

الاسم:
الرقم:

مسابقة في الرياضيات
المدة ساعتان

عدد المسائل : اربع

ملاحظة : يُسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو إختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I - (4points).

A - Une usine fabrique un produit .

Le tableau ci-dessous donne la demande Y de ce produit , en milliers d'unités , en fonction du prix X de l'unité exprimé en milliers LL.

| | | | | | |
|-------|-----|----|----|---|----|
| X_i | 1,5 | 3 | 5 | 8 | 11 |
| Y_i | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 |

1) Calculer les moyennes respectives \bar{X} et \bar{Y} des deux variables X et Y .

2) Représenter graphiquement le nuage de points $(X_i ; Y_i)$ et placer le point moyen

$G(\bar{X} ; \bar{Y})$

dans un repère orthogonal .

3) Déterminer une équation de la droite de régression $(D_{Y/X})$ et la tracer dans le repère précédent .

4) On suppose que le modèle précédent reste valable lorsque le prix augmente .

Donner une estimation de la demande pour un prix unitaire égal à 14 500 LL.

B - Le tableau ci-dessous donne l'offre Z de ce produit , en milliers d'unités , en fonction du prix X en milliers LL.

| | | | | | |
|-------|-----|---|-----|---|----|
| X_i | 1,5 | 3 | 5 | 8 | 11 |
| Z_i | 6 | 8 | 8,5 | 9 | 10 |

La droite de régression de Z en X $(d_{Z/X})$ coupe la droite $(D_{Y/X})$ au point L(7,87 ; 9,1).

Donner une interprétation économique aux coordonnées de L .

II- (4points)

Zahi dépose dans une société d'investissement un capital $C_0 = 10\,000\,000$ LL .

A la fin de chaque année , la société verse dans le compte de Zahi un intérêt de 5 % et un supplément de 200 000 LL .

On désigne par C_n le montant de ce compte à la fin de la n-ième année .

1) Vérifier que $C_1 = 10\,700\,000$ LL .

2) Démontrer que $C_{n+1} = (1,05)C_n + 200\,000$.

3) Soit la suite (S_n) définie par $S_n = C_n + 4\,000\,000$; ($n \geq 0$) .

a- Démontrer que (S_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et calculer S_0 .

- b- Exprimer S_n en fonction de n et en déduire C_n en fonction de n .
 c- Au bout de combien d'années le montant du compte de Zahi , dans cette société , dépassera -t- il pour la première fois 17 000 000 LL ?

III - (4points)

Dans une librairie 200 calculatrices (programmables ou non) sont placées dans deux caisses A et B .

La caisse A contient des calculatrices fabriquées en 2004 et la caisse B contient des calculatrices

fabriquées en 2000.

La répartition des calculatrices est donnée par le tableau suivant :

| Type | programmable | non programmable |
|--------|--------------|------------------|
| Caisse | | |
| A | 50 | 40 |
| B | 30 | 80 |

Un client choisit au hasard une calculatrice de **chaque** caisse .

1) Soit les événements :

E : « le client choisit deux calculatrices programmables ».

F : « le client choisit une calculatrice programmable et une autre non programmable ».

Démontrer que la probabilité $P(E)$ est égale à $\frac{5}{33}$ et calculer $P(F)$.

2) Les prix des calculatrices sont donnés par le tableau suivant :

| Type | programmable | non programmable |
|--------|--------------|------------------|
| Caisse | | |
| A | 120 000 LL | 36 000 LL |
| B | 100 000 LL | 30 000 LL |

On désigne par X la variable aléatoire égale à la somme payée par ce client comme prix de deux

calculatrices choisies .

a-Trouver les quatre valeurs de X .

b- Déterminer la loi de probabilité de X .

IV - (8points).

A- Soit f la fonction définie , sur $\left] \frac{1}{e}; +\infty \right[$, par $f(x) = \frac{4}{1 + \ln x}$.

(C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{e}} f(x)$; en déduire les asymptotes de (C).

2) Vérifier que $f'(x) < 0$ et dresser le tableau de variations de f .

3) Calculer $f(1)$ et donner $f(2)$ et $f(3)$ avec deux chiffres après la virgule .

4) Ecrire une équation de la tangente (d) à (C) au point d'abscisse 1 .

5) Tracer (d) et (C) .

B - Une entreprise produit des piles électriques dont le prix unitaire p est

exprimé en milliers de LL ; $(0,5 \leq p \leq 8)$.

La demande $f(p)$ de ce produit , exprimée en milliers d'unités, est donnée par $f(p) = \frac{4}{1 + \ln p}$.

- 1) Calculer le nombre de piles électriques demandées pour un prix unitaire de 1000 LL.
- 2) a- Trouver l'élasticité $e(p)$ de la demande par rapport au prix .
b- Calculer $e(3)$; donner une interprétation économique de la valeur trouvée . f est - elle élastique pour $p = 3$?