

ELEN0040 – REPETITION 4

*Synthèse de circuits
combinatoires*

Synthèse

Point de départ : système à modéliser

- ➔ 1. Définir et optimiser les entrées/sorties
- ➔ 2. Etablir la table de vérité (< lois de fonctionnement)
- ➔ 3. Exprimer et simplifier les fonctions logiques
- ➔ 4. Implémenter / Représenter le schéma logique

Ex 44

Les critères de recrutement d'une compagnie aérienne sont les suivants :

- (a) Etre masculin, célibataire et belge
- (b) Etre célibataire, belge et avoir moins de 25 ans
- (c) Etre une célibataire étrangère
- (d) Etre un homme de moins de 25 ans
- (e) Etre une femme célibataire de plus de 25 ans

Ex 44

1a. Entrées: 4 bits

A = 0 \leftrightarrow masculin ; 1 \leftrightarrow féminin
B = 0 \leftrightarrow belge ; 1 \leftrightarrow étranger
C = 0 \leftrightarrow +25 ans ; 1 \leftrightarrow -25 ans
D = 0 \leftrightarrow célibataire ; 1 \leftrightarrow non-célibataire

1b. Sortie(s): 1 bit

F = 1 si recruté ; 0 sinon

2. Lois de fonctionnement = critères de recrutement \rightarrow T.V. :

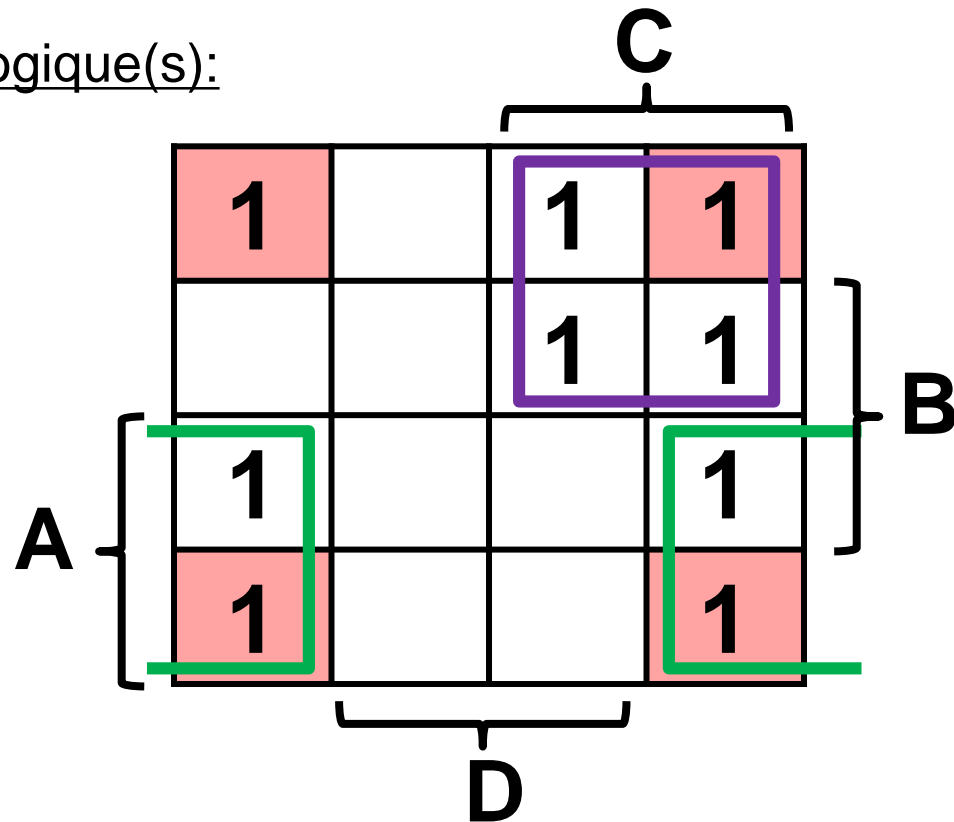
- | | |
|--|--------------------|
| (a) Etre masculin, célibataire et belge | ABCD = 00X0 |
| (b) Etre célibataire, belge et avoir moins de 25 ans | ABCD = X010 |
| (c) Etre une célibataire étrangère | ABCD = 11X0 |
| (d) Etre un homme de moins de 25 ans | ABCD = 0X1X |
| (e) Etre une femme célibataire de plus de 25 ans | ABCD = 1X00 |

	A	B	C	D	F	m_i
(a)	0	0	0	0	1	0
	0	0	0	1	0	1
(a) (b) (d)	0	0	1	0	1	2
(d)	0	0	1	1	1	3
	0	1	0	0	0	4
	0	1	0	1	0	5
(d)	0	1	1	0	1	6
(d)	0	1	1	1	1	7
(e)	1	0	0	0	1	8
	1	0	0	1	0	9
(b)	1	0	1	0	1	10
	1	0	1	1	0	11
(c) (e)	1	1	0	0	1	12
	1	1	0	1	0	13
(c)	1	1	1	0	1	14
	1	1	1	1	0	15

Ex 44

$$F = \sum m(0,2,3,6,7,8,10,12,14)$$

3. Fonction(s) logique(s):



$$F = \textcolor{green}{A}\bar{D} + \textcolor{purple}{\bar{A}}C + \textcolor{red}{\bar{B}}\bar{D}$$

Ex 46

On désire réaliser un système d'alarme qui est constitué de **2 détecteurs dans un hall (1 à gauche et 1 à droite), 2 détecteurs dans un bureau (1 à gauche et 1 à droite) et 2 sirènes (1 extérieure et 1 intérieure).**

En supposant que les 2 détecteurs d'une même pièce ne peuvent déclencher simultanément, le fonctionnement du système est régi par les lois suivantes :

- 1) La sonnerie intérieure retentira si 1 des détecteurs du bureau est enclenché sans qu'aucun détecteurs du hall ne déclenche.
- 2) Si un nombre impair de détecteurs s'enclenchent, la sirène intérieure retentira également. Par contre, si un nombre pair de détecteurs est sollicité, la sonnerie intérieure ne retentira que si les deux détecteurs à gauche ou les deux détecteurs à droite sont enclenchés.
- 3) La sirène extérieure est, quant à elle, insensible aux détecteurs du bureau. Il en résulte qu'elle ne retentira qu'au moment où un individu pénètre dans le hall
- 4) Quand aucun détecteurs n'est enclenché, les sirènes sont à l'arrêt.

Déterminer les équations booléennes de sortie de ce circuit. Implémenter la commande de la sirène intérieure au moyen de portes OR et XOR uniquement et la commande de la sirène extérieure au moyen d'un multiplexeur de taille minimale.

Ex 46

1a. Entrées: détecteurs (4 bits)

DHG = détecteur du hall à gauche	}	= 1 si déclenche ; 0 sinon
DHD = détecteur du hall à droite		
DBG = détecteur du bureau à gauche		
DBD = détecteur du bureau à droite		

1b. Sorties: sirènes (2 bits)

SI = sirène intérieure	}	= 1 si retentit ; 0 sinon
SE = sirène extérieure		

Ex 46

2. Lois de fonctionnement → T.V. :

En supposant que les 2 détecteurs d'une même pièce ne peuvent déclencher simultanément, ... **$DHG.DHD + DBG.DBD = 1 \rightarrow XX$**

1) **SI** = 1 si **$(DBG \oplus DBD) \cdot \overline{DHG} \cdot \overline{DHD} = 1$**

2) **SI** = 1 si
 $(DBG \oplus DBD \oplus DHG \oplus DHD) + (DBG.DHG \oplus DBD.DHD) = 1$

3) **SE** = 1 si **$DHG + DHD = 1$**

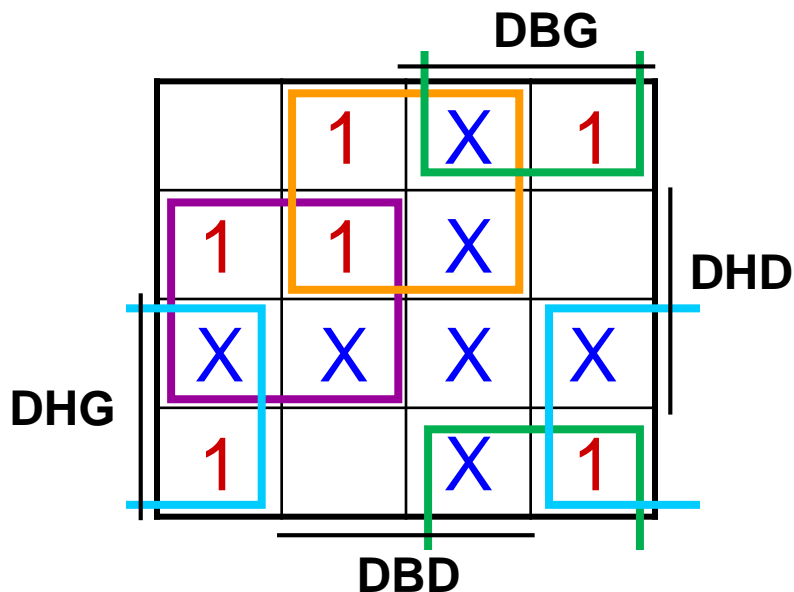
4) **SI** = **SE** = 0 si **$\overline{DHG} \cdot \overline{DHD} \cdot \overline{DBG} \cdot \overline{DBD} = 1$**

	DHG	DHD	DBG	DBD	SI	SE	m_i
4)	0	0	0	0	0	0	0
1) 2)	0	0	0	1	1	0	1
1) 2)	0	0	1	0	1	0	2
	0	0	1	1	X	X	3
2) 3)	0	1	0	0	1	1	4
2) 3)	0	1	0	1	1	1	5
3)	0	1	1	0	0	1	6
	0	1	1	1	X	X	7
2) 3)	1	0	0	0	1	1	8
3)	1	0	0	1	0	1	9
2) 3)	1	0	1	0	1	1	10
	1	0	1	1	X	X	11
	1	1	0	0	X	X	12
	1	1	0	1	X	X	13
	1	1	1	0	X	X	14
	1	1	1	1	X	X	15

Ex 46

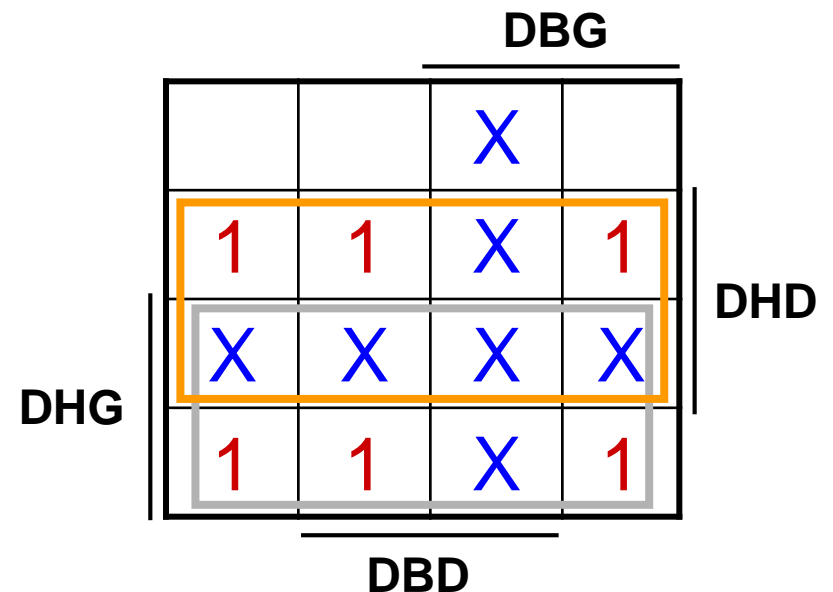
3. Fonctions logiques:

$$SI = \sum m(1,2,4,5,8,10) \\ + \sum d(3,7,11,12,13,14,15)$$



$$SI = \overline{DHG}.DBD + DHG.\overline{DBG} \\ + DHD.\overline{DBG} + \overline{DHD}.DBG$$

$$SE = \sum m(4,5,6,8,9,10) \\ + \sum d(3,7,11,12,13,14,15)$$

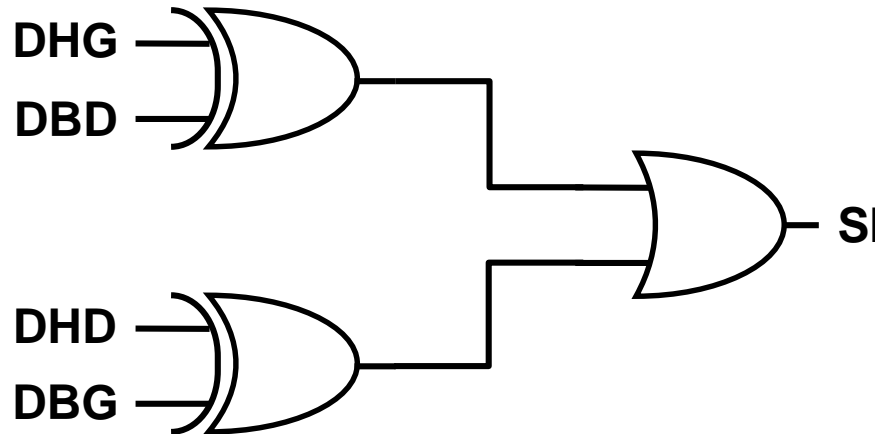


$$SE = DHG + DHD$$

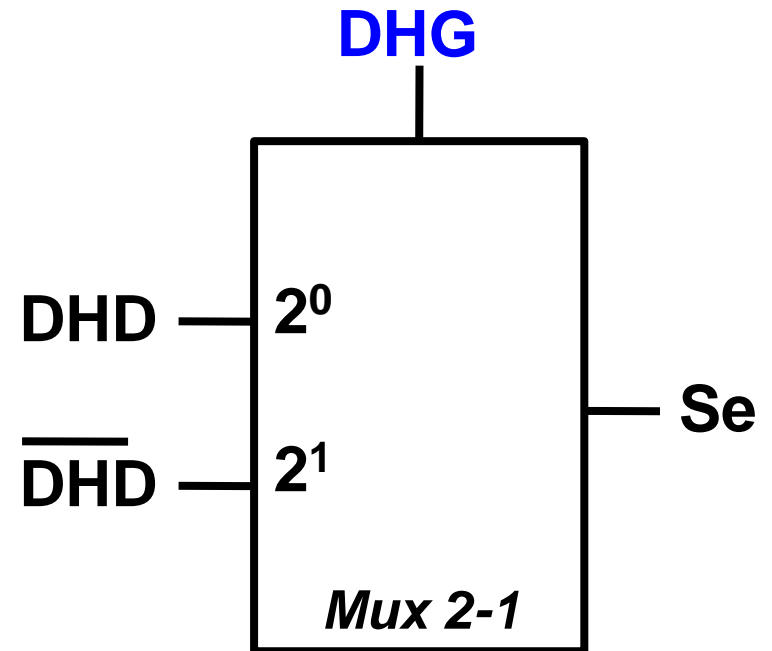
Ex 46

4. Schéma logique: Implémenter la commande de la sirène intérieure au moyen de portes OR et XOR uniquement et la commande de la sirène extérieure au moyen d'un multiplexeur de taille minimale.

$$\begin{aligned} SI &= \overline{DHG}.DBD + DHG.\overline{DBD} + DHD.\overline{DBG} + \overline{DHD}.DBG \\ &= (DHG \oplus DBD) + (DHD \oplus DBG) \end{aligned}$$



DHG	DHD	DBG	DBD	SE
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	X
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	X
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X



Aux « Don't care » près !

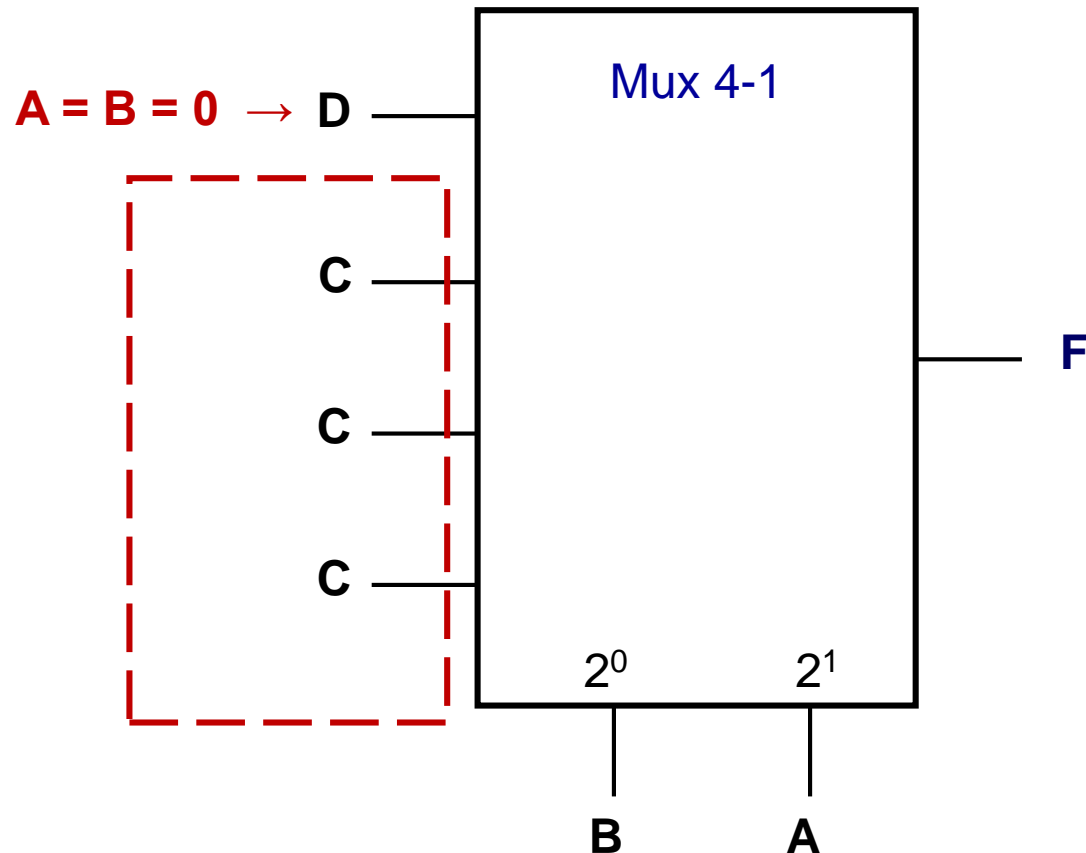
Ex 42

Implémenter de manière optimale la fonction suivante à l'aide d'un multiplexeur :

$$F(A,B,C,D) = \sum m(1,3,10,11,14) + \sum d(4,6,7,15)$$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	0	D
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	X	C / \bar{D}
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	X	
0	1	1	1	X	
1	0	0	0	0	C
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	1	
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	C
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	1	
1	1	1	1	X	

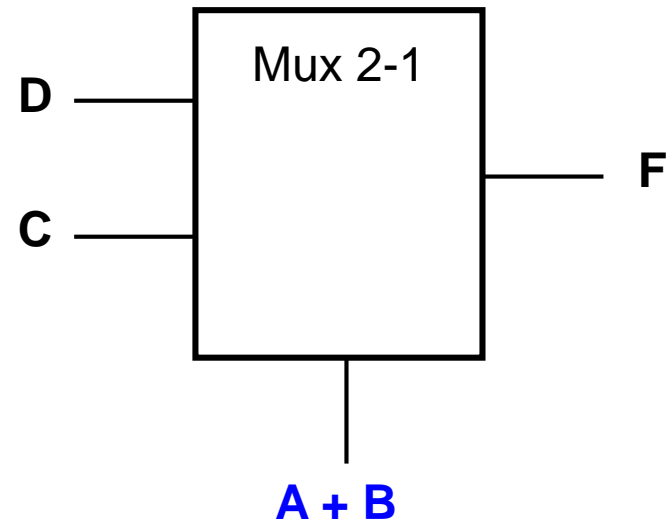
Représentation grâce à un MUX 4-1:



Représentation grâce à un MUX 2-1:

$F = C$ sauf quand $A = B = 0$

A	B	F
0	0	D
0	1	C
1	0	C
1	1	C



Ex 47

On vous demande d'implémenter le jeu « pierre – papier – ciseaux ». Ce jeu oppose deux joueurs qui doivent choisir à chaque part l'une des 3 possibilités : pierre, papier ou ciseaux. La victoire est attribuée comme suit :

- la pierre gagne sur les ciseaux car elle casse les ciseaux ;
- les ciseaux gagne sur le papier car ils coupent le papier ;
- le papier gagne sur la pierre car il emballe la pierre ;
- il y a égalité dans le cas où les deux joueurs choisissent le même objet.

On considère que les deux joueurs choisissent toujours un objet.

Déterminez les entrées / sorties du système, établissez la table de vérité et la (les) équation(s) de la (des) sortie(s).

Ex 47

1a. Entrées: 4 bits

$A_0 A_1$	= objet du joueur A	} =	00	→ pierre
$B_0 B_1$	= objet du joueur B		01	→ papier
			10	→ ciseaux
			11	→ <i>Don't care</i>

1b. Sorties: 2 bits

J_A = 1 si le joueur A gagne; 0 sinon

J_B = 1 si le joueur B gagne; 0 sinon

→ $J_A J_B$ = 10 si le joueur A gagne
01 si le joueur B gagne
00 (ou 11 au choix) si il y a égalité

2. Lois de fonctionnement = règles du jeu → T.V. :

00 → pierre
 01 → papier
 10 → ciseaux
 11 → **XX**

A_0	A_1	B_0	B_1	J_A	J_B	m_i
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	0	2
0	0	1	1	X	X	3
0	1	0	0	1	0	4
0	1	0	1	0	0	5
0	1	1	0	0	1	6
0	1	1	1	X	X	7
1	0	0	0	0	1	8
1	0	0	1	1	0	9
1	0	1	0	0	0	10
1	0	1	1	X	X	11
1	1	0	0	X	X	12
1	1	0	1	X	X	13
1	1	1	0	X	X	14
1	1	1	1	X	X	15

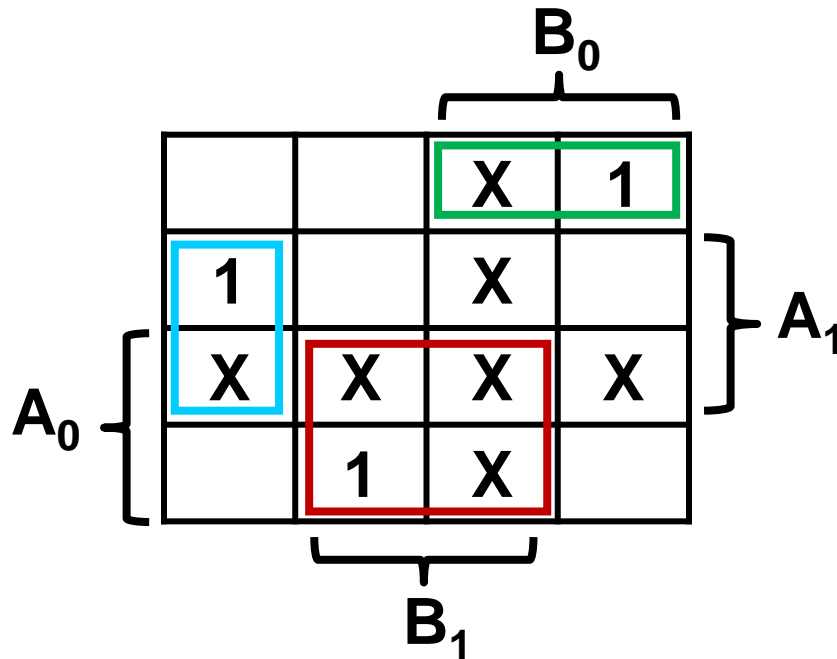
Ex 47

3. Fonctions logiques:

$$J_A = \sum m(2,4,9)$$

$$+ \sum d(3,7,11,12,13,14,15)$$

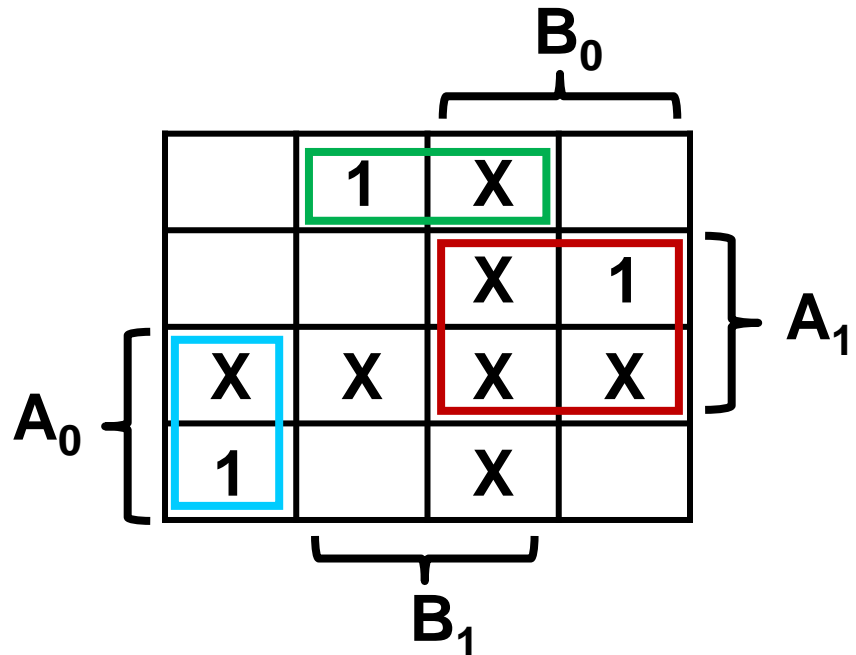
$$= A_0 B_1 + B_0 \bar{A}_0 \bar{A}_1 + A_1 \bar{B}_0 \bar{B}_1$$



$$J_B = \sum m(1,6,8)$$

$$+ \sum d(3,7,11,12,13,14,15)$$

$$= A_1 B_0 + B_1 \bar{A}_0 \bar{A}_1 + A_0 \bar{B}_0 \bar{B}_1$$



Ex 48

On considère un robot dont la plateforme se compose de 4 capteurs disposés suivant la figure ci-après. On vous demande de réaliser un circuit combinatoire capable de modifier le mouvement du robot chaque fois que celui-ci rencontre un obstacle. Par défaut, le mouvement du robot est la marche avant.

Le système est régi par les lois suivantes :

- si le capteur F ou les 3 capteurs à l'avant sont pressés, le robot se dégagera en marche arrière ;
- lorsque les capteurs F et D (respectivement F et E) sont activés simultanément, le robot tournera vers la gauche (respectivement droite) ;
- quand seul le capteur D (ou seul le capteur E) est activé, le robot tourne dans le sens opposé au choc ;
- si le capteur A est activé, le robot repart en marche avant.
- si les capteurs D et E sont activés simultanément, le mouvement du robot sera une marche arrière.

On considère également que le capteur A ne sera jamais actif en même temps que l'un des capteurs D, E et F.

Donner le nombre d'entrée(s)/sortie(s) du système, établir la table de vérité et la(les) équation(s) booléenne(s) de la (des) sortie(s). Implémenter la sortie ou une des sorties à l'aide d'un multiplexeur.

Ex 48

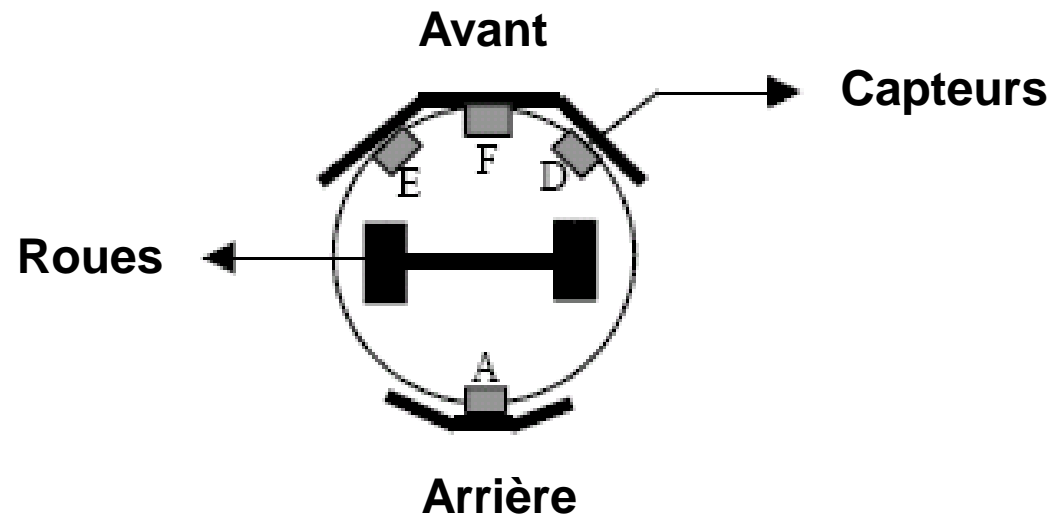


Figure 1 - Robot (vu du dessus)

Ex 48

1a. Entrées: capteurs (4 bits)

$$\left. \begin{matrix} A \\ D \\ E \\ F \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} 1 \text{ si activé ;} \\ 0 \text{ sinon} \end{matrix}$$

1b. Sorties: direction du mouvement (2 bits)

$$X Y = \begin{cases} 00 \rightarrow \text{avant (défaut)} \\ 01 \rightarrow \text{droite} \\ 10 \rightarrow \text{gauche} \\ 11 \rightarrow \text{arrière} \end{cases}$$

Ex 48

2. Lois de fonctionnement \rightarrow T.V. :

Par défaut, le mouvement du robot est la marche avant. \rightarrow 00

On considère également que le capteur A ne sera jamais actif en même temps que l'un des capteurs D, E et F. Si $\mathbf{AD} + \mathbf{AE} + \mathbf{AF} = 1 \rightarrow \mathbf{XX}$

- 1) Si $\overline{\mathbf{D}}\overline{\mathbf{E}}\mathbf{F} + \mathbf{DEF} = 1 \rightarrow$ arrière (11);
- 2) Si $\mathbf{D}\overline{\mathbf{E}}\mathbf{F} = 1 \rightarrow$ gauche (10) ; Si $\overline{\mathbf{D}}\mathbf{E}\mathbf{F} = 1 \rightarrow$ droite (01);
- 3) Si $\mathbf{D}\overline{\mathbf{E}}\overline{\mathbf{F}} = 1 \rightarrow$ gauche (10) ; Si $\overline{\mathbf{D}}\mathbf{E}\overline{\mathbf{F}} = 1 \rightarrow$ droite (01);
- 4) Si $\mathbf{A} = 1 \rightarrow$ avant (00) ;
- 5) Si $\mathbf{DE} = 1 \rightarrow$ arrière (11) ;

défaut

1)

3)

2)

3)

2)

5)

1)

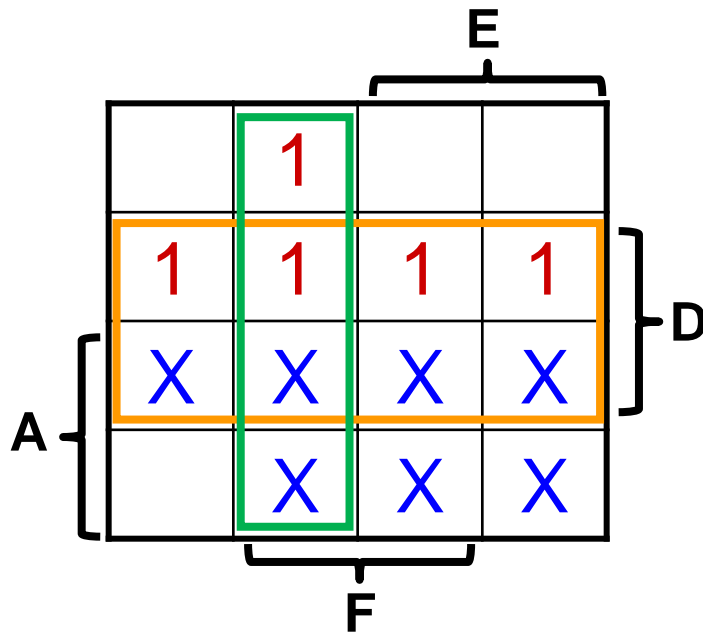
4)

A	D	E	F	X	Y	m_i
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	1	2
0	0	1	1	0	1	3
0	1	0	0	1	0	4
0	1	0	1	1	0	5
0	1	1	0	1	1	6
0	1	1	1	1	1	7
1	0	0	0	0	0	8
1	0	0	1	X	X	9
1	0	1	0	X	X	10
1	0	1	1	X	X	11
1	1	0	0	X	X	12
1	1	0	1	X	X	13
1	1	1	0	X	X	14
1	1	1	1	X	X	15

Ex 48

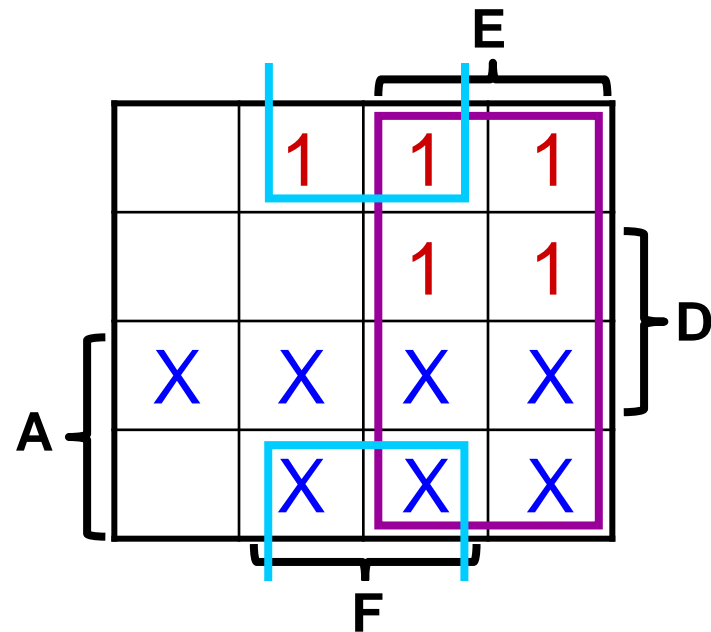
3. Fonctions logiques:

$$X = \sum m(1,4,5,6,7) \\ + \sum d(9,10,11,12,13,14,15)$$



$$X = D + \bar{E}F$$

$$Y = \sum m(1,2,3,6,7) \\ + \sum d(9,10,11,12,13,14,15)$$



$$Y = E + \bar{D}F$$

A	D	E	F	X	Y	E_x	E_y
0	0	0	0	0	0	$\bar{E}F$	$E+F$
0	0	0	1	1	1		
0	0	1	0	0	1		
0	0	1	1	0	1		
0	1	0	0	1	0	1	E
0	1	0	1	1	0		
0	1	1	0	1	1		
0	1	1	1	1	1		
1	0	0	0	0	0	$\bar{E}F$	$E+F$
1	0	0	1	X	X		
1	0	1	0	X	X		
1	0	1	1	X	X		
1	1	0	0	X	X	1	E
1	1	0	1	X	X		
1	1	1	0	X	X		
1	1	1	1	X	X		

A	D	E	F	X	Y	E_x	E_y
0	0	0	0	0	0	$\bar{E}F$	$E+F$
0	0	0	1	1	1		
0	0	1	0	0	1		
0	0	1	1	0	1		
0	1	0	0	1	0	1	E
0	1	0	1	1	0		
0	1	1	0	1	1		
0	1	1	1	1	1		
1	0	0	0	0	0	$\bar{E}F$	$E+F$
1	0	0	1	X	X		
1	0	1	0	X	X		
1	0	1	1	X	X		
1	1	0	0	X	X	1	E
1	1	0	1	X	X		
1	1	1	0	X	X		
1	1	1	1	X	X		

Ex 48

4. Schéma logique:

Implémenter la sortie ou une des sorties à l'aide d'un multiplexeur.

