1. Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes:

   (a) $f(x,y) = \arcsin \frac{x}{y}$

   (b) $f(x,y) = \frac{\arcsin x}{\arcsin y}$

   (c) $f(x,y) = \ln \frac{x}{1-x^2-y^2}$

   (d) $f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{9-x^2-y^2}}$

   (e) $f(x,y) = \ln(2x+y-2)$

---

2. Trouver les limites suivantes:

   (a) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2-y^2}{1+x^2+y^2}$

   (b) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,0)} \frac{x\sin y}{x^2+1}$

   (c) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(1+y^2)\sin x}{x}$

   (d) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3-x^2y+xy^2-y^3}{x^2+y^2}$

   (e) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)} \frac{xy-2x-y+2}{x^2+y^2-2x-4y+5}$

---

3. On donne la fonction de deux variables réelles $f(x,y) = \arcsin(x-y)$ et soit la fonction réelle de la variable réeelle t, $g(t) = t^2 - 1$

   (a) Trouver $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} g \circ f(x,y)$

   (b) Utiliser la règle de chaîne pour calculer les dérivées parielles de $h(x,y) = g \circ f(x,y)$

---

4. Soit $f(x,y) = x^2 - y^2$. on suppose que x et y sont fonctions des variables u et v :

$$x(u,v) = e^u \sin v \qquad ; \qquad y(u,v) = e^{-u}\cos v$$

   Sans exprimer f en termes de u et v, trouver en utilisant la règle de chaïne, les dérivées partielles premières, par rapport à u et v de $f(x(u,v), y(u,v))$

---

5. Etudier la contnuité à l'origine de chacune des fonctions suivantes:

   (a) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$

   (b) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y^3}{x^{12}+y^4} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$

   (c) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin xy}{x^2+y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$

---

6. Trouver le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de $A(1,1)$ de la fonction $f(x,y) = \frac{y^2}{x^3}$

---

7. Soit
$$f(x,y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 2$$
   (a) Déterminer les extremums relatifs de f
   (b) Etudier les extremums de f, d'abord sur la droite $x = -1$ et ensuite sur la droite $y = 2$. Commenter!

---

8. Etudier les extremums de f dans chacun des cas suivants:
   $a)$ $f(x,y) = x^2 + 2xy + 3y^2$ $b)$ $f(x,y) = 4x^3 - 2x^2y + y^2$ $c)$ $f(x,y) = \frac{x}{x+y}$
9. Calculer dans chaque cas les dérivées partielles premières et secondes de la fonction f :
   $a)$ $f(x,y) = \ln(xy)$ $b)$ $f(x,y) = \arctan \frac{y}{x}$ $c)$ $f(u,v) = \sqrt{u^2 + v^2}$ $d)$ $f(x,y) = y^x$
   $e)$ $f(t,\alpha) = \cos(2\pi t - \alpha)$ $f)$ $f(P,V,\delta,\nu,g) = PV + \dfrac{V\delta\nu^2}{2g}$

---

10. Soit
$$f(x,y,z) = \begin{cases} \dfrac{xyz}{x^3+y^3+z^3} & \text{si} \quad x^3+y^3+z^3 \neq 0 \\ 0 & \text{si} \quad x^3+y^3+z^3 = 0 \end{cases}$$
   Montrer que f_x, f_y et f_z existent en $(0,0,0)$ mais que f n'est pas différentiable en $(0,0,0)$

---

11. Soit $f(x,y) = \frac{x}{y^2}$
   (a) Calculer $df(1,1)$
   (b) En déduire une valeur approximative de $f(1.01, 0.9)$
