1. Integrer les équations différentielles suivantes:
   (a) $y' = \dfrac{t+y}{t-y}$
   (b) $y' = (2t - y + 3)^2$
   (c) $y' = 2ty + 2te^{t^2}$
   (d) $ty' = y + \sqrt{t^2 + y^2}$
   (e) $\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{y^2 - y - 2}{t^2 + t}$
   (f) $ty' + y - ty^3 = 0$
   (g) $y = 2ty' + \ln y'$
   (h) $y' = \sqrt{y - 2t + 1} + y - 2t - 3$
   (i) $ty' = 2y + t^3 \cos t$
   (j) $t\left(2t^2 + y^2\right) dt + y\left(t^2 + 2y^2\right) dy = 0$
   (k) $2y' \ln t + \dfrac{y}{t} = \dfrac{\cos t}{y}$
   (l) $y = xy' + y' - y'^2$
   (m) $t(\ln y - \ln t)dy = y(1 + \ln y - \ln t)dt$
   (n) $(e^t y^2 + 1)dt + 2ye^t dy = 0$
   (o) $\dfrac{y}{y'} + \dfrac{1}{y'^2} = t$
   (p) $y' = -y^2 + xy + 1, \qquad y(x) = x$

---

2. On considère l'équation différentielle suivante:

$$y' = y(\ln y + x^2 - 2x) \qquad (E)$$

   (a) On pose $z = \ln y$,montrer que (E) est équivalente à:

$$z' = z + x^2 - 2x$$

   (b) Déduire une solution de (E)

---

3. On considère l'équation différentielle suivante:

$$y'' - 2y' + y = 0 \qquad (E)$$

   (a) Montrer que $y_1 = e^t$ et $y_2 = te^t$ sont deux solutions de (E)
   (b) Vérifier que y_1 et y_2 sont linéairement indépendants
   (c) Déduire la solution de (E) telle que $y(0) = 1$ et $y'(0) = 4$

---

4. Résoudre les équations différentielles suivantes:

(a) $y'' + 2y' + 5y = 0, \quad \text{avec} \quad y(0) = 0$ et $y'(0) = 1$

(b) $y'' - 4y' + 4y = 0$

(c) $y^{(4)} - y = 0$

(d) $y'' - 7y' + 6y = (t-2)e^t$

(e) $y'' + 2y' + 5y = 2\cos t$

(f) $y'' - y = 3e^{2t}\cos t$

---

5. On considère l'équation différentielle de premier ordre en $y = y(x)$:

$$y^{'} + \frac{1}{x}y = -\frac{1}{x^2} + e^{\frac{xy}{2}} \qquad (1)$$

(a) Véifier, en utilisant le changement de variable $z = e^{xy}$, que l'équation (1) est équivalente à l'équation en $z = z(x)$:

$$z^{'} + \frac{1}{x}z = xz\sqrt{z} \qquad (2)$$

(b) Résoudre l'équation (2) et déduire la solution générale de l'équation (1)

---

6. On considère la forme différentielle $\omega = \frac{1}{x}dx + \frac{1}{\ln y}(\frac{1}{y} + \frac{2y}{x})dy$ définie sur $\mathbb{R}^2$ privé de la droite $x = 0$, du demi plan $y \leq 0$ et de la droite $y = 1$

(a) Vérifier que $\mu(x, y) = x \ln y$ est un facteur intégrant de ω

(b) Déduire la solution générale de l'équation $\omega = 0$

---

7. On considère l'équation différentielle de deuxième ordre, en $y = y(x)$:

$$x^2y^{''} - \frac{2x}{\ln x}y^{'} + \frac{2 + \ln x}{(\ln x)^2}y = 0 \qquad (1)$$

(a) Vérifier que $y_1 = \ln x$ est une solution de (1) et en déduire la solution générale de (1)

(b) Considérons maintenant l'équation avec second memebre:

$$x^2y^{''} - \frac{2x}{\ln x}y^{'} + \frac{2 + \ln x}{(\ln x)^2}y = x\ln x \qquad (2)$$

Trouver la solution générale de (2)

(c) Trouver la solution de (2) dont la courbe intégrale passe par le point $(e, 1)$ et telle que la tangente à cette courbe en ce point est parallèle à la droite $y = x$

---

8. Soit l'équation différentielle:

$$y'' - 2y' + y = 0 \qquad (E)$$

(a) Montrer que $y_1 = e^t$ et $y_2 = te^t$ sont deux solutions de (E)

(b) Vérifier que y_1 et y_2 sont linéairement indépendantes

(c) En déduire la solution de (E) satisfaisant les conditions $y(0) = 1$ et $y'(0) = 4$

---

9. Intégrer les équations différentielles suivantes, connaissant une solution particulière y_1

   (a) $ty'' + 2y' + ty = 0, \qquad y_1 = \dfrac{\sin t}{t}$

   (b) $t^2(\ln t - 1)y'' - ty' + y = 0 \qquad y_1 = t \qquad (t > 0)$

   (c) $t^2y'' - ty' - 3y = 0 \qquad y_1 = \dfrac{1}{t}, \qquad (t > 0)$

   (d) $y'' - y' + e^{2t}y = 0, \qquad y_1 = \sin e^t$

---

10. Résoudre l'équation différentielle suivante, où $y_1 = \dfrac{1}{t}, \ \ t > 0$ est une solution particulière:

$$t^2y'' - ty' - 3y = 5t^4 \qquad (E)$$

Trouver l'équation de la courbe intégrale de (E) qui passe par le point $(1; 0)$ et dont la tangente au point $t = 1$ est parallèle à l'axe $(x'x)$

---

11. Résoudre les équations linéaires suivantes:

   (a) $(t - 1)y'' - ty' + y = (t - 1)^2e^t$

   (b) $y'' - y' + e^{2t}y = te^{2t} - 1, \qquad y_1 = \sin e^t$
