1. Calculer le rang, étudier la nature et résoudre en utilisant la méthode d'elimination de Gauss, les systèmes suivants:

$$a)\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & z & = & 1 \\ 2x & + & 3y & + & z & = & 2 \\ x & - & 4y & - & 6z & = & 2 \end{array}\right. \quad b)\left\{\begin{array}{ccccccccc} 2x & + & y & - & 2z & + & 3w & = & 1 \\ 3x & + & 2y & - & z & + & 2w & = & 4 \\ 3x & + & 3y & + & 3z & - & 3w & = & 5 \end{array}\right.$$

$$c)\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 4 \\ x & + & 3y & + & z & = & 11 \\ 2x & + & 5y & - & 4z & = & 13 \\ 4x & + & 11y & & & = & 37 \end{array}\right. \quad d)\left\{\begin{array}{ccccccccc} x & - & 3y & + & 4z & - & 2w & = & 5 \\ x & - & y & + & 9z & - & w & = & 7 \\ x & - & 2y & + & 7z & - & 2w & = & 9 \end{array}\right.$$

(a) Résoudre par la méthode d'élimination de Gauss chacun des systèmes suivants:

$$(S_1)\left\{\begin{array}{ccccccccc} x & + & 2y & - & 2z & + & 3w & = & 2 \\ 2x & + & 4y & - & 3z & + & 4w & = & 5 \\ 5x & + & 10y & - & 8z & + & 11w & = & 12 \end{array}\right.$$

$$(S_2)\left\{\begin{array}{ccccccccccc} x & + & 2y & - & 3z & + & t & - & w & = & 0 \\ x & + & 3y & - & 4z & & & + & w & = & 0 \\ 2x & + & 5y & - & 7z & + & t & & & = & 0 \end{array}\right.$$

(b) Trouver une base de solution de (S_2)

(c) En déduire deux solutions particulières de (S_2)

---

2. Soient les vecteurs $v_1 = (1,1,0,2)$, $v_2 = (-1,0,2,1)$, $v_3 = (0,1,2,3)$ et $v_4 = (1,3,4,8)$. On appelle relation linéaire entre les vecteurs v_i, toute relation de la forme

$$xv_1 + yv_2 + zv_3 + tv_4 = 0$$

Déterminer les relations linéaires liant les vecteurs v_i de IR^4

---

3. Résoudre, en discutant selon les paramètres réels m et λ, le système suivant

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} mx & + & 2y & + & 2z & = & 0 \\ 2x & + & my & + & 2z & = & 0 \\ 2x & + & 2y & + & mz & = & \lambda \end{array}\right.$$

(a) Discuter, d'après les valeurs de $k,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma \in IR$ le système

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 2x & + & y & - & z & = & \alpha \\ & & y & + & 3z & = & \beta \\ 2x & + & ky & + & 2z & = & \gamma \end{array}\right.$$

(b) Si $k = 0$, le système est - il un système de Cramer. Trouver dans ce cas une solution du système lorsque $a = -1,\ \beta = 2$ et $\gamma = 1$
