



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский государственный технический университет»



Кафедра прикладной математики

Курсовой проект по дисциплине «Численные методы»



ГРУППА ПМ-92

ВАРИАНТ 21

СТУДЕНТ ГЛУШКО ВЛАДИСЛАВ

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ СОЛОВЕЙЧИК ЮРИЙ ГРИГОРЬЕВИЧ

Новосибирск

1 Условие задачи

Формулировка задачи

МКЭ для двумерной краевой задачи для эллиптического уравнения в декартовой системе координат. Базисные функции линейные на треугольниках. Краевые условия всех ти-пов. Коэффициент разложить по линейным базисным функциям. Матрицу СЛАУ генери-ровать в разреженном строчном формате. Для решения СЛАУ использовать МСГ или ЛОС с неполной факторизацией.

Постановка задачи

Эллиптическая краевая задача для функции u определяется дифференциальным уравнением

$$-div(\lambda gradu) + \gamma u = f$$

заданным в некоторой области Ω с границей $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$ и краевыми условиями:

$$u|_{S_1} = u_g$$

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{S_2} = \theta$$

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{S_3} + \beta(u|_{S_3} - u_\beta) = 0$$

В декартовой системе координат х,у это уравнение может быть записано в виде

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \gamma u = f$$

Конечноэлементная дискретизация

Так как для решения задачи используются линейные базисные функции, то на каждом конечном элементе Ω_k - треугольнике эти функции будут совпадать с функциями $L_1(x,y), L_2(x,y), L_3(x,y)$, такими, что $L_1(x,y)$ равна единице в вершине (x_1,y_1) и нулю во всех остальных вершинах, $L_2(x,y)$ равна единице в вершине (x_2,y_2) и нулю во всех остальных вершинах, $L_3(x,y)$ равна единице в вершине (x_3,y_3) и нулю во всех остальных вершинах. Любая линейная на Ω_k функция представима в виде линейной комбинации этих базисных линейных функций, коэффициентами будут значения функции в каждой из вершин треугольника Ω_k . Таким образом, на каждом конечном элементе нам понадобятся три узла – вершины треугольника.

$$\psi_1 = L_1(x, y)$$

$$\psi_2 = L_2(x, y)$$

$$\psi_3 = L_3(x, y)$$

Учитывая построение *L-функций*, получаем следующие соотношения:

$$\begin{cases}
L_1 + L_2 + L_3 = 1 \\
L_1 x_1 + L_2 x_2 + L_3 x_3 = x \\
L_1 y_1 + L_2 y_2 + L_3 y_3 = y
\end{cases}$$

Т.е. имеем систему:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix}$$

Отсюда находим коэффициенты линейных функций $L_1(x,y), L_2(x,y), L_3(x,y)$

$$L_i = a_0^i + a_1^i x + a_2^i y, i = \overline{1,3}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_0^1 & \alpha_1^1 & \alpha_2^1 \\ \alpha_0^2 & \alpha_1^2 & \alpha_2^2 \\ \alpha_0^3 & \alpha_1^3 & \alpha_2^3 \end{pmatrix} = D^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$D^{-1} = \frac{1}{|\det D|} \begin{pmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 & y_2 - y_3 & x_3 - x_2 \\ x_3 y_1 - x_1 y_3 & y_3 - y_1 & x_1 - x_3 \\ x_1 y_2 - x_2 y_1 & y_1 - y_2 & x_2 - x_1 \end{pmatrix}$$

Переход к локальным матрицам

Чтобы получить выражения для локальных матриц жёсткости G и массы M каждого конечного элемента Ω_K , перейдём к решению локальной задачи на каждом конечном элементе. Полученное уравнение для области Ω представим в виде суммы интегралов по областям Ω_k без учёта краевых условий. Тогда на каждом конечном элементе будем решать локальную задачу построения матриц жёсткости, массы и вектора правой части.

$$\int_{\Omega_k} \lambda \left(\frac{\partial \psi_j}{\partial x} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + \frac{\partial \psi_j}{\partial y} \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \right) dx dy + \int_{\Omega_k} \gamma \psi_j \psi_i ds dy = \int_{\Omega_k} f \psi_i dx dy$$

Локальная матрица будет представлять собой сумму матриц жёсткости и массы и будет иметь размерность 3×3 (по числу узлов на конечном элементе)

Построение матрицы массы

$$\begin{split} M_{ij} &= \int\limits_{\Omega_m} \gamma Y_i Y_j d\Omega_m = \left| \gamma = Y_1 \gamma_1 + Y_2 \gamma_2 + Y_3 \gamma_3 \right| = \int\limits_{\Omega_m} \left(Y_1 \gamma_1 + Y_2 \gamma_2 + Y_3 \gamma_3 \right) Y_i Y_j d\Omega_m = \\ &= \gamma_1 \int\limits_{\Omega_m} Y_1 Y_i Y_j d\Omega_m + \gamma_2 \int\limits_{\Omega_m} Y_2 Y_i Y_j d\Omega_m + \gamma_3 \int\limits_{\Omega_m} Y_3 Y_i Y_j d\Omega_m = \\ &= \gamma_1 \int\limits_{\Omega_m} L_1 L_i L_j d\Omega_m + \gamma_2 \int\limits_{\Omega_m} L_2 L_i L_j d\Omega_m + \gamma_3 \int\limits_{\Omega_m} L_3 L_i L_j d\Omega_m \end{split}$$

Построение матрицы жёсткости

Рассмотрим первый член в выражении для k-го конечного эдемента:

$$\int_{\Omega_k} \lambda \left(\frac{\partial \psi_j}{\partial x} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + \frac{\partial \psi_j}{\partial y} \frac{\partial \psi_i}{\partial y} dx dy \right)$$

$$B_{i,j} = (\alpha_1^i \alpha_1^j + \alpha_2^i \alpha_2^j) \frac{|det D|}{2} \quad i, j = \overline{0, 2}$$

Построение вектора правой части

Рассмотрим правую часть выражения для k-го конечного элемента:

$$\int_{\Omega_k} f \psi_i dx dy$$

представим f в виде $f_1L_1+f_2L_2+f_3L_3$, где f_i - значения в вершинах треугольника. Получим:

$$\int_{\Omega_k} f_q L_q L_i dx dy = f_q \int_{\Omega_k} L_q L_i d\Omega_k$$

Таким образом:

$$G_i = \sum_{q=1}^{3} f_q \int_{\Omega_k} L_q L_i d\Omega_k \quad i = \overline{0,2}$$

Сборка глобальной матрицы и глобального вектора

При формировании глобальной матрицы из локальных, полученных суммированием соответствующих матриц массы и жесткости, учитываем соответствие локальной и глобальной нумераций каждого конечного элемента. Глобальная нумерация каждого конечного элемента однозначно определяет позиции вклада его локальной м атрицы в глобальную. Поэтому, зная глобальные номера соответствующих узлов конечного элемента, определяем и то, какие элементы глобальной матрицы изменятся при учете текущего конечного элемента. Аналогичным образом определяется вклад локального вектора правой части в глобальный. При учете текущего локального вектора изменятся те элементы глобального вектора правой части, номера которых совпадают с глобальными номерами узлов, присутствующих в этом конечном элементе.

Учёт первых краевых условий

Для учета первых краевых условий, в глобальной матрице и глобальном векторе находим соответствующую глобальному номеру краевого узла строку и зануляем всё кроме диагонального элемента, которому присваиваем 1, а вместо элемента с таким номером в векторе правой части - значение краевого условия, заданное в исходной задаче.

Учёт вторых и третьих краевых условий

Рассмотрим краевые условия второго и третьего рода:

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{S_2} = \theta$$

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{S_2} + \beta (u|_{S_3} - u_\beta) = 0$$

Отсюда получаем, что для учёта краевых условий необходимо вычислить интегралы:

$$\int_{S_2} \theta \psi_j dx dy, \qquad \int_{S_3} \beta u_\beta \psi_j dx dy, \qquad \int_{S_3} \beta \psi_i \psi_j dx dy$$

Краевые условия второго и третьего рода задаются на рёбрах, т.е. определяются двумя узлами, лежащими на ребру. Будем считать, что параметр β на S_3 постоянен, тогда параметр β будем раскладывать по двум базисным функциям, определённым на этом ребре:

$$u_{\beta} = u_{\beta 1}\phi_1 + u_{\beta 2}\phi_2$$

где
$$\phi_i$$
, $i = \overline{0,1}$

- локально занумерованные линейные базисные функции, которые имеют также свои глобальные номера во всей расчетной области, а $u_{\beta i}$ - значение функции u_{β} в узлах ребра.

Аналогично поступаем и при учете вторых краевых условий, раскладывая по базису ребра функцию $\theta=\theta_0\phi_0+theta_1\phi_1$.

Тогда приведенные выше интегралы примут вид:

$$I_{1} = \int_{S_{2}} (\theta_{0}\phi_{0} + \theta_{1}\phi_{1})\phi_{i}dxdy$$

$$I_{2} = \beta \int_{S_{3}} (u_{\beta 1}\phi_{0} + u_{\beta 2}\phi_{1})\phi_{i}dxdy$$

$$I_{3} = \beta \int_{S_{2}} \phi_{i}\phi_{j}dxdy$$

Фактически, решая задачу учета краевых условий второго и третьего рода, мы переходим к решению одномерной задачи на ребре для того, чтобы занести соответствующие результаты в глобальную матрицу и вектор.

Базисными функциями ребра являются две ненулевые на данном ребре базисные функции из $\phi_i,\ i=\overline{0,1}$ конечного элемента.

Для учёта вклада вторых и третьих краевых условий рассчитываются 2 матрицы 2×2 .

Игтегралы I_1, I_2, I_3 будем вычислять по формуле:

$$\int (L_i)^{v_i} (L_j)^{v_j} dS = \frac{v_i! v_j!}{(v_i + v_j + 1)!} mes \Gamma, \quad i \neq j$$

где $mes\Gamma$ длина ребра. При этом независимо от того, что на каждом из ребер присутствуют свои функции, интегралы, посчитанные по приведенным выше формулам, будут равны.

$$I_{1} = \begin{pmatrix} \int\limits_{S_{2}} L_{1}L_{1}dxdy & \int\limits_{S_{2}} L_{1}L_{2}dxdy \\ \int\limits_{S_{2}} L_{2}L_{1}dxdy & \int\limits_{S_{2}} L_{2}L_{2}dxdy \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{1} \\ \theta_{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{6}mesS_{2} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{1} \\ \theta_{2} \end{pmatrix}$$

Этот вектор поправок в правую часть позволяет учесть не только вторые краевые условия, но и часть βu_{β} из третьих. Осталось рассмотреть матрицу поправок в левую часть:

$$I_3 = \beta \int_{S_2} \phi_i \phi_j dx dy$$

Очевидно, что получится та же матрица, только не умноженная на вектор констант.

$$I_3 = \frac{1}{6} mes S_3 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Добавляя эту матрицу в левую часть, на места соответствующие номерам узлов, получаем учет третьих краевых условий.

2 Текст программы

main.cpp

```
#include "argparse/argparse.hpp"
   #include "timer/cxxtimer.hpp"
   #include "LOS/LOS.hpp"
   #include "FEM.hpp"
5
   int main(int argc, char* argv[]) {
       using namespace :: Log;
7
       using ::std::chrono::milliseconds;
8
       argparse::ArgumentParser program("FEM", "1.0.0");
10
       program.add argument("-i", "--input")
11
            .help("path to input files" )
12
            .required();
13
14
       program.add argument("-o", "--output")
            .help("path to output files")
16
            .required();
17
       try {
19
           program.parse args(argc, argv);
20
```

```
21
            cxxtimer::Timer timer(true);
22
            FEM fem
                             (program.get<std::string>("-i"));
23
                             (program.get<std::string>("-o"), 1E-14, 10000);
            fem.writeFile
24
            LOS<double> los(program.get<std::string>("-o"));
25
            los.solve(Cond::HOLLESKY, true);
            timer.stop();
27
28
            std::cout << "Milliseconds: "</pre>
29
                       << timer.count<milliseconds>();
30
31
            los.printX();
            fem.printAll();
33
            fem.printSparse();
34
       }
35
       catch(const std::runtime_error& err) {
36
            Logger::append(getLog("argc != 3 (FEM -i input -o output)"));
37
            std::cerr << err.what();</pre>
38
            std::cerr << program;</pre>
39
            std::exit(1);
40
       }
41
       return 0;
42
43
```

FEM.hpp

```
#ifndef FEM HPP
  #define FEM HPP
  #include "utils/lightweight.hpp"
  #include "utils/overload.hpp"
  #include "Function.hpp"
  #include "Logger.hpp"
  #include "Union.hpp"
  #include <algorithm>
  #include <cmath>
10
   #include <set>
11
12
  #define FIRST_BOUNDARY_COND
13
  #define SECOND_BOUNDARY_COND 2
14
  #define THIRD_BOUNDARY_COND 3
16
  class FEM
17
```

```
private:
19
       Union::Param _size;
20
21
       std::vector<Union::XY>
                                       nodes;
22
       std::vector<Union::Element>
                                       elems;
23
       std::vector<Union::Boundary> boundarys;
       std::vector<Union::Material> materials;
25
26
       std::vector<double> gb;
27
       std::vector<double> gg;
28
       std::vector<double> di;
29
       std::vector<size_t> ig;
30
       std::vector<size_t> jg;
31
32
   public:
33
       FEM(std::filesystem::path _path) {
34
            assert(readFile(_path));
35
            portrait(true);
36
            global();
37
            boundary ondition();
38
       }
39
       ~FEM() { }
40
41
       void printAll()
                            const;
42
       void printSparse() const;
43
44
       void writeFile(
45
            const std::filesystem::path&,
46
            const double,
47
            const size t
48
       ) const;
49
50
   private:
51
       void global();
52
53
       template<size_t N, typename _Struct>
       void loc_A_to_global(
55
            const std::array<std::array<double, N>, N>&,
56
            const Struct&
57
       );
58
59
       template<size_t N, typename _Struct>
60
       void loc_b_to_global(const std::array<double, N>&, const _Struct& );
61
62
       array::xxx localA(const std::array<Union::XY, 3>&, size t) const;
63
```

```
buildF(const std::array<Union::XY, 3>&, size_t) const;
        array::x
64
65
        array::xxx G(const std::array<Union::XY, 3>&, size t) const;
        array::xxx M(const std::array<Union::XY, 3>&, size t) const;
67
68
        bool readFile(const std::filesystem::path& );
        void portrait(const bool isWriteList = false);
70
71
        void boundary ondition();
72
        void first (const Union::Boundary& bound);
73
        void second(const Union::Boundary& bound);
74
        void third (const Union::Boundary& bound);
76
        void resize();
77
   };
78
79
    void FEM::global() {
80
81
        std::array<Union::XY, 3> coords;
82
83
        for (size_t i = 0; i < _size.elems; i++) {</pre>
            for (size_t j = 0; j < 3; j++) {
85
                size t point = elems[i].nodeIdx[j];
86
                coords[j].x = nodes[point].x;
                coords[j].y = nodes[point].y;
88
            }
89
                        local_b = buildF(coords, elems[i].area);
            array::x
            array::xxx local_A = localA(coords, elems[i].area);
91
            pretty(local_A);
93
94
            loc_A_to_global<3>(local_A, elems[i]);
95
            loc_b_to_global<3>(local_b, elems[i]);
96
        }
97
   }
98
99
    void FEM::boundary ondition() {
100
        using namespace :: Log;
101
102
        for (size_t _count = 0; _count < _size.conds; _count++) {</pre>
103
104
            switch (boundarys[_count].cond)
105
            {
106
                 case FIRST BOUNDARY COND:
107
                     first(boundarys[ count]);
108
```

```
break:
109
                 case SECOND_BOUNDARY_COND:
110
                      second(boundarys[ count]);
                      break;
112
                 case THIRD BOUNDARY COND:
113
                      third(boundarys[_count]);
                      break;
115
                 default:
116
                      Logger::append(getLog("There is no such condition"));
117
             }
118
        }
119
   }
120
121
    void FEM::first(const Union::Boundary& bound) {
122
        di[bound.nodeIdx[0]] = { 1 };
123
        di[bound.nodeIdx[1]] = { 1 };
124
125
        for (size_t i = 0; i < 2; i++)
             gb[bound.nodeIdx[i]] =
127
                 Function::firstBound({
128
                      nodes[bound.nodeIdx[i]].x,
129
                      nodes[bound.nodeIdx[i]].y
130
                 }, bound.type);
131
132
        for (size t k = 0; k < 2; k++) {
133
             size_t node = bound.nodeIdx[k];
134
             for (size_t i = ig[node]; i < ig[node + 1]; i++) {</pre>
135
                 gb[jg[i]] -= gg[i] * gb[node];
136
                 gg[i] = 0;
137
             }
138
139
             for(size_t i = node + 1; i < _size.nodes; i++) {</pre>
140
                 size_t lbeg = ig[i];
141
                 size t lend = ig[i + 1];
142
                 for(int p = lbeg; p < lend; p++) {</pre>
143
                      if(jg[p] == node) {
                          gb[i] -= gg[p] * gb[node];
145
                          gg[p] = 0;
146
                      }
147
                 }
148
             }
149
        }
150
   }
151
152
   void FEM::second(const Union::Boundary& bound) {
153
```

```
154
        std::array<Union::XY, 2>
155
            coord borders = {
156
                 nodes[bound.nodeIdx[0]],
157
                 nodes[bound.nodeIdx[1]]
158
            };
160
        double koef = edgeLength(coord borders) / 6;
161
162
        std::array<double, 2> corr b;
163
        for (size_t i = 0; i < 2; i++)
164
            corr_b[i] = _koef * (
165
                 2 * Function::secondBound({
166
                          nodes[bound.nodeIdx[i]].x,
167
                          nodes[bound.nodeIdx[i]].y
168
                     }, bound.type) +
169
                     Function::secondBound({
170
                          nodes[bound.nodeIdx[1 - i]].x,
171
                          nodes[bound.nodeIdx[1 - i]].y
172
                     }, bound.type)
173
                 );
174
175
        loc_b_to_global<2>(corr_b, bound);
176
   }
177
178
    void FEM::third(const Union::Boundary& bound) {
179
180
        std::array<Union::XY, 2> coord_borders = {
181
            nodes[bound.nodeIdx[0]],
182
            nodes[bound.nodeIdx[1]]
183
        };
184
185
        double _koef =
186
            materials[bound.area].betta *
187
            edgeLength(coord_borders) / 6;
188
189
190
        std::array<std::array<double, 2>, 2> corr_a;
191
192
        std::array<double, 2> corr b;
193
        for (size t i = 0; i < 2; i++) {
194
195
            corr_b[i] = _koef * (
196
                 2 * Function::thirdBound({
197
                          nodes[bound.nodeIdx[i]].x,
198
```

```
nodes[bound.nodeIdx[i]].y
199
                      }, bound.type) +
200
                      Function::thirdBound({
201
                          nodes[bound.nodeIdx[1 - i]].x,
202
                          nodes[bound.nodeIdx[1 - i]].y
203
                      }, bound.type)
                 );
205
206
             for (size_t j = 0; j < 2; j++) {
207
                 corr a[i][j] =
208
                      (i == j) ? (2 * _koef) :
209
                                        koef);
210
             }
211
        }
212
        loc_b_to_global<2>(corr_b, bound);
213
        loc_A_to_global<2>(corr_a, bound);
214
    }
215
    template<size_t N, typename _Struct>
216
    void FEM::loc_A_to_global(
217
             const std::array<std::array<double, N>, N>& locA,
218
             const Struct& elem) {
219
220
                           ::std::vector;
221
        using iterator = ::std::vector<size_t>::iterator;
222
223
        for (size_t i = 0; i < N; i++) {
224
             di[elem.nodeIdx[i]] += locA[i][i];
225
226
             for (int j = 0; j < i; j++) {
227
                 size t a = elem.nodeIdx[i];
228
                 size_t b = elem.nodeIdx[j];
229
                 if (a < b) std::swap(a, b);</pre>
230
231
                 if (ig[a + 1] > ig[a]) {
232
                      iterator _beg = jg.begin() + ig[a];
233
                      iterator _end = jg.begin() + ig[a + 1] - ig[0];
234
235
                      auto _itr = std::lower_bound(_beg, _end, b);
236
                      auto _idx = _itr - jg.begin();
237
                     gg[_idx] += locA[i][j];
238
                 }
239
             }
240
        }
241
   }
242
243
```

```
template<size_t N, typename _Struct>
244
    void FEM::loc_b_to_global(
245
            const std::array<double, N>& loc b,
            const _Struct& elem) {
247
248
        for (size_t i = 0; i < N; i++)
            gb[elem.nodeIdx[i]]
250
                 += loc b[i];
251
   }
252
253
    array::x FEM::buildF(const std::array<Union::XY, 3>& elem, size_t area)
254

    const {

        std::array<double, 3> function {
255
            Function::f(elem[0], area),
256
            Function::f(elem[1], area),
257
            Function::f(elem[2], area)
258
        };
259
260
        double det D = abs(determinant(elem)) / 24;
261
        return {
262
            det D * (2 * function[0] + function[1] + function[2]),
263
            det_D * (2 * function[1] + function[0] + function[2]),
264
            det D * (2 * function[2] + function[0] + function[1]),
265
        };
266
267
268
    array::xxx FEM::localA(const std::array<Union::XY, 3>& elem, size_t area)
269

→ const

        std::array<std::array<double, 3>, 3> G = FEM::G(elem, area);
270
        std::array<std::array<double, 3>, 3> M = FEM::M(elem, area);
271
        std::array<std::array<double, 3>, 3> A = G + M;
272
        return A;
273
274
   }
275
276
    array::xxx FEM::G(const std::array<Union::XY, 3>& elem, size t area) const {
277
                      = abs(determinant(elem));
278
        double _koef = Function::lambda(area) / (2 * det);
280
        std::array<std::array<double, 3>, 3> G;
281
        std::array<std::array<double, 2>, 3> a {
282
283
                 elem[1].y - elem[2].y,
284
                 elem[2].x - elem[1].x,
285
286
```

```
elem[2].y - elem[0].y,
287
                 elem[0].x - elem[2].x,
288
289
                 elem[0].y - elem[1].y,
290
                 elem[1].x - elem[0].x
291
        };
293
        for (int i = 0; i < 3; i++)
294
        for (int j = 0; j < 3; j++)
295
            G[i][j] = koef * (a[i][0] * a[j][0] + a[i][1] * a[j][1]);
296
297
        return G;
298
   }
299
300
    array::xxx FEM::M(const std::array<Union::XY, 3>& elem, size t area) const {
301
        double det = abs(determinant(elem));
302
        double gammaKoef = materials[area].gamma * det / 24;
303
        std::array<std::array<double, 3>, 3> M;
304
        for (size t i = 0; i < 3; i++)
305
        for (size_t j = 0; j < 3; j++) {
306
            M[i][j] =
307
                 (i == j) ? (2 * gammaKoef) :
308
                              (
                                   gammaKoef) ;
309
        }
310
        return M;
311
   }
312
313
    void FEM::portrait(const bool isWriteList) {
314
315
        const size t N {
                              size.nodes
316
        std::vector<std::set<size_t>> list(N);
317
318
        for (size_t el = 0; el < _size.elems; el++)</pre>
319
        for (size t point = 0; point < 3; point++) {</pre>
320
            for (size t i = point + 1; i < 3; i++) {
321
                 size t idx1 = { elems[el].nodeIdx[point] };
322
                 size_t idx2 = { elems[el].nodeIdx[ i ] };
323
                 idx1 > idx2 ?
324
                      list[idx1].insert(idx2) :
325
                      list[idx2].insert(idx1) ;
326
            }
327
        }
328
329
        for (size t i = 2; i < ig.size(); i++)</pre>
330
            ig[i] = ig[i - 1] + list[i - 1].size();
331
```

```
332
        jg.resize(ig[N] - ig[0]);
333
        gg.resize(ig[N] - ig[0]);
334
335
       for (size t index = 0, i = 1; i < list.size(); i++)</pre>
336
        for (size t value : list[i])
             jg[index++] = value;
338
339
        if (isWriteList) {
340
             std::cout << "list: " << '\n';
341
             for (size_t i = 0; i < list.size(); i++) {</pre>
342
                  std::cout << i << ':' << ' ';
343
                 for (size_t j : list[i])
344
                      std::cout << j << ' ';
345
                 std::cout << std::endl;</pre>
346
             }
347
        }
348
349
350
    void FEM::printAll() const {
351
        #define PRINTLINE \
352
             for (size_t i = 0; i < 20; std::cout << '-', i++);
353
        #define ENDLINE std::cout << '\n';</pre>
354
        SetConsoleOutputCP(65001);
355
        PRINTLINE ENDLINE
356
        std::cout << "PARAMS:</pre>
                                                                << '\n';
357
        std::cout << "Size nodes:</pre>
                                           " << _size.nodes
                                                              << '\n';
358
                                           " << size.elems
        std::cout << "Size element:</pre>
                                                               << '\n';
359
                                           " << size.areas
        std::cout << "Size areas:</pre>
                                                               << '\n';
360
        std::cout << "Size condition: " << size.conds</pre>
                                                               << '\n';
361
        PRINTLINE ENDLINE
362
        std::cout << std::setw(4) << "X" << std::setw(4) << "Y" << '\n';
363
        for (size_t i = 0; i < _size.nodes; i++)</pre>
364
             std::cout << std::setw(4) << nodes[i].x
365
                         << std::setw(4) << nodes[i].y << '\n';
366
        PRINTLINE ENDLINE
367
        std::cout << "Elements: " << '\n';</pre>
368
        for (size_t i = 0; i < _size.elems; i++)</pre>
369
             std::cout << elems[i].nodeIdx[0] << ' '</pre>
370
                        << elems[i].nodeIdx[1] << ' '
371
                        << elems[i].nodeIdx[2] << " -> area "
372
                        << elems[i].area</pre>
                                                   << '\n';
373
        PRINTLINE ENDLINE
374
        std::cout << "Areas: " << '\n';
375
        for (size t i = 0; i < size.areas; i++) {
376
```

```
std::cout << "\u03B3 = " << materials[i].gamma << ',' << ' '
377
                        << "\u03B2 = " << materials[i].betta
378
                        << " -> area " << i << '\n';
379
        }
380
        PRINTLINE ENDLINE
381
        std::cout << "Borders: " << '\n';
        for (size_t i = 0; i < _size.conds; i++)</pre>
383
             std::cout << boundarys[i].area</pre>
                                                        << ! !
384
                        << boundarys[i].nodeIdx[0] << ' '</pre>
385
                         << boundarys[i].nodeIdx[1] << ' '</pre>
386
                                                        << 1 1
                        << boundarys[i].cond</pre>
387
                         << boundarys[i].type</pre>
                                                        << '\n';
388
        PRINTLINE ENDLINE
389
        #undef PRINTLINE
390
        #undef ENDLINE
391
    }
392
393
    void FEM::printSparse() const {
394
        #define PRINTLINE \
395
             for (size_t i = 0; i < 20; std::cout << '-', i++); \
396
             std::cout << '\n';
397
398
        PRINTLINE
399
        std::cout << "ig: "; print(ig);</pre>
400
        std::cout << "jg: "; print(jg);</pre>
401
        std::cout << "di: "; print(di);</pre>
402
        std::cout << "gg: "; print(gg);</pre>
403
        PRINTLINE
404
405
        #undef PRINTLINE
406
    }
407
408
    bool FEM::readFile(const std::filesystem::path& path) {
409
        using namespace :: Log;
410
        bool isError { true };
411
412
        std::ifstream fin(path / "params.txt");
413
        isError &= is_open(fin, getLog("Error - params.txt"));
        fin >> size.nodes
415
             >> size.elems
416
             >> size.areas
417
             >> _size.conds;
418
        fin.close();
419
420
        resize();
421
```

```
std::fill_n(ig.begin(), 2, 0);
422
423
        fin.open(path / "nodes.txt");
424
        isError &= is_open(fin, getLog("Error - nodes.txt"));
425
        for (size t i = 0; i < size.nodes; i++)</pre>
426
    ^^I^^Ifin >> nodes[i].x >> nodes[i].y;
427
        fin.close();
428
429
        fin.open(path / "elems.txt");
430
        isError &= is open(fin, getLog("Error - elems.txt"));
431
    ^^Ifor (size t i = 0; i < size.elems; i++) {
432
    ^^I^^Ifin >> elems[i].nodeIdx[0]
433
                 >> elems[i].nodeIdx[1]
434
                 >> elems[i].nodeIdx[2];
435
        }
436
        fin.close();
437
438
        fin.open(path / "areas.txt");
439
        isError &= is_open(fin, getLog("Error - areas.txt"));
440
        for (size t i = 0; i < size.areas; i++)</pre>
            fin >> materials[i].gamma
                 >> materials[i].betta;
443
        for (size t i = 0; i < size.elems; i++)</pre>
445
            fin >> elems[i].area;
446
        fin.close();
448
        fin.open(path / "bords.txt");
449
        isError &= is open(fin, getLog("Error - bords.txt"));
450
        for (size t i = 0; i < size.conds; i++)</pre>
451
            fin >> boundarys[i].area
452
                 >> boundarys[i].nodeIdx[0]
453
                 >> boundarys[i].nodeIdx[1]
454
                 >> boundarys[i].cond
455
                 >> boundarys[i].type;
456
        fin.close();
457
        return isError;
458
   }
459
460
    void FEM::writeFile(
461
            const std::filesystem::path& _path,
462
            const double _eps,
463
            const size t max iter) const {
464
465
        std::filesystem::create directories( path);
466
```

```
bool is_dir = std::filesystem::is_directory(_path);
467
468
        using namespace :: Log;
469
        if (not is_dir) assert(
470
            Logger::append(getLog("Error - create directory"))
471
        );
473
        std::ofstream fout(_path / "kuslau.txt");
474
        fout << size.nodes</pre>
                                           << '\n';
475
        fout << std::scientific << eps << '\n';</pre>
476
        fout << _max_iter;</pre>
477
        fout.close();
478
479
        Output::write(_path / "gg.txt", gg, { 14, ' ' });
480
        Output::write(_path / "di.txt", di, { 14, ' ' });
481
        Output::write(_path / "jg.txt", jg);
482
        Output::write(_path / "ig.txt", ig);
483
        Output::write(_path / "gb.txt", gb);
484
   }
485
486
    void FEM::resize() {
487
        nodes.
                  resize( _size.nodes );
488
        elems.
                  resize( size.elems );
489
        boundarys.resize( _size.conds );
490
        materials.resize( size.areas );
491
492
        gb.resize( _size.nodes
493
        di.resize( _size.nodes
494
        ig.resize( size.nodes + 1);
495
496
497
   #undef FIRST_BOUNDARY_COND
498
   #undef SECOND_BOUNDARY_COND
499
   #undef THIRD BOUNDARY COND
500
   #endif /// FEM HPP
```

3 Тестирование

4 Выводы