

1. Former la $n^{ième}$ somme partielle de chacune des séries suivantes, en déduire la nature des séries:

$$(a) \sum \frac{1}{4^{n-1}}, \quad \sum 3^n, \quad \sum \frac{1}{(n+1)(n+2)}, \quad \sum (-1)^{n+1} n$$

2. Donner le terme général de chacune des séries suivantes et déduire leur nature:

$$(a) 1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \frac{5}{9} + \dots$$

$$(b) \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{8}{9} + \frac{16}{17} + \dots$$

3. Déterminer la nature de chacune des séries suivantes, définies par leur terme général:

$$a) \frac{n-2}{n^3},$$

$$b) \frac{n+2}{n(n+1)},$$

$$c) \frac{1}{2^n+1},$$

$$d) \frac{1}{n^n}$$

$$e) \ln \frac{n^2+n+1}{n^2+n-1}$$

$$f) \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$$

$$g) \frac{2^{n-1}}{n^n}$$

$$h) \frac{e^{\arctan n}}{1+n^2}$$

$$i) \frac{n}{(n+1)!}$$

$$j) \left(\frac{n}{n^2+2} \right)^n$$

$$k) \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$$

$$l) \frac{1}{n} (\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n})$$

$$m) \frac{1}{n \ln n}$$

$$n) \frac{1}{(\ln n)^n}$$

$$o) \frac{n!}{n^n}$$

$$p) \frac{n+1}{n\sqrt{3n-2}}$$

$$q) \frac{1}{1.3.5.\dots.(2n+1)}$$

$$r) \frac{1}{n+(-1)^n \sqrt{n}}$$

$$s) \frac{\cos n\pi}{n}$$

$$t) \frac{1}{n^2} \sin \frac{n\pi}{2}$$

4. Montrer que la série

$$1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots$$

est semi-convergente

5. Déterminer la nature de la série numérique de terme général:

$$u_n = \frac{1 + (-1)^n \sqrt{n}}{n}$$