

عدد المسائل: اربع	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:
-------------------	---	------------------

ملاحظة: يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات
يستطيع المرشح الاجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I- (4 points).

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points
A (1 ; 1 ; 0), B (2; 0 ; 0), C (1; 3; -1), E (2 ; 2 ; 2) et le plan (P) d'équation $x + y + 2z - 2 = 0$.

- 1) a- Vérifier que (P) est le plan déterminé par A, B et C.
b- Montrer que la droite (AE) est perpendiculaire au plan (P).
c- Calculer l'aire du triangle ABC et le volume du tétraèdre EABC.
- 2) On désigne par L le milieu de [AB] et par (Q) le plan passant par L et parallèle aux deux droites (AE) et (BC).
a- Ecrire une équation du plan (Q).
b- Démontrer que les plans (P) et (Q) sont perpendiculaires.
c- Démontrer que la droite (d), intersection des plans (P) et (Q), est parallèle à (BC).

II- (4 points).

Dans une entreprise il y a 20 employés répartis dans deux départements selon le tableau suivant :

	Département technique	Département administratif
Femmes	3	5
Hommes	10	2

- 1) Le directeur de l'entreprise veut offrir un cadeau à l'un des employés; pour cela il choisit au hasard un employé de cette entreprise.
On considère les événements suivants :
F : « l'employé choisi est une femme ».
H : « l'employé choisi est un homme ».
T : « l'employé choisi est du département technique ».
A : « l'employé choisi est du département administratif ».
a- Calculer les probabilités suivantes :
 $P(F / T)$, $P(F / A)$, $P(F \cap T)$ et $P(F)$.
b- Sachant que l'employé choisi est un homme, quelle est la probabilité qu'il soit du département technique ?
- 2) Dans une autre occasion, le directeur de l'entreprise choisit au hasard et simultanément **deux** employés du département technique et il choisit aussi au hasard **un** employé du département administratif.
On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de femmes choisies.
a- Vérifier que $P(X = 1) = \frac{95}{182}$.
b- Déterminer la loi de probabilité de X.

III– (4 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$ on donne les points E, F, G d'affixes respectives $z_E = 2i$, $z_F = -2i$, $z_G = -1 + i$ et soit M un point d'affixe z .

- 1) a- Trouver l'ensemble (T) des points M tels que $|z - 2i| = \sqrt{2}$.
b- Montrer que G est un point de (T).
- 2) a- Sur quelle ligne (L) se déplace le point M lorsque $\left| \frac{z - 2i}{z + 2i} \right| = 1$?
b- Déterminer l'affixe z_0 d'un point W de (L) telle que $|z_0 - 2i| = 3$.
- 3) Soit A et B les points d'affixes respectives z_A et z_B telles que $z_A = z_F + z_G$ et $z_B = z_F \times z_G$.
a- Ecrire les complexes z_A et z_B sous forme exponentielle.
b- Démontrer que les points O, A et B sont alignés.

IV– (8 points)

Soit f la fonction définie sur $] -\infty, 0[\cup] 0, +\infty[$ par $f(x) = x - 1 - \frac{4}{e^x - 1}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) a- Montrer que l'axe des ordonnées est une asymptote à (C).
b- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et montrer que la droite (d) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à la courbe (C).
c- Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x + 3$ est une asymptote à (C) en $-\infty$.
- 2) Démontrer que le point S (0 ; 1) est un centre de symétrie de (C).
- 3) a- Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.
b- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux racines α et β et vérifier que :
 $1,7 < \alpha < 1,8$ et $-3,2 < \beta < -3,1$.
- 4) Tracer (d), (D) et (C).
- 5) a- Prouver que $f(x) = x + 3 - \frac{4e^x}{e^x - 1}$.
b- Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les deux droites d'équations $x = 2$ et $x = 3$.
- 6) Soit g la fonction réciproque de f sur $] 0, +\infty[$.
Démontrer que l'équation $f(x) = g(x)$ n'admet pas de racines.