Chap 1

• mouvement rectiligne uniforme (MRU)

• vitesse moyenne : $\bar{v}$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \left[\frac{m}{s}\right]$$

• vitesse instantanée : v

= vitesse moyenne sur un intervalle de temps arbitrairement court

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

• Accélération

• Accélération moyenne : $\bar{a}$ sur un intervalle de temps donné

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

• Accélération instantanée : a accélération moyenne sur un intervalle de temps arbitrairement court

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

• mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

• Accélération : a

$$a = \frac{dv}{dt} = \text{constante} = \bar{a}$$

• Vitesse instantanée : v

$$v = v_0 + a \Delta t$$

• vitesse moyenne : $\bar{v}$

$$\bar{v} = \frac{1}{2}(v_0 + v)$$

• Position : Δx

$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

• Relation complémentaire

$$v = v_0 + a \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$\Delta x = \frac{(v + v_0)}{2} \Delta t \rightarrow \Delta x = \frac{(v + v_0)}{2} \cdot \frac{v - v_0}{a}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{(v^2 - v_0^2)}{2a}$$

$$\Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2a \Delta x$$

Chap 1

- MRUA en résumé
  - $a = \text{constante}$
  - $v = v_0 + a\Delta t$

    $\bar{v} = \frac{(v+v_0)}{2} = v_0 + \frac{1}{2} a \Delta t$

    $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$
  - $\Delta x = \frac{(v+v_0)}{2} \Delta t$

    $\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$

    $\Delta x = \frac{(v_2 - v_0^2)}{2a}$

- Chutes libre
  - temps de chute

    $\Delta t = \sqrt{\frac{2\Delta x}{a}}$
  - vitesse d'impacte

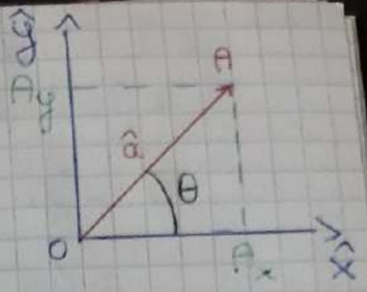
    $v = v_0 + a\Delta t$
  - position moyenne

    $\Delta x = \frac{a}{2} (\Delta t)^2$

Chap 2

Composantes d'un vecteur

- Cas à deux dimensions



$$A = A\hat{a} = A_x\hat{x} + A_y\hat{y}$$

composantes : $A_x = A\cos\theta$

$A_y = A\sin\theta$

$$\frac{A_y}{A_x} = \operatorname{tg}\theta \qquad A = \sqrt{A^2 + A^2}$$

Opérations sur les vecteurs

- Additions : $A + B = (A_x + B_x)\hat{x} + (A_y + B_y)\hat{y}$
- Soustraction : $A - B = (A_x - B_x)\hat{x} + (A_y - B_y)\hat{y}$
- Multiplication par un scalaire : $\alpha A = (\alpha A_x)\hat{x} + (\alpha A_y)\hat{y}$

Le vecteur vitesse

- Vitesse moyenne :

$$\bar{v} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{(S_{x2} - S_{x1})\hat{x} + (S_{y2} - S_{y1})\hat{y}}{\Delta t}$$

$$= \frac{\Delta S_x}{\Delta t}\hat{x} \; \frac{\Delta S_y}{\Delta t}\hat{y}$$

$$= \bar{v}_x\hat{x} + \bar{v}_y\hat{y}$$

- Vitesse instantanée :

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$= \frac{ds_x}{dt}\hat{x} + \frac{ds_y}{dt}\hat{y}$$

$$= v_x\hat{x} + v_y\hat{y}$$

Vecteur vitesse :

tangent à la trajectoire

Chap 2

Chap 2 · Lois du mouvement

· Le vecteur Accélération

· Accélération moyenne :

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(v_{x_2} - v_{x_1})\hat{x} + (v_{y_2} - v_{y_1})\hat{y}}{\Delta t}$$

$$= \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{x} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{y}$$

$$= \bar{a}_x \hat{x} + \bar{a}_y \hat{y}$$

· Accélération instantanée :

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$= \frac{dv_x}{dt}\hat{x} + \frac{dv_y}{dt}\hat{y}$$

$$= a_x \hat{x} + a_y \hat{y}$$

· Equations du mouvement

· Direction horizontale : MRU

$$a_x = 0$$

$$V_x = V_{x0}$$

$$\Delta x = V_{x0} \Delta t$$

· Direction verticale : MRUA

$$a_y = -g$$

$$V_y = V_{y0} - g \Delta t$$

$$\Delta y = V_{y0} \Delta t - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2$$

Chap 2 • Lois du mouvement

- mouvement du plan = composition de deux MRUA
- vitesse ou accélération constante
  ≠ module du vecteur constant
  = module et direction constants
  = chacune des composantes constante

• Tir horizontal

$$y = \frac{g \cdot x^2}{2 v_0^2}$$

$$x = V_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

→ point de chute

• Tir balistique

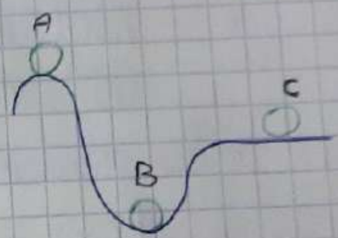
- $y = V_0 \cdot \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$
- $x = V_0 \cdot \cos\theta \cdot t$
- $y_{max} = V_0^2 \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2g}$ hauteur max
- $P = \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$ point de chute

chap 4 | 0

chap 3

- Sa force
  - grandeur et une direction = vecteur
  - la force totale = somme (vectorielle) des forces
  - L'unité de force est le Newton [N]

- Première lois de Newton
  - Inercie
    Tout objet conserve son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme en absence de force agissant sur lui
  - L'équilibre
    Un objet dont l'état de mouvement reste inchangé (v = cste) est dit en équilibre



A • équilibre instable
B • équilibre stable
C • équilibre indiférent

- Deuxième loi de Newton
  - Loi fondamentale
    Quand une force s'exerce sur un objet, celui-ci est soumis á une accéleration qui á la même direction $F = m \cdot a$

- Troisième loi de Newton
  - Action \ réaction
    Si un objet A exerce une force F sur un autre B, alors B exerce sur A une force égale en norme mais de sens opposé, -F

chap 4 • La statique

chap 3 • Type de force

• gravitation ordinaire

$F = mg$

• gravitation universelle

$F_{21} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}$

$\rightarrow G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$

La force est :
- toujours attractive
- proportionnelle au produits des masses
- inversement proportionnelle au carré de la distance

• Le poids d'un objet

$g = 9{,}81$

• Le poid effectif

W^e (poid de la balance)

• Les ressorts

$F(x) = -k \cdot x = ma = m \frac{d^2x}{dt^2}$

• Tension dans une corde

• Les forces de réaction

• Les forces de frottement

- Frottement statique :

$f_s = F$

$f_s(max)$ indépendant de l'aire de contact

$f_s(max) = \mu_s \cdot N$

μ_s coefficient de frottement statique (<1)

- Frottement cinétique :

$f_c < f_s(max)$

f_c indépendant de l'aire de contact

$f_c = \mu_c \cdot N$

μ_c coefficient de frottement cinétique ($\mu_c < \mu_s$)

- $\mu_s = tg\theta_{max}$
- $f_s = F \rightarrow f_s(max) = \mu_s \cdot N$
- $f_c = \mu_c \cdot N$
- $(\mu_c < \mu_s)$

Si $\mu_s = 1.0$ alors on peut aller jusqu'à un angle de 45°

chap 4

- La statique
  - $\Sigma_i F_i = 0$
  - $\Sigma_i M_i = 0$

    $\tau = r . F . \sin\theta$

    $\tau = r \wedge F$

    - dont l'amplitude est -> $\tau = r F \sin\theta$
    - dont la direction est -> $\perp r$ et F
    - dont le sens est -> donné par la règle de la main droite

- Condition d'equilibre
  - Equilibre de translation

    force resultante nulle $\Sigma_i F_i = 0$
  - Equilibre de rotation

    moment de force resultant $\Sigma_i \tau_i = 0$

- Le centre de masse
  - Système composé de 2 masses ponctuelle

    $$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{M} \quad \text{avec } M = m_1 + m_2$$

    - Si $m_1 = m_2$ -> $x_{CM} = \frac{x_1 + x_2}{2}$
    - Si $m_1 = 0$ -> $x_{CM} = x_2$
  - Système composé de n masses ponctuelles

    $$x_{CM} = \frac{\Sigma_{i=1}^{n} m_i x_i}{M}$$

- centre de masse = centre de gravité

  $\tau = r . W = r W \sin\theta$

• Le mouvement circulaire

chap 4

• Mouvement de translation

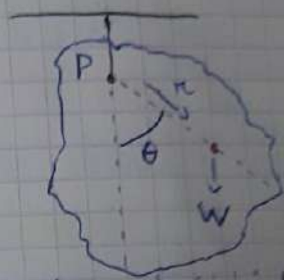
$$M a_{cm} = \sum_{i=1}^{n} F_i = F_{ext}$$

Le CM d'un corps étendu se déplace comme un corps ponctuel de même masse, sur lequel agit la force externe $F_{ext} = \sum_i F_i$

• Le centre de gravité

• force résultante

$$w = \sum_{i=1}^{n} w_i$$



• Lorsque g est homogène

centre de masse = centre de gravité

$$\tau = r.w = r w \sin\theta$$

• Le centre de gravité d'un objet symétrique homogène se trouve au centre géométrique de l'objet

• Équilibre et stabilité

Un objet bascule lorsque la verticale passant par le CG coupe la base en dehors du polygone de sustentation défini par les support

• Les leviers

force appliqué : F_A

force de résistance : F_R

• A l'équilibre

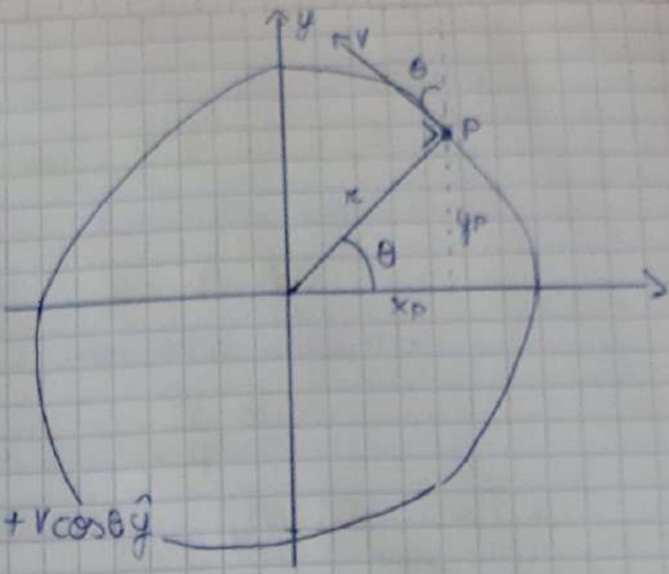
$$X_R F_R = X_A F_A$$

• Avantage mécanique

$$A.M. = \frac{F_R}{F_A} = \frac{X_A}{X_R}$$

chap 5

- Le mouvement circulaire



- Accélération centripète

  - position

$$x_P = r\cos\theta$$

$$y_P = r\sin\theta$$

  - vitesse

$$v = v_x\hat{x} + v_y\hat{y} = -v\sin\theta\,\hat{x} + v\cos\theta\,\hat{y}$$

$$= -v\frac{y_P}{r}\hat{x} + v\frac{x_P}{r}\hat{y}$$

- Accélération

$$a = -\frac{v}{r}\underbrace{\frac{dy_P}{dt}}_{v_y}\hat{x} + \frac{v}{r}\underbrace{\frac{dx_P}{dt}}_{v_x}\hat{y}$$

$$= -\frac{v^2}{r}\cos\theta\,\hat{x} - \frac{v^2}{r}\sin\theta\,\hat{y}$$

- module

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \frac{v^2}{r}\sqrt{\cos^2\theta + \sin^2\theta}$$

$$= \frac{v^2}{r}$$

- direction

$$tg\,\varphi = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-(v^2/r)\cdot\sin\theta}{-(v^2/r)\cdot\cos\theta}$$

$$= tg\,\theta \rightarrow \text{radiale}$$

- $a_r = -\dfrac{v^2}{r}\hat{r}$

chap 5

- voiture sur trajectoire circulaire

$$F_r = \frac{mv^2}{r} \leq f_s(max) = \mu_s N = \mu_s mg$$

- Vitesse maximale

$$v \leq \sqrt{\mu_s r g}$$

- rayon minimum

$$r \geq \frac{v^2}{\mu_s g}$$

- Poids effectif

$$W^e$$

- Mouvement circulaire uniformément accéléré MCUA

- Composante tangentielle ($\parallel v$) varie le module de v

$$a_T = \frac{dv}{dt}\hat{t}$$

- composante radiale ($\perp v$) varie la direction de v

$$a_r = -\frac{v^2}{r}\hat{r}$$

- mouvement quelconque

$$a = a_r + a_T$$

- Position angulaire

- Angle en radiant

$$\theta = S/r \text{ [rad]}$$

- Relation entre variable linéaire (S) et angulaire (θ)

$$S = \theta r$$

Angle		Cosinus	Sinus
Degré	Radian		
0	0	$\sqrt{4}/2 = 1$	$\sqrt{0}/2 = 0$
30	$\pi/6$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{1}/2$
45	$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$
60	$\pi/3$	$\sqrt{1}/2$	$\sqrt{3}/2$
90	$\pi/2$	$\sqrt{0}/2 = 0$	$\sqrt{4}/2 = 1$

chap 5 • Vitesse angulaire

• vitesse angulaire moyenne

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \left[\frac{rad}{s}\right]$$

• vitesse angulaire instantanée

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \left[\frac{rad}{s}\right]$$

• La vitesse angulaire est un vecteur dont
- la direction : axe de rotation
- le sens : règle de la main droite

• Relation entre vitesse angulaire (ω) et linéaire (v)

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \to \omega = \frac{1}{r} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{1}{r} \cdot V$$

$$V = r \cdot \omega$$

$$s = r \cdot \theta$$

• Accélération angulaire

• Accélération angulaire moyenne

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \left[\frac{rad}{s^2}\right]$$

• Accélération angulaire instantanée

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \left[\frac{rad}{s^2}\right]$$

• L'accélération angulaire est un vecteur dont
- la direction suit l'axe de rotation
- le sens suit la règle de la main droite

• Relation entre accélération angulaire (α) et linéaire (a_t et a_r)

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$a_T = \frac{dv}{dt} = r \cdot \frac{d\omega}{dt} = r \cdot \alpha \to a_T = r \cdot \alpha$$

$$a_r = -\frac{V^2}{r} \hat{r}$$

$$V = r \cdot \omega \to a_r = -\omega^2 \cdot r \hat{r}$$

chap 7

chap 6 • Travail energie et puissance

• Le travail

chap 5 • Moment d'inertie

$$\Sigma_i \tau_i = I.\alpha$$

$$I = \Sigma_i m_i r_i^2$$

• MRUA et MCUA

$x = r\theta$ $\quad v = r\omega$ $\quad a = r\alpha$

Accélération linéaire a constante	Accélération angulaire α constante
$v = v_0 + a\,\Delta t$	$\omega = \omega_0 + \alpha\,\Delta t$
$\langle v \rangle = (v_0 + v)/2$	$\langle \omega \rangle = (\omega_0 + \omega)/2$
$\Delta x = v_0 \Delta t + (a/2)(\Delta t)^2$	$\Delta\theta = \omega_0\,\Delta t + (\alpha/2)(\Delta t)^2$
$\Delta x = (v_0 + v)/2\ \Delta t$	$\Delta\theta = (\omega_0 + \omega)/2\ \Delta t$
$v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta x$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\,\Delta\theta$

$F = ma$ $\qquad \tau = I\alpha$

• Loi de Kepler

• équation du mouvement

$$G\frac{mM_T}{r^2} = \mu\frac{\bar{\omega}^2}{\rho}$$

- période

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$G\frac{mM_T}{r^2} = \frac{m}{r}\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \longrightarrow T^2 = \underbrace{\left(\frac{4\pi^2}{M_T G}\right)}_{C} r^3$$

Chap 1

Chap 6 • Travail energie et puissance

• Le travail

$$W = F_S S = FS \cos\theta$$

• Energie cinétique

L'energie cinétique finale d'un objet (K)

= l'energie cinétique initiale (K_0)

+ le travail de toute les forces agissant sur l'objet (+ou-) (W)

$$K = K_0 + W$$

$$K = \frac{mv^2}{2} + \underbrace{C}_{=0}$$ pour que $K = 0$ lorsque $v = 0$

• Energie potentielle gravitationelle

$$U = mgh + \underbrace{C}_{=0}$$ pour que $U = 0$ lorsque $h = 0$

$$U = -G\frac{mM_T}{r} + \tilde{C}$$ pour que $U = 0$ lorsque $r = \infty$

• Force de concervation

force dont le travail ne depend que des positions initiales et finale pas du chemin suivi

- c'est cette propriété qui ns permet de remplacer le travail le long d'un chemin par une difference finie

• force dissipative

- les force de frottement s'oppose au mouvement
- le travail fournit est toujours négatif
- l'energie est dissipé -> force dissipative

• Conservations de l'energie

$$K + U = K_0 + U_0 + W_a$$

↳ energie potentielle gravitationelle

↳ energie cinétique

• Energie mécanique

$$\underbrace{E}_{K+U} = \underbrace{E_0}_{K_0+U_0} + W_a$$ ↳ En absence de travail des force exterieur $W_a = 0$

chap 6 • Operation sur les vecteurs

chap 6 • Force d'attraction gravitationelle

$$F_g = -G \frac{m M_T}{(R_T+h)^2} \hat{r} = -G \frac{m M_T}{r^2} \hat{r}$$

$$g = -G \frac{M_T}{(R_T+h)^2} = \text{constante si } h = \text{constante}$$

• Puissance

Travail effectué par unité de temps

• Puissance moyenne

$$\overline{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

• Puissance instantanée

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

$$P = F_S \frac{ds}{dt} = F.v$$

• Mouvement de rotation

$$S = r\theta \qquad a_t = r\alpha$$

$$v = r\omega \qquad a_r = r\omega^2$$

• Le travail

$$W = S.F = \theta.\underbrace{r.F}_{\tau} = \theta\tau$$

• Puissance

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau \underbrace{\frac{d\theta}{dt}}_{\omega} = \omega t$$

• Energie cinétique

$$k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \underbrace{m r^2}_{I} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

chap 6

• Operation sur les vecteurs

• produit vectorielle par un scalaire → vecteur

$$B = \alpha . A = \alpha A_x \hat{x} + \alpha A_y \hat{y} + \alpha A_z \hat{z}$$

• Produit vecteur par vecteur → vecteur

$$C = A \times B = (AB \sin\theta)\hat{u} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

• Produit scalaire entre deux vecteur → scalaire

$$\alpha = A . B = AB \cos\theta = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

• Resolution de problème

1. Identifier l'ensemble des forces
2. Pour les forces concervatives :
   inclure un terme d'energie potentielle (ressort, attraction ...)
3. Pour les force non-concervative :
   estimer le travail effectué par la force
4. Comparer l'équation de conservation en deux point particulier du mouv
   - K renseigne sur la vitesse
   - U renseigne sur la position

chap 1

vitesse moyenne $v = \frac{\Delta x}{\dots}$

chap 7 • Quantité de mouvement

chap 5

c'est le produit de la masse par la vitesse

$p = mv$ [kg\m.s]

mesure le mouvement et l'inertie

• Impulsion

est l'intégrale de la force par rapport au temps

$$\int F\,dt = \int ma\,dt \quad [N.s]$$

Si la masse est constante:

$$\int ma\,dt = m(v(t) - v(0)) = p(t) - p(0)$$

• Si il n'y a aucun travail des forces exterieures, la quantité de mouvement est constante

• Collision inélastiques

• Si l'energie mécanique est conservé : élastique
sinon inélastique (frottement)

• Quantité de mouvement

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v'$$

• Energie cinétique

$$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{1}{2}(m_1+m_2)v'^2}{\frac{1}{2}m_1 v_1^2} = \frac{m_1}{m_1+m_2}$$

• Collisions élastique

• Conservation de p : $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

• Conservation de l'energie: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$

• Si la deuxième masse est initialement au repos:

- conservation de p: $m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$
- conservation de l'energie: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$

$$K_1' = \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1+m_2)^2} K_1 \qquad K_2' = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1+m_2)^2} K_1$$

chap 1

vitesse moyenne $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

chap 7 • Moment cinétique

- Loi de Newton : $\tau = I\alpha = I\frac{d\omega}{dt}$
- Impulsion angulaire : $\tau \Delta t$
- Moment cinétique : $L = I\omega$
  ↳ grandeur vectorielle
- Chaque masse m_i (position r_i et vitesse v_i) fournit une contribution au moment cinétique :

$$L_i = r_i \times p_i$$

- Moment cinétique total :

$$L = \sum_i L_i = \sum_i m_i r_i \times v_i = \sum_i m_i r_i^2 \omega = I\omega$$