

### 1.6.6

(Examen de première session, 2019) En Belgique, un numéro de téléphone mobile est formé

- d'un préfixe de la forme  $04c1c2$ , où  $c1$  est un chiffre de 5 à 9 et  $c2$  un chiffre quelconque, et
- d'un suffixe composé de 6 chiffres, dont le premier est non nul.

(a) En supposant que tous les numéros de téléphone mobile valables sont équiprobables, calculez la quantité d'information contenue dans un numéro.

(b) Un opérateur téléphonique gère 2 millions de numéros de téléphone mobile belges, regroupés dans une base de données qui associe à chaque numéro le code postal de son titulaire. En sachant qu'il y a 2825 codes postaux distincts, supposés équiprobables et indépendants des numéros de téléphone, calculez la quantité de mémoire nécessaire au stockage de cette base de données.

#### Résolution :

(a)

Calculons le nombre total  $N$  de numéros possible, ceux-ci étant équiprobables, on aura comme quantité d'information  $\beta = \log_2(N)$ . Nous avons la relation :  $N = N_{suffixe} * N_{prefixe}$ . Calculons le nombre de préfixe possible : nous avons pour  $c1$  : 5 possibilités et pour  $c2$  : 10 possibilités ; ce qui nous donne  $5 * 10 = 50$  combinaisons possibles pour  $c1c2$  et donc aussi 50 combinaisons possibles pour les suffixes  $04c1c2$  :  $N_{suffixe} = 50$ .

Calculons le nombre de suffixe possible : nous avons 6 chiffres avec 10 possibilités chacun ce qui nous donne :  $10^6$  combinaisons possible et donc autant de suffixes :  $N_{suffixe} = 10^6$ .

De sorte que  $N = 5 * 10^7 \Rightarrow \beta \approx 25,58 \text{ bits}$  par numéro.

(b)

On trouve que pour stocker les 2 millions de numéros il faut :  $25,58 * 2 * 10^6 \approx 5,12 * 10^7 \text{ bits}$  auquel il faut ajouter la quantité d'information pour stocker les codes postaux. Il y a 2825 codes postaux ce qui nous donne une quantité d'information de  $\log_2(2825) \approx 11,46 \text{ bits}$  par code et donc  $2,29 * 10^7 \text{ bits}$ . Il nous faudra au total :  $7,41 * 10^7 \text{ bits} \approx 8,83 \text{ MB}$