

الدورة العادية للعام ٢٠١٠	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : علوم الحياة	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	عدد المسائل : أربع

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات  
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة)

### I-(4 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère le plan (P) d'équation  $3x - 4y + z = 0$  et le point A  $(-1 ; 5 ; -3)$ .

- 1) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (d) passant par A et perpendiculaire à (P).  
à (P).
- 2) Soit H le projeté orthogonal de A sur (P). Démontrer que les coordonnées de H sont  $(2 ; 1 ; -2)$ .
- 3) Calculer la distance de O à (d).
- 4) a-Déterminer une équation du plan (Q) perpendiculaire à (P) et contenant les points A et O.  
b- Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite d'intersection de (P) et (Q).

### II- (4 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points A, B et C d'affixes respectives :  $z_A = \sqrt{3} - i$ ,  $z_B = 1 + i\sqrt{3}$  et  $z_C = z_A + z_B = \sqrt{3} + 1 + i(\sqrt{3} - 1)$ .

- 1) Ecrire  $z_A$  et  $z_B$  sous forme exponentielle.

- 2)- a- Démontrer que  $\frac{z_B}{z_A} = i$ .

- b- Montrer que le triangle OAB est rectangle isocèle.

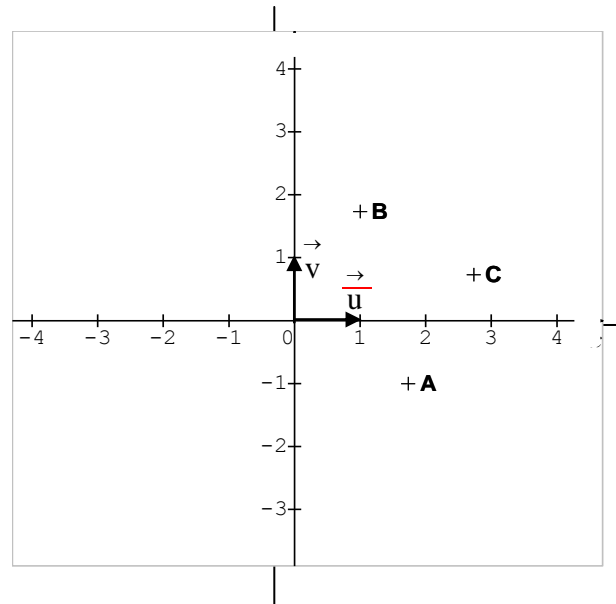
- c- Vérifier que OACB est un carré.

- 3) a- Utiliser la figure pour montrer qu'une

mesure de l'angle  $\left( \vec{u} ; \vec{OC} \right)$  est  $\frac{\pi}{12}$ .

- b- Calculer la valeur exacte de  $|z_C|$  puis écrire  $z_C$  sous forme exponentielle.

- c- Dédurre la valeur exacte de  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ .



### III- (4points)

On dispose de deux urnes U et V.

L'urne U contient trois boules portant chacune le nombre 1 et deux boules portant chacune le nombre 3.

L'urne V contient deux boules portant chacune le nombre 1 et trois boules portant chacune le nombre 3.

**A-** On tire, au hasard, une boule de U et une boule de V.

1) Quelle est la probabilité que les deux boules tirées portent le même nombre?

2) Quelle est la probabilité que les deux boules tirées portent deux nombres dont la somme est 4?

**B-** Dans cette partie, on tire au hasard et simultanément deux boules de U et une boule de V.

On désigne par E l'événement : « La somme des nombres portés par les trois boules tirées est 7 ».

Montrer que la probabilité  $P(E) = \frac{2}{5}$ .

**C -** On place les 10 boules des deux urnes dans une même urne W et on tire au hasard et simultanément trois boules de W. On désigne par X la variable aléatoire égale au produit des nombres portés par les trois boules tirées.

1) Trouver les quatre valeurs possibles de X.

2) Déterminer la loi de probabilité de X.

### IV- (8 points)

Soit f la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = 2x - 2 + \frac{1}{e^x - 1}$ .

(C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1) a- Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  et déduire une asymptote à (C).

b- Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et montrer que la droite (d) d'équation  $y = 2x - 2$  est une asymptote à (C).

c- Quelle est la position relative de (C) et (d) ?

2) a-Montrer que  $f'(x) = \frac{(e^x - 2)(2e^x - 1)}{(e^x - 1)^2}$ .

b- Compléter le tableau de variations de f ci-contre.

x	0	ln2	$+\infty$
f'(x)		0	
f(x)			

3) Tracer (d) et (C).

4) Vérifier que  $\frac{1}{e^x - 1} = \frac{e^x}{e^x - 1} - 1$  et calculer l'aire du domaine limité par (C), la droite (d) et les deux droites d'équations  $x = \ln 2$  et  $x = \ln 3$ .

5)- Soit g la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par  $g(x) = \ln(f(x))$ .

a- Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .

- b- Dresser le tableau de variations de g.

- c- Prouver que l'équation  $g(x) = 0$  admet deux racines distinctes.

