$Math\'ematiques~G\'en\'erales~I~(Math2007~) \ 2020-2021$

A propos du logarithme népérien (cours en ligne du 09/10/20)

Propriété Pour tous x, y > 0 on a

$$\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$$

Preuve. Soient x,y deux réels strictement positifs. Comme les fonctions exponentielle et logarithme sont inverses l'une de l'autre, on a

$$x = \exp(\ln(x))$$
 et $y = \exp(\ln(y))$.

Etant donné la propriété de l'exponentielle vis-à-vis de la somme et du produit (c'est-à-dire . . .), il s'ensuit que

$$xy = \exp(\ln(x)) \exp(\ln(y)) = \exp(\ln(x) + \ln(y)).$$

Dès lors

$$\ln(xy) = \ln\left(\exp\left(\ln(x) + \ln(y)\right)\right) = \ln(x) + \ln(y)$$

en utilisant encore le fait que les fonctions exponentielle et logarithme sont inverses l'une de l'autre. On peut donc conclure. \Box