

الاسم :
الرقم :مسابقة في الرياضيات
المدة : ساعتان

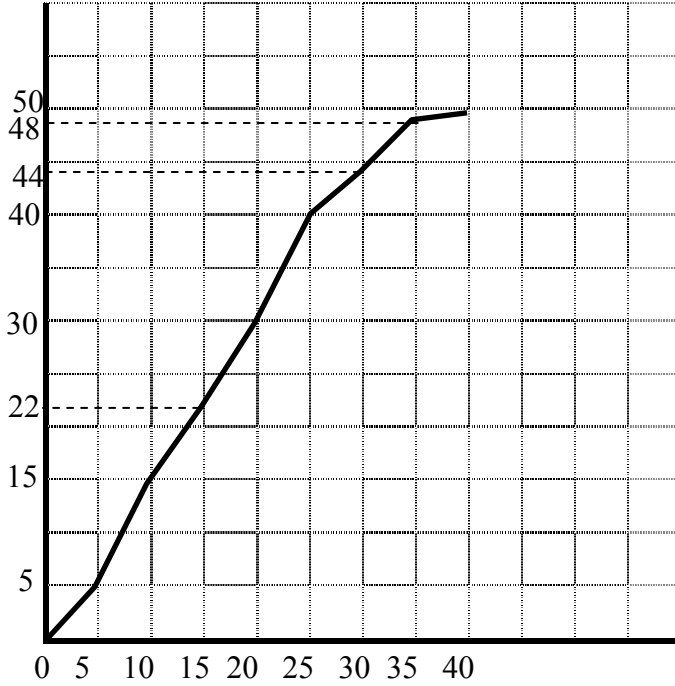
عدد المسائل : اربع

ملاحظة يُسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I- (2 points)

Une enquête auprès de 50 fumeurs porte sur leur consommation quotidienne de cigarettes .
Le polygone suivant est celui des effectifs cumulés croissants du nombre de fumeurs .

Nombre de fumeurs



Nombre de cigarettes

1) Recopier et compléter le tableau des effectifs de cette distribution.

Nombre de cigarettes	[0 ;5[[20 ;25[[35 ;40]
Nombre de fumeurs	5		7		10			2

2) Déterminer , à l'unité près ,la médiane de cette distribution et donner une signification à la valeur ainsi trouvée.

II- (4 points)

Un employé reçoit une somme de 2 000 000 LL . Il dépense 20 % de cette somme le premier jour puis il dépense 20 % du reste le second jour et ainsi de suite pour les jours suivants.

On désigne par U_n ($n \geq 1$) le montant , en LL , dont dispose cet employé à la fin du **n**ème jour.

1) Vérifier que $U_1 = 1\,600\,000$.

2) Démontrer que (U_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

3) Calculer U_n en fonction de n .

4) A la fin de quel jour , le montant dont dispose cet employé devient -il pour la première fois inférieur à 500 000 LL ?

III-(4points)

Un sac contient **sept** boules :

une rouge portant le nombre n

deux jaunes portant chacune le nombre -5

quatre vertes portant chacune le nombre 4 .

On tire simultanément et au hasard **deux** boules de ce sac.

- 1) Démontrer que la probabilité de tirer **une** boule rouge et **une** boule verte est égale à $\frac{4}{21}$.
- 2) Calculer la probabilité de tirer **deux** boules vertes.
- 3) Calculer la probabilité de tirer **deux** boules de même couleur.
- 4) On désigne par X la variable aléatoire égale au produit des deux nombres portés par les **deux** boules tirées.
 - a- Justifier que les valeurs possibles de X sont : $-5n$; $4n$; -20 ; 16 ; 25 .
 - b- Déterminer la loi de probabilité de X .
 - c- Pour quelle valeur de n l'espérance mathématique $E(X)$ est-elle égale à -1 ?

IV- (10 points)

A- Soit f la fonction définie, sur $[-1 ; +\infty[$, par $f(x) = x^2 - 2 - 2xe^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans

$\vec{O} \quad \vec{O} \quad \vec{O}$
un repère orthonormé $(O; i, j)$.

- 1) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et démontrer que la droite (d) d'équation $y = x - 2$ est une asymptote à (C) .
 - b- Etudier, suivant les valeurs de x , les positions relatives de (C) et (d) .
 - c- Calculer $f(0)$ et $f(-1)$.
- 2) Le tableau ci-dessous donne le signe de $f'(x)$.

x	-1	$0,3$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

Dresser le tableau de variations de f .

- 3) a- Tracer (d) et (C) .
 - b- Montrer graphiquement que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution positive α .
Vérifier que $2,4 < \alpha < 2,5$.

B- Dans ce qui suit on suppose que $\alpha = 2,45$.

Une usine fabrique un produit chimique liquide.

La fonction C_m définie, sur $[0 ; 10]$, par : $C_m(x) = 1 + 2(1 - x)e^{-x}$ traduit le coût marginal quotidien, pour cette fabrication.

x est exprimé en milliers de litres et $C_m(x)$ en millions LL.

Les coûts fixes s'élèvent à 2 millions LL.

- 1) Démontrer que la fonction C_T traduisant le coût total quotidien est donnée par $C_T(x) = x + 2 + 2xe^{-x}$.
- 2) Le litre est vendu à 2000 LL et on suppose que la production est vendue dans sa totalité.
 - a- Démontrer que la fonction profit est donnée par $P(x) = x - 2 - 2xe^{-x}$.
 - b- Déterminer la quantité que doit produire quotidiennement l'usine pour que le profit soit nul.
L'usine réalise-t-elle de bénéfice lorsqu'elle produit quotidiennement 2 000 litres de ce liquide ?
Justifier la réponse.