

عدد المسائل : اربع
مسابقة في مادة الرياضيات
المدة : ساعتان
الاسم :
الرقم :

ملاحظة : يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات
يستطيع المرشح الاجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I – (4points)

L'évolution du nombre d'abonnés, en **centaines**, d'une chaîne de télévision durant les 6 dernières années est donnée par le tableau suivant :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre d'abonnés (en centaines) y_i	5	8	12	15	20	24

- 1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y_i)$.
- 2) Calculer les coordonnées du point moyen G et placer ce point dans le repère précédent.
- 3) Déterminer une équation de la droite de régression Dy/x de y en x et tracer cette droite dans le même repère.
- 4) On suppose que ce modèle reste valable jusqu'en 2015.
 - a- Estimer le nombre d'abonnés de cette chaîne en 2007.
 - b- En quelle année le nombre d'abonnés de cette chaîne dépassera-t-il 4000 pour la première fois ?

II – (4points)

Dans une bijouterie, une caisse contient **30** boîtes identiques contenant chacune un bijou en **or** ou en **platine**. Ces bijoux (**colliers**, **montres** ou **bracelets**) sont répartis selon le tableau suivant :

	Collier	Montre	Bracelet
Platine	5	2	6
Or	3	6	8

A- On choisit au hasard une boîte de cette caisse.

- 1) Quelle est la probabilité d'obtenir un collier?
- 2) Quelle est la probabilité d'obtenir un collier en or?
- 3) Sachant que le bijou obtenu est en or, Quelle est la probabilité qu'il soit un collier ?

B- Un client désire acheter 3 cadeaux. On suppose qu'il choisit simultanément et au hasard, 3 boîtes de cette caisse.

- 1) Démontrer que la probabilité que ce client obtienne **deux** bijoux en or et **un** bijou en platine

$$\text{est } \frac{442}{1015}.$$

- 2) Le prix d'achat d'un bijou en platine est 2 millions LL et celui d'un bijou en or est 1,2 million LL.

Soit X la variable aléatoire égale à la somme payée par le client pour l'achat de 3 bijoux choisis au hasard .

- a- Déterminer les quatre valeurs possibles de X.
- b- Déterminer la loi de probabilité correspondante à cette variable aléatoire.
- c- Trouver l'espérance mathématique et donner une signification à cette valeur.

III- (4points)

Rami a placé dans une banque B_1 , le 1^{er} octobre 2005, une somme de 50 000 000 L.L. à un taux d'intérêt annuel de 8 % capitalisé annuellement.

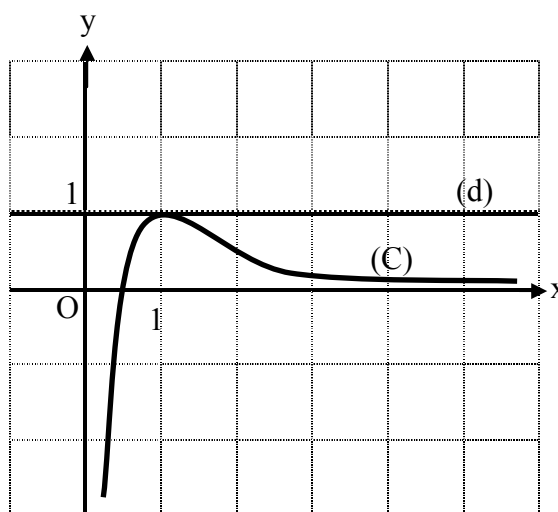
- 1) Quelle somme aura-t-il dans son compte le 1^{er} octobre 2006?
- 2) On pose $U_0 = 50\,000\,000$ et on désigne par U_n la somme qu'il aura dans son compte le 1^{er} octobre de l'année $(2005 + n)$.
 - a- Etablir une relation entre U_{n+1} et U_n et déduire que la suite (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
 - b- Exprimer U_n en fonction de n .
 - c- Calculer U_8 .
- 3) Une banque B_2 lance la publicité suivante : "**placement spécial**: doublez votre capital en 8 ans".
 - a- Le **placement spécial** est-il plus rentable pour Rami que le placement dans la banque B_1 pour une période de 8 ans? Justifier la réponse.
 - b- Déterminer le taux d'intérêt annuel de ce **placement spécial** sachant qu'il s'agit aussi d'un placement à intérêts composés avec capitalisation annuelle.

IV- (8points)

On donne dans le repère orthonormé ci –contre, la courbe représentative (C), d'une fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$.

Indication :

la droite (d) d'équation $y = 1$ est tangente à la courbe (C) au point $(1; 1)$.



A-

- 1) Déterminer $f(1)$ et $f'(1)$ et dresser le tableau de variations de f .
- 2) La fonction f est donnée par $f(x) = \frac{a + b(\ln x)}{x}$, démontrer que $a = b = 1$.
- 3) Déterminer l'abscisse du point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses et résoudre l'inéquation $f(x) > 0$.
- 4) Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = 1$.
- 5) F est une primitive de f sur $]0 ; +\infty[$, déterminer, suivant les valeurs de x , le sens de variations de F .

B-

Dans une entreprise on a modélisé par la fonction f sur l'intervalle $[0, 1 ; 5]$, le profit réalisé en vendant x centaines d'objets fabriqués. Ce profit est exprimé en millions LL.

- 1) a- L'entreprise réalise-t-elle un profit positif pour la vente de 30 objets? Justifier.
b- Quel nombre minimal d'objets l'entreprise doit-elle vendre pour que le profit soit positif?
- 2) a- Combien d'objets faut-il vendre pour réaliser le profit maximal?
b- Quel est le montant de ce profit maximal?