

## Задачи №2 Логические аксиомы, свойства логических операций

### №1 Упростить следующие формулы:

1.  $\overline{x \vee y} = \bar{x} \wedge \bar{y}$
2.  $\overline{(x \wedge y) \vee x} = \overline{x \wedge y} \wedge \bar{x} = (\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge \bar{x} = \bar{x} \vee \bar{x} \wedge \bar{y} = \bar{x}$
3.  $x \vee \bar{x} \wedge y = (x \vee \bar{x}) \wedge (x \vee y) = x \vee y$
4.  $x \wedge y \vee \bar{x} \wedge y \vee \bar{x} \wedge \bar{y} = x \wedge y \vee \bar{x} = \bar{x} \vee y$
5.  $\overline{x \wedge y} = \bar{x} \vee \bar{y}$
6.  $x \vee \overline{(\bar{x} \wedge y)} = x \vee x \vee \bar{y} = x \vee \bar{y}$
7.  $\overline{x \vee \bar{x}} \vee y \wedge \bar{y} = 0 \vee 0 = 0$
8.  $(x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) = x \vee x \wedge \bar{y} \vee x \wedge y \vee y \wedge \bar{y} = x \vee x \wedge y = x$

### №2 Доказать равносильность следующих формул:

1.  $\overline{(x \rightarrow y)}$  и  $x \wedge \bar{y}$

Преобразуем левую часть:

$$\overline{(x \rightarrow y)} = \overline{\bar{x} \vee y} = x \wedge \bar{y}$$

$$x \wedge \bar{y} = x \wedge \bar{y} - \text{ч. т. д.}$$

2.  $x \rightarrow \bar{y}$  и  $y \rightarrow \bar{x}$

Преобразуем левую часть:

$$x \rightarrow \bar{y} = \bar{x} \vee \bar{y}$$

Преобразуем правую часть:

$$y \rightarrow \bar{x} = \bar{y} \vee \bar{x} = \bar{x} \vee \bar{y}$$

$$\bar{x} \vee \bar{y} = \bar{x} \vee \bar{y} - \text{ч. т. д.}$$

3.  $x \vee \bar{x} \wedge y$  и  $x \vee y$

Преобразуем левую часть:

$$x \vee \bar{x} \wedge y = (x \vee \bar{x}) \wedge (x \vee y) = x \vee y$$

$$x \vee y = x \vee y - \text{ч. т. д.}$$

4.  $(x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y})$  и  $x$

Преобразуем левую часть:

$$(x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) = x \vee \bar{y} \wedge x \vee y \vee y \wedge \bar{y} = x$$

$$x = x - \text{ч. т. д.}$$

5.  $x \rightarrow (y \rightarrow z)$  и  $x \wedge y \rightarrow z$

Преобразуем левую часть:

$$x \rightarrow (y \rightarrow z) = \bar{x} \vee \bar{y} \vee z$$

Преобразуем правую часть:

$$x \wedge y \rightarrow z = \bar{x} \vee \bar{y} \vee z$$

$$\bar{x} \vee \bar{y} \vee z = \bar{x} \vee \bar{y} \vee z - \text{ч. т. д.}$$

6.  $x \wedge y \vee (x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})$  и  $x \vee y$

Преобразуем левую часть:

$$x \wedge y \vee (x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) =$$

$$x \wedge y \vee (x \wedge \bar{x} \vee x \wedge \bar{y} \vee \bar{x} \wedge y \vee y \wedge \bar{y}) =$$

$$x \wedge y \vee x \wedge \bar{y} \vee \bar{x} \wedge y = x \vee \bar{x} \wedge y =$$

$$(x \vee \bar{x}) \wedge (x \vee y) = x \vee y$$

$$x \vee y = x \vee y - \text{ч. т. д.}$$

### №3 Доказать тождественную истинность следующих формул:

1.  $x \wedge y \rightarrow x = \bar{x} \vee \bar{y} \vee x = 1$  - ч. т. д.

2.  $x \rightarrow (y \rightarrow x) = \bar{x} \vee \bar{y} \vee x = 1$  - ч. т. д.

3.  $\bar{y} \rightarrow \bar{x} \rightarrow (x \rightarrow y) = y \vee \bar{x} \rightarrow \bar{x} \vee y = 1$  - ч. т. д.

4.  $(x \rightarrow y) \wedge (x \rightarrow \bar{y}) \rightarrow \bar{x} = (\bar{x} \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) \rightarrow \bar{x} =$   
 $\bar{x} \vee \bar{x} \wedge \bar{y} \vee y \wedge \bar{x} \vee y \wedge \bar{y} \rightarrow \bar{x} = \bar{x} \rightarrow \bar{x} = 1$  - ч. т. д.

5.  $x \rightarrow (y \rightarrow z) \rightarrow (x \wedge y \rightarrow z) = \bar{x} \vee \bar{y} \vee z \rightarrow \bar{x} \vee \bar{y} \vee z = 1$  - ч. т. д.

6.  $x \rightarrow (y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow y \rightarrow (x \rightarrow z)) = \bar{x} \vee \bar{y} \vee z \rightarrow (\bar{x} \vee y \rightarrow \bar{x} \vee z) =$   
 $\bar{x} \vee \bar{y} \vee z \rightarrow (x \wedge \bar{y} \vee \bar{x} \vee z) = \bar{x} \vee \bar{y} \vee z \rightarrow (\bar{x} \vee x) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) \vee z =$   
 $\bar{x} \vee \bar{y} \vee z \rightarrow \bar{x} \vee \bar{y} \vee z = 1$  - ч. т. д.

### №4 Доказать тождественную ложность следующих формул:

1.  $x \vee \bar{x} \rightarrow y \wedge \bar{y} = 1 \rightarrow 0 = 0$  - ч. т. д.

2.  $x \wedge (x \rightarrow y) \wedge (x \rightarrow \bar{y}) = x \wedge (\bar{x} \vee y) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) = x \wedge y \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) = 0$  - ч. т. д.

3.  $\overline{x \wedge \bar{x} \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow w \wedge \bar{w}} = 0 \rightarrow z \rightarrow 0 = 1 \vee z \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$  - ч. т. д.

4.  $\overline{x \rightarrow y \rightarrow (x \wedge z \rightarrow y \wedge z)} = \overline{\bar{x} \vee y \rightarrow (\bar{x} \vee \bar{z} \vee y \wedge z)} =$   
 $\overline{\bar{x} \vee y \rightarrow (\bar{z} \vee z) \wedge (\bar{z} \vee y) \vee \bar{x}} = \overline{\bar{x} \vee y \rightarrow \bar{z} \vee y \vee \bar{x}} =$   
 $\overline{x \wedge \bar{y} \vee \bar{z} \vee y \vee \bar{x}} = \overline{\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee y} = \bar{1} = 0$  - ч. т. д.
5.  $x \wedge y \wedge z \wedge (x \vee y \vee z \rightarrow \bar{w}) \wedge w = x \wedge y \wedge z \wedge (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z} \vee \bar{w}) \wedge w =$   
 $x \wedge y \wedge z \wedge w \wedge (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z} \vee \bar{w}) = 0$  - ч. т. д.
6.  $\overline{(x \vee y) \wedge (z \vee x) \wedge x} = \overline{(x \vee y \vee z \vee x) \wedge x} = \overline{(\bar{x} \wedge \bar{y} \vee \bar{z} \wedge \bar{x}) \wedge x} = 0$  - ч. т. д.

**№5 Найти z, если:**

1.  $\overline{\bar{x} \vee z \vee x \vee z} = y$   
 $x \wedge \bar{z} \vee x \wedge \bar{z} = y$   
 $\bar{z} = y$   
 $z = \bar{y}$   
 Ответ:  $z = \bar{y}$
2.  $x \wedge y \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) \vee z = y$   
 $z = y$   
 Ответ:  $z = y$
3.  $z \wedge (x \wedge y \vee \overline{x \wedge y}) \vee \overline{(a \vee a)} \wedge (d \wedge q \wedge \overline{d \wedge q}) = zxc$   
 $z \vee \bar{a} \wedge 0 = zxc$   
 $z = zxc$   
 $z = 0$   
 Ответ:  $z = 0$
4.  $(x \vee y \vee z) \wedge \overline{(\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z})} \vee z \wedge (x \wedge w \vee \bar{x} \vee \bar{w}) = \overline{x \wedge y} \vee \bar{x} \wedge x$   
 $(x \vee y \vee z) \wedge \overline{(x \vee y \vee z)} \vee z \wedge (\bar{x} \vee w \vee \bar{w}) = \overline{x \wedge y}$   
 $z = \overline{x \wedge y}$   
 $z = \bar{x} \vee \bar{y}$   
 Ответ:  $z = \bar{x} \vee \bar{y}$

**№6 Выразить через импликацию следующие формулы:**

1.  $\bar{x} \vee y = x \rightarrow y$
2.  $\overline{\bar{x} \vee y} \vee x = x \rightarrow y \rightarrow x$

$$3. \overline{(\bar{x} \vee y)} \vee (\bar{y} \vee x) = x \rightarrow y \rightarrow (y \rightarrow x)$$

$$4. \overline{(\bar{x} \vee y)} \vee (\bar{x} \vee y) = x \rightarrow y \rightarrow (x \rightarrow y)$$

$$5. \overline{\bar{x} \vee \bar{y} \vee (\bar{y} \vee x)} \vee x = x \rightarrow y \rightarrow (y \rightarrow x) \rightarrow x$$