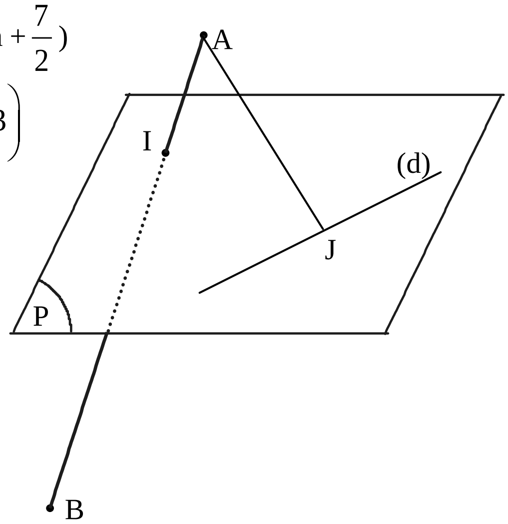
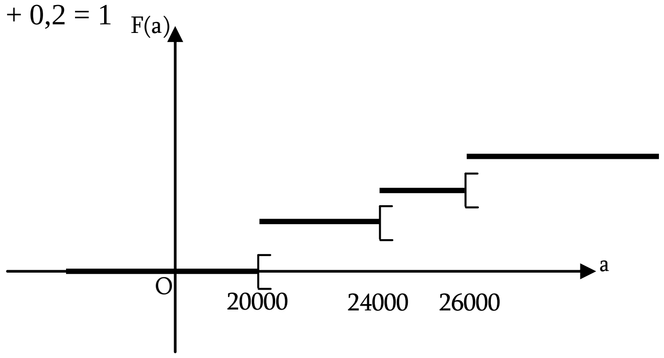
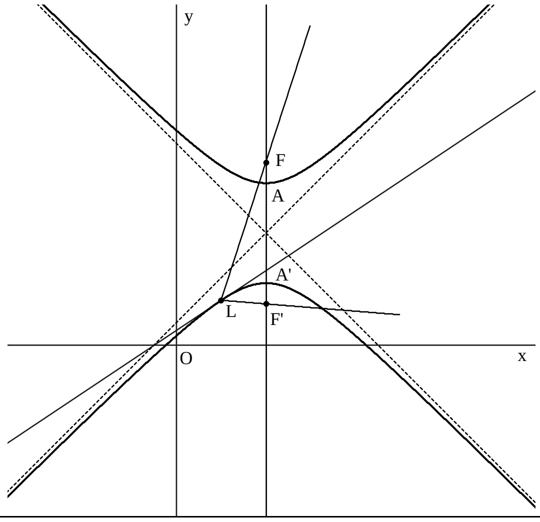
دورة سنة 2009 العادية	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : علوم عامة	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
	مسابقة في مادة الرياضيات	**مشروع معيار التصحيح**

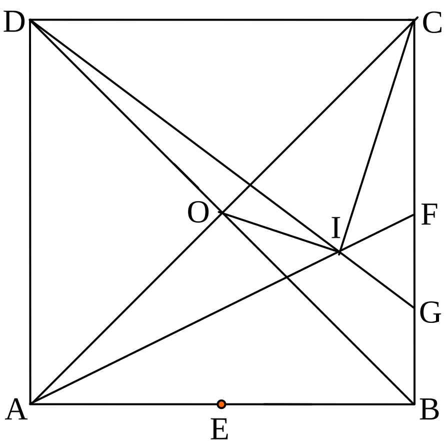
Q_1	Corrigé	Note
1	(d) et (d') ne sont ni parallèles ni confondues Le système $-5t = 10m$; $t - 1 = 8m$ et $t + 1 = -7n + 8$ n'a pas de solution à savoir : $-5t = 10m$ et $t = 8m + 1$ donne $t = 1/5$ et $m = -1/10$ avec $t + 1 = 6/5$ et $-7m + 8 = 87/10$. ***d***	1
2	L'équation caractéristique est $(r + 2)^2 = 0$; $Y= (ax + b)e^{-2x}$ On a $Y(0) = Y'(0) = 1$ D'où $a = 3$ et $b =1$. ***c***	0.5
3	$\cos(\arcsin\frac{1}{x}) = \frac{+\sqrt{3}}{2}$ est vérifiée uniquement pour x = 2. ***c***	1
4	Les dérivées des trois premières fonctions sont respectivement différentes de h(x). ***d***	1
5	$z_A= 2i$ et $z_B= -i$; $\left\|\frac{z-z_A}{z-z_B}\right\| = 1$. Par suite AM = BM et M appartient à la médiatrice de [AB] : y = ½ .Donc Im(z) = ½ . ***a***	0.5

Q_{II}	Corrigé	Note
1a	(AB) : $x = 3t + 4$; $y = t + 3$; $z = -t + 2$.	0.5
1b	$(AB) \cap (P) = \{I(1\,;\,2\,;3)\}$.	0.5
1c	$\overrightarrow{IA}(3\,;1\,;-1)$ et $\overrightarrow{IB}(-9\,;-3\,;3)$; alors $\overrightarrow{IB} = -3\overrightarrow{IA}$; A et B sont de part et d'autre par rapport au plan (P).	0.5
2a	$MA^2 = MB^2$ équivaut à $3x + y - z + 9 = 0$.	0.5
2b	(d)$\subset$(P) et (d) $\subset$(Q) alors (d) = (P)$\cap$(Q). D'où (d) : $x = m - \frac{3}{2}$; $y = -m - 1$; $z = 2m + \frac{7}{2}$. ***OU :*** On montre que la droite donnée est respectivement incluse dans (P) et (Q). .	0.5
3	J est un point de (d) ; $J(m - \frac{3}{2}\ ;\ -m - 1\ ;\ 2m + \frac{7}{2})$ $\vec{AJ}\cdot\vec{V}_d = 0$ donne $m = -\frac{1}{4}$ et $J\left(-\frac{7}{4}, -\frac{3}{4}, 3\right)$ $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AJ} = 11\vec{i} - 11\vec{j} + 22\vec{k}$ il est parallèle à (d). par suite (d) est perpendiculaire à (ABJ). ***OU*** $(AB) \perp (Q)$ et $(d) \subset (Q)$; alors $(d) \perp (AB)$. De plus $(d) \perp (AJ)$. D'où $(d) \perp (ABJ)$ 	1.5

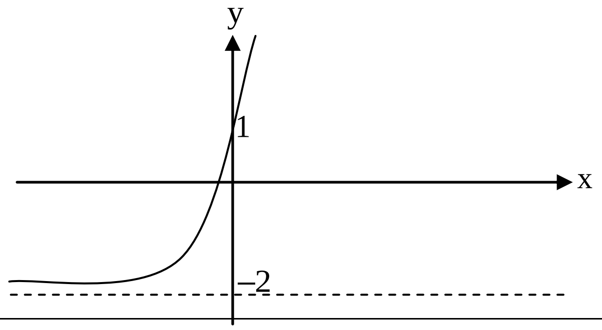
Q_{III}	**Corrigé**	**Note**
1a	E(Y) = 0,45n + 0,35(n + 4000) + 0,2(n + 6000) = 22600 ; n = 20 000	1
1b	Pour tout réel a on a F(a) = P(Y≤ a) ♦ a < 20 000 ; F(a) = 0 ♦ 20 000≤ a < 24 000 ; F(a) = 0,45 ♦ 24 000≤ a < 26 000 ; F(a) = 0,45 + 0,35 = 0,8 ♦ 26 000 ≤ a ; F(a) = 0,8 + 0,2 = 1  	2
2a	P(G∩A) = P(A/G) × p(G) = 0,4 × 0,85 = 0,34. P(G) = P(G∩A) + P(G∩ $\overline{A}$) ; 0,85 = 0,34 + P(G∩ $\overline{A}$) ; P(G∩ $\overline{A}$) = 0 ,51.	2
2b	P(G/A) = $\frac{P(G \cap A)}{P(A)} = \frac{0,34}{0,45} = \frac{34}{45}$	1

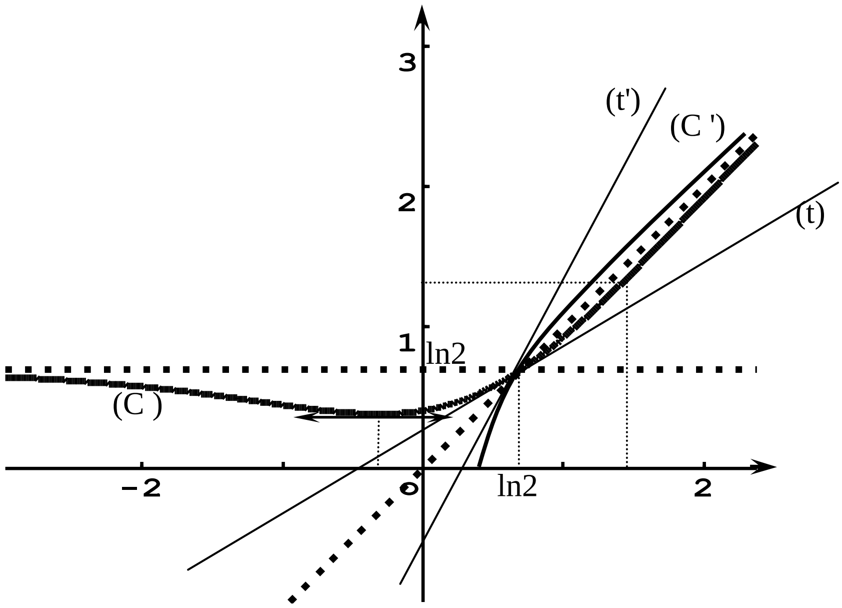
Q_{IV}	**Corrigé**	**Note**
1a	$-5+12i=(2+3i)^2$; les racines carrées sont $2+3i$ et $-2-3i$.	0.5
1b	$\Delta=-5+12i$; $z'=1+i$ et $z''=3+4i$.	0.5
2	$x'=x^2-y^2-4x+5y-1$, $y'=2xy-4y-5x+7$.	0.5
3	$y=x$ donne $x'=x-1$ et $y'=2x^2-9x+7$. D'où $y'=2x'^2-5x'$. Le point M' varie sur la parabole (P) d'équation $y = 2(x-\frac{5}{4})^2-\frac{25}{8}$. Paramètre : $p=\frac{1}{4}$, Axe focal : $x=\frac{5}{4}$; Foyer $\left(\frac{5}{4};-3\right)$, Directrice: $y=-\frac{13}{4}$.	1.5
4a	$x'=0$ donne $x^2-y^2-4x+5y-1=0$. Le point M' varie sur l'hyperbole (H) d'équation $\left(y-\frac{5}{2}\right)^2-(x-2)^2=\frac{5}{4}$. $A\left(2;\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{5}{2}\right)$ A' $\left(2;-\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{5}{2}\right)$ $y=x+\frac{1}{2}$ $y=-x+\frac{9}{2}$	2

		
4b	Une équation de la tangente est $\left(y-\frac{5}{2}\right)\left(y_L-\frac{5}{2}\right)-(x-2)(x_L-2)=\frac{5}{4}$; $2x-3y+1=0$.	1

Qv	Corrigé	Note
1	S(A) = B et S(D) = E donc l'angle de S est $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BE}\right)=\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BA}\right)=\frac{\pi}{2}(2\pi)$ et le rapport de S est $\frac{EB}{AD}=\frac{1}{2}$	0.5
2	S(B) = F car $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BF}\right)=\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et BF =½ AB S(A)=B et S(B)=F et E milieu de $[AB]$ donc S(E) est le milieu de $[BF]$ d'où S(E)=G 	1
3a	h est la similitude de centre I , d'angle $\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}=\pi$ et de rapport ½× ½ = ¼ . C'est donc l'homothétie négative de centre I et de rapport -¼	0.5
3b	h (A) = SoS(A) = S(B) = F donc I∈ (AF) et h(D) = SoS(D) = S(E) = G donc I∈ (DG) d'où I est l'intersection de (AF) et (DG).	0.5
3c	L'image par S du carré ABCD est le carré BFOE car S(A) = B , S(B) = E et S(D) = E	1

	Donc l'image de C par S est O par suite $\left(\overrightarrow{IC},\overrightarrow{IO}\right)=\frac{\pi}{2}(2\pi)$ et le triangle OIC est rectangle en I.	
4a	$L_{n-1}=A_{n-1}A_n$ et $S(A_{n-1})=A_n$ et $S(A_n)=A_{n+1}$ d'où $A_nA_{n+1}=½\,A_{n-1}A_n$ donc $L_n=½L_{n-1}$ et (L_n) est une suite géométrique de raison q=½ et dont le premier terme est $L_0=A_0A_1=AB=2$. $S_n=l_0\times\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=2\times\frac{1-(\frac{1}{2})^{n+1}}{\frac{1}{2}}=4\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$ or $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}=0$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=4$	1.5
4b	$\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IA_n}\right)=\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IA_1}\right)+\left(\overrightarrow{IA_1},\overrightarrow{IA_2}\right)+................+\left(\overrightarrow{IA_{n-1}},\overrightarrow{IA_n}\right)=\frac{n\pi}{2}[2\pi]$. Si n est pair , alors $\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IA_n}\right)=k\,\pi$ donc $A_n\in(IA)$.	1

Q_{VI}	**Corrigé**	**Note**
A1a	$e^{2x}+2e^x-2=0$ $e^x=-1-\sqrt{3}$ ou $e^x=-1+\sqrt{3}; x=\ln(-1+\sqrt{3})\approx-0,312$	0.5
A1b	$\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty}h(x)=-2$	0.5
A2a	$h'(x)=2e^{2x}+2e^x$. $\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline h'(x) & & + & \\ \hline h(x) & -2 & \nearrow & +\infty \end{array}$	1
A2b	La droite d'équation y = – 2 est asymptote lorsque x $\to-\infty$. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{h(x)}{x}=+\infty$ d'où l'axe des ordonnées est une direction asymptotique.  	1
A2c	$A=\int_0^1(e^{2x}+2e^x-2)dx=[\frac{1}{2}e^{2x}+2e^x-2x]_0^1$ $=\frac{1}{2}e^2+2e-\frac{9}{2}=4,63u^2$.	1
B1a	$g(x)=\frac{e^{2x}+2}{e^x+1}>0$ quel que soit x; Alors f est définie, quel que soit x	0.5
B1b	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\ln(\frac{e^{2x}+2}{e^x+1})=\ln 2$; (d) : y = ln2 asymptote.	1
B2a	$x+\ln\frac{1+2e^{-2x}}{1+e^{-x}}=\ln e^x+\ln\frac{1+2e^{-2x}}{1+e^{-x}}=\ln\frac{e^x(1+2e^{-2x})}{1+e^{-x}}$ $=\ln(g(x))=f(x)$	0.5
B2b	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=0$ D'où (d') : y = x est une asymptote à (C) lorsque x tend vers + ∞	1

B2c	$f(x) - x = \ln\frac{1+2e^{-2x}}{1+e^{-x}}$. $\frac{1+2e^{-2x}}{1+e^{-x}} = 1 \Leftrightarrow x = \ln 2$; (C) rencontre (d') au point (ln2 ; ln2). $\frac{1+2e^{-2x}}{1+e^{-x}} \succ 1 \Leftrightarrow x \prec \ln 2$; (C) est au-dessus de (d').	1
B3a	$g'(x) = \frac{2e^{2x}(e^x+1) - e^x(e^{2x}+2)}{(e^x+1)^2} = \frac{e^x h(x)}{(e^x+1)^2}$.	0.5
B3b	$f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)} = \frac{e^x\left(h(x)\right)}{(e^x+1)(e^{2x}+2)}$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & -0,31 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & \ln 2 & \searrow & 0,38 & \nearrow & +\infty \end{array}$ f '(x) a le même signe que h(x) * Le minimum : ≈ ln(1,46) ≈ 0,38	1.5
B3c	f '(x) = 1 équivaut à $e^{2x} - 4e^{x} - 2 = 0$;D'où : x= ln ($\sqrt{6}$ + 2) .	1
B4		1.5
C1	La courbe (C') est la symétrique de la partie de (C) correspondante à $0 \le x$; par rapport à la première bissectrice des axes. *** ***Tracé*** ***	0.5
C2	(C') coupe (C) au point (ln2 ; ln2). $f^{-1}(\ln 2) = \frac{1}{f'(\ln 2)} = \frac{3}{2}$. $y = \frac{3}{2}x - \frac{\ln 2}{2}$.	1