Électronique Numérique

Année académique 2020-2021

Solution

TD N°2 : Logique séquentielle

Pr: J-M. Redouté
Assistants: L. Burger
A. Halin
T. Peers

Question 1 : Analyse séquentielle

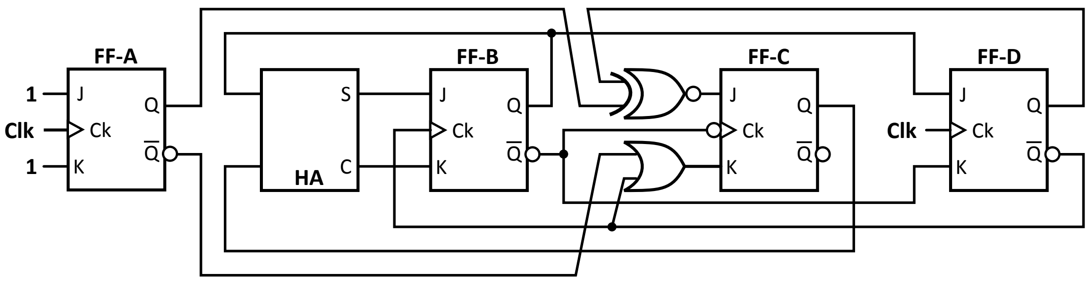

FIGURE 1 – Circuit séquentiel à analyser.

Déclenchement des flip-flops

Le circuit séquentiel (voir figure 1) est asynchrone et possède donc un ordre de déclenchement

— A est déclenché par un flanc montant de l'horloge `Clk`

— B est déclenché par un flanc montant de $\overline{D}$, soit un flanc descendant de D

— C est déclenché par un flanc descendant de $\overline{B}$, soit un flanc montant de B

— D est déclenché par un flanc montant de l'horloge `Clk`

On remarque que les flip-flops A et D s'enclenchent en même temps avec `Clk`. L'ordre de déclenchement est donc

$$A_{\uparrow \texttt{clk}} \ \& \ D_{\uparrow \texttt{clk}} \rightarrow B_{\downarrow D} \rightarrow C_{\uparrow B}$$

Equations des variables d'entrée JK

1) Flip-flop A :

$$J_A = K_A = 1$$

A chaque flanc montant de l'horloge `Clk`, le flip-flop A est complémenté (Q_A(t+1)= $\overline{Q_A(\text{t})}$).

1) Flip-flop D :

$$\begin{aligned} J_D &= Q_B(\text{t}) \\ K_D &= \overline{Q_B(\text{t})} \end{aligned}$$

A chaque flanc montant de `Clk`, le flip-flop D subit un "set" (Q_D(t+1)= 1) si Q_B(t)= 1, ou subit un "reset" (Q_D(t+1)= 0) si Q_B(t)= 0. Ainsi, Q_D(t+1)= Q_B(t) à chaque flanc montant de `Clk`.

2) Flip-flop B :

$$\begin{aligned} J_B &= S_{HA} = Q_B(\text{t}) \oplus Q_C(\text{t}) \\ K_B &= C_{HA} = Q_B(\text{t}).Q_C(\text{t}) \end{aligned}$$

A chaque flanc descendant de D (Q_D(t)= 1 $\rightarrow$ Q_D(t+1)= 0), le flip-flop B change sa valeur en fonction de J_B et K_B. On peut remarquer que, lors d'un flanc descendant de D, $K_B = 0$ vu que Q_D(t+1)= 0 (flanc descendant) et que Q_D(t+1)= Q_B(t) (équation flip-flop D). Ainsi, le flip-flop B subit un "set" si Q_C(t)= 1 ($J_BK_B = 10$) et ne change pas de valeur si Q_C(t)= 0 ($J_BK_B = 00$). Dans tous les autres cas, le flip-flop B garde sa valeur.

3) Flip-flop C :

$$\begin{aligned} J_C &= \overline{Q_A(\text{t+1}) \oplus Q_D(\text{t+1})} \\ K_C &= \overline{Q_A(\text{t+1})} + \overline{Q_D(\text{t+1})} \end{aligned}$$

A chaque flanc montant de B, le flip-flop C change sa valeur en fonction de J_C et K_C. Dans tous les autres cas, le flip-flop C garde sa valeur. Il est important de remarquer que les variables d'entrées J_C et K_C dépendent de Q_A(t+1) et de Q_D(t+1) (et non Q_A(t) et Q_D(t)) car les flip-flops A et D sont mis-à-jours avant le flip-flop C (voir ordre de déclenchement).

Table d'états

Voir table 1. Les colonnes $J_\times$, $K_\times$, et $Q_\times$(t+1) sont complétées en suivant l'ordre de déclenchement (A et D, puis B, puis C).

Q_A	Q_B	Q_C	Q_D(t)	Q_A	Q_B	Q_C	Q_D(t+1)	J_AK_A	J_DK_D	J_BK_B	J_CK_C
0	0	0	0	1	0	0	0	11	01		
0	0	0	1	1	0	0	0	11	01	00	
0	0	1	0	1	0	1	0	11	01		
0	0	1	1	1	1	0	0	11	01	10	01
0	1	0	0	1	1	0	1	11	10		
0	1	0	1	1	1	0	1	11	10		
0	1	1	0	1	1	1	1	11	10		
0	1	1	1	1	1	1	1	11	10		
1	0	0	0	0	0	0	0	11	01		
1	0	0	1	0	0	0	0	11	01	00	
1	0	1	0	0	0	1	0	11	01		
1	0	1	1	0	1	0	0	11	01	10	11
1	1	0	0	0	1	0	1	11	10		
1	1	0	1	0	1	0	1	11	10		
1	1	1	0	0	1	1	1	11	10		
1	1	1	1	0	1	1	1	11	10		

TABLE 1 – Table d'états du circuit.

Equation des variables d'états

Les équations des variables d'états Q_B(t+1) et Q_C(t+1) sont trouvées à partir de la table d'états (table 1) via des tables de Karnaugh (figure 2)

$$\begin{aligned} Q_B(\text{t+1}) &= Q_B(\text{t}) + Q_C(\text{t}).Q_D(\text{t}) \\ Q_C(\text{t+1}) &= Q_C(\text{t}).\overline{Q_D(\text{t})} + Q_C(\text{t}).Q_B(\text{t}) \end{aligned}$$

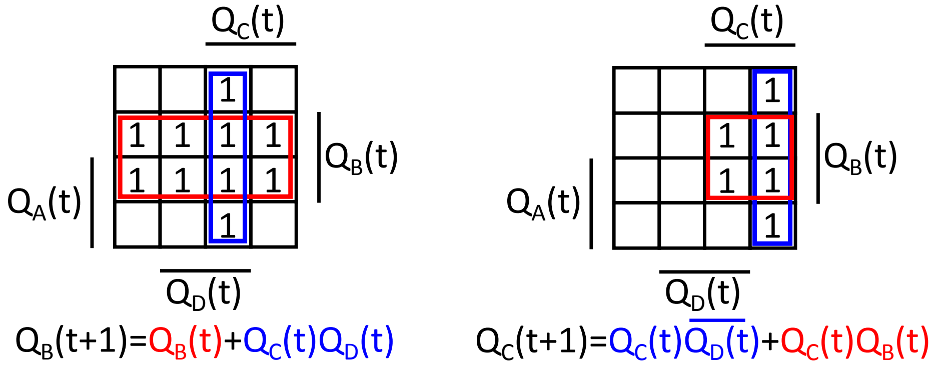

FIGURE 2 – Tables de Karnaugh de Q_B(t+1) et Q_C(t+1).

Question 2 : Synthèse séquentielle

La solution présentée n'est pas unique.

1. Donnez une description **rigoureuse** des entrées/sorties de ce système en veillant à optimiser le nombre de bits utilisés

Entrées (2 bits)

$$\boldsymbol{L} = \begin{cases} 1 & \text{si le levier est actionné par le joueur} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{Eg} = \begin{cases} 1 & \text{si la dernière image arrêtée est égale à l'image directement à sa gauche} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Sorties (2 bits)

$\boldsymbol{Y_1}\ \boldsymbol{Y_0}$ =
- 0 0 quand la machine ne fait **aucun bruit**,
- 0 1 quand la machine diffuse le son **'Game Over'** (mise perdue),
- 1 0 quand la machine diffuse un bruit d'**applaudissements** (mise doublée),
- 1 1 si la machine diffuse un bruit de **chute de pièces** (Jackpot).

2. Établissez le diagramme d'états optimal correspondant, accompagné de sa légende complète (ordre des variables pour les états et transitions).

Diagramme d'états

1. Le système démarre dans un **état initial S0** représentant l'attente d'une nouvelle partie, et y reste tant que le levier n'est pas actionné (càd tant que $\boldsymbol{L} = 0$). Dans cet état, on vous dit que la machine est *silencieuse*, ce qui correspond à une sortie $\boldsymbol{Y_1 Y_0} = 00$.

2. Une nouvelle partie commence lorsque le levier est actionné par le joueur (càd quand $\boldsymbol{L} = 1$). Le système passe alors dans un second état **S1** après une période d'horloge représentant le temps écoulé entre la mise en rotation des rouleaux et l'**arrêt du premier rouleau** (le plus à gauche). A ce stade, la variable de comparaison n'a pas encore d'utilité puisqu'on ne dispose que d'une seule image, par conséquent, $\boldsymbol{Eg} = X$.

3. Après une seconde période d'horloge, un **deuxième rouleau s'arrête** ce qui conduit le système dans un des deux états possibles **S2** ou **S3** suivant le résultat du test d'égalité (respectivement, si $\boldsymbol{Eg} = 1$ ou 0). On ne connait alors pas encore le résultat final de la partie et même si les deux images s'avèrent identiques, la machine reste silencieuse puisqu'elle ne produit de son qu'*en fin de partie*. C'est pourquoi la sortie $\boldsymbol{Y_1 Y_0}$ reste égale à 00. On vous dit, de plus, que le joueur n'a pas la possibilité de tirer le levier en cours de partie, par conséquent, une entrée $\boldsymbol{L} = 1$ donne lieu à une sortie et des états indéterminés.

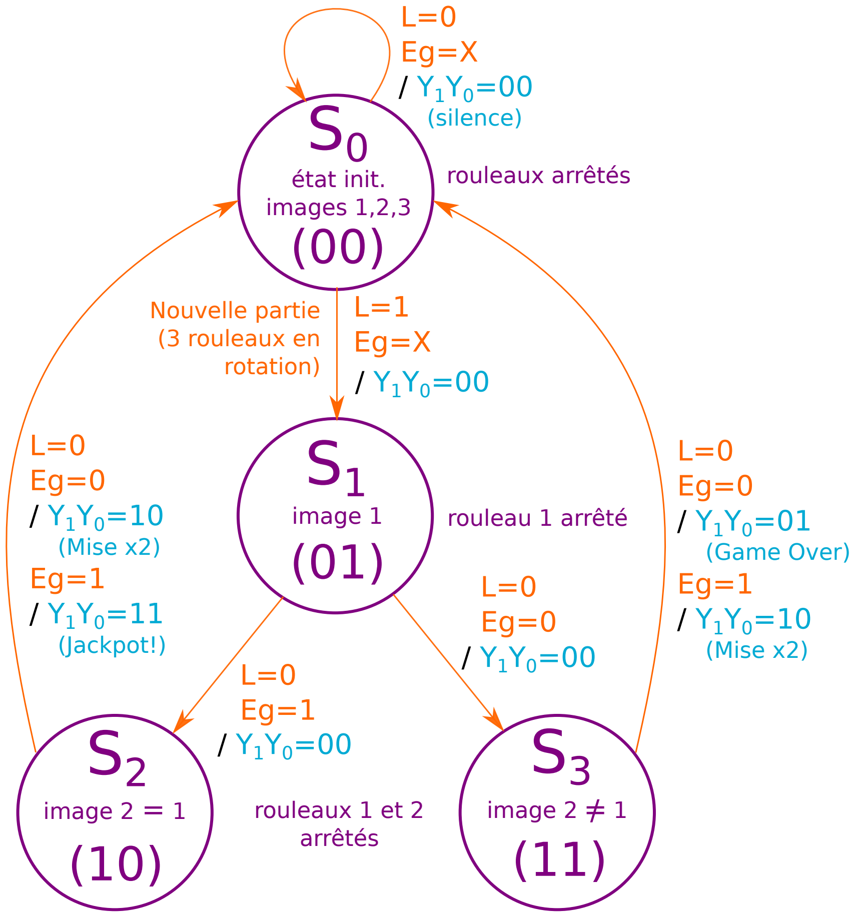

FIGURE 3 – Diagramme d'états (machine d'états) annoté(e) du système.

4. Enfin, après une troisième période d'horloge, le dernier rouleau s'arrête. La machine compare alors cette 3ème image à l'image 2, diffuse le son correspondant au **résultat de la partie** et retourne à son **état initial** (*silencieuse et arrêtée sur les trois images de la dernière partie jouée*) :
   — si le système était précédemment dans l'état **S2** (image 1 = image 2), la sortie vaudra

$$\boldsymbol{Y_1 Y_0} = \begin{cases} 10 \text{ (Applaudissements)} & \text{si } \boldsymbol{Eg} = 0 \Leftrightarrow \text{ image } 1 = \text{image } 2 \neq \text{image } 3 \\ 11 \text{ (Jackpot)} & \text{si } \boldsymbol{Eg} = 1 \Leftrightarrow \text{ image } 1 = \text{image } 2 = \text{image } 3 \end{cases}$$

   — si le système était précédemment dans l'état **S3** (image 1 ≠ image 2), la sortie vaudra

$$\boldsymbol{Y_1 Y_0} = \begin{cases} 01 \text{ (Game Over)} & \text{si } \boldsymbol{Eg} = 0 \Leftrightarrow \text{ image } 1 \neq \text{image } 2 \neq \text{image } 3 \\ 10 \text{ (Applaudissements)} & \text{si } \boldsymbol{Eg} = 1 \Leftrightarrow \text{ image } 1 \neq \text{image } 2 = \text{image } 3 \end{cases}$$

   (à l'exception des cas où $\boldsymbol{L} = 1$ pour lesquels $\boldsymbol{Y_1 Y_0} = XX$ et l'état du système est indéterminé).

Les 4 états sont représentés par 2 variables d'état $\boldsymbol{Q_A}$ et $\boldsymbol{Q_B}$ = 0 0 (**S0**) ; 0 1 (**S1**) ; 1 0 (**S2**) ; 1 1 (**S3**).

3. Établissez la table d'états **complète** correspondant à cette machine d'états (variables d'états suivies des variables d'entrée pour les colonnes de gauche).

Table d'états

Le diagramme d'état peut être représenté par la table d'états suivante :

$Q_A(t)$	$Q_B(t)$	$\boldsymbol{L}$	$\boldsymbol{Eg}$	$Q_A(t+1)$	$Q_B(t+1)$	$\mathbf{Y_1}$	$\mathbf{Y_0}$	$J_A\ K_A$	$J_B\ K_B$	m_i
0	0	0	0	0	0	0	0	0 X	0 X	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0 X	0 X	1
0	0	1	0	0	1	0	0	0 X	1 X	2
0	0	1	1	0	1	0	0	0 X	1 X	3
0	1	0	0	1	1	0	0	1 X	X 0	4
0	1	0	1	1	0	0	0	1 X	X 1	5
0	1	1	0	X	X	X	X	X X	X X	6
0	1	1	1	X	X	X	X	X X	X X	7
1	0	0	0	0	0	1	0	X 1	0 X	8
1	0	0	1	0	0	1	1	X 1	0 X	9
1	0	1	0	X	X	X	X	X X	X X	10
1	0	1	1	X	X	X	X	X X	X X	11
1	1	0	0	0	0	0	1	X 1	X 1	12
1	1	0	1	0	0	1	0	X 1	X 1	13
1	1	1	0	X	X	X	X	X X	X X	14
1	1	1	1	X	X	X	X	X X	X X	15

Table 2 – Table d'états relative à la question de synthèse

4. Donnez les équations simplifiées de ces variables J-K et de la (des) variable(s) de sortie.

Equations simplifiées des variables J,K

Par Karnaugh (voir figure 4), on obtient :

$$J_A = Q_B(t) \qquad K_A = 1$$
$$J_B = L \qquad K_B = Q_A(t) + Eg$$

Equations simplifiées des sorties

Par Karnaugh (voir figure 5), on obtient :

$$Y_1 = Q_A(t).(\bar{Q}_B(t) + Eg)$$
$$Y_0 = Q_A(t).(Q_B(t) \oplus Eg)$$

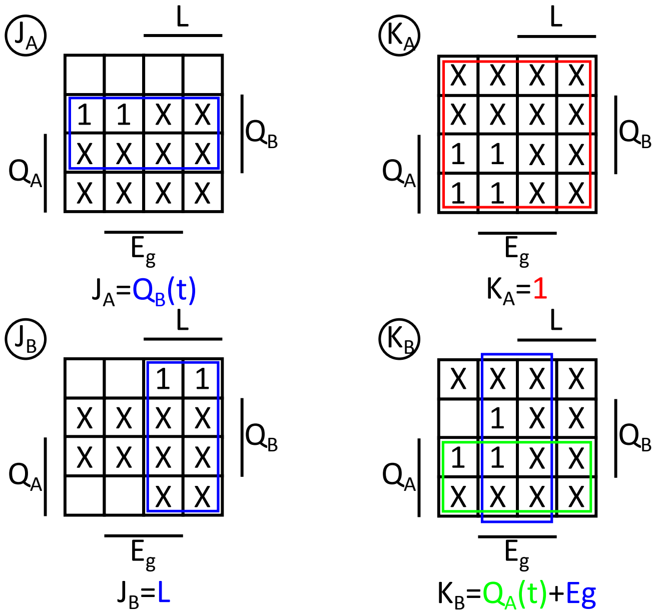

FIGURE 4 – Tables de Karnaugh pour les variables J,K des flips-flops

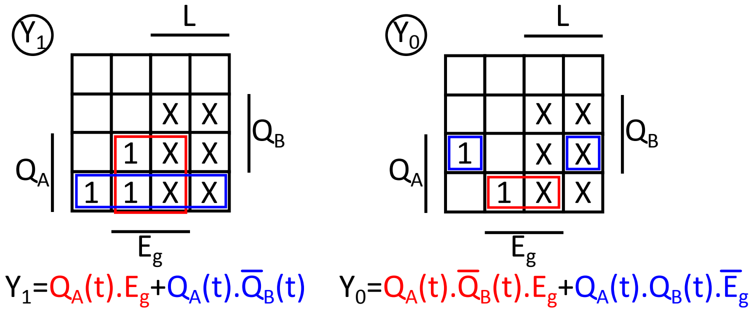

FIGURE 5 – Tables de Karnaugh pour les sorties du système