RACIOCÍNIO AUTOMÁTICO PARA OPTIMIZAÇÃO

Luís Morgado
ISEL-DEETC

OPTIMIZAÇÃO

- **Selecção da melhor opção a partir de um conjunto de opções possíveis** de acordo com um critério de avaliação de opções
  - Maximização
  - Minimização
- **Critério de avaliação**
  - Medida de ganho (*performance*)
  - Medida de perda (*loss*)
  - Medida de adequação (*fitness*)

OPTIMIZAÇÃO

Definição formal

A– Conjunto de opções possíveis

f – Função de avaliação (define critério de avaliação)

$$f : A \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$\mathbf{x}_0 \in A$$

$$f(\mathbf{x}_0) \geq f(\mathbf{x}) \ \forall \mathbf{x} \in A$$

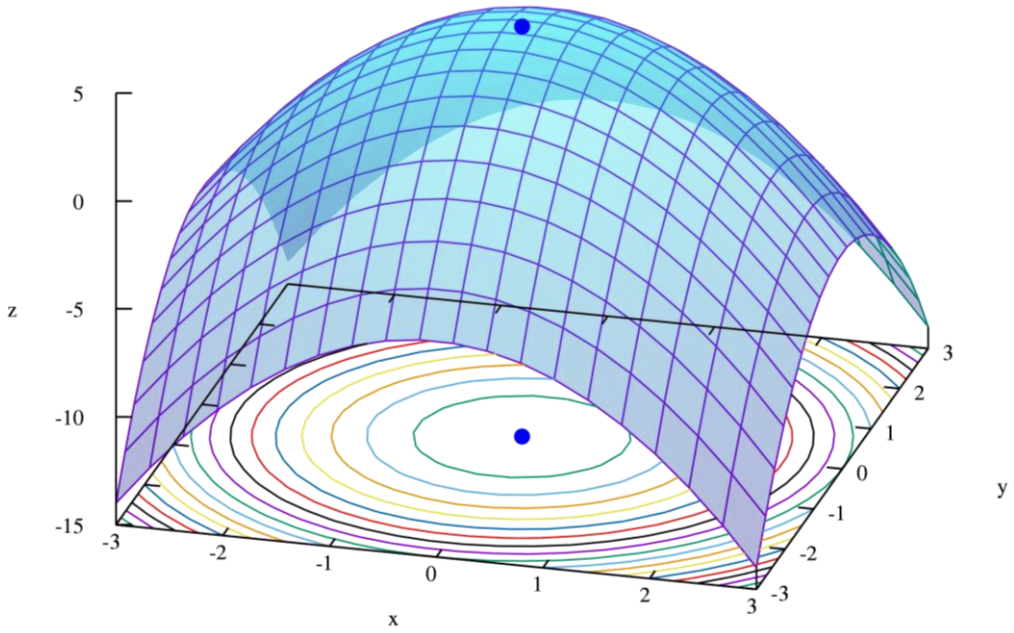
$$f(\mathbf{x}_0) \leq f(\mathbf{x}) \ \forall \mathbf{x} \in A$$

OPTIMIZAÇÃO

Exemplo

$z = f(x, y) = -(x^2 + y^2) + 4$

Máximo global: (x, y) = (0, 0), z = 4

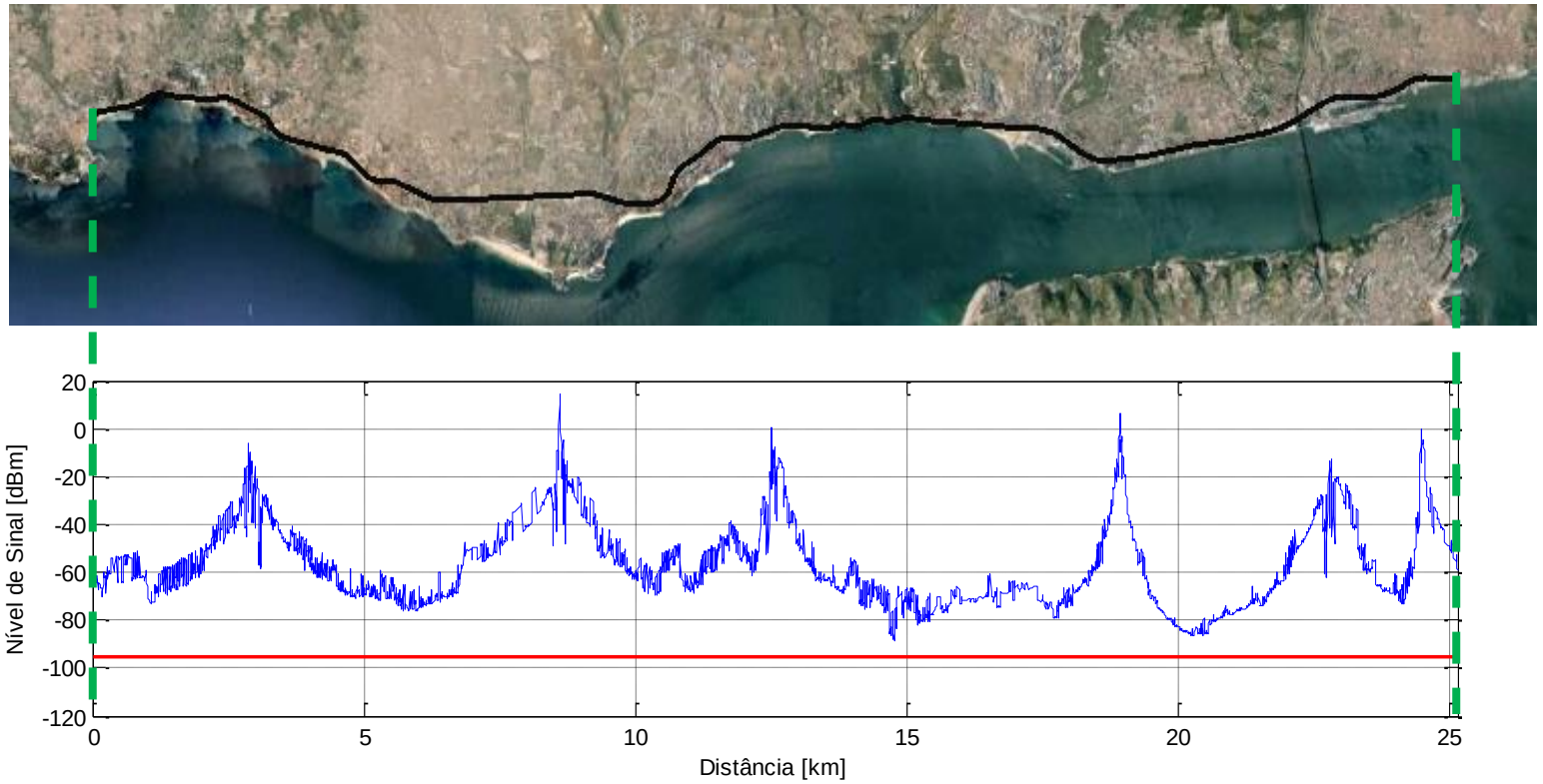


OPTIMIZAÇÃO

- **Métodos computacionais de optimização**
  - **Optimização matemática**
    - Exemplos
      - Optimização linear
      - Descida de gradiente
  - **Meta-heurísticas**
    - Formas de procura em espaços de estados
    - Exemplos
      - Procura local sôfrega (*Hill-climbing*)
      - Têmpera simulada (*Simulated anealing*)
      - Algoritmos genéticos

Exemplo: Optimização de Cobertura Rádio

- Optimizar o nível de sinal ao longo da linha através da estimação das estações base necessárias para garantir cobertura em toda a linha



[Beire, 2014]

Exemplo: Optimização de Estruturas

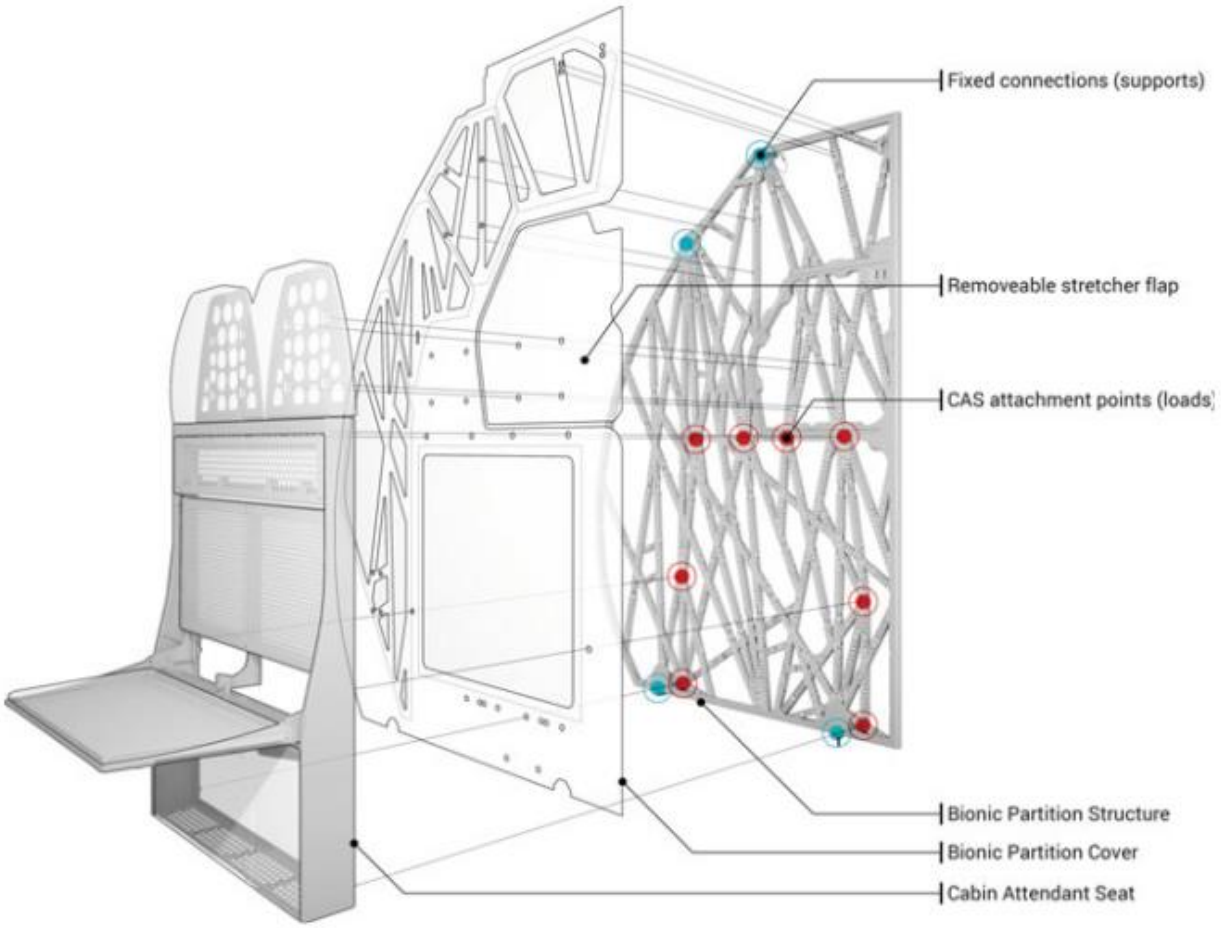
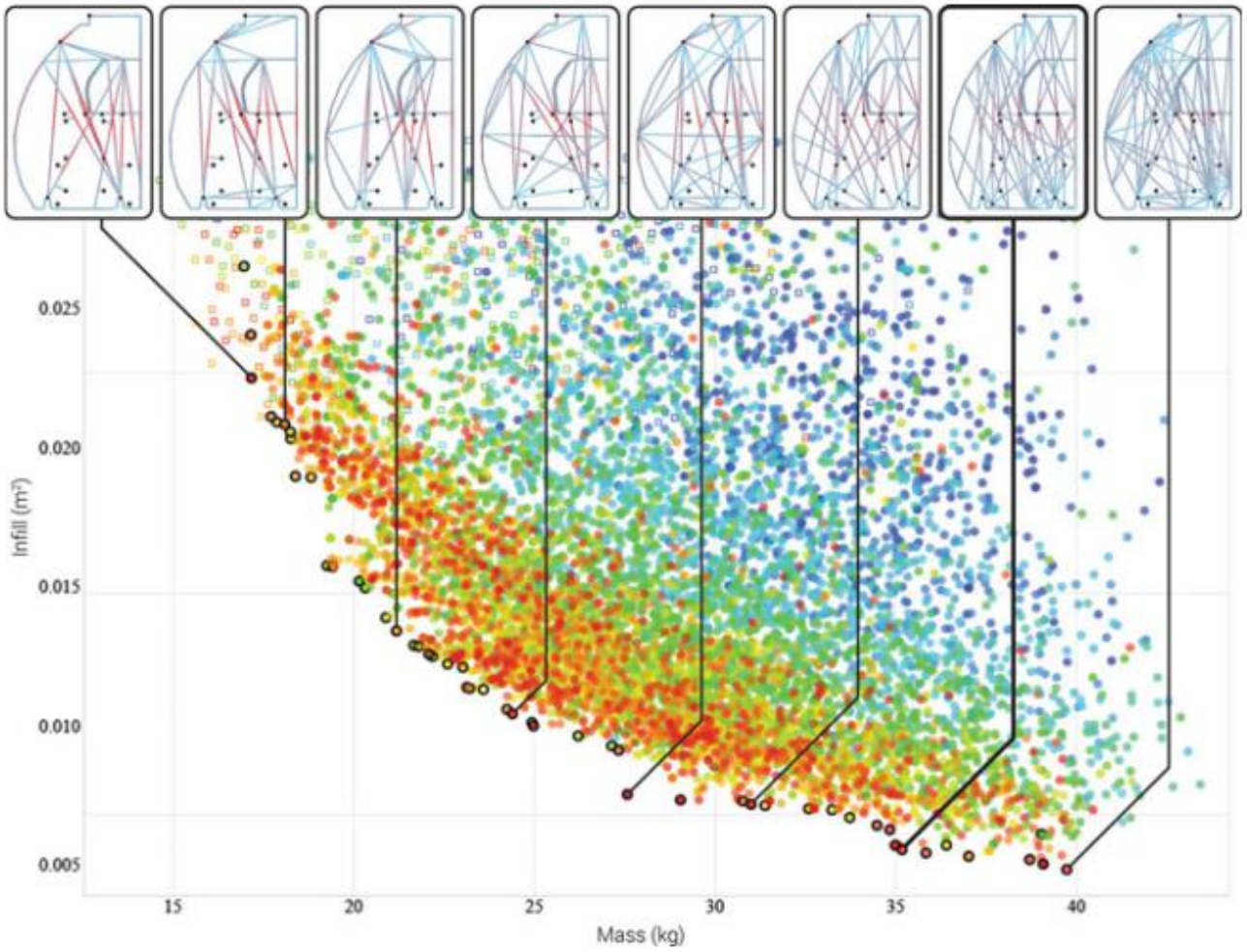


Fig. 1. Description of aircraft cabin partition design problem

[Nagy *et al.*, 2018]

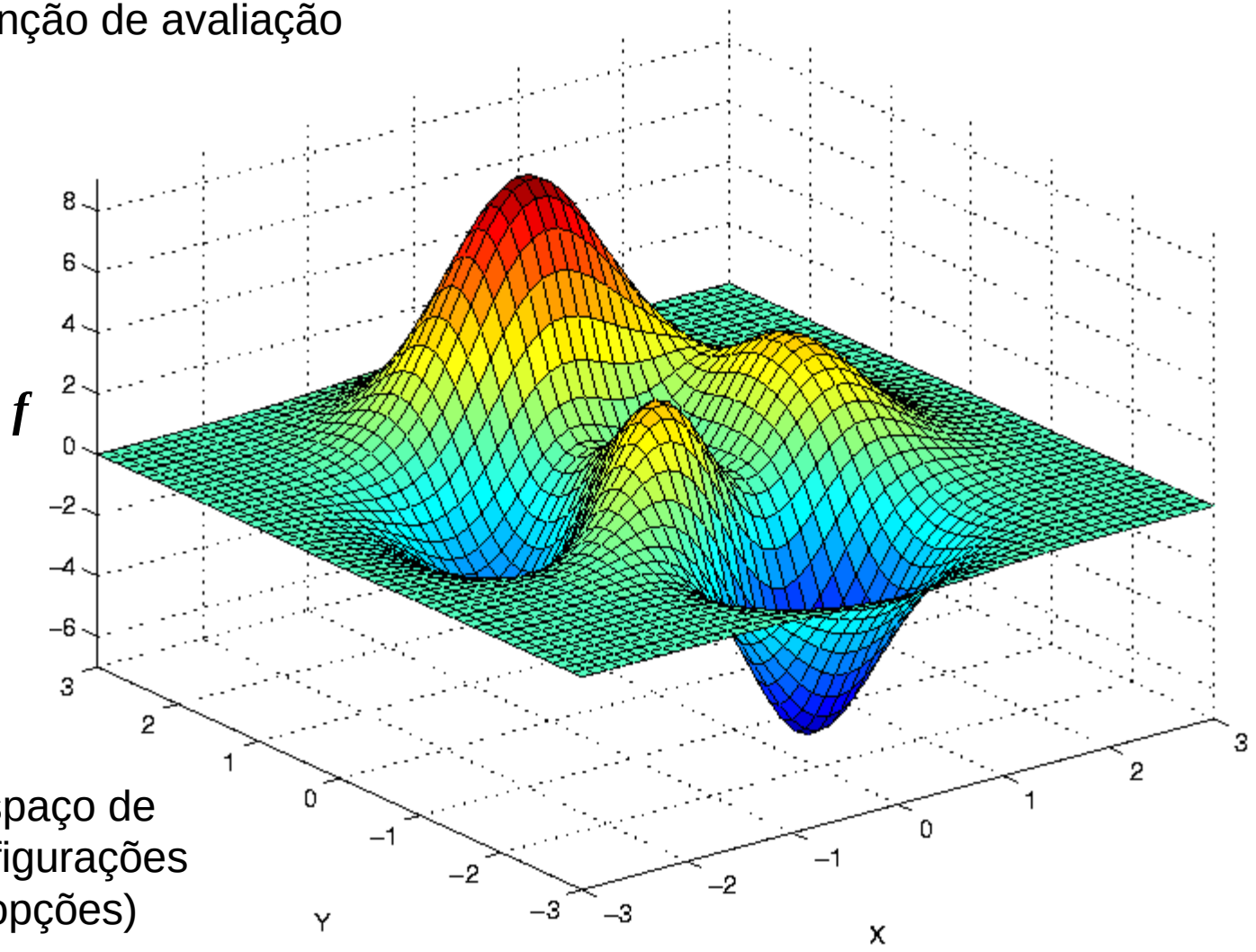
Exemplo: Optimização de Estruturas



[Nagy *et al.*, 2018]

OPTIMIZAÇÃO
CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO

f – Função de avaliação

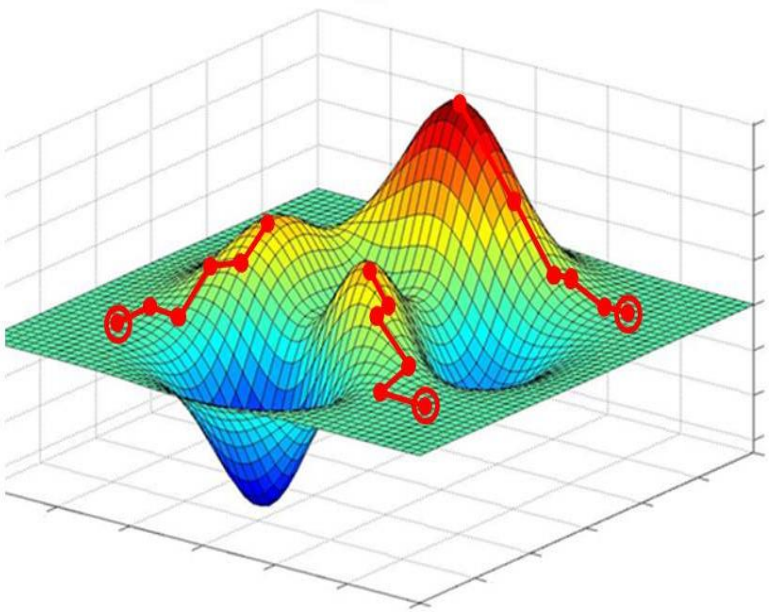


Espaço de configurações (opções)

RACIOCÍNIO AUTOMÁTICO

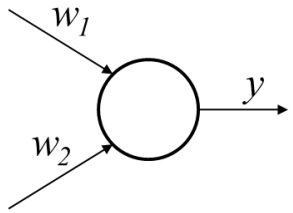
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE OPTIMIZAÇÃO

- Saber qual a melhor configuração de parâmetros de modo a maximizar uma função de valor ou de adequação
- Resultado: Configuração de parâmetros (estado)



Procura exaustiva não é viável → Procura local

Exemplo: Redes neuronais artificiais



Critério de avaliação

– Medida de ganho (*performance*)

$$P = -\sum_{s}\left(\sum_{z}(d_{sz} - o_{sz})^2\right)$$

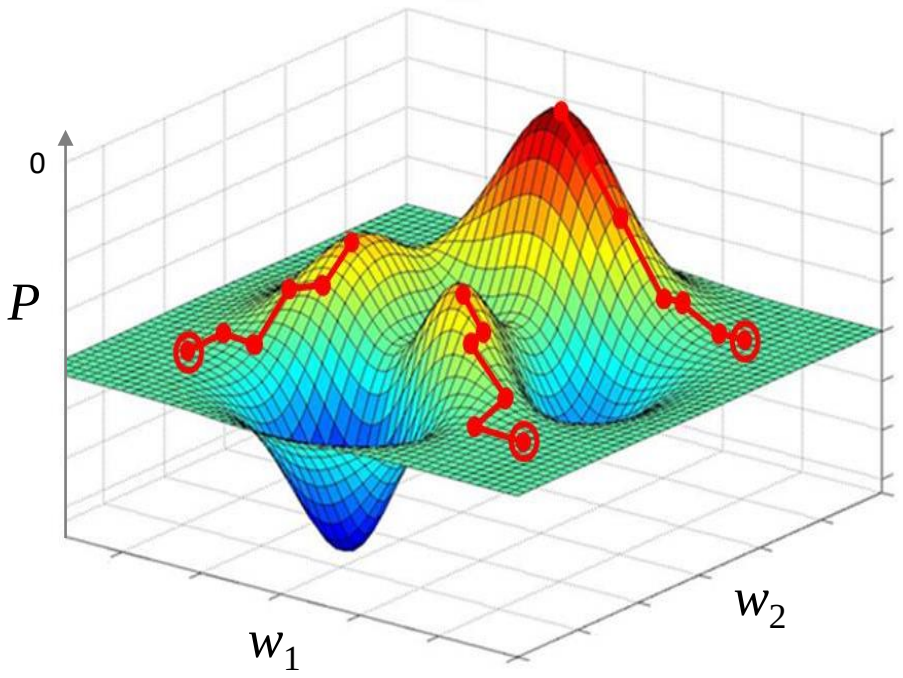
Configuração: $\boldsymbol{w} = (w_1, w_2)$

↓

Estado

Vector de transformação de estado:

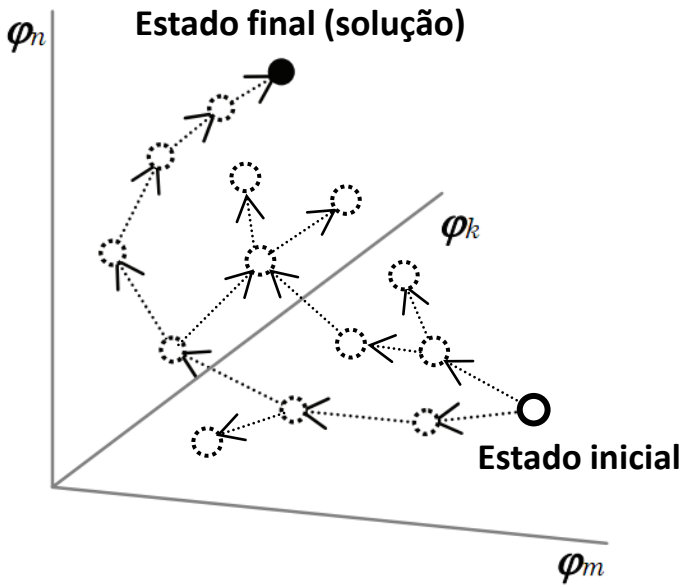
$\Delta\boldsymbol{w} = (\Delta w_1, \Delta w_2)$



RACIOCÍNIO ATRAVÉS DE PROCURA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE OPTIMIZAÇÃO

- **Estado**
  - Representa uma **configuração**
  - **Espaço de estados**
- **Transição**
  - Representa uma **transformação** de estado
    - **Operador** (de transição de estado)
    - **Vector** (de transição de estado)
- **Valor**
  - Função de valor de estado
- **Solução**
  - Estado final



PROCURA EM ESPAÇOS DE ESTADOS LOCAL

Algoritmo *Hill-Climbing*

function HILL-CLIMBING(*problem*) **returns** a state that is a local maximum

current ← MAKE-NODE(*problem*.INITIAL-STATE)
loop do
neighbor ← a highest-valued successor of *current*
if neighbor.VALUE ≤ current.VALUE **then return** *current*.STATE
current ← *neighbor*

Figure 4.2 The hill-climbing search algorithm, which is the most basic local search technique. At each step the current node is replaced by the best neighbor; in this version, that means the neighbor with the highest VALUE, but if a heuristic cost estimate h is used, we would find the neighbor with the lowest h.

[Russel & Norvig, 2010]

ALGORITMO *HILL-CLIMBING*

Características

- **Completo**
  - Não é completo
- **Óptimo**
  - Não é óptimo
- **Complexidade**
  - Espacial
    - O(b)
  - Temporal
    - O(d)

ALGORITMO *HILL-CLIMBING*

PROBLEMA: Óptimos Locais

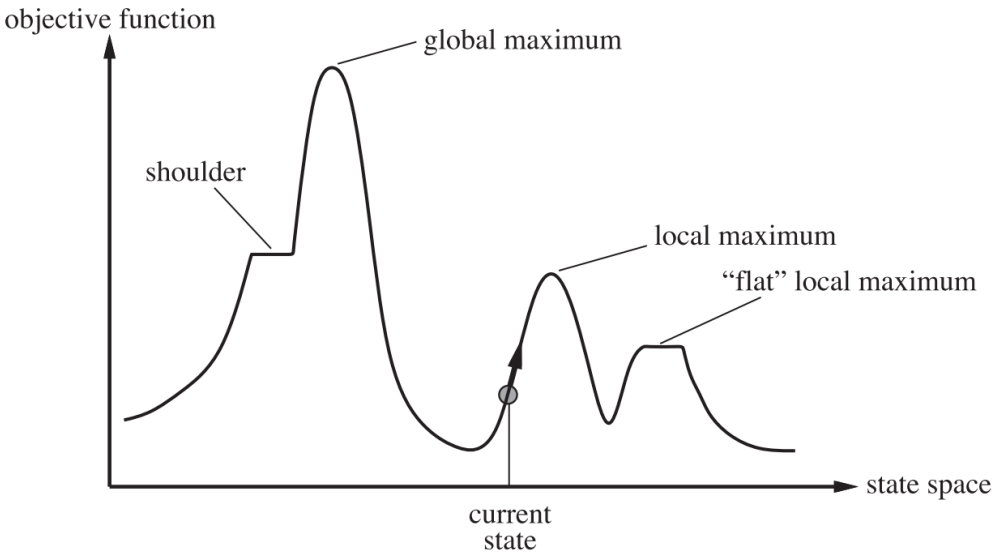
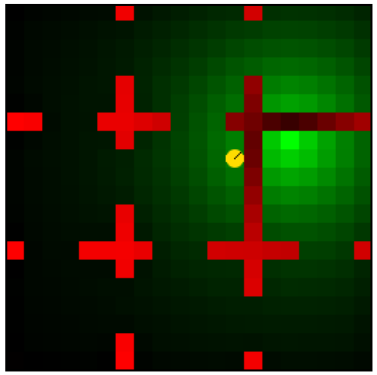


Figure 4.1 A one-dimensional state-space landscape in which elevation corresponds to the objective function. The aim is to find the global maximum. Hill-climbing search modifies the current state to try to improve it, as shown by the arrow. The various topographic features are defined in the text.



[Russel & Norvig, 2010]

ALGORITMO *HILL-CLIMBING*

PROBLEMA: Óptimos Locais

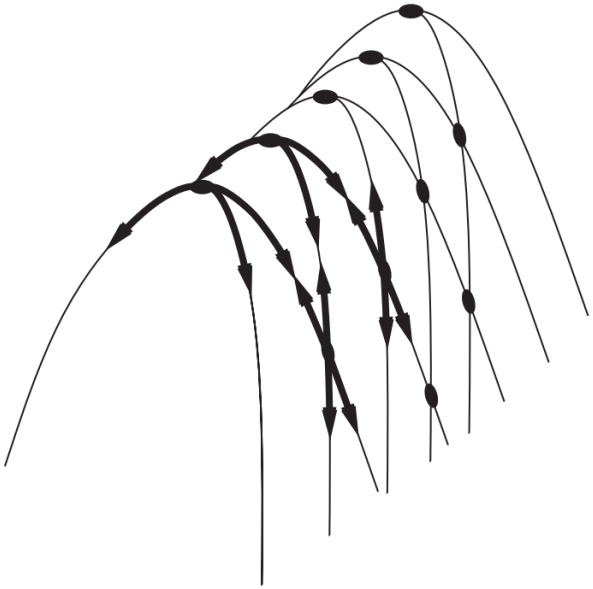


Figure 4.4 Illustration of why ridges cause difficulties for hill climbing. The grid of states (dark circles) is superimposed on a ridge rising from left to right, creating a sequence of local maxima that are not directly connected to each other. From each local maximum, all the available actions point downhill.

[Russel & Norvig, 2010]

PROCURA EM ESPAÇOS DE ESTADOS LOCAL

- **Soluções para o problema dos óptimos locais**
  - **Manter memória de estados visitados**
    - Complexidade espacial exponencial
    - **Não é viável para problemas gerais com espaços de estados de grande dimensionalidade**
  - **Mecanismos de exploração não exaustiva**
    - **Amostragem estocástica do espaço de estados**
    - **Controlo de *exploração / aproveitamento***
      - Exploração
        - » Seleccionar operador com um critério de base aleatória
      - Aproveitamento
        - » Gradiente - conhecimento local
        - » Seleccionar operador de seguida de gradiente (acção sôfrega - *greedy*)
  - **Modos de procura**
    - **Modo global**
      - Exploração independente do estado actual (amostragem)
    - **Modo local**
      - Exploração a partir do estado actual (guiada)

ALGORITMO *HILL-CLIMBING*

Variantes

- ***Hill-Climbing* estocástico**
  - Escolha aleatória entre sucessores que aumentam o valor de estado
  - Convergência mais lenta que *Hill-climbing*
  - Pode encontrar melhores soluções
    - Consoante a topologia do espaço de estados
  - Não completo
- ***Hill-Climbing* estocástico com único sucessor**
  - Sucessores gerados aleatoriamente até um aumentar o valor de estado
  - Útil quando o número de sucessores por estado é muito elevado
  - Não completo
- ***Hill-Climbing* com reinício aleatório**
  - Procura é reiniciada a partir de estados iniciais aleatórios, até ser atingido um objectivo
  - Completo

PROCURA EM ESPAÇOS DE ESTADOS LOCAL

- **MÉTODOS DE TÊMPERA SIMULADA** (*Simulated Annealing*)
  - Adaptação dinâmica de parâmetros do método de procura
  - Amostragem
  - Restrição temporal
    - Soluções aproximadas
  - Analogia com a têmpera do metal
    - Aquecimento
      - Flexibilidade
    - Arrefecimento
      - Restrição

PROCURA EM ESPAÇOS DE ESTADOS LOCAL

Algoritmo *Simulated Annealing*

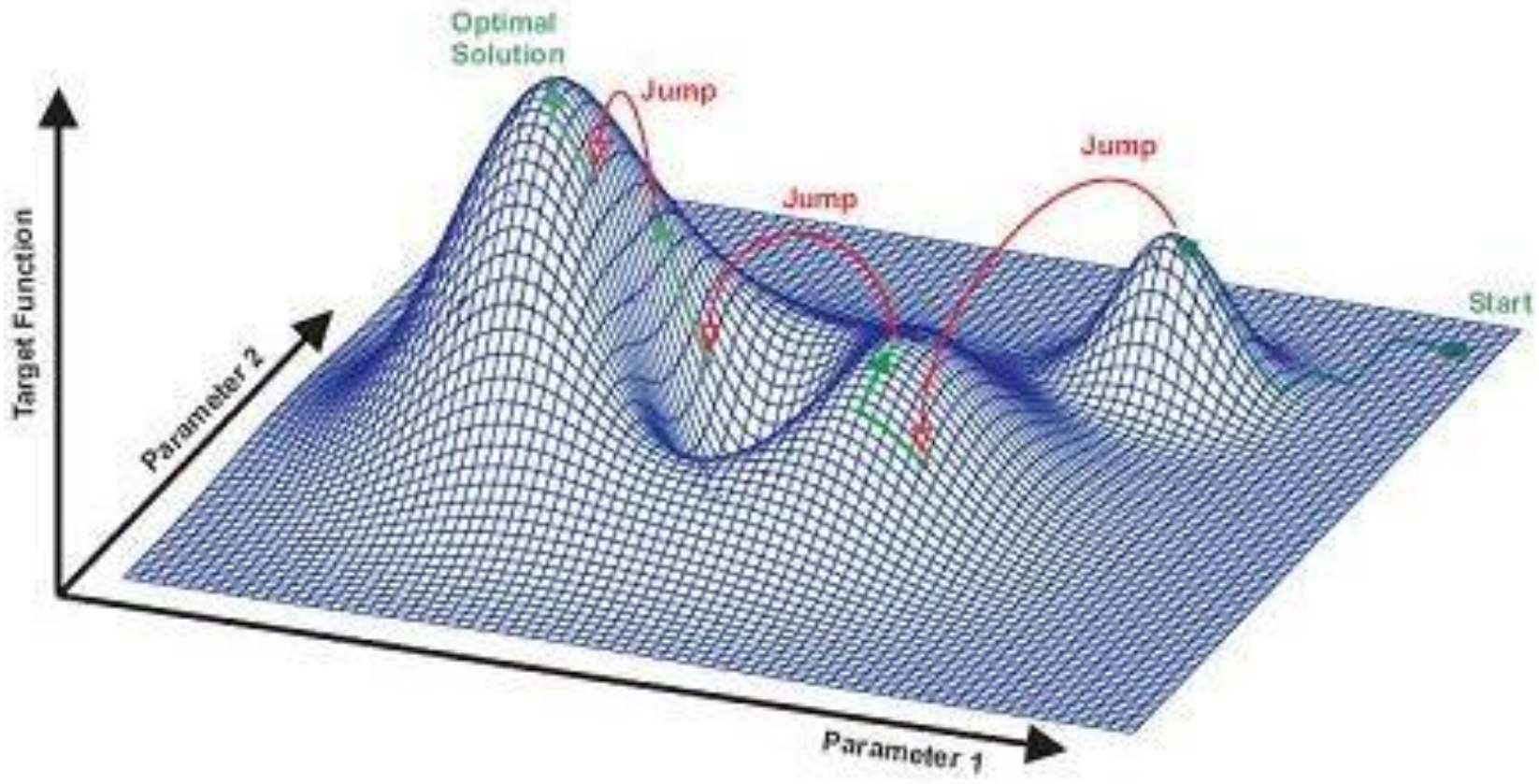
```
function SIMULATED-ANNEALING(problem, schedule) returns a solution state
  inputs: problem, a problem
          schedule, a mapping from time to "temperature"

  current ← MAKE-NODE(problem.INITIAL-STATE)
  for t = 1 to ∞ do
      T ← schedule(t)
      if T = 0 then return current
      next ← a randomly selected successor of current
      ΔE ← next.VALUE – current.VALUE
      if ΔE > 0 then current ← next
      else current ← next only with probability e^(ΔE/T)
```

Figure 4.5 The simulated annealing algorithm, a version of stochastic hill climbing where some downhill moves are allowed. Downhill moves are accepted readily early in the annealing schedule and then less often as time goes on. The *schedule* input determines the value of the temperature T as a function of time.

[Russel & Norvig, 2010]

ALGORITMO *SIMULATED ANNEALING*

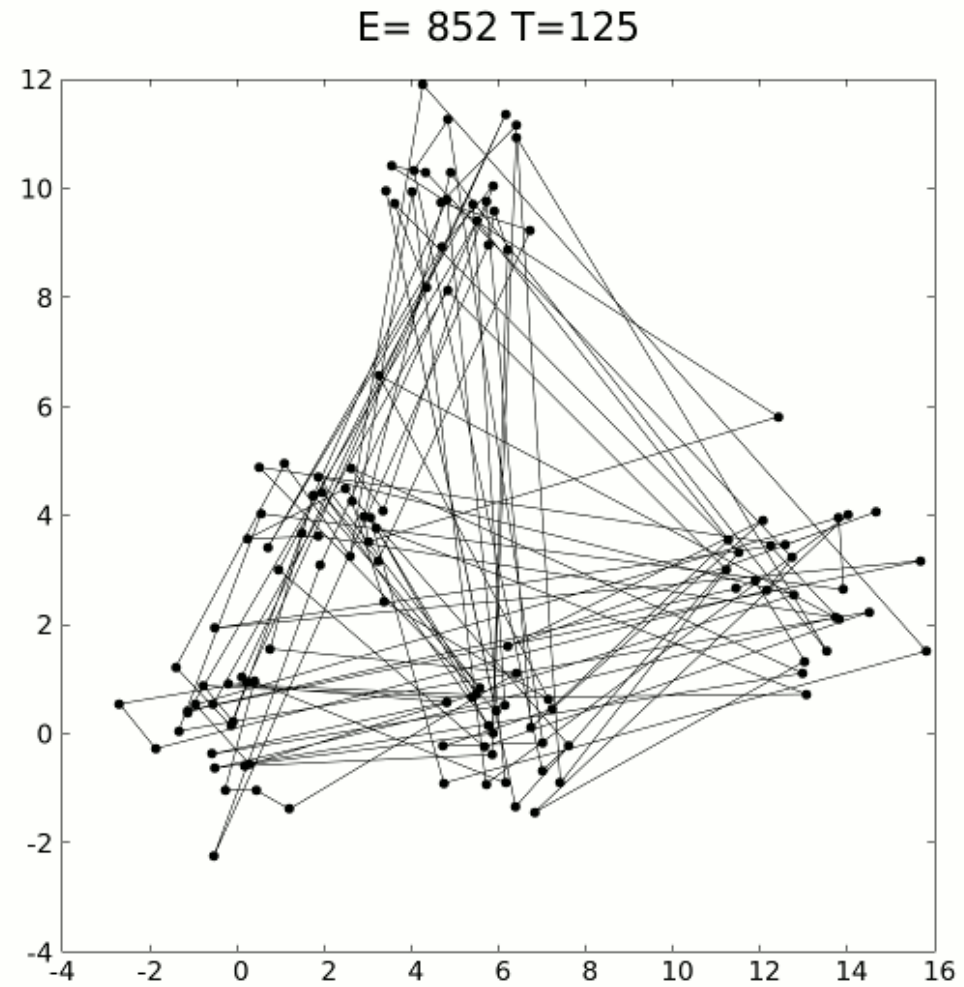


ALGORITMO *SIMULATED ANNEALING*

Exemplo

PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE

Determinar a menor rota para visitar um conjunto de cidades, retornando à cidade de origem



E – Evaluation
T – Temperature

RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA

Elementos a considerar na resolução de um problema de optimização

- **Problema**
  - Representa informação de contexto do problema
    - e.g. distâncias entre cidades (problema do caixeiro viajante)
  - Função de avaliação de estado
  - Estado inicial
  - Operadores de transformação de estado
- **Estado**
  - Representa uma configuração de resolução do problema
    - e.g. configuração de rainhas no tabuleiro (problema das N-Rainhas)
  - Realiza encapsulamento de manipulação da configuração de estado

RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA

- **Operador**
  - Representa transformação de estado
  - Aplicado a um estado, retorna
    - Um estado sucessor, ou
    - Conjunto de estados sucessores
  - Deve produzir transformações locais de estado, reflectindo as características do domínio do problema
    - e.g. movimentação de uma rainha (problema das N-Rainhas)
    - e.g. alteração de sequência parcial do percurso (problema do caixeiro viajante)
  - Transformações de estado com carácter aleatório correspondem à introdução de um pendor de amostragem global
    - Degeneram numa procura puramente estocástica
    - Degradação de desempenho
- **Resultados**
  - Número de iterações para obter solução
  - Qualidade da solução

REFERÊNCIAS

[Russel & Norvig, 2010]

S. Russell, P. Norvig, “Artificial Intelligence: A Modern Approach”, 3rd Ed., Prentice Hall, 2010

[Beire *et. Al.*, 2014]

A. Beire, N. Cota, H. Pita, A. Rodrigues, “Automatic tuning of Okumura-Hata model on railway communications”, International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications (WPMC), 2014

[Nagy *et al.*, 2018]

D. Nagy, D. Zhao, D. Benjamin, “Nature-Based Hybrid Computational Geometry System for Optimizing Component Structure”, Humanizing Digital Reality, Springer Nature, 2018