

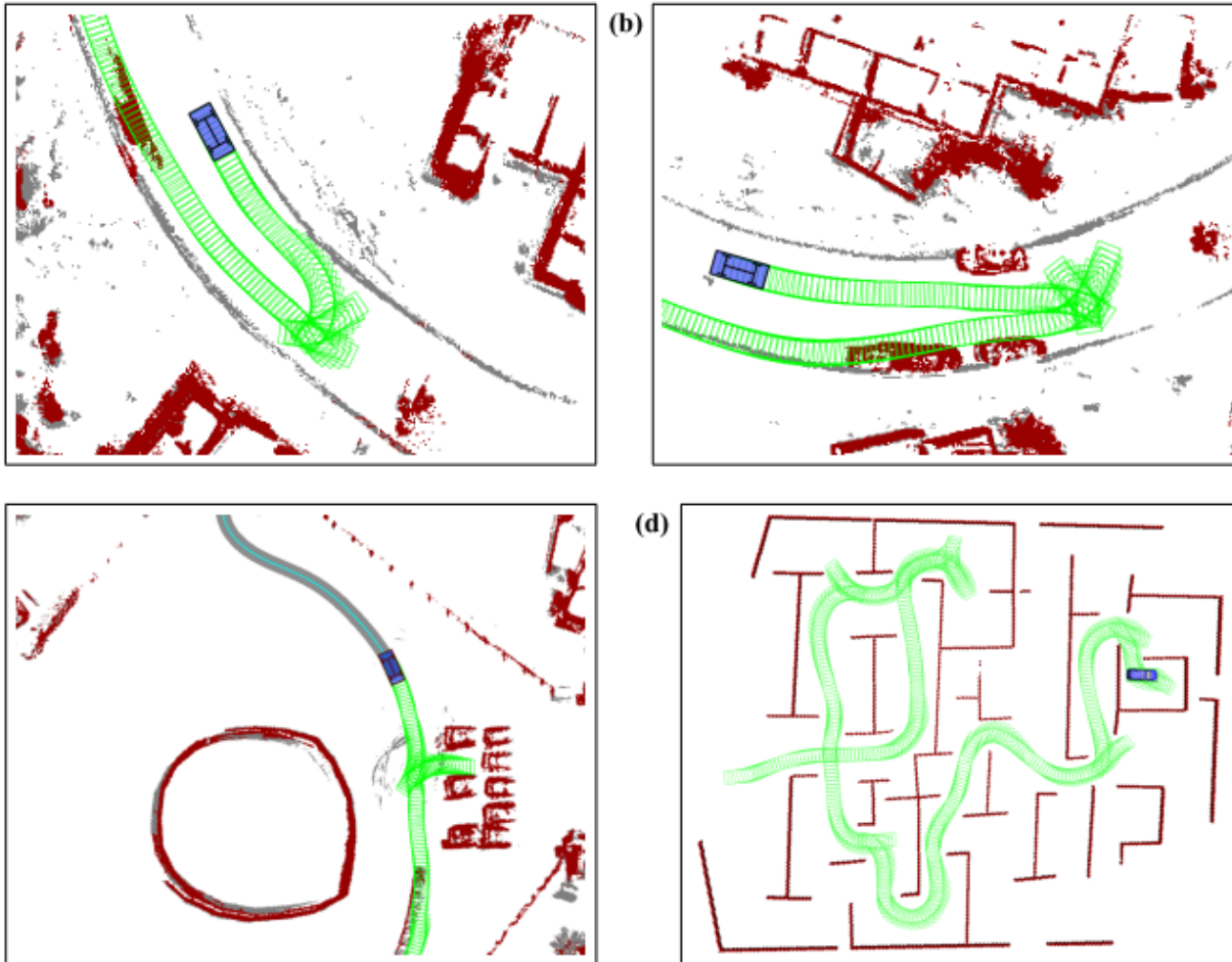
# **RACIOCÍNIO AUTOMÁTICO PARA PLANEAMENTO**

Luís Morgado

ISEL-ADEETC

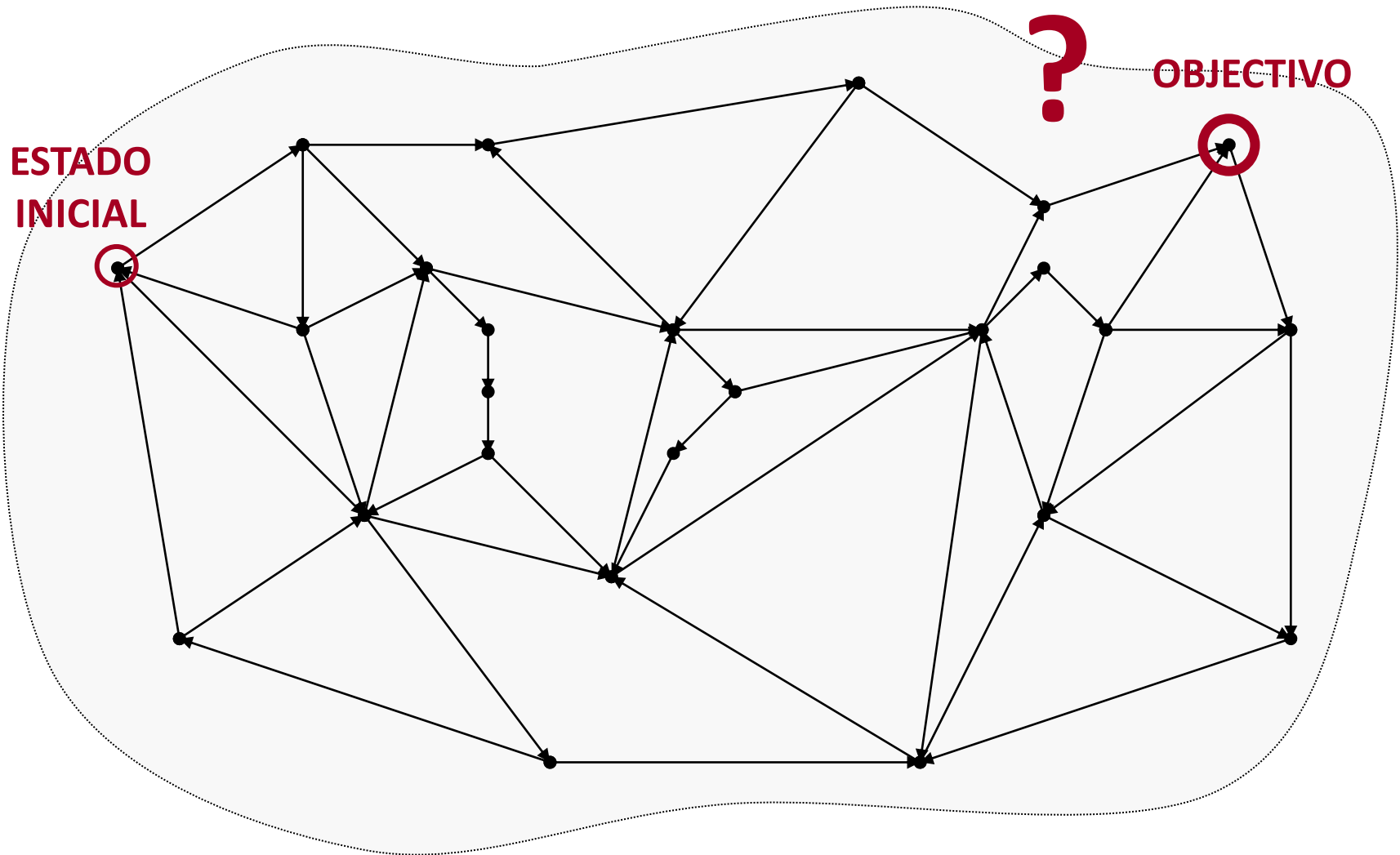
# PROBLEMAS DE PLANEAMENTO

Exemplo: planeamento de trajectos em veículos autónomo



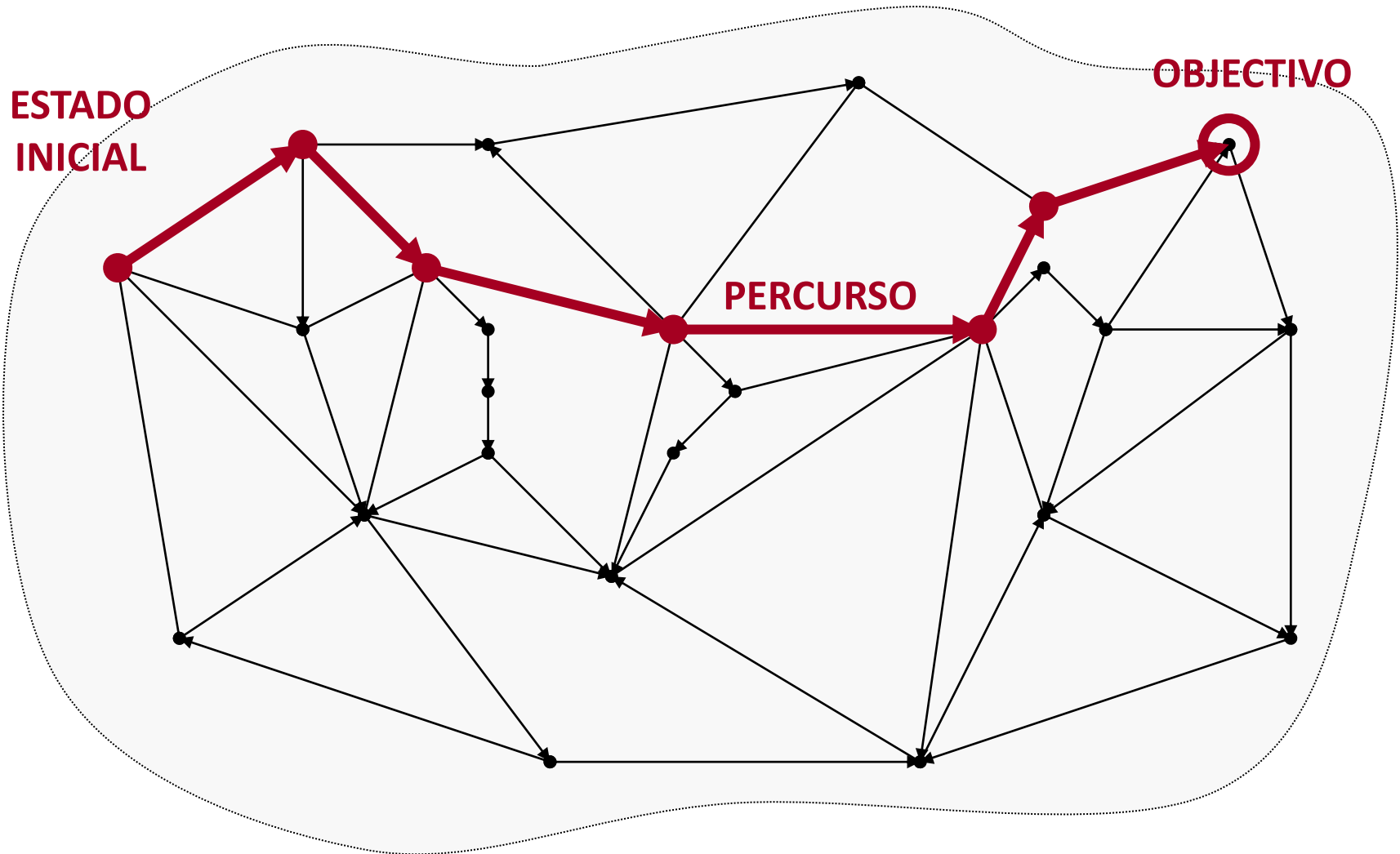
# RACIOCÍNIO ATRAVÉS DE PROCURA

## PROBLEMAS DE PLANEAMENTO



# RACIOCÍNIO ATRAVÉS DE PROCURA

## PROBLEMAS DE PLANEAMENTO



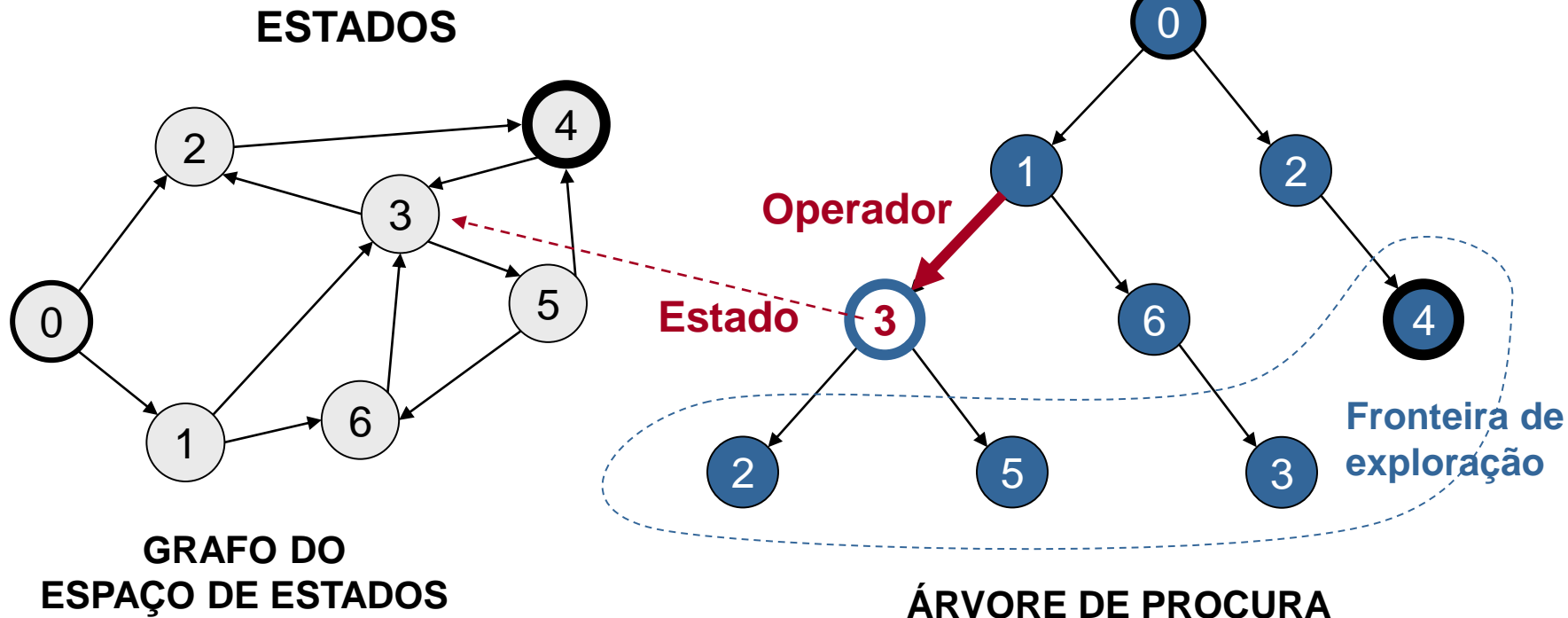
# MÉTODOS DE PROCURA EXAUSTIVA

- **Procura não informada**

- Estratégias de exploração do espaço de estados (controlo da procura) **não tiram partido de conhecimento do domínio do problema para guiar a procura**
- **Procura exaustiva**
- **Mantêm percursos explorados**
  - Árvore de procura
- **Controlo da procura**
  - Fronteira de exploração
  - Relação de ordem de exploração de estados

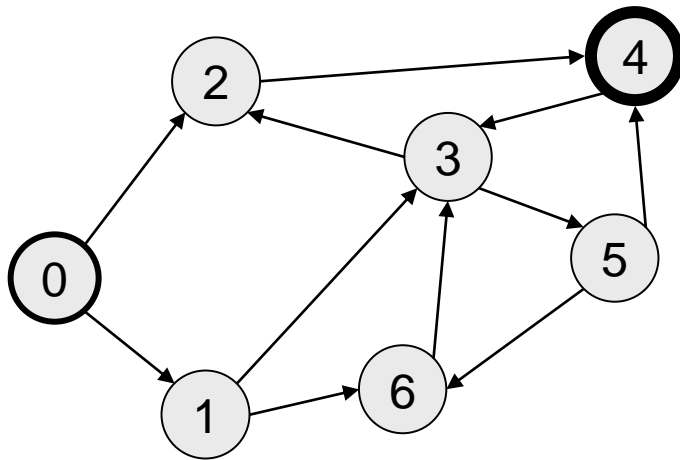
# ÁRVORE DE PROCURA

- Resulta da exploração sucessiva do espaço de estados
- Etapa de procura: **Nó** (estado, operador)
- Raiz: **Nó** (*Estado inicial*)

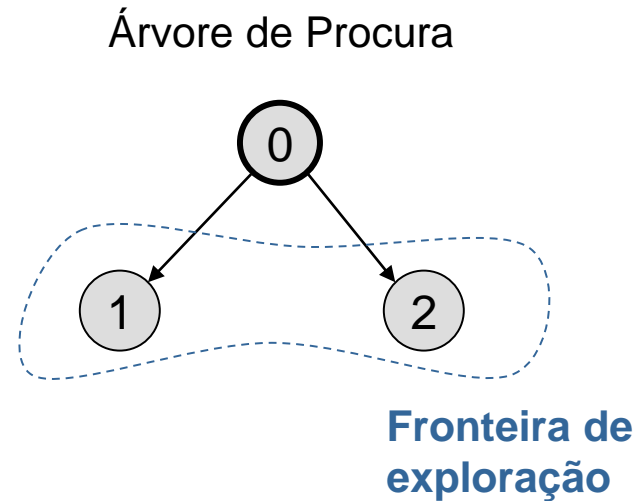


# FRONTEIRA DE EXPLORAÇÃO

- **Nós**
  - Gerados (não expandidos)
  - Expandidos
- **Fronteira de exploração**
  - Mantém nós gerados e não expandidos
  - Define limite (contorno) de exploração



Grafo do  
Espaço de Estados



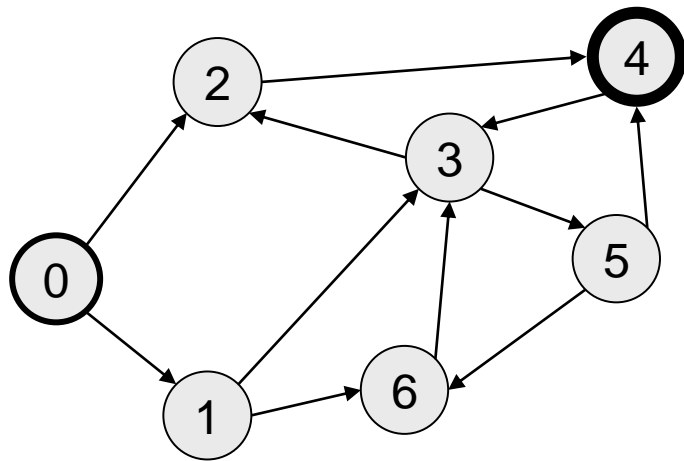
Árvore de Procura

Fronteira de  
exploração

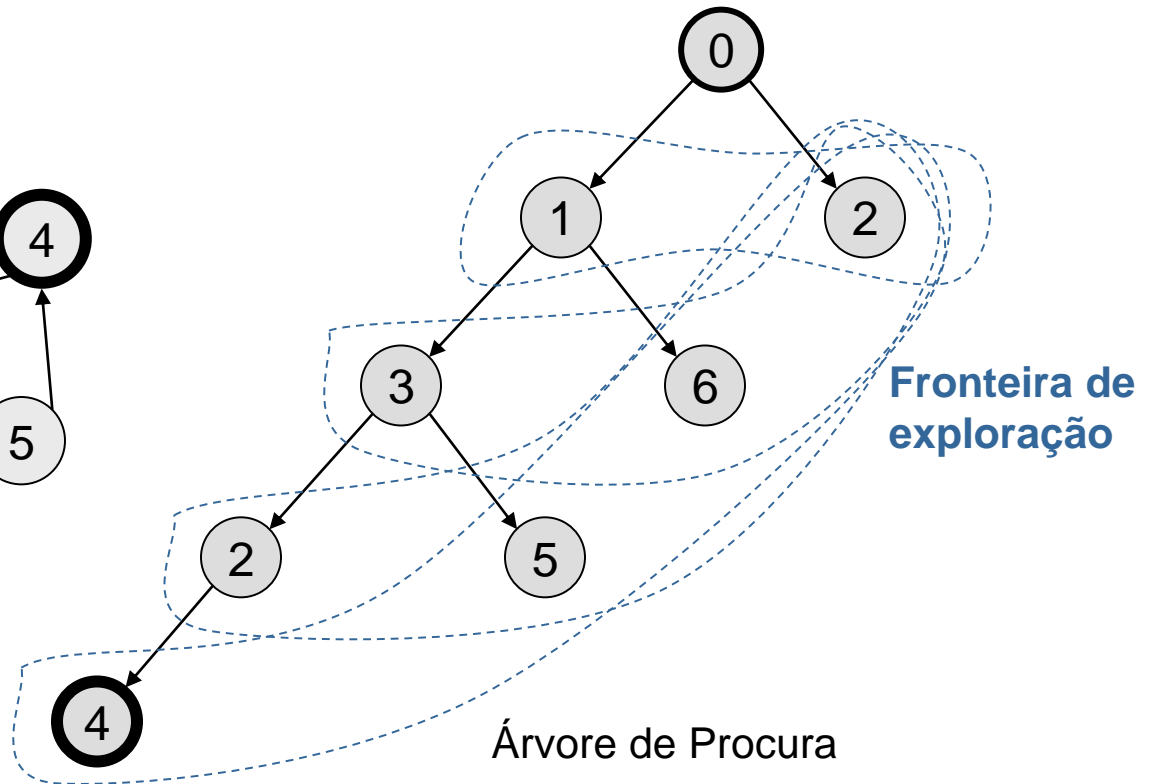
# MÉTODOS DE PROCURA

## PROCURA EM PROFUNDIDADE

- Estratégia de controlo
  - Explorar primeiro os nós mais **recentes**



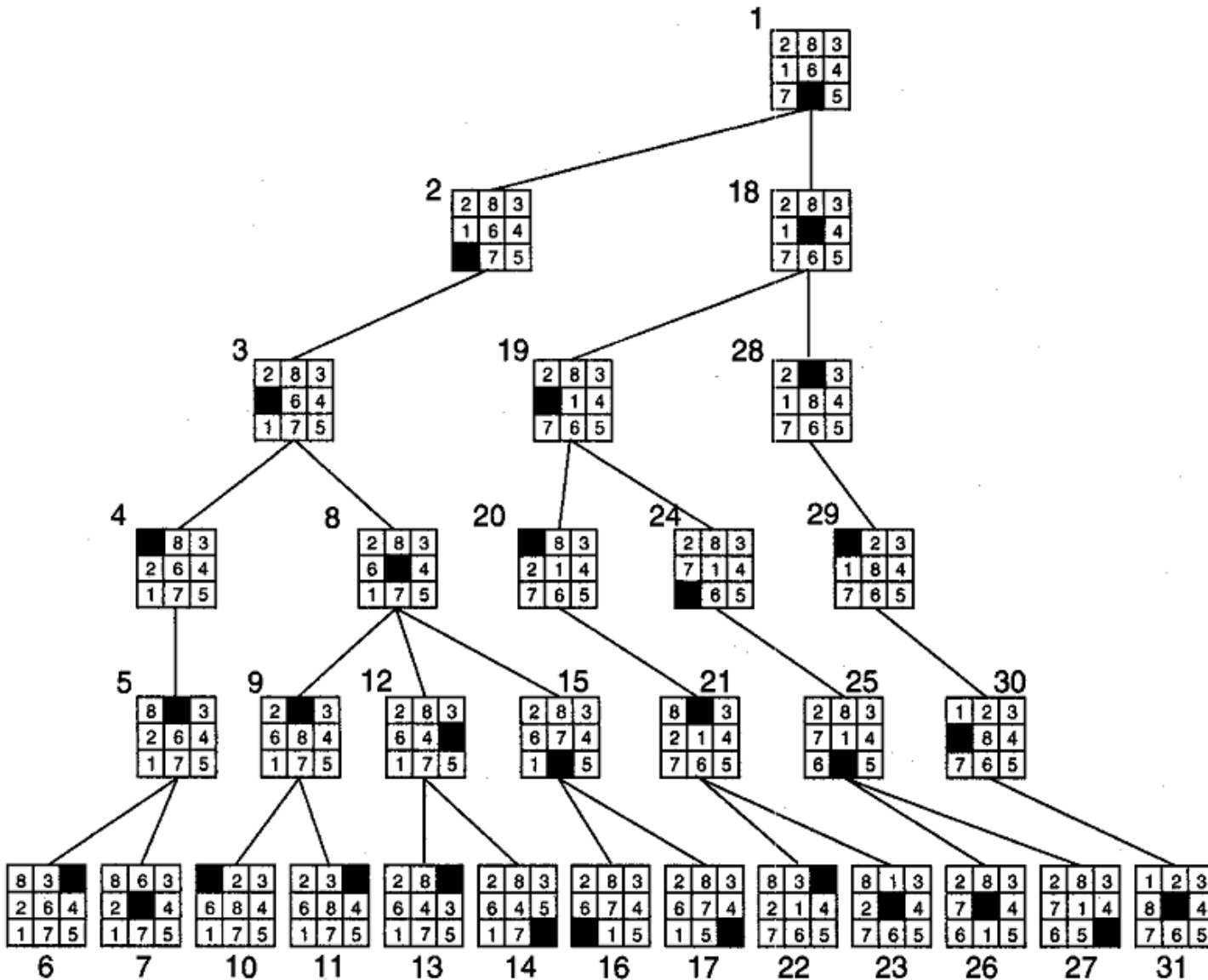
Grafo do  
Espaço de Estados



Árvore de Procura



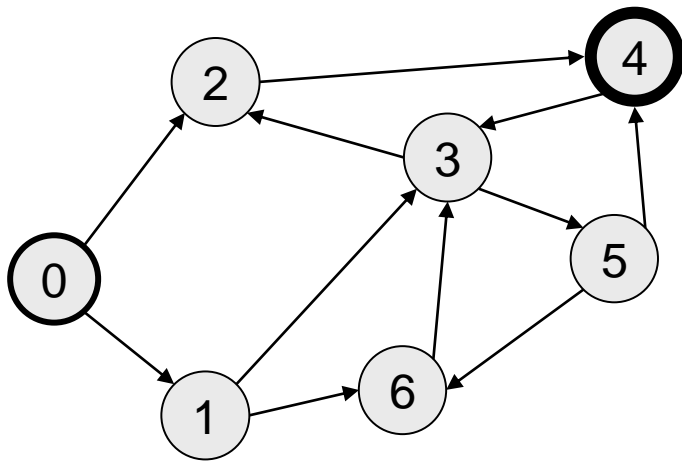
# PROCURA EM PROFUNDIDADE



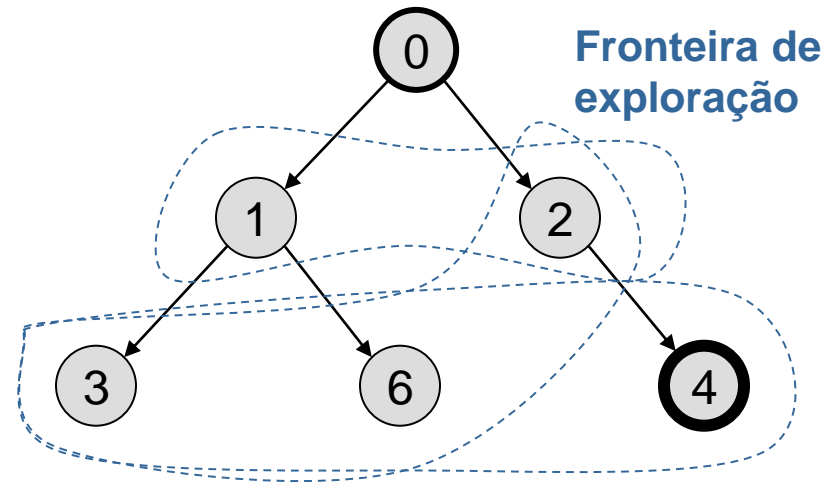
# MÉTODOS DE PROCURA

## PROCURA EM LARGURA

- Estratégia de controlo
  - Explorar primeiro os nós mais **antigos**

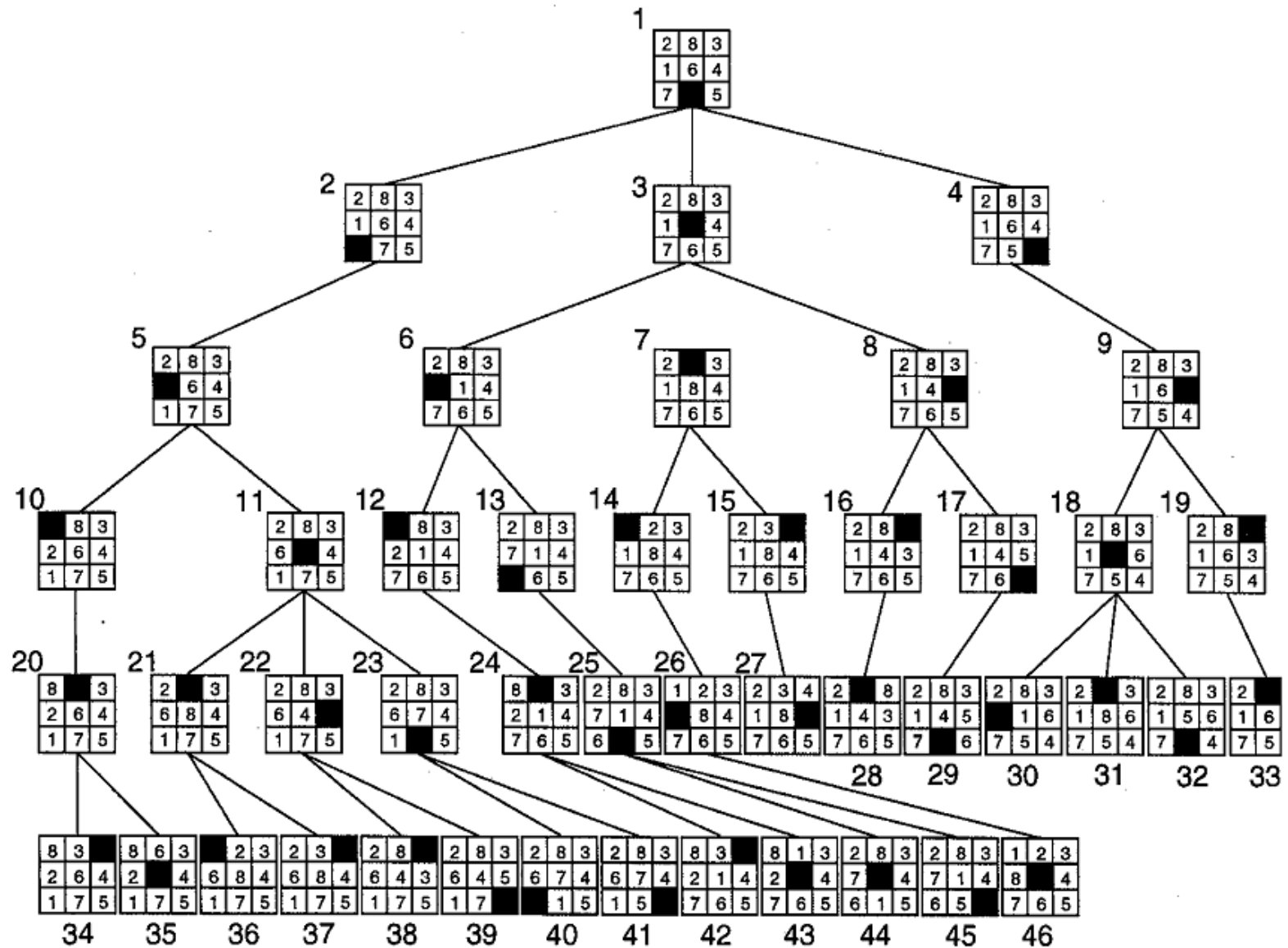


Grafo do  
Espaço de Estados



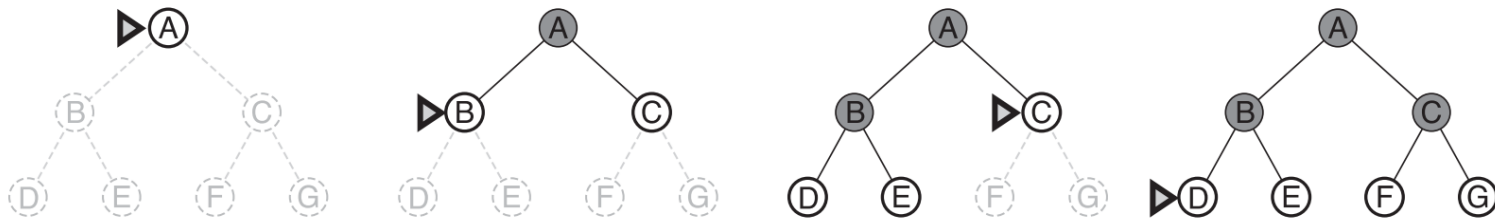
Árvore de Procura

# PROCURA EM LARGURA



# COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL

## Complexidade combinatória

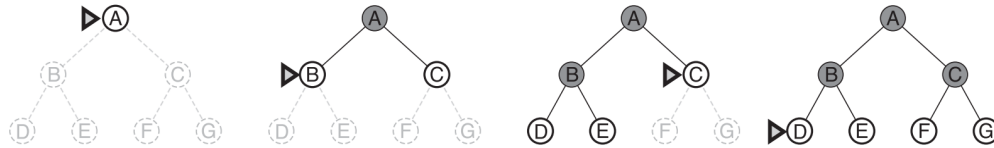


Depth	Nodes	Time	Memory
2	110	.11 milliseconds	107 kilobytes
4	11,110	11 milliseconds	10.6 megabytes
6	$10^6$	1.1 seconds	1 gigabyte
8	$10^8$	2 minutes	103 gigabytes
10	$10^{10}$	3 hours	10 terabytes
12	$10^{12}$	13 days	1 petabyte
14	$10^{14}$	3.5 years	99 petabytes
16	$10^{16}$	350 years	10 exabytes

**Figure 3.13** Time and memory requirements for breadth-first search. The numbers shown assume branching factor  $b = 10$ ; 1 million nodes/second; 1000 bytes/node.

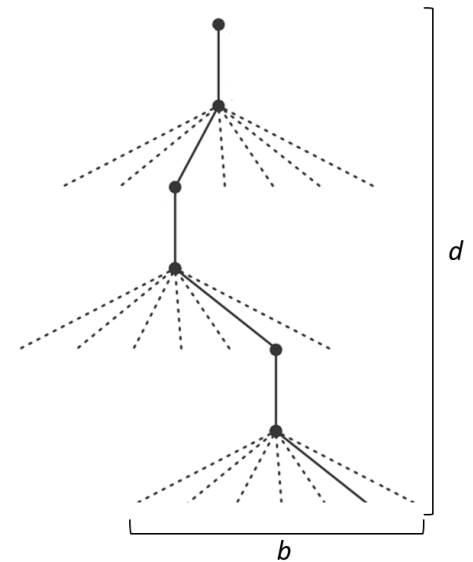
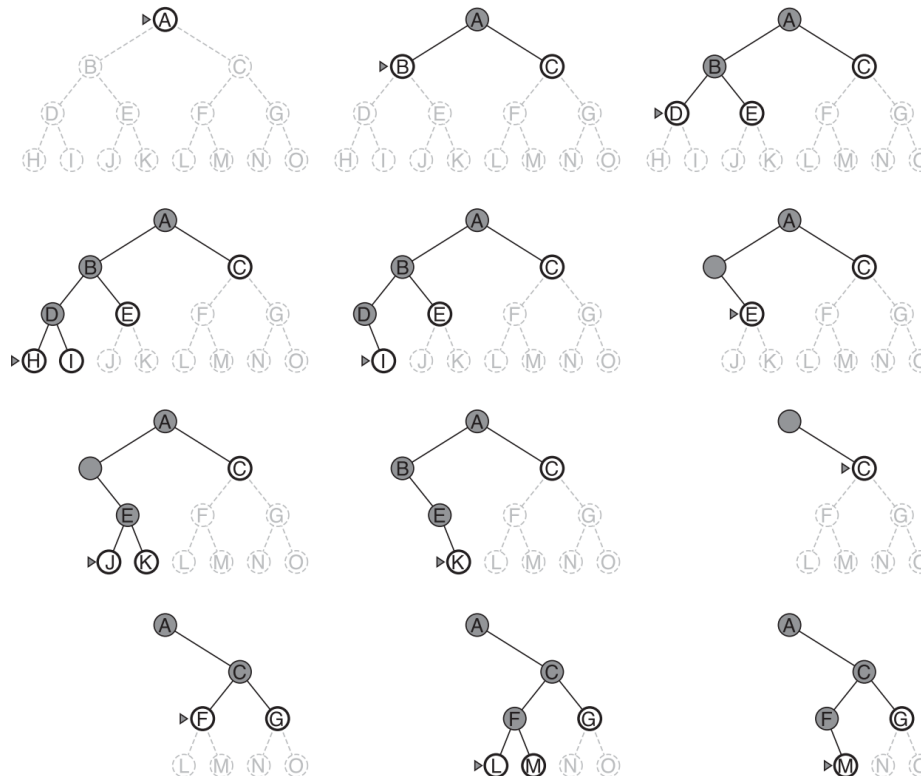
# COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL

## Procura em largura



Tempo	Espaço
$O(b^d)$	$O(b^d)$

## Procura em profundidade



Tempo	Espaço
$O(b^d)$	$O(bd)$

# COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL

Método de Procura	Tempo	Espaço	Óptimo	Completo
Profundidade	$O(b^m)$	$O(bm)$	Não	Não
Largura	$O(b^d)$	$O(b^d)$	Sim	Sim

$b$  – factor de ramificação

$d$  – dimensão da solução

$m$  – profundidade da árvore de procura

$C^*$  – Custo da solução óptima

$\varepsilon$  – Custo mínimo de uma transição de estado ( $\varepsilon > 0$ )

## Notação $O$

$g(n)$  é de ordem  $O(f(n))$  se existirem duas constantes positivas  $k$  e  $N$  tal que:

$$\forall (n > N) : g(n) \leq kf(n)$$

# VARIANTES DA PROCURA EM PROFUNDIDADE

## PROCURA EM PROFUNDIDADE LIMITADA

*(Depth-Limited Search)*

- Limitar procura a uma profundidade máxima

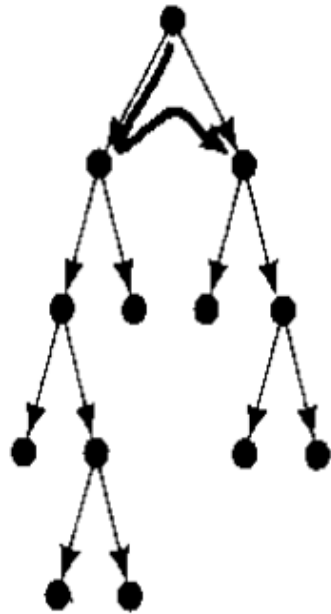
## PROCURA EM PROFUNDIDADE ITERATIVA

*(Iterative Deepening Search)*

```
function ITERATIVE-DEEPENING-SEARCH(problem) returns a solution, or failure
  for depth = 0 to  $\infty$  do
    result  $\leftarrow$  DEPTH-LIMITED-SEARCH(problem, depth)
    if result  $\neq$  cutoff then return result
```

**Figure 3.18** The iterative deepening search algorithm, which repeatedly applies depth-limited search with increasing limits. It terminates when a solution is found or if the depth-limited search returns *failure*, meaning that no solution exists.

# PROCURA EM PROFUNDIDADE ITERATIVA



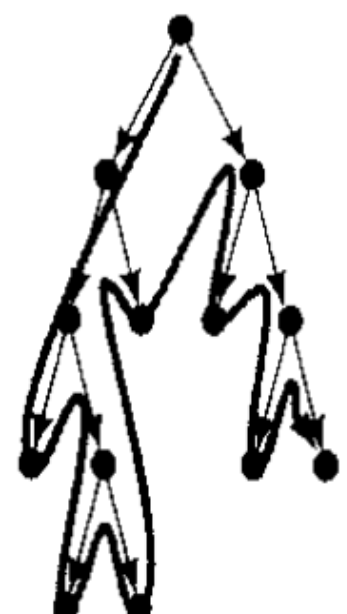
Depth bound = 1



Depth bound = 2



Depth bound = 3



Depth bound = 4

[Nilsson, 1998]

Número de nós a expandir para encontrar  
uma solução de dimensão  **$d$**

$$(d+1) + (d)b + (d-1)b^2 + \dots + 2b^{d-1} + 1b^d$$

Complexidade espacial:  **$O(bd)$**

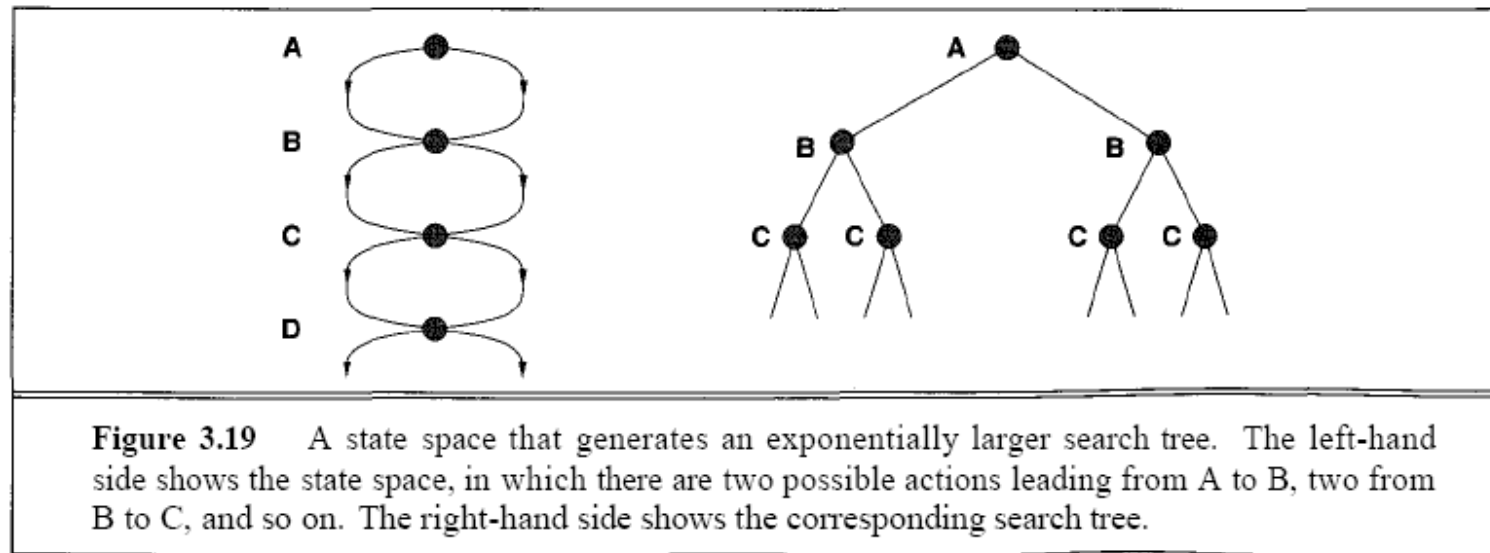
Complexidade temporal:  **$O(b^d)$**



# PROCURA EM GRAFOS COM CICLOS

## ESTADOS REPETIDOS NA ÁRVORE DE PROCURA

- Acontece quando as **acções** correspondentes às transições de estado são **reversíveis**
- o grafo do espaço de estados apresenta **ciclos**



[Russel & Norvig, 2003]

## EXPANSÃO DE ESTADOS JÁ ANTERIORMENTE ANALISADOS

- **Desperdício de recursos (tempo, memória)**

# PROCURA EM GRAFOS COM CICLOS

## MEMÓRIA DE NÓS PROCESSADOS

- Nós gerados mas **não expandidos** (fronteira de exploração - *fringe*)
  - **ABERTOS**
- Nós **expandidos**
  - **FECHADOS**

```
function GRAPH-SEARCH(problem) returns a solution, or failure
  initialize the frontier using the initial state of problem
  initialize the explored set to be empty
  loop do
    if the frontier is empty then return failure
    choose a leaf node and remove it from the frontier
    if the node contains a goal state then return the corresponding solution
    add the node to the explored set
    expand the chosen node, adding the resulting nodes to the frontier
    only if not in the frontier or explored set
```

# PROCURA GERAL EM GRAFOS

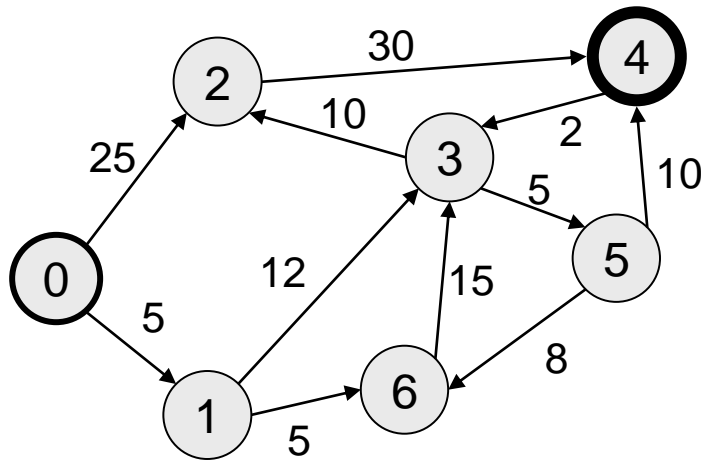
- Ao gerar novo nó sucessor *noSuc* é necessário considerar:
  - $noSuc \notin Abertos \wedge noSuc \notin Fechados$ 
    - Inserir *noSuc* em *Abertos*
  - $noSuc \in Abertos$ 
    - Se *noSuc* foi atingido através de um caminho mais curto (com menor custo)
      - Remover nó anterior de *Abertos*
      - inserir *noSuc* em *Abertos*
  - $noSuc \in Fechados$ 
    - Se *noSuc* foi atingido através de um caminho mais curto (com menor custo)
      - Remover nó anterior de *Fechados*
      - inserir *noSuc* em *Abertos*

# PROCURA MELHOR-PRIMEIRO (*BEST-FIRST*)

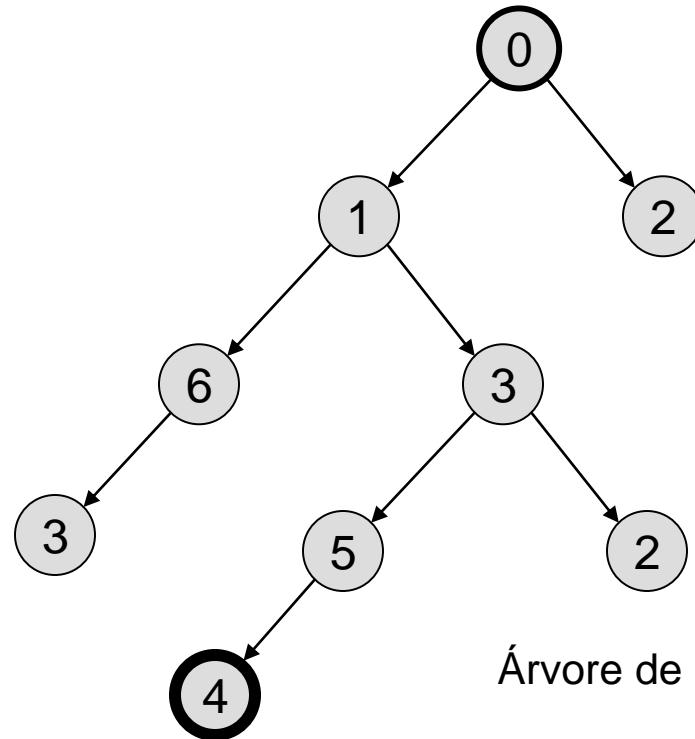
- Tira partido de uma avaliação do estado
  - **Custo vs. Utilidade**
- Utiliza uma função  $f$  para avaliação de cada nó  $n$  gerado
  - $f(n) \geq 0$
  - $f(n)$  pode ser uma estimativa do custo da solução através do nó  $n$  (procura informada)
    - **Quanto menor o valor de  $f(n)$  mais promissor é o nó  $n$**
- A fronteira de exploração é ordenada por ordem crescente de  $f(n)$

# PROCURA DE CUSTO UNIFORME

- Estratégia de controlo
  - Explorar primeiro caminhos com menor custo
  - Custo de transição  $\geq \varepsilon > 0$



Grafo do  
Espaço de Estados



Árvore de Procura

# MÉTODOS DE PROCURA NÃO INFORMADA

## ESTRATÉGIAS DE CONTROLO DA PROCURA

### Procura em profundidade

- Explorar primeiro nós com **maior profundidade**

### Procura em largura

- Explorar primeiro nós com **menor profundidade**

### Procura de custo uniforme

- Explorar primeiro nós de **menor custo**

# RELAÇÕES DE ORDEM DE PROCURA

**PROCURA EM PROFUNDIDADE**  $\prec_P$

$$(\forall n_1, n_2 \in G) n_1 \prec_P n_2 \Leftrightarrow \text{prof}(n_1) > \text{prof}(n_2)$$

**PROCURA EM LARGURA**  $\prec_L$

$$(\forall n_1, n_2 \in G) n_1 \prec_L n_2 \Leftrightarrow \text{prof}(n_1) < \text{prof}(n_2)$$

**PROCURA DE CUSTO UNIFORME**  $\prec_C$

$$(\forall n_1, n_2 \in G) n_1 \prec_C n_2 \Leftrightarrow \text{custo}(n_1) < \text{custo}(n_2)$$

# COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL

Método de Procura	Tempo	Espaço	Ótimo	Completo
Profundidade	$O(b^m)$	$O(bm)$	Não	Não
Largura	$O(b^d)$	$O(b^d)$	Sim	Sim
Custo Uniforme	$O(b^{\lceil C^*/\varepsilon \rceil})$	$O(b^{\lceil C^*/\varepsilon \rceil})$	Sim	Sim
Profundidade Limitada	$O(b^l)$	$O(bl)$	Não	Não
Profundidade Iterativa	$O(b^d)$	$O(bd)$	Sim	Sim

$b$  – factor de ramificação

$d$  – dimensão da solução

$m$  – profundidade da árvore de procura

$l$  – limite de profundidade

$C^*$  – Custo da solução óptima

$\varepsilon$  – Custo mínimo de uma transição de estado ( $\varepsilon > 0$ )



# RACIOCÍNIO ATRAVÉS DE PROCURA

- **ESTADO**

- Define situação

- **TRANSIÇÃO**

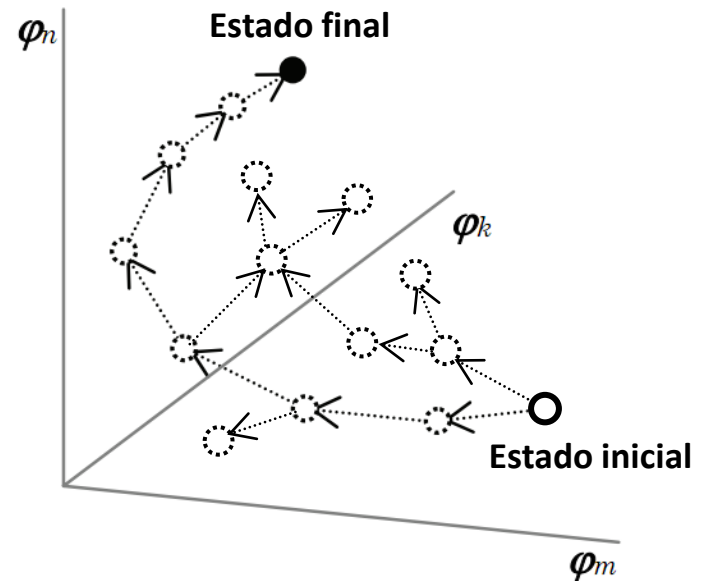
- Define transformação de estado
- **Operador**
  - Representação de **acção**

- **PROBLEMA**

- Estado inicial
- Estado final ou função objectivo
- Operadores
- Função de avaliação (custo)

- **SOLUÇÃO**

- Percurso no espaço de estados



# BIBLIOGRAFIA

[Russel & Norvig, 2003]

S. Russell, P. Norvig, *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, 2nd Edition, Prentice Hall, 2009

[Russel & Norvig, 2010]

S. Russell, P. Norvig, *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, 3rd Edition, Prentice Hall, 2010

[Nilsson, 1998]

N. Nilsson , *Artificial Intelligence: A New Synthesis*, Morgan Kaufmann 1998

[Luger, 2009]

G. Luger , *Artificial Intelligence: Structures and Strategies for Complex Problem Solving* , Addison-Wesley, 2009

[Jaeger & Hamprecht, 2010]

M. Jaeger, F. Hamprecht, *Automatic Process Control for Laser Welding*, Heidelberg Collaboratory for Image Processing (HCI) , 2000

[Pearl, 1984]

J. Pearl, *Heuristics: Intelligent Search Strategies for Computer Problem Solving*, Addison-Wesley, 1984

[Montemerlo, 2008]

M. Montemerlo *et al.*, *Junior: The Stanford Entry in the Urban Challenge*, Stanford Artificial Intelligence Lab, 2008