

عدد المسائل : اربع	مسابقة في مادة الرياضيات المدة : ساعتان	الاسم : الرقم :
--------------------	--	--------------------

ملاحظة : يُسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو إختزان المعلومات أو رسم البيانات
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I- (2 points)

La production de chemises d'une usine pour les six dernières années est donnée par le tableau suivant :

Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Production y_i (en milliers)	34,6	35,8	38,8	40,5	41,5	46,1

La droite de regression $D_{y/x}$ de y en x a pour équation $y = 2,18x + b$.

- 1) Déterminer les coordonnées de G, point moyen du nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y_i)$ et déduire la valeur de b .
- 2) Estimer la production de l'usine pour l'année de rang 10.

II- (4 points)

Pour interroger ses élèves, un professeur de mathématiques place dans un sac 30 cartons identiques: 18 de ces cartons portent chacun une question de statistique et les autres une question d'algèbre chacun.

Un élève tire au hasard un carton de ce sac et répond à la question inscrite sur ce carton.

La probabilité que l'élève réponde juste à une question de statistique est 0,7

et la probabilité qu'il réponde juste à une question d'algèbre est 0,5.

On considère les événements suivants :

S : « Le carton tiré porte une question de statistique ».

A : « Le carton tiré porte une question d'algèbre ».

J : « L'élève répond juste à la question tirée ».

- 1) Calculer les probabilités suivantes : $P(S \cap J)$, $P(A \cap J)$ et $P(J)$.
- 2) L'élève a répondu juste à la question tirée, quelle est la probabilité que cette question soit une question d'algèbre ?
- 3) Le professeur attribue les notes suivantes :
5 pour une réponse juste en statistique.
n pour une réponse juste en algèbre .
-2 pour une réponse non juste.

Soit X la variable aléatoire désignant la note obtenue par l'élève.

a- Déterminer la loi de probabilité de X.

b- Calculer, en fonction de n, l'espérance mathématique $E(X)$.

c- Pour quelle valeur de n, $E(X) = 2,54$?

III- (4 points)

Un commerçant emprunte à la banque 20 000 000 LL.

Le taux d'intérêt annuel est de **6 %** et les intérêts sont capitalisés **mensuellement**.

Il décide de rendre son emprunt en payant à la banque, à la fin de chaque mois, 500 000 LL.

On désigne par U_n le montant de sa dette à la fin du nième mois.

1) Vérifier que $U_1 = 19\,600\,000$.

2) Etablir que $U_{n+1} = 1,005U_n - 500\,000$.

3) On considère la suite (V_n) définie par $V_n = U_n - 100\,000\,000$.

a- Démontrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 1,005 et déterminer V_1 .

b- Exprimer V_n en fonction de n et déduire U_n en fonction de n.

c- Démontrer que la dette sera payée au bout de 45 mois.

d- Déterminer le montant de la somme qui lui reste à payer à la fin du 45ième mois.

IV- (10 points)

Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x + \frac{1}{2} + e^{1-x}$ et l'on désigne par

(C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A

1) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b- Démontrer que la droite (d) d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est une asymptote à (C).

2) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.

3) Tracer (d) et (C).

4) Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), son asymptote (d) et les deux droites d'équations $x=0$ et $x=1$.

Partie B

Une usine fabrique des batteries ; le coût total de fabrication, en millions LL, est donné par

$C_T(x) = x + \frac{1}{2} + e^{1-x}$ où x est le nombre, en centaines, de batteries fabriquées ($0 \leq x \leq 5$).

1) Calculer les coûts fixes.

2) Calculer le coût total de fabrication de 500 batteries.

3) Chaque batterie est vendue à 20 000 LL mais 90 % seulement de la production est vendue.

a- Montrer que la fonction revenu est donnée par $R(x) = 1,8x$.

b- Représenter graphiquement, la fonction R dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

c- Justifier graphiquement que l'équation $R(x) = C_T(x)$ a une solution unique α et vérifier que $1,43 < \alpha < 1,44$.

d- Que représente α pour l'usine ?

e- Indiquer le nombre minimal de batteries à fabriquer pour que l'usine réalise des bénéfices.