

Determinação da densidade de um sólido

Matheus Aparecido Souza Silva, João Vitor Costa, Isabela Santana, Gustavo Pereira

Turma: TA **Horário:** 6M23 **Curso:** Engenharia Elétrica

1 Metodologia

A metodologia utilizada visou determinar a densidade de um cilindro contendo um furo circular no centro de sua base, por meio de três modelos experimentais distintos.

1.1 Modelo 1

O primeiro modelo adotado foi:

$$\rho_1 = \frac{m}{V}, \quad (1)$$

onde m representa a massa do sólido, determinada diretamente utilizando uma balança semi-analítica de resolução 1 g e V representa o volume de água deslocada quando o cilindro é inserido em um béquer graduado com resolução de 5 mL.

1.2 Modelo 2

O terceiro modelo adotado foi:

$$\rho_3 = \frac{m}{m_a} \rho_a, \quad (2)$$

onde m e m_a representam a massa do sólido e a massa de água contida no béquer, respectivamente, determinadas diretamente utilizando uma balança semianalítica de resolução 1 g. ρ_a representa o valor da densidade da água, que é obtida como a razão entre sua massa e seu volume.

$$\rho(m, V) = \frac{m}{V} \quad (3)$$

O valor de referência da densidade da água é 1 g cm^{-3} . Neste modelo, estamos substituindo a medição direta do volume de água deslocado quando o sólido é inserido no béquer pela medição direta da respectiva massa de água deslocada quando diferentes sólidos são inseridos no béquer.

1.3 Modelo 3

O segundo modelo adotado foi:

$$\rho_2 = \frac{4m}{\pi(d_e^2 - d_i^2)h}, \quad (4)$$

onde m representa a massa do sólido, determinada diretamente utilizando uma balança semi-analítica de resolução 1 g, h representa a altura do cilindro, e d_e and d_i representam seus diâmetros externo e interno, respectivamente. As medições de h , d_e , e d_i foram realizadas utilizando um paquímetro de resolução 0.05 mm.

2 Determinação da densidade da água

A densidade da água foi obtida como a razão entre sua massa e seu volume:

$$\rho(m, V) = \frac{m}{V} \quad (5)$$

Usando a balança e o béquer, obtiveram-se os seguintes resultados de medição:

$$m = (248.00 \pm 0.58) \text{ g e } V = (250.0 \pm 2.9) \text{ cm}^3 \quad (6)$$

A incerteza deste modelo de medição é dada por:

$$\begin{aligned} u_\rho &= \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m}\right)^2 \sigma_m^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial V}\right)^2 \sigma_V^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{\bar{V}}\right)^2 \sigma_m^2 + \left(\frac{-\bar{m}}{\bar{V}^2}\right)^2 \sigma_V^2} \\ &= \frac{\bar{m}}{\bar{V}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{\bar{m}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{\bar{V}}\right)^2} \\ &= \frac{248}{250} \sqrt{\left(\frac{0.58}{248}\right)^2 + \left(\frac{2.9}{250}\right)^2} \\ &\approx 0.0117 \end{aligned} \quad (7)$$

Logo, o valor principal será:

$$\rho_{\text{média}} = \frac{\bar{m}}{\bar{V}} = 0.992 \text{ g/cm}^3. \quad (8)$$

Finalmente:

$$\rho = (0.992 \pm 0.0117) \text{ g/cm}^3. \quad (9)$$

2.1 Modelo 1

Os valores encontrados para a massa m e o volume V referentes ao primeiro modelo experimental foram:

$$m = (50.00 \pm 0.58) \text{ g} \quad \text{e} \quad V = (5.0 \pm 2.9) \text{ cm}^3. \quad (10)$$

Para ambas as medições, o teste de flutuação de resultados indicou incertezas do tipo B. Assumindo distribuições de probabilidades retangulares para as duas medições, as incertezas foram calculadas de acordo com as expressões:

$$u_m = \frac{\Delta_{rb}}{\sqrt{3}} \quad \text{e} \quad u_V = \frac{\Delta_{rq}}{\sqrt{3}}. \quad (11)$$

Onde Δ_{rb} e Δ_{rq} representam as resoluções da balança e do béquer, respectivamente. A resolução da balança é 1 g e a do béquer é 5 mL, assim:

$$u_m = \frac{1.0}{\sqrt{3}} = 0.58 \text{ g} \quad \text{e} \quad u_V = \frac{5.0}{\sqrt{3}} = 2.9 \text{ cm}^3. \quad (12)$$

Desta maneira, encontramos:

$$\rho_1 = \frac{m}{V} = (10.0 \pm 5.8) \text{ g/cm}^3. \quad (13)$$

Onde a incerteza associada a ρ_1 , u_{ρ_1} , foi determinada utilizando a expressão:

$$u_{\rho_1} = \frac{\bar{m}}{\bar{V}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{\bar{m}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{\bar{V}}\right)^2} = 5.8. \quad (14)$$

2.2 Modelo 2

Para o segundo modelo experimental, encontramos os seguintes pares $m - m_a$ como resultados das medições:

$$\begin{aligned} (50.00 \pm 0.58) \text{ g} & \quad (6.00 \pm 0.58) \text{ g} \\ (100.00 \pm 0.58) \text{ g} & \quad (12.00 \pm 0.58) \text{ g} \\ (150.00 \pm 0.58) \text{ g} & \quad (18.00 \pm 0.58) \text{ g} \\ (200.00 \pm 0.58) \text{ g} & \quad (24.00 \pm 0.58) \text{ g} \\ (250.00 \pm 0.58) \text{ g} & \quad (30.00 \pm 0.58) \text{ g} \\ (300.00 \pm 0.58) \text{ g} & \quad (36.00 \pm 0.58) \text{ g} \end{aligned}$$

Os quais nos fornecem os seguintes resultados para a densidade ρ_2 :

$$(8.33 \pm 0.81) \text{ g/cm}^3$$

$$(8.33 \pm 0.41) \text{ g/cm}^3$$

$$(8.33 \pm 0.27) \text{ g/cm}^3$$

$$(8.33 \pm 0.20) \text{ g/cm}^3$$

$$(8.33 \pm 0.16) \text{ g/cm}^3$$

$$(8.33 \pm 0.14) \text{ g/cm}^3$$

Onde a incerteza associada a cada valor encontrado para ρ_2 , u_{ρ_2} , foi determinada utilizando a expressão:

$$u_{\rho_2} = \sqrt{\left(\frac{\rho_a}{m_a}\right)^2 u_m^2 + \left(\frac{-m\rho_a}{m_a^2}\right)^2 u_{m_a}^2}. \quad (15)$$

Vale ressaltar que para todas as medições dos pares $m - m_a$, o teste de flutuação de resultados indicou incertezas do tipo B, e assumindo distribuições de probabilidades retangulares para as medições, as incertezas foram calculadas de acordo com a expressão:

$$u_m = u_{m_a} = \frac{\Delta_{rb}}{\sqrt{3}}. \quad (16)$$

Onde Δ_{rb} representa a resolução da balança utilizada. Como todos os valores encontrados para ρ_2 são compatíveis entre si, podemos combiná-los usando uma média ponderada para obter:

$$\rho_2 = \frac{m\rho_a}{m_a} = (8.333 \pm 0.086) \text{ g/cm}^3. \quad (17)$$

2.3 Modelo 3

Para o terceiro modelo experimental, encontramos como resultados das medições:

$$m = (50.00 \pm 0.58) \text{ g}$$

$$h = (7.800 \pm 0.029) \text{ mm}$$

$$d_e = (33.950 \pm 0.029) \text{ mm}$$

$$d_i = (3.400 \pm 0.029) \text{ mm}$$

Para todas as medições, o teste de flutuação de resultados indicou incertezas do tipo B. Assumindo distribuições de probabilidades retangulares para as medições, as incertezas foram calculadas de acordo com as expressões:

$$u_m = \frac{\Delta_{rb}}{\sqrt{3}}, \quad u_h = u_{de} = u_{di} = \frac{\Delta_{rp}}{\sqrt{3}}. \quad (18)$$

Onde Δ_{rb} and Δ_{rp} representam as resoluções da balança and do paquímetro, respectivamente. Desta maneira, encontramos:

$$\rho_3 = \frac{4m}{\pi(d_e^2 - d_i^2)h} = (7.15 \pm 0.64) \text{ g/cm}^3 \quad (19)$$

2.4 Análise de compatibilidade

Finalmente, como os valores encontrados para ρ_1 , ρ_2 e ρ_3 são compatíveis entre si, podemos combiná-los usando uma média ponderada para obter:

$$\rho = (8.309 \pm 0.085) \text{ g/cm}^3 \quad (20)$$

3 Conclusões

Com base na análise de dados, pode-se concluir que os três modelos experimentais foram satisfatórios para a determinação da densidade do cilindro, uma vez que os valores encontrados são compatíveis entre si. Ao combinarmos os valores obtidos e consultarmos a tabela de densidades fornecida na apostila, identificamos o material do cilindro como sendo latão recozido, $\rho_{\text{ref}} = 8.4$. Contudo, ao analisarmos individualmente cada resultado, encontramos erros relativos de 19.0