1. Evaluer l'intégrale curviligne
$$I - \int_{AB} (x^2 - 2xy)dx + (2xy + y^2)dy$$
où (AB) est l'arc parabolique $y = x^2$ liant $A(1,1)$ à $B(2,4)$.
Cette intégrale dépend - t - elle du chemin?

---

2. Evaluer les intégrale
$$I = \int_{OA} 2xydx - x^2dy \quad \text{et} \quad J = \int_{OA} 2xydx + x^2dy$$
où (OA) est le chemin de $O(0,0)$ à $A(2,1)$ défini par:
   (a) Le segment $[O, A]$
   (b) L'arc parabolique d'axe Ox
   (c) L'arc parabolique d'axe Oy
   (d) La ligne brisée OBA avec $B(2,0)$
   (e) La ligne brisée OCA avec $C(0,1)$

---

3. Evaluer les intégrales suivantes:
   (a) $I = \int_C x^2dy + y^2dx$ (C) étant la courbe: $x^2 + 4y^2 - 4x = 4, \ \ y > 0$
   (b) $I = \int_C ydx + (x+y)dy$ (C) étant la courbe :$y = x^2 + 2x$ de $O(0,0)$ à $B(2,8)$
   (c) $I = \int_C xzdx + (y+z)dy + zdz$ (C) étant la courbe: $x = e^t, \ y = e^{-t}, \ z = e^{2t} \quad 0 \leq t \leq 1$
   (d) $I = \int_C (x+y+z)dx + (x-2y+3z)dy + (2x+y-z)dz$ (C) étant la ligne brisée d'origine $O(0,0,0)$ et d'extremité $A(1,2,3)$ formée de 3 segments parallèls respectivement aux axes $Ox, \ Oy$ et Oz

---

4. Itiliser, si possible, le théorème de Green pour calculer les intégrales suivantes:
   (a) $I = \int_{C+} \frac{x+y}{x^2+y^2}dx - \frac{x-y}{x^2+y^2}dy$ (C) est une courbe fermée entourant l'origine
   (b) $I = \int_{C+} (x^2 + y)dx + xy^2dy$ (C) est la courbe fermée donnée par :$y^2 = x$ et $y = -x$
   (c) $I = \int_{C+} \dfrac{dx - dy}{x+y}$ (C) est le carré de sommets $A(1,0), \ B(0,1), \ E(-1,0), \ F(0,-1)$
   (d) $I = \int_{C+} e^x \sin ydx + e^x \cos ydy$ (C) est l'ellipse $3x^2 + 8y^2 = 24$
   (e) $I = \int_{C+} (x^4 + 4)dx + xydy$ (C) est donnée par: $r = 1 + \cos\theta$
   (f) $I = \int_{C+} (1 - x^2y)dx + \sin ydy$ (C) est le bord de la region de $\mathbb{R}^2$ située entre les carrés $[-2,2] \times [-2,2]$ et $[-1,1] \times [-1,1]$

---

5. Trouver l'équation de:
   (a) paraboloïde de sommet $o(0,0,0)$, d'axe oy et passant par les points $A(1,1,1)$ et $B(3,7,1)$
   (b) cône de centre $I(0,0,1)$ d'axe $0z$ et passant par les points $A(0,2,3)$ et $B(2,-1,-3)$

6. Trouver l'équation de la sphère de centre $I(2,4,-6)$ et tangente au plan yoz

---

7. Calculer par deux méthodes les intégrales:

   (a) $I = \int_{C^+} 2(x^2-y^2)dx + (x+y)^2dy$ $\quad (C)$ est le triangle de sommets $A(1,1),\ B(2,2)$ et $D(1,3)$

   (b) $I = \int_{C^+} ydx + 2xdy$ $\quad (C)$ est le bord de la region D située entre les cercles: $x^2+y^2-2x=0$ et $x^2+y^2-2y=0$

   (c) $I = \int_{C^+} \overrightarrow{H}\ \overrightarrow{dM}$ $\quad (C)$ est le bord de la region D limitée par: $x^2+y^2=4$ et $x=0,\ y=0,\ y=\sqrt{2}$. On donne

$$\overrightarrow{H} = (y^2-x^2y)\overrightarrow{i} + xy^2\overrightarrow{j}$$

---

8. Soit D la region de $\mathbb{R}^2$ limitée par

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & a(t-\sin t) \\ y & = & a(1-\cos t) \end{array}\right. \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

et l'axe $x^{'}x$.

   (a) Trouver l'aire de D

   (b) Calculer par deux méthodes $\int\int_D ydxdy$

   (c) Trouver le moment d'inértie de D par rapport à Ox

---

9. Trouver, en utilisant l'intégrale curviligne, l'aire du domaine D limité par la courbe: $x^2+2x+2y^2+4y+2=0$

---

10. Evaluer les intégrales curvilignes $I = \int_C Udl$:

   (a) $U(x,y) = x^3+y$ le long de (C): $x=3t,\ y=t^2,\quad 0 \leq t \leq 1$

   (b) $U(x,y) = x\sqrt[5]{y^2}$ le long de (C) : $x=t/2,\ y=\sqrt{t^5},\quad 0 \leq t \leq 1$

   (c) $U(x,y,z) = xyz$ le long de (C) : $[O,A]$ avec $O(0,0,0)$ et $A(1,2,3)$

---

11. On considère le cycloïde homogène:

$$(C): \left\{\begin{array}{lcl} x & = & a(t-\sin t) \\ y & = & a(1-\cos t) \end{array}\right. \quad 0 \leq t \leq \pi$$

   (a) Trouver la longueur de (C)

   (b) Déterminer les coordonnées de son centre de gravité

   (c) Trouver le moment d'inértie de (C)par rapport à Ox

---

12. Evaluer le travail de la force $\overrightarrow{F}$ le long du chemin (C) :

   (a) $\overrightarrow{F} = 3xy\overrightarrow{i} - 5z\overrightarrow{j} + 10x\overrightarrow{k}$ $\quad (C): x=t^2+1, y=2t^2,\ z=t^3$ entre les positions $t=1$ et $t=2$

(b) $\overrightarrow{F} = (2x - y + z)\overrightarrow{i} + (x + y - z^2)\overrightarrow{j} + (3x - 2y + 4z)\overrightarrow{k}$ $\qquad (C) : \left\{ \begin{array}{lcl} x^2 + y^2 & = & 9 \\ z & = & 1 \end{array} \right.$

---

13. Vérifier que les intégrales suivantes sont indépendantes du chemin et évaluer ces intégrales:

    (a) $I = \int_{AB} (y^2 + 2xy)dx + (x^2 + 2xy)dy \quad A(3,1)$ et $B(-1,2)$

    (b) $I = \int_{AB} (yz + 1)dx + (xz + 1)dy + (xy + 1)dz \quad A(4,0,3)$ et $B(-1,1,2)$
