

عدد المسائل : خمسة	المدة : ساعتان	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم : الرقم :
--------------------	----------------	--------------------------	--------------------

ارشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I. (3 points)

On donne cinq points distincts O, I, K, L et S tels que :

$$OI = \frac{5}{2} - \cos 60^\circ, \quad OK = \frac{2 \times 10^3 \left[(2 \times 10^{-1})^2 + (6 \times 10^{-2}) \right]}{5 \times 10^{-1} \times 2 \times 10^2}$$

$$OL = 20 \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{15} - \frac{3}{5} \right) \quad \text{et} \quad OS = \frac{(\sqrt{10} - \sqrt{2})(\sqrt{10} + \sqrt{2})}{\sqrt{16}}.$$

- 1) Calculer OI, OK, OL et OS en détaillant les calculs, et donner chaque résultat sous forme d'un entier naturel.
- 2) Démontrer que les points I, K, L et S appartiennent à un même cercle de centre O.

II. (3 points)

Voici le relevé des notes sur 60, de 20 élèves :

Notes	45	48	52	56	58	60
Effectifs	3	6	4	2	1	4
Effectifs cumulés croissants						

- 1) Quelle est la fréquence de la note 52 ?
- 2) Compléter le tableau par les effectifs cumulés croissants.
- 3) Tracer le polygone des effectifs cumulés croissants.
- 4) Quel est le pourcentage des élèves ayant une note supérieure à 57 ?
- 5) Déterminer la moyenne des notes des élèves.

III. (4 points)

On donne $E(x) = (2x - 1)^2 + (x - 2)(1 - 2x)$ et $F(x) = ax^2 + bx - 2$.

- 1) Factoriser $E(x)$.
- 2) Calculer a et b pour que $F(1) = 5$ et $F(-2) = 20$.
- 3) Soit $Q(x) = 6x^2 + x - 2$. Vérifier que $Q(x) = (2x - 1)(3x + 2)$.
- 4) Soit $P(x) = \frac{E(x)}{Q(x)}$.
 - a) Pour quelles valeurs de x, P(x) est-il défini ? Simplifier P(x).
 - b) Résoudre l'équation $P(x) = 0$.
 - c) L'équation $P(x) = \frac{3}{7}$ a-t-elle une solution? Justifier.

IV . (5 points)

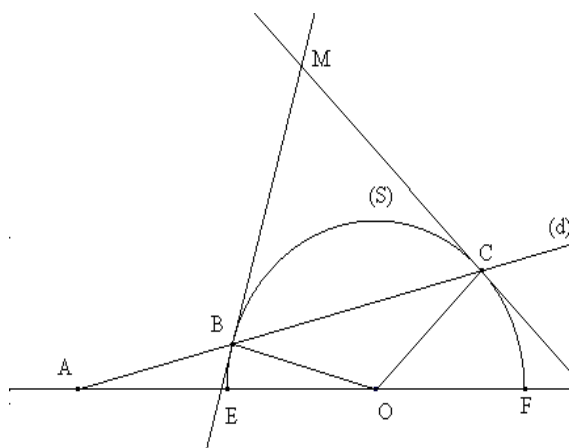
Dans un repère orthonormé d'axes $x'Ox$, $y'Oy$ où l'unité de longueur est le centimètre , on donne les points $A(-2; 3)$, $B(1;- 1)$, $C(9; 5)$ et la droite (d) d'équation $y = 2x - 13$.

- 1) Placer les points A, B et C et tracer la droite (d).
- 2) Calculer les coordonnées du point N, point d'intersection de (d) avec l'axe $x'Ox$.
- 3) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
- 4) Soit M le milieu de [AC]. Calculer les coordonnées de M.
- 5) Démontrer que N est le translaté de C par la translation de vecteur \overrightarrow{MB} .
- 6) Démontrer que le quadrilatère BMCN est un losange.

V. (5 points)

Dans la figure ci-contre :

- (S) est un demi-cercle de centre O et de rayon R
- [EF] est le diamètre de (S)
- A est un point de (EF) tel que $OA=2R$
- (d) est une droite variable passant par A et coupant (S) en B et C
- Les tangentes en B et C à (S) se coupent en M.



- 1) Justifier que (OM) est la médiatrice de [BC].
- 2) (OM) coupe [BC] en I. Soit P le pied de la perpendiculaire menée de M à (OA).
 - a. Démontrer que les triangles OIA et OMP sont semblables.
 - b. Etablir la relation $OA \times OP = OM \times OI$.
- 3) a. Soit (S') le cercle circonscrit au triangle CIM. Démontrer que (OC) est tangente à (S').
 - b. Utiliser deux triangles semblables pour démontrer que $OM \times OI = R^2$.
 - c. Calculer OP en fonction de R. Déduire le lieu géométrique de M lorsque (d) varie.
- 4) Dans cette question, on suppose que OBMC est un carré :
 - a. Calculer en fonction de R les longueurs BC et MP.
 - b. Calculer la valeur exacte de \widehat{MAP} .
 - c. Calculer la valeur de \widehat{MAP} à un degré près.