

# Линейная алгебра на Python

Игорь Рязанцев

Лекция 04

2021г.

# Что мы изучили

- Переменные
- Кортежи
- Списки (вставка, удаление, сортировка)
- Циклы **for**
- Оператор **if**
- Функции
- Классы (наследование)
- Импорт модулей
- Файлы
- Ввод-вывод

# Переменные

# Объявление переменной

```
var = None
```

```
var = "world"  
print("Hello , {0}!".format(var))
```

```
var = 10  
print("{0}".format(var))
```

```
var = 3.14  
print("{0}".format(var))
```

# Переменные

# Приведение к другому типу переменной

# (int), (float), (str)

```
var = "3.14"
```

```
number = float(var)
```

```
pi_2 = 2 * number
```

```
print("{0}".format(pi_2))
```

```
var = 3.14
```

```
s_number = str(var)
```

```
print("{0}".format(s_number))
```

# Переменные

# Область действия переменной (глобальные и локальные переменные)

# Верно

```
var = None
if var == None:
    var = 10
print("{0}".format(var))
```

# Неверно

```
if var == None:
    var = 10
print("{0}".format(var))
```

# Кортежи tuple()

```
var = ("world", 2021, )  
print("Hello , {0} {1}!".format(var[0], var[1]))
```

# Списки list()

```
days = [ 'Monday', 'Tuesday', 'Wednesday',  
          'Thursday', 'Friday', 'Saturday',  
          'Sunday', ]  
  
print("Today is {}".format(days[0]))
```

# Списки list()

# append() – добавить элемент в конец

```
digits = [1, 2, 3, 4,]  
digits.append(5)  
for value in digits:  
    print(value)
```

# insert(позиция, элемент) – добавить элемент в указанную позицию

# remove(элемент) – удаление элемента по значению

# pop(позиция) – удаление элемента по индексу<sup>1</sup>

# sort() – сортировка элементов списка

# sort(reverse=True) – сортировка в обратном порядке

---

<sup>1</sup>Значение индекса в списке начинается с 0



# Цикл for

```
days = [ 'Monday', 'Tuesday', 'Wednesday',  
         'Thursday', 'Friday', 'Saturday',  
         'Sunday', ]
```

```
for day in days:  
    print("Today is ", end=' ')  
    print("{0}".format(day))
```

**# Функция range()** упрощает построение числовых последовательностей.

```
for value in range(1,5):  
    print(value)
```

# Оператор if

В `if` центральное место занимает выражение, результатом которого является логическая истина (**True**) или логическая ложь (**False**); это выражение называется *условием*.

# Общая форма записи:

```
if condition_1:
    action
elif condition_2:
    action
else:
    action
```

# Оператор if

<code>==</code> или <code>is</code>	равно
<code>&gt;</code>	больше
<code>&gt;=</code>	больше или равно
<code>&lt;=</code>	меньше или равно
<code>&lt;</code>	меньше

```
power = 5
if power == 5:
    print('power_==_5')
elif power < 5:
    print('power_<_5')
else:
    print('power_>_5')
```

Функция – именованный блок кода, предназначенный для решения одной конкретной задачи.

```
def greet_user(username, ages=21):  
    print( '{0} is {1}! '.format(username, ages))  
  
greet_user(username='Helen ')
```

Результат:  
Helen is 21!

## # Использование аннотаций в функциях

```
def greet(username: str, ages: int = 21) -> None:  
    print( '{0} is {1}! '.format(username, ages))  
  
greet(username='Helen ')
```

Результат:  
Helen is 21!

# Классы

Класс определяет общее поведение для целой категории объектов. **Класс – это спецификация.**

```
class LED:
    def __init__(self, power, flux):
        self.power = power
        self.flux = flux
        self.switch_on = False
    ...
    def switch(self):
        ...

led = LED(60, 2000)
led.switch()
```

# Наследование класса

```
class LED:
    def __init__(self, power, flux):
        ...

class LED_ext(LED):
    def __init__(self, power, flux, type_lid):
        super().__init__(power, flux)
        self.type_lid = type_lid

    def print_type_lid(self):
        print('type_lid={0}'.format(self.type_lid))

led = LED_ext(60, 2000, 1)
led.print_type_lid()
```

## Вариант 1

```
import math  
  
number = 5  
print(math.factorial(number))
```

Результат:  
120



## Вариант 2

```
from math import factorial
```

```
number = 5
```

```
print(factorial(number))
```

Результат:

120

## Вариант 3

```
from math import factorial as my_factorial  
  
number = 5  
print(my_factorial(number))
```

Результат:  
120

# Файлы (чтение)

## # Чтение файла

```
file = open('file.txt', 'r')
lines = file.readlines()
for line in lines:
    print(line, end='')
file.close()
```

Результат:

line 1

line 2

line 3

# Файлы (запись)

# Запись в новый файл

# Присоединение данных к файлу (режим «a»)

```
file = open('new_file.txt', 'w')  
file.write('line_1')  
file.close()
```

Результат (в файле):

```
line 1
```

# Ввод данных с клавиатуры

# Ожидает ввод целого числа

```
a = int(input())
```

# Ожидает ввод вещественного числа

```
a = float(input())
```

# Ожидает ввод строки

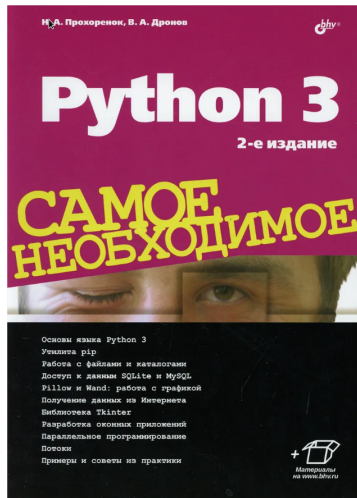
```
a = str(input())
```

# Что мы еще не изучили

- Переменные (правила именования, типы данных, удаление переменных)
- Специальные символы (табуляция, возврат каретки, перевод строки, и т.д.)
- Операторы (деление с округлением, остаток от деления, возведение в степень, двоичные операторы (И, ИЛИ))
- Структурное сопоставление шаблонов (match...case)
- Исключения
- Строки (операции над строками)
- Регулярные выражения

# Что мы еще не изучили

- Работа со временем и датой
- Множества, словари
- Итераторы, контейнеры, перечисления
- Циклы (while, continue, break)
- Функции (декораторы, рекурсия, вложенные функции)
- Классы (деструктор, абстрактные методы, статические методы, свойства класса, множественное наследование и декораторы классов)
- Пакеты
- Файлы (работа с каталогами)



Н.А. Прохоренко  
Python 3. Самое необходимое.  
2-е изд., перераб.и доп [2021]



- 1 Библиотека `matplotlib`
  - Установка библиотеки
  - Вывод графика
  
- 2 Математическая библиотека `numpy`
  - Установка библиотеки
  - Вектор
  - Квадратная матрица
  - Диагональная матрица
  - Единичная матрица
  - Сложение матриц
  - Вычитание матриц

- Скалярное произведение
- Скалярное деление
- Произведение матриц
- Транспонирование матрицы

# Библиотека matplotlib

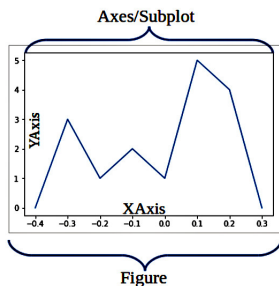


Открыть

**# Установка библиотеки matplotlib**

```
pip install matplotlib
```

# Основные компоненты matplotlib

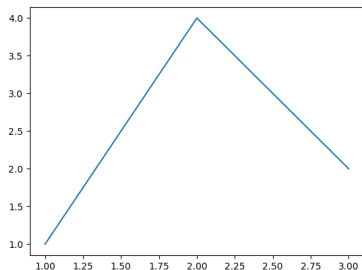


- **Figure** – контейнер самого верхнего уровня, которых может содержать несколько контейнеров **Axes**.
- **Axes** – область на которой отражаются графики, а так же все вспомогательные атрибуты (линии сетки, метки, указатели и т.д.).
- Каждая область **Axes** содержит **XAxis** и **YAxis**, которые в свою очередь содержат: деления, метки и прочие вспомогательные атрибуты.

# Вывод графика

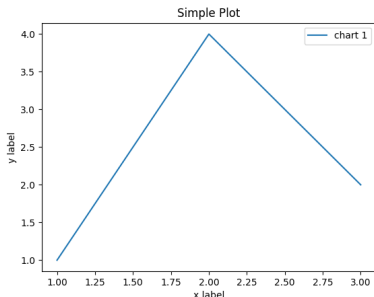
```
import matplotlib.pyplot as plt  
import numpy as np
```

```
(fig, ax) = plt.subplots()  
ax.plot([1, 2, 3, ], [1, 4, 2, ], label='chart_1')  
plt.show()
```



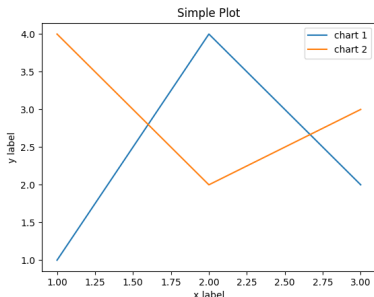
# Заголовок, подписи, легенда

```
...  
ax.set_xlabel('x_label')  
ax.set_ylabel('y_label')  
ax.set_title("Simple Plot")  
ax.legend()  
...
```



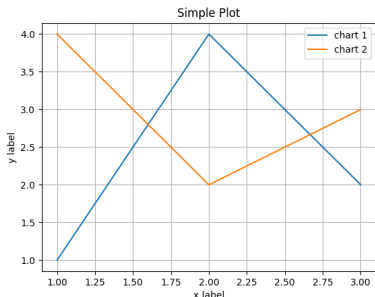
# Два и более графиков

```
...  
ax.plot([1, 2, 3, ], [1, 4, 2, ], label='chart_1')  
ax.plot([1, 2, 3, ], [4, 2, 3, ], label='chart_2')  
...  
...  
...
```





```
...  
(fig, ax) = plt.subplots()  
ax.grid(True)  
ax.plot([1, 2, 3, ], [1, 4, 2, ], label='chart_1')  
ax.plot([1, 2, 3, ], [4, 2, 3, ], label='chart_2')  
...
```



- 1 Библиотека `matplotlib`
  - Установка библиотеки
  - Вывод графика
- 2 Математическая библиотека `numpy`
  - Установка библиотеки
  - Вектор
  - Квадратная матрица
  - Диагональная матрица
  - Единичная матрица
  - Сложение матриц
  - Вычитание матриц

## # Установка библиотек

```
pip install numpy
```

```
pip install scipy
```

**NumPy** – библиотека поддержки многомерных массивов (включая матрицы) и высокоуровневых математических функций, предназначенных для работы с многомерными массивами. NumPy можно рассматривать как свободную альтернативу MATLAB.

**SciPy** – библиотека для выполнения научных и инженерных расчётов.

# График функции $y = \sin(x)$

```
import matplotlib.pyplot as plt
import math, numpy
```

```
x_ax = []
y_ax = []
```

```
for x in numpy.arange(0, 2 * math.pi, 0.1):
    x_ax.append(x)
    y_ax.append(math.sin(x))
```

```
(fig, ax) = plt.subplots()
ax.grid(True)
ax.plot(x_ax, y_ax, label='sin')
plt.show()
```

# График функции $y = \sin(x)$

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy

(fig, ax) = plt.subplots()
x = numpy.linspace(0, 2 * numpy.pi, 100)
y = numpy.sin(x)
ax.plot(x, y, label='chart_1')
plt.show()
```

**Матрицей** в математике называют объект, записываемый в виде прямоугольной таблицы, элементами которой являются числа (могут быть как действительные, так и комплексные).

$$A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

- Матрица состоит из  $i$ -строк и  $j$ -столбцов;
- Каждый ее элемент имеет соответствующее позиционное обозначение:  $a_{ij}$  находится на  $i$ -ой строке и  $j$ -м столбце;
- Главная диагональ – элементы, у которых совпадают номера строк и столбцов.

# Вектор

**Вектором** называется матрица, у которой есть только один столбец или одна строка.

Вектор-строка имеет следующую математическую запись

$$v = (a_{11} \ a_{12})$$

в Python можно задать следующим образом

```
import numpy
Vh = numpy.matrix([1, 2])
print(Vh)
```

Результат:

```
[[1  2]]
```

# Вектор

Вектор-столбец имеет следующую математическую запись

$$v = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{pmatrix}$$

в Python можно задать следующим образом

```
import numpy
Vv = numpy.matrix([[1], [2]])
print(Vv)
```

Результат:

```
[[1]
 [2]]
```



# Квадратная матрица

Матрица называется **квадратной**, если количество строк и столбцов совпадают.

$$v = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

```
import numpy
A = numpy.matrix([[1, 2, 3], [4, 5, 6],
                  [7, 8, 9]])
print(A)
```

Результат:

```
[[1 2 3]
 [4 5 6]
 [7 8 9]]
```

# Диагональная матрица

**Диагональная матрица** – матрица, у которой все элементы, кроме тех, что расположены на главной диагонали, равны нулю.

$$v = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

```
import numpy
A = numpy.matrix([[1, 0, 0], [0, 5, 0],
                  [0, 0, 9]])
print(A)
```

Результат:

```
[[1 0 0]
 [0 5 0]
 [0 0 9]]
```

# Единичная матрица

**Единичной матрицей** называют такую квадратную матрицу, у которой элементы главной диагонали равны единицы, а все остальные нулю.

$$v = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
import numpy
A = numpy.matrix([[1, 0, 0], [0, 1, 0],
                  [0, 0, 1]])
#A = numpy.identity(3)
print(A)
```

Результат:

```
[[1 0 0]
 [0 1 0]
 [0 0 1]]
```

# Сложение матриц $A + B$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

Сложение матриц  $A + B$

$$A + B = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & a_{13} + b_{13} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & a_{23} + b_{23} \\ a_{31} + b_{31} & a_{32} + b_{32} & a_{33} + b_{33} \end{pmatrix}$$

# Сложение матриц $A + B$

```
import numpy
A = numpy.matrix([[1, 2, 3],
                  [4, 5, 6],
                  [7, 8, 9]])
B = numpy.matrix([[1, 2, 3],
                  [4, 5, 6],
                  [7, 8, 9]])
C = A + B
print(C)
```

Результат:

```
[[ 2  4  6]
 [ 8 10 12]
 [14 16 18]]
```

# Вычитание матриц A - B

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

Вычитание матриц A - B

$$A - B = \begin{pmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} & a_{13} - b_{13} \\ a_{21} - b_{21} & a_{22} - b_{22} & a_{23} - b_{23} \\ a_{31} - b_{31} & a_{32} - b_{32} & a_{33} - b_{33} \end{pmatrix}$$

# Вычитание матриц A - B

```
import numpy
A = numpy.matrix ([[1, 2, 3],
                   [4, 5, 6],
                   [7, 8, 9]])
B = numpy.matrix ([[1, 2, 3],
                   [4, 5, 6],
                   [7, 8, 9]])

C = A - B
print(C)
```

Результат:

```
[[0 0 0]
 [0 0 0]
 [0 0 0]]
```

# Скалярное произведение $A \times n$

В скалярном произведении постоянное значение умножается на каждый элемент матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Умножения матрицы  $A$  на число  $n$

$$A \times n = \begin{pmatrix} a_{11} \times n & a_{12} \times n & a_{13} \times n \\ a_{21} \times n & a_{22} \times n & a_{23} \times n \\ a_{31} \times n & a_{32} \times n & a_{33} \times n \end{pmatrix}$$



# Скалярное произведение $A \times n$

Оператор `*` используется для умножения скалярного значения на элементы входной матрицы.

```
import numpy
A = numpy.matrix([[1, 2, 3],
                  [4, 5, 6],
                  [7, 8, 9]])
```

```
C = A * 5
print(C)
```

Результат:

```
[[ 5 10 15]
 [20 25 30]
 [35 40 45]]
```

# Скалярное деление $A / n$

В скалярном делении каждый элемент матрицы делится на постоянное значение.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Деление матрицы  $A$  на число  $n$

$$A/n = \begin{pmatrix} a_{11}/n & a_{12}/n & a_{13}/n \\ a_{21}/n & a_{22}/n & a_{23}/n \\ a_{31}/n & a_{32}/n & a_{33}/n \end{pmatrix}$$

# Скалярное деление $A / n$

Оператор `'/'` делит каждый элемент матрицы на скалярное / постоянное значение.

```
import numpy
A = numpy.matrix([[1, 2, 3],
                  [4, 5, 6],
                  [7, 8, 9]])
```

```
C = A / 2
print(C)
```

Результат:

```
[[0.5  1.   1.5]
 [2.   2.5  3. ]
 [3.5  4.   4.5]]
```

# Произведение матриц $A \times B$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

Произведение матриц  $A \times B$

$$A \times B = \begin{pmatrix} a_{11} \times b_{11} + a_{12} \times b_{21} & a_{11} \times b_{12} + a_{12} \times b_{22} \\ a_{21} \times b_{11} + a_{22} \times b_{21} & a_{21} \times b_{12} + a_{22} \times b_{22} \end{pmatrix}$$

# Произведение матриц $A \times B$

```
import numpy
A = numpy.matrix([[1, 2],
                  [4, 5]])
```

```
B = numpy.matrix([[1, 2],
                  [4, 5]])
```

```
C = numpy.dot(A, B)
print(C)
```

Результат:

```
[[ 9 12]
 [24 33]]
```

# Транспонирование матрицы

Транспонирование матрицы включает в себя переворачивание матрицы по соответствующим диагоналям, т. е. меняются местами строки и столбцы входной матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$$

После выполнения операции транспонирования Matrix.T

$$A = A.T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{pmatrix}$$

# Транспонирование матрицы

```
import numpy
A = numpy.matrix([[1, 2, 3],
                  [4, 5, 6]])
print(A, end='\n\n')
C = A.T    # C = A.transpose()
print(C)
```

Результат:

```
[[1 2 3]
 [4 5 6]]
```

```
[[1 4]
 [2 5]
 [3 6]]
```



Devpractice Team.  
Линейная алгебра на Python [2019]



[1] Презентация [Лекции 01-04]

*[https://github.com/IRyazantsev/mpei\\_python\\_mini-course\\_2021/tree/main/bin](https://github.com/IRyazantsev/mpei_python_mini-course_2021/tree/main/bin)*

[2] Python 3. Самое необходимое | Дронов В.А., Прохоренок Н.А.

[3] Изучаем Python. Том 1, 2 | Лутц Марк

[4] Python 3 и PyQt 5. Разработка приложений | Прохоренок Н.А., Дронов В.А.

[5] Django 3.0. Практика создания веб-сайтов на Python | Дронов В. А.

[6] Разработка веб-приложений с использованием Flask | Гринберг Мигель

# Вопросы

