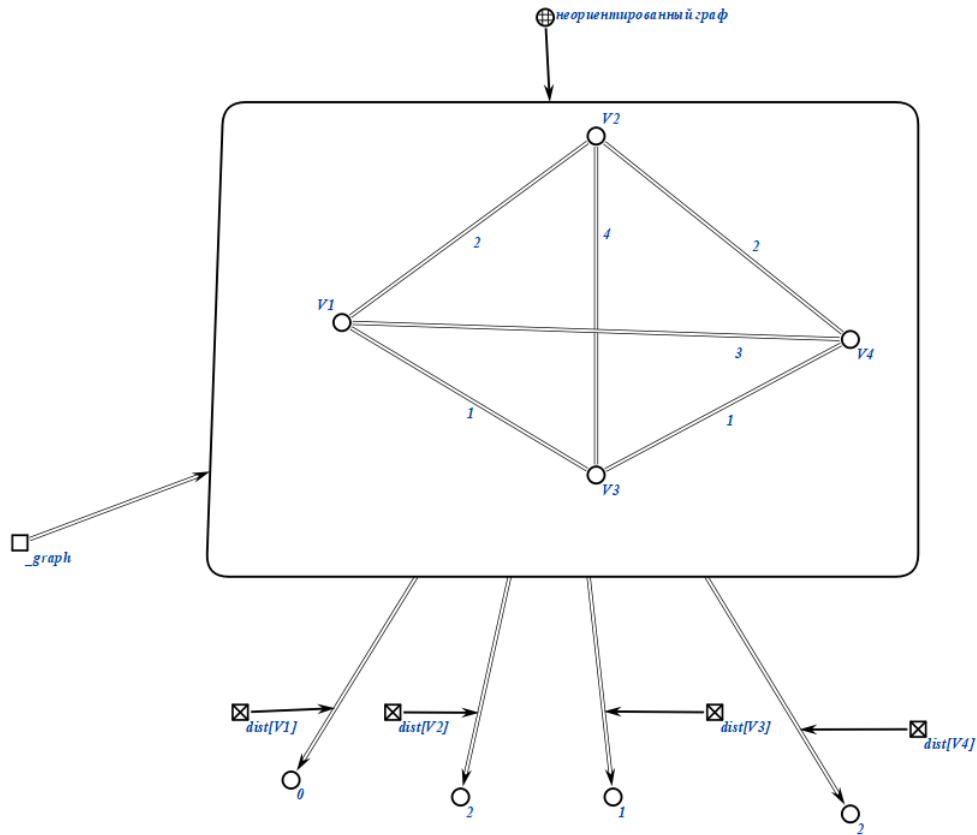


Рис. 22: Значения $\text{dist}[V1]$, $\text{dist}[V2]$, $\text{dist}[V3]$, $\text{dist}[V4]$ для $V1$

1.4. Значение maxDist инициализируется 0

1.5. Проходим по всем вершинам V_i графа и обновляем значение maxDist , если $\text{dist}[V_i]$ больше текущего значения maxDist (Рис.23)

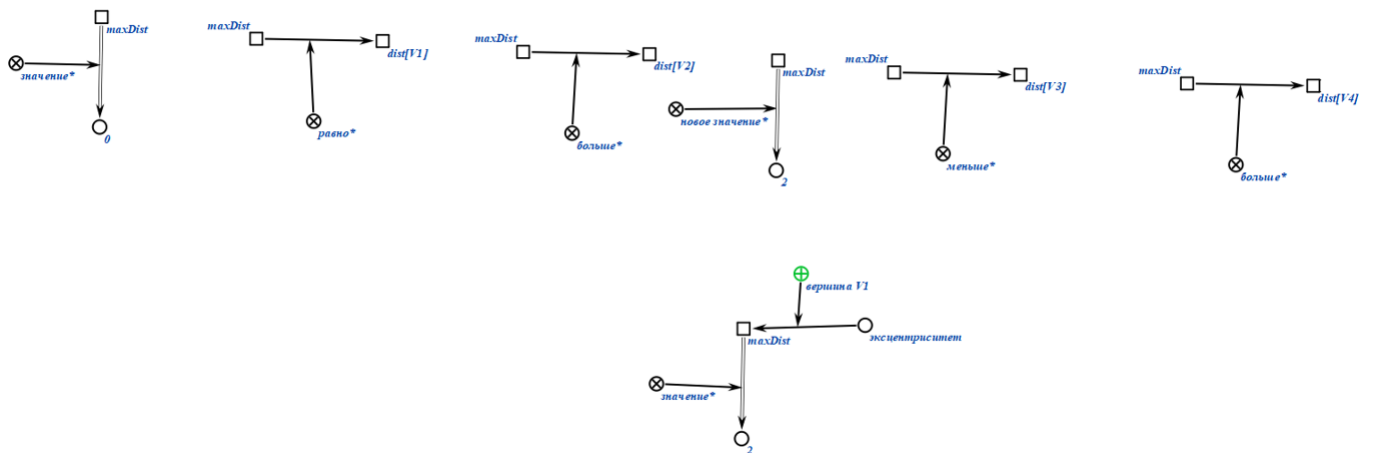


Рис. 23: Обновляем значение maxDist и находим эксцентриситет для $V1$

Пункт 1 повторим для оставшихся вершин V2, V3, V4. Результат показан на рисунке 24.

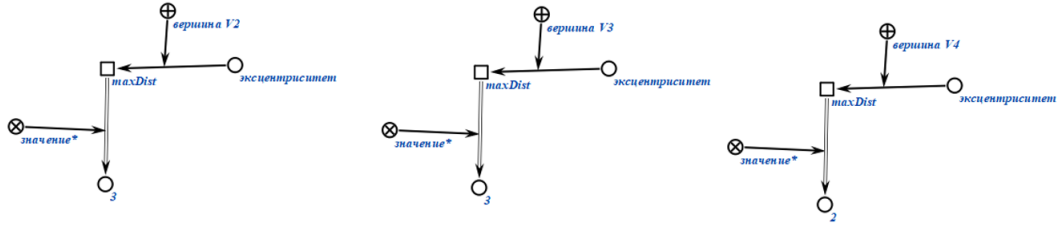


Рис. 24: Нахождение эксцентриситета для V2, V3, V4

2. Нахождение радиуса графа:

2.1. Значение minEccentricity инициализируется infinity

2.2. Проходим по всем вершинам V_i графа и обновляем значение minEccentricity, если эксцентриситет данной вершины V_i меньше текущего значения minEccentricity (Рис.25)

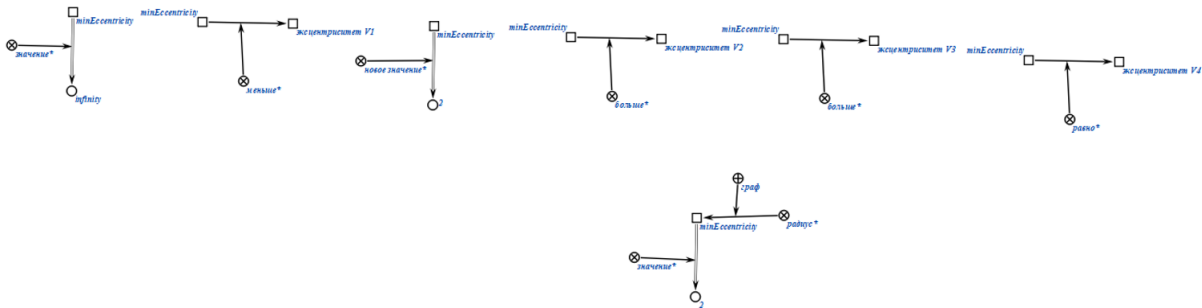


Рис. 25: Нахождение радиуса графа

3. Алгоритм завершает работу. На рисунке 26 показан результат выполнения алгоритма для теста 3.

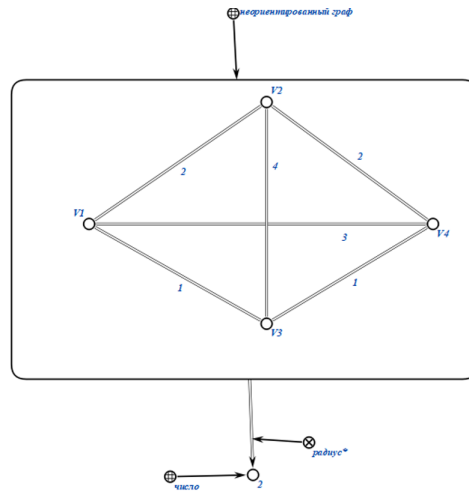


Рис. 26: Выход теста 3

Заключение

Продemonстрировала графодинамику выполнения алгоритма.

Список литературы

- [1] OSTIS GT [В Интернете] // База знаний по теории графов OSTIS GT. - 2011 г. - <http://ostisgraphstheo.sourceforge.net/index.php/>
- [2] Харарри Ф. Теория графов. Москва: ЕдиториалУРСС, 2003.
- [3] Бхаргава, А. Грокаем алгоритмы : иллюстрированное пособие для программистов и любопытствующих / А. Бхаргава. — СПб : Питер, 2017. — 288 с.
- [4] Оре, О. Теория графов / О. Оре. — Наука, 1980. — С. 336.
- [5] Кормен, Д. Алгоритмы. Построение и анализ / Д. Кормен. — Вильямс, 2015. — С. 1328