

Задачи №4 Функции

№1 Построить выражение с одной операцией по следующим таблицам истинности:

- | | | | |
|---------------|---------------------|----------------------|--------------------------|
| 1. \bar{x} | 2. $x \vee y$ | 3. $x \wedge y$ | 4. $x \oplus y$ |
| 5. $x \mid y$ | 6. $x \downarrow y$ | 7. $x \rightarrow y$ | 8. $x \leftrightarrow y$ |

№2 С помощью таблицы истинности упростить следующие формулы:

1. $x \wedge (y \vee \bar{y})$

x	y	f
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Ответ: x

2. $x \oplus y$

x	y	f
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Ответ:

СДНФ

$$\bar{x} \wedge y \vee x \wedge \bar{y}$$

СКНФ

$$(x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})$$

3. $x \wedge (x \downarrow y)$

x	y	f
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Ответ: 0

4. $x \vee \bar{x} \wedge y$

x	y	f
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Ответ:

СКНФ

$$x \vee y$$

СДНФ

$$\bar{x} \wedge y \vee x \wedge \bar{y} \vee x \wedge y =$$

$$\bar{x} \wedge y \vee x = x \vee y$$

5. $x \rightarrow y \rightarrow x \rightarrow y$

x	y	f
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Ответ:

СКНФ

$$\bar{x} \vee y$$

СДНФ

$$\bar{x} \wedge \bar{y} \vee \bar{x} \wedge y \vee x \wedge y =$$

$$\bar{x} \vee x \wedge y = \bar{x} \vee y$$

6. $y \wedge (x \vee \bar{y})$

x	y	f
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Ответ:

$$x \wedge y$$

7. $(x \rightarrow y) \leftrightarrow (y \rightarrow x)$

x	y	f
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Ответ:

$$x \leftrightarrow y$$

8. $(x \oplus y) \mid (x \downarrow y)$

x	y	f
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Ответ: 1

№3 Построить и упростить СКНФ и СДНФ функции f по следующим таблицам истинности:

1. СКНФ

$$(x \vee \bar{y}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) = x \wedge \bar{x} \vee x \wedge \bar{y} \vee \bar{x} \wedge \bar{y} \vee y \wedge \bar{y} = x \wedge \bar{y} \vee \bar{y} \vee \bar{x} \wedge \bar{y} = \bar{y}$$

СДНФ

$$\bar{x} \wedge \bar{y} \vee x \wedge \bar{y} = \bar{y} \wedge (\bar{x} \vee x) = \bar{y}$$

2. СКНФ

$$\bar{x} \vee y$$

СДНФ

$$\bar{x} \wedge \bar{y} \vee \bar{x} \wedge y \vee x \wedge y = \bar{x} \vee x \wedge y = \bar{x} \vee y$$

3. СКНФ

$$(x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) = (x \wedge y \vee \bar{x} \wedge y \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) = \bar{x} \wedge y$$

СДНФ

$$\bar{x} \wedge y$$

4. СКНФ

$$(x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) = x \vee x \wedge \bar{y} \vee x \wedge y = x$$

СДНФ

$$x \wedge \bar{y} \vee x \wedge y = x$$

5. СКНФ

$$\begin{aligned} & (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) = \\ & (x \vee x \wedge \bar{y} \vee x \wedge \bar{z} \vee \bar{y} \vee \bar{y} \wedge \bar{z} \vee x \wedge z \vee \bar{y} \wedge z) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) = \\ & (x \vee \bar{y}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{x} \wedge \bar{y} \vee \bar{x} \wedge \bar{z} \vee \bar{y} \vee \bar{y} \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge z \vee \bar{y} \wedge z) = \\ & (x \vee \bar{y}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) = \bar{y} \vee x \wedge \bar{x} = \bar{y} \end{aligned}$$

СДНФ

$$\begin{aligned} & \bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z \vee x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z} \vee x \wedge \bar{y} \wedge z = \\ & \bar{x} \wedge \bar{y} \wedge (\bar{z} \vee z) \vee x \wedge \bar{y} \wedge (\bar{z} \vee z) = \bar{x} \wedge \bar{y} \vee x \wedge \bar{y} = \\ & \bar{y} \wedge (\bar{x} \vee x) = \bar{y} \end{aligned}$$

6. СКНФ

$$\begin{aligned} & (x \vee y \vee \bar{z}) \wedge (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee y \vee z) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) = \\ & (x \vee x \wedge \bar{y} \vee x \wedge \bar{z} \vee y \vee x \wedge \bar{z} \vee \bar{y} \wedge \bar{z} \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee y \vee \bar{z}) = \\ & (x \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{x} \wedge \bar{y} \vee \bar{x} \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge y \vee y \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge \bar{z} \vee \bar{y} \wedge \bar{z} \vee \bar{z}) = \\ & (x \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{z}) = \bar{z} \vee x \wedge \bar{x} = \bar{z} \end{aligned}$$

СДНФ

$$\begin{aligned} & \bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge y \wedge \bar{z} \vee x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z} \vee x \wedge y \wedge \bar{z} = \\ & \bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z} \vee x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge y \wedge \bar{z} \vee x \wedge y \wedge \bar{z} = \\ & \bar{y} \wedge \bar{z} \wedge (\bar{x} \vee x) \vee y \wedge \bar{z} \wedge (\bar{x} \vee x) = \\ & \bar{y} \wedge \bar{z} \vee y \wedge \bar{z} = \bar{z} \end{aligned}$$

7. СКНФ

$$\begin{aligned}
& (x \vee y \vee z) \wedge (x \vee y \vee \bar{z}) \wedge (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) = \\
& (x \vee x \wedge y \vee x \wedge \bar{z} \vee y \vee y \wedge \bar{z} \vee x \wedge z \vee y \wedge z) \wedge (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) = \\
& (x \vee y) \wedge (x \wedge \bar{y} \vee x \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge \bar{y} \vee \bar{y} \vee \bar{y} \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge z \vee \bar{y} \wedge z) = \\
& (x \vee y) \wedge (x \wedge \bar{z} \vee \bar{y} \vee \bar{x} \wedge z) = \\
& x \wedge \bar{z} \vee x \wedge \bar{y} \vee x \wedge y \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge y \wedge z = \\
& x \wedge \bar{z} \vee x \wedge (\bar{y} \vee y \wedge \bar{z}) = \bar{x} \wedge y \wedge z = \\
& x \wedge \bar{z} \vee x \wedge (\bar{y} \vee y) \wedge (\bar{y} \vee \bar{z}) \vee \bar{x} \wedge y \wedge z = \\
& x \wedge \bar{z} \vee x \wedge \bar{y} \vee \bar{x} \wedge y \wedge z
\end{aligned}$$

СДНФ

$$\begin{aligned}
& \bar{x} \wedge y \wedge z \vee x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z} \vee x \wedge \bar{y} \wedge z \vee x \wedge y \wedge \bar{z} = \\
& x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z} \vee x \wedge \bar{y} \wedge z \vee \bar{x} \wedge y \wedge z \vee x \wedge y \wedge \bar{z} = \\
& x \wedge \bar{y}(\bar{z} \vee z) \vee \bar{x} \wedge y \wedge z \vee x \wedge y \vee \bar{z} = \\
& x \wedge \bar{y} \vee \bar{x} \wedge y \wedge z \vee x \wedge y \wedge \bar{z} = \\
& x \wedge (\bar{y} \vee y \wedge \bar{z}) \vee \bar{x} \wedge y \wedge z = \\
& x \wedge (\bar{y} \vee y) \wedge (\bar{y} \vee \bar{z}) \vee \bar{x} \wedge y \wedge z = \\
& x \wedge \bar{y} \vee x \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge y \wedge z
\end{aligned}$$

8. СКНФ

$$\begin{aligned}
& (x \vee y \vee z) \wedge (x \vee y \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee y \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) = \\
& (x \vee x \wedge y \vee x \wedge \bar{z} \vee y \vee y \wedge \bar{z} \vee x \wedge z \vee y \wedge z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) = \\
& (x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{x} \wedge y \vee \bar{x} \wedge \bar{z} \vee y \vee y \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge z \vee y \wedge z) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) = \\
& (x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) = (y \vee x \wedge \bar{x}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) = \\
& y \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) = \bar{x} \wedge y \vee y \wedge \bar{z}
\end{aligned}$$

СДНФ

$$\begin{aligned}
& \bar{x} \wedge y \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge y \wedge z \vee x \wedge y \wedge \bar{z} = \bar{x} \wedge y \wedge \bar{z} \vee x \wedge y \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge y \wedge z = \\
& y \wedge \bar{z} \wedge (\bar{x} \vee x) \vee \bar{x} \wedge y \wedge z = y \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge y \wedge z = y \wedge (\bar{z} \vee \bar{x} \wedge z) = \\
& y \wedge (\bar{z} \vee \bar{x}) \wedge (\bar{z} \vee z) = y \wedge \bar{z} \vee \bar{x} \wedge y
\end{aligned}$$