|  |  |
| --- | --- |
| **Warszawa** | **Wrocław** |
| **Podstawy matematyki**  1. Rachunek zdań i jego własności. Wprowadzenie do rachunku kwantyfikatorów.  2. Operacje na zbiorach, w tym działania nieskończone.  3. Relacje i funkcje oraz ich podstawowe własności.  4. Relacja równoważności, zasada abstrakcji.  5. Liczby naturalne. Zasada indukcji.  6. Równoliczność. Zbiory skończone i nieskończone, przeliczalne i nieprzeliczalne.  7. Twierdzenie Cantora i twierdzenie Cantora-Bernsteina.  8. Porządki częściowe i liniowe. Kresy. Zastosowania lematu Kuratowskiego - Zorna.  9. Porządki dobre i dobrze ufundowane. Indukcja.  10. Pojęcie dowodu formalnego. Systemy dowodzenia dla rachunku zdań, twierdzenie o pełności.  11. Struktury relacyjne. Język pierwszego rzędu: semantyka, twierdzenie o pełności | **Logika dla informatyków**  1. Zasada indukcji.  2. Składnia i semantyka rachunku zdan i rachunku predykatów.  Pojecie spełniania i prawdziwosci formuł. Niesprzecznosc zbioru formuł.  3. Podstawowe pojecia teoriomnogosciowe i operacje na zbiorach: suma, iloczyn, iloczyn kartezjanski, zbiór potegowy, relacje, funkcje, relacje równowaznosci, klasy abstrakcji, zbiór ilorazowy.  4. Moce zbiorów. Zbiory skonczone i nieskonczone. Zbiory przeliczalne i zbiory mocy continuum.  Twierdzenia Cantora i Cantora-Bernsteina.  5. Porzadki czesciowe i liniowe. Dobre porzadki. Indukcja noetherowska.  6. Unifikacja termów. Informacja o metodzie rezolucji.  7. Dowodzenie twierdzen. Informacja o systemie naturalnej dedukcji. |
| **Geometria z algebrą liniową**  Grupy. Ciała. Liczby zespolone, postać trygonometryczna, wzór de'Moivre'a, pierwiastki z jedności, pierwiastki z liczby zespolonej.  Wielomiany, zasadnicze tw. algebry (bez dowodu).  Macierze o współczynnikach z ciała. Działania na macierzach.  Przestrzenie liniowe nad ciałem, podprzestrzeń liniowa, liniowa niezależność, baza, wymiar. Przykłady baz. Część wspólna, suma, suma prosta podprzestrzeni.  Obraz, jądro i rząd macierzy. Macierze odwracalne.  Układy równań liniowych. Twierdzenie Kroneckera-Capellego. Opis zbioru rozwiązań. Eliminacja Gaussa.  Wyznaczniki i ich własności. Wzory Cramera.  Przekształcenia liniowe i funkcjonały. Macierz przekształcenia liniowego. Rząd, obraz i jądro przekształcenia liniowego oraz macierzy. Izomorfizm przestrzeni liniowych.  Przestrzeń sprzężona, bazy sprzężone, macierz zmiany bazy, związek z przekształceniami liniowymi.  Podobieństwo macierzy. Wartość własna, wektor własny, widmo macierzy/przekształcenia liniowego. Wielomian charakterystyczny. Diagonalizacja przekształcenia liniowego/macierzy. Informacja o tw. Jordana.  Przestrzenie euklidesowe/unitarne. Iloczyn skalarny, norma euklidesowa, pojęcie kąta. Baza ortogonalna/ortonormalna, tożsamość Parsevala. Ortogonalizacja Grama-Schmidta. Dopełnienie ortogonalne i rozkład ortogonalny przestrzeni, rzut ortogonalny. Izometrie, macierze ortogonalne/unitarne.  Formy hermitowskie i symetryczne. Przystawanie macierzy. Diagonalizacja macierzy symetrycznych/hermitowskich. Kryterium Sylvestera. | **Algebra**  1. Przestrzenie liniowe. Zbiory liniowo niezalezne. Bazy.  2. Macierze i przekształcenia liniowe. Rzad macierzy. Algorytm eliminacji Gaussa.  3. Wyznaczniki. Własnosci wyznaczników. Rozwiniecie Laplace’a.  4. Równania liniowe. Zbiór rozwiazan układu równan liniowych. Wzory Cramera.  5. Wartosci i wektory własne. Podprzestrzenie niezmiennicze. Wielomian charakterystyczny.  6. Iloczyn skalarny. Rzut ortogonalny. Izometrie i przekształcenia ortogonalne.  7. Elementy geometrii.  8. Grupy — podstawowe pojecia: rzad grupy, rzad elementu grupy, podgrupa.  9. Grupy permutacji. Rozkład permutacji na cykle. Znak permutacji.  10. Działanie grupy na zbiorze. Orbity i stabilizatory. Lemat Burnside’a. Warstwy. Twierdzenie Lagrange’a.  11. Homomorfizmy grup. Kongruencje. Dzielniki normalne. Grupa ilorazowa.  12. Arytmetyka modularna. Relacja podzielnosci. Pierscienie i pierscienie Zn.  13. Algorytm Euklidesa. Chinskie twierdzenie o resztach.  14. Pierscienie wielomianów. Podzielnosc wielomianów.  15. Przykład konstrukcji ciała skonczonego. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Analiza matematyczna I**  1.Szkic teorii aksjomatycznej liczb rzeczywistych, w tym: kresy, indukcja , zapis dziesiętny liczb całkowitych, liczby wymierne, potęga rzeczywista.  2.Ciągi liczbowe: granica (skończona i nie) oraz zbieżność, elementarne własności granicy, ciągi monotoniczne, podciągi i tw. Bolzano - Weierstrassa, warunek Cauchy'ego i zupełność, informacje o dalszych twierdzeniach z teorii granicy (np. tw. Stolza).  3.Szeregi liczbowe: pojęcie szeregu i jego sumy, zbieżność i zbieżność bezwzględna, kryteria: porównawcze, asymptotyczne, zagęszczeniowe, d'Alemberta, Cauchy'ego, Dirichleta; zmiana kolejności sumowania, iloczyn Cauchy'ego szeregów.  4.Granica i ciągłość funkcji jednej zmiennej: pojęcie punktu skupienia zbioru, pojęcie granicy funkcji i warunki równoważne, własności granicy, ciągłość, własność Darboux, twierdzenie Weierstrassa o osiąganiu kresów, ciągłość jednostajna, szeregi potęgowe - zbiór zbieżności i ciągłość sumy, kilka funkcji elementarnych (wykładnicza, logarytmiczna, potęgowa, trygonometryczne).  5.Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej: pochodna i jej sens geometryczny, własności algebraiczne pochodnej, różniczkowanie elementarnych funkcji, ekstrema lokalne, twierdzenia Rolle'a, Lagrange'a i Cauchy'ego o wartości średniej, monotoniczność a pochodna, reguła de l'Hospitala, wyższe pochodne, wypukłość, wzór Taylora.\*\* | **Analiza matematyczna**  1. Liczby rzeczywiste i zespolone.  2. Ciagi i szeregi liczbowe rzeczywiste i zespolone, twierdzenie Bolzano-Weierstrassa, kryteria zbieznosci szeregow, szeregi potegowe.  3. Funkcje jednej zmiennej, funkcje ciagłe, pochodna, wzór Taylora, podstawowe zastosowania, ekstrema.  4. Całkowanie, funkcja pierwotna, całka oznaczona, zastosowania całek, podstawowe algorytmy numeryczne.  5. Ciagi i szeregi funkcyjne, zbieznosc jednostajna, zamiana kolejnosci operacji analitycznych, funkcje analityczne. |
| **Analiza matematyczna II**  Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej: pochodna i jej sens geometryczny, własności algebraiczne pochodnej, różniczkowanie elementarnych funkcji, ekstrema lokalne, twierdzenia Rolle'a, Lagrange'a i Cauchy'ego o wartości średniej, monotoniczność a pochodna, reguła de l' Hospitala, wyższe pochodne, wypukłość, wzór Taylora.\*\*  Zbieżności (punktowa, jednostajna, niemal jednostajna) ciągów i szeregów funkcyjnych: norma „sup” funkcji, warunki konieczne i dostateczne (kryt. Weierstrassa) zbieżności jednostajnej szeregów funkcyjnych, twierdzenia o ciągłości i o różniczkowalności granicy, informacja o aproksymacji jednostajnej wielomianami.  Rachunek całkowy funkcji jednej zmiennej: całka nieoznaczona i oznaczona, całkowanie przez części i przez podstawianie, całkowanie funkcji wymiernych, informacje o typowych podstawieniach, całka Riemanna, całkowalność i zbieżność sum Riemanna dla funkcji ciągłych, elementarne własności całki Riemanna, podstawowe twierdzenie rachunku całkowego, twierdzenie (tzw. „I-sze”) o wartości średniej, całki niewłaściwe (szkic).  Przestrzenie metryczne i ciągłość funkcji wielu zmiennych: przykłady metryk, normy, zbiory otwarte i domknięte, zbieżność ciągów w przestrzeniach metrycznych, zwartość w Rn i twierdzenie Bolzano Weierstrassa, granica i ciągłość funkcji wielu zmiennych, ciągłość funkcji a otwartość/domkniętość zbiorów, twierdzenie Weierstrassa o osiąganiu kresów dla funkcji wielu zmiennych.  Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych: pochodna funkcji wektorowej 1-nej zmiennej, pochodne cząstkowe, funkcje klasy C1, tw. o ekstremach lokalnych dla funkcji skalarnych, pochodna kierunkowa, różniczka, macierz Jakobiego, ciągłość funkcji różniczkowalnych i różniczkowalność funkcji klasy C1, różniczka złożenia i reguła „łańcuchowa”, ekstrema warunkowe i tw. o mnożnikach Lagrange'a, pochodne cząstkowe drugiego rzędu i warunki dostateczne na ekstrema lokalne.  Rachunek całkowy wielu zmiennych.\*\*\* |  |
|  |  |