

عدد المسائل : اربع	مسابقة في : الرياضيات المدة : ساعتان	الاسم : الرقم :
--------------------	---	--------------------

ملاحظة : يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة).

I-(4 points)

Le tableau suivant donne le montant des frais de publicité x , en millions LL, d'une usine de voitures et le nombre y , en dizaines de voitures vendues.

x_i	10	12	14	14,5	15
y_i	20	25	30	35	40

- 1) Calculer les moyennes \bar{X} et \bar{Y} des variables x et y .
- 2) Représenter graphiquement le nuage des points $(x_i; y_i)$ ainsi que le point moyen $G(\bar{X}; \bar{Y})$ dans un repère orthogonal.
- 3) Calculer le coefficient de corrélation r et donner une interprétation à la valeur ainsi trouvée.
- 4) Déterminer une équation de la droite de régression $D_{y/x}$ de y en x et tracer cette droite dans le repère précédent.
- 5) On suppose que le modèle précédent reste valable lorsque cette usine dépense 18 000 000 LL en frais de publicité.
 - a- Estimer dans ce cas le nombre p de voitures vendues (la réponse sera donnée à l'unité près).
 - b- Le coût moyen de fabrication d'une voiture est de 15 000 000 LL. Chaque voiture est vendue à 20 000 000 LL.
Estimer le bénéfice de l'usine lorsqu'elle vend les p voitures.

II – (4 points)

Une urne contient 9 boules : 3 blanches, 4 rouges et 2 noires.

A- On tire **successivement**, au hasard et **sans remise**, trois boules de l'urne.

- 1) Quelle est la probabilité que les trois boules tirées soient blanches ?
- 2) Quelle est la probabilité que la troisième boule tirée soit la seule blanche parmi les trois boules tirées ?

B- Dans cette partie on tire **simultanément** au hasard trois boules de l'urne.

- 1) Soit C l'événement : « **les trois boules tirées sont toutes de la même couleur** ».

Montrer que la probabilité de C est égale à $\frac{5}{84}$.

- 2) On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de boules noires tirées.
 - a- Déterminer la loi de probabilité de X .
 - b- Calculer l'espérance mathématique $E(X)$.

III -(4 points)

Une étude statistique concernant le nombre des habitants d'un village montre que :

- Le nombre d'habitants était 6 000 au début de l'an 2 000.
- La croissance annuelle du nombre d'habitants est de 2 %.
- La diminution annuelle du nombre d'habitants est de 200 (installation dans les villes, émigration, ...) .

On désigne par U_n le nombre des habitants de ce village en l'an $(2000 + n)$.

- 1) On prend $U_0 = 6\,000$. Vérifier que $U_1 = 5920$.
- 2) Démontrer que $U_{n+1} = 1,02U_n - 200$.
- 3) Soit la suite (V_n) définie par $V_n = U_n - 10\,000$; $(n \geq 0)$.
 - a- Démontrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 1,02.
 - b- Calculer V_n en fonction de n et en déduire U_n en fonction de n .
 - c- En quelle année le nombre des habitants de ce village devient-il pour la première fois inférieur à 3 000 ?

IV-(8 points)

A– Soit f la fonction définie , sur $[0 ; + \infty[$, par $f(x) = 3(x+1)e^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et déterminer une asymptote à (C) .
- 2) Montrer que $f'(x) = -3xe^{-x}$ et dresser le tableau de variations de f .
- 3) Tracer la courbe (C) .
- 4) Soit F la fonction définie , sur $[0 ; + \infty[$, par $F(x) = 3(-x-2)e^{-x}$.
 - a- Montrer que F est une primitive de f .
 - b- Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

B– Une usine fabrique un produit chimique liquide. La demande est modélisée par :

$f(p) = 3(p+1)e^{-p}$; p est le prix unitaire exprimé en milliers LL et $f(p)$ est exprimée en milliers de litres pour $0,5 \leq p \leq 4$.

- 1) Calculer la demande pour un prix unitaire de 1 000 LL.
- 2) L'offre est modélisée par $g(p) = \frac{e^p}{3}$.

La courbe (T) ci-contre est la courbe représentative de la fonction h définie par $h(p) = f(p) - g(p)$ sur $[0,5 ; 4]$.

- a- Vérifier que l'équation $h(p) = 0$ admet une racine unique α et prouver que $1,57 < \alpha < 1,58$.
 - b- On suppose que $\alpha = 1,575$.
Donner une interprétation économique de cette valeur de α .
- 3) a- Calculer l'élasticité $e(p)$ de la demande par rapport au prix p .
b- Déterminer l'ensemble des valeurs de p pour lesquelles la demande est élastique et trouver les prix correspondants.

