

عدد المسائل: أربع	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:
-------------------	---	------------------

ملاحظة: يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.  
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

**I-(4 points)**

Le bénéfice annuel, depuis l'an 2001, d'un bureau de services ( en millions de LL) est donné par le tableau suivant :

Année	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année : $x_i$	1	2	3	4	5
Bénéfice en millions de LL : $y_i$	200	220	250	270	280

- 1) a- Déterminer les coordonnées du point moyen G.  
b- Construire le nuage de points associé à la série statistique  $(x_i; y_i)$  et placer le point G dans un repère orthogonal.
- 2) Ecrire une équation de la droite de régression  $D_{y/x}$  de y en x et tracer cette droite dans le repère précédent.
- 3) On suppose que ce modèle reste valable jusqu'en 2015.  
a- Quel bénéfice ce bureau espère t-il réaliser en 2008 ?  
b- A partir de quelle année le bénéfice du bureau dépassera t-il, pour la première fois, 400 millions de LL ?

**II- (4 points)**

Dans un magasin il y a 1000 pochettes en cuir parmi lesquelles certaines sont défectueuses.

Ces pochettes sont fabriquées par trois usines  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  selon le tableau suivant :

	Usine $\alpha$	Usine $\beta$	Usine $\gamma$
Nombre de pochettes	200	350	450
Pourcentage de pochettes défectueuses	5%	4%	2%

On choisit au hasard une pochette de ces 1000 pochettes et on considère les événements suivants :

A : « La pochette choisie est fabriquée par l'usine  $\alpha$  ».

B : « La pochette choisie est fabriquée par l'usine  $\beta$  ».

C : « La pochette choisie est fabriquée par l'usine  $\gamma$  ».

D : « La pochette choisie est défectueuse ».

- 1) a- Prouver que la probabilité  $P(D \cap A)$  est égale à  $\frac{1}{100}$ .  
b- Calculer les probabilités suivantes :  $P(D \cap B)$ ,  $P(D \cap C)$  et  $P(D)$ .
- 2) Sachant que la pochette choisie n'est pas défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle soit fabriquée par l'usine  $\alpha$  ?
- 3) La pochette est vendue à 50 000LL si elle est produite par l'usine  $\alpha$ , à 60 000LL si elle est produite par l'usine  $\beta$  et à 80 000LL si elle est produite par l'usine  $\gamma$ .  
Une réduction de 30 % est faite sur le prix de chaque pochette défectueuse.  
On désigne par X la variable aléatoire égale au prix final d'une pochette choisie au hasard.  
Trouver les six valeurs de X et déterminer la loi de probabilité de X.

### III- (4 points)

Fadi dépose à la banque une somme de 100 millions LL à un taux d'intérêt annuel de 10 % avec capitalisation annuelle. A la fin de chaque année, Fadi retire de son compte une somme de 5 millions de LL.

On note  $U_0 = 100$  et  $U_n$  la somme en millions de LL dont dispose Fadi à la fin de la  $n$ ème année après le retrait de 5 millions de LL.

- 1) a- Vérifier que  $U_1 = 105$  et calculer  $U_2$ .  
b- Montrer que la suite  $(U_n)$  n'est pas géométrique.  
c- Justifier la relation  $U_{n+1} = 1,1U_n - 5$ .
- 2) On pose pour tout entier naturel  $n$ ,  $V_n = U_n - 50$ .  
a- Montrer que la suite  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison 1,1.  
b- Calculer  $V_n$  en fonction de  $n$  et trouver la valeur de  $U_8$ .

### IV-( 8 points)

A- Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0 ; + \infty[$  par  $f(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$  et  $(C)$  sa courbe

représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) a- Vérifier que l'axe des abscisses est une asymptote à  $(C)$ .  
b- Calculer  $f(\sqrt{2})$  et donner la réponse à  $10^{-3}$  près.
- 2) a- Montrer que  $f'(x) = (2 - x^2)e^{-x}$  et dresser le tableau de variations de  $f$ .  
b- Ecrire une équation de la tangente  $(d)$  en  $O$  à  $(C)$ .
- 3) Tracer la droite  $(d)$  et la courbe  $(C)$ .
- 4) Soit  $F$  la fonction définie sur  $[0 ; + \infty[$  par :  $F(x) = (-x^2 - 4x - 4)e^{-x}$ .  
a- Montrer que  $F$  est une primitive de  $f$ .  
b- Calculer l'aire du domaine limité par la courbe  $(C)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 1$ .

B- Une usine fabrique un détergent liquide. La demande en milliers de litres est donnée par :

$d(p) = (p+2)e^{-p}$  où  $p$  est le prix unitaire (prix d'un litre) en milliers LL. ( $1 \leq p \leq 4$ )

- 1) Calculer la demande pour un prix unitaire de 2 000 LL.
- 2) Démontrer que la fonction de revenu est donnée par  $f(p) = (p^2 + 2p)e^{-p}$ .
- 3) Pour quel prix unitaire le revenu est-il maximum ? Déterminer ce maximum.
- 4) a- Déterminer l'élasticité  $e(p)$  de la demande par rapport au prix.  
b- Calculer  $e(\sqrt{2})$  et donner à la valeur ainsi trouvée, une interprétation économique.