

1. Trouver le D.L. des fonctions suivantes à l'ordre 3 au voisinage de 0 :

- a) $\cos x \cosh x$, b) $\cosh(x + \ln 2)$, c) $\sqrt{1 + \sin x}$, d) $e^{\sqrt{9+x}}$
 e) $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(\arcsin x)^2}$

2. Donner le D.L. à l'ordre 3 de:

- a) $f(x) = \cos(x + \frac{\pi}{3})$ en $x = \frac{\pi}{3}$
 b) $g(x) = \sinh(x - a)$ en $x = a$

3. Trouver le D.L. à l'ordre 3 au voisinage de $+\infty$, et de $-\infty$ de

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}{|x|}$$

4. Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - \sinh x}{1 - \sqrt{1+x^3}} & \text{si } x \neq 0 \\ \frac{2}{3} & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- a) Déterminer le domaine de f
 b) Utiliser le D.L au voisinage de 0 pour :
 i- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
 ii- Etudier la continuité de f en 0

5. On donne la fonction

$$f(x) = (2x - 1)e^{\frac{1}{x}}$$

- a) Donner le D.L en 0 à l'ordre 3 de $(2 - X)e^X$
 b) En déduire l'équation de l'asymptote à la courbe de f au voisinage de l' ∞

6. Soit

$$f(x) = \frac{\sqrt{16x^2 + 1} + (4x - 1)}{\sqrt{16x^2 + 1} - (4x - 1)}$$

Utiliser le D.L pour trouver l'équation de la tangente à la courbe de f en $O(0, 0)$.

7. En utilisant le D.L. trouver:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x^3}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(10)^{\sqrt{x}} - 1}{(2)^{\sqrt{x}} - 1}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{a^{\frac{1}{x}} + b^{\frac{1}{x}}}{2}\right)^x$ $a, b > 0$ d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\ln(1+x)) - \sqrt{\ln(\sin \frac{\pi}{2}(x+1))}}{x}$

8. Soit

$$f : x \mapsto e^{(x-1)/x^2} + a + \frac{b}{x}$$

- (a) Donner le D.L. de $f(x)$ à l'ordre 2 en $+\infty$
 (b) Quelle doit être la valeur de a si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$? Déterminer dans ce cas la partie principale de $f(x)$.