

الدورة الإستثنائية للعام 2010	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : إجتماع و إقتصاد	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	عدد المسائل : اربع

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة).

I-(4 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées, à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de chaque question et donner, en justifiant, la réponse qui lui correspond.

N°	Questions	Réponses		
		a	b	c
1	Si $f(x) = \frac{e^x}{e^x - x}$ alors $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$	1	0	$-\infty$
2	La valeur actuelle d'une suite de 20 versements mensuels de 75 000 LL chacun avec des intérêts capitalisés mensuellement à un taux annuel de 6% est :	1 424 056 LL.	1 573 436 LL.	1 500 000 LL.
3	f est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \ln x$. Une primitive F de f sur $]0; +\infty[$ est :	$x - x \ln x$	$x \ln x - x$	$\frac{(\ln x)^2}{2}$
4	Le taux du coût de maintenance, en millions de LL, d'une machine est donné en fonction du temps t, en années, par $f(t) = e^{0,5t}$. Le coût de maintenance, en millions de LL, durant les trois premières années est :	6, 963	5, 666	3,482

II-(4 points)

Le tableau suivant donne l'évolution du chiffre d'affaires d'une compagnie à partir de l'année 1990 en millions de LL.

Année	1990	1993	1996	1999	2002	2005
Rang de l'année x_i	0	3	6	9	12	15
Chiffre d'affaires y_i	1500	8000	15000	23000	30000	37000

- 1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points associé à la série statistique $(x_i; y_i)$.
- 2) Calculer les coordonnées du point moyen G et placer ce point dans le repère précédent.
- 3) Déterminer une équation de la droite de régression $D_{y/x}$ de y en x et tracer cette droite dans le même repère.
- 4) On suppose que l'évolution de ce chiffre d'affaires suit ce même modèle jusqu'à l'année 2017.
 - a- Estimer la valeur de ce chiffre en 2011.
 - b- En quelle année le chiffre d'affaires dépassera-t-il 57 000 millions de LL pour la première fois?

III-(4 points)

Une urne contient un jeton rouge portant le nombre 0 , deux jetons noirs portant chacun le nombre 1 et un jeton blanc portant le nombre -1 .

Un jeu consiste à tirer au hasard un jeton de l'urne ;

- Si le jeton tiré est rouge alors le jeu s'arrête ; sinon on le remet dans l'urne et on procède à un second tirage.
- Si le second jeton tiré est rouge alors le jeu s'arrête ; sinon on le remet dans l'urne et on procède à un troisième tirage et le jeu s'arrête.

- 1) Quelle est la probabilité que l'on tire, dans l'ordre, le jeton blanc, un noir et le rouge ?
- 2) Quelle est la probabilité que le jeu s'arrête avant le troisième tirage?
- 3) Soit X la variable aléatoire qui associe à la fin de chaque jeu la somme des nombres marqués sur les jetons tirés.
 - a- Démontrer que la probabilité $P(X = 0)$ est égale à $\frac{5}{16}$.
 - b- Calculer $P(X = -1)$.

IV-(8 points)

A- Soit f la fonction définie sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = 2x \left[2(\ln x)^2 - 3\ln x + 2 \right]$ et (C)

sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et calculer $f(e)$ et $f(3)$ à 10^{-2} près.

- 2) a- Vérifier que $f'(x) = 2(\ln x + 1)(2\ln x - 1)$.

- b- Reproduire et compléter le tableau de variations de f .

x	1	\sqrt{e}	$+\infty$
$f'(x)$	—		+
$f(x)$			

- 3) Ecrire une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point A d'abscisse 1.
- 4) Tracer (T) et (C).

B- Une usine produit un détergent liquide. Le coût total de production est donné par $f(x)$.

x est la quantité produite exprimée en milliers de kilogrammes, ($1 \leq x \leq 8$) et $f(x)$ est le coût exprimé en millions de LL.

Si la quantité produite est vendue dans sa totalité, le profit, exprimé en millions de LL, est donné par :

$$P(x) = 2x \left[-2(\ln x)^2 + 3\ln x \right].$$

- 1) Pour quel niveau de production le profit est-il égal à zéro?
- 2) a- Déterminer le revenu $R(x)$.
 - b- Déterminer le prix de vente d'un kilogramme qui permet de réaliser le profit donné.
 - c- L'usine produit 4000 kg de ce détergent et en vend 3000 kg au prix de vente précédent. L'usine réalise-t-elle un bénéfice ? Justifier la réponse.