

ЕГЭ

1. Введем обозначения:

$$(x \in P) = P, (x \in Q) = Q, (x \in A) = A$$

Преобразуем выражение:

$$(P \leftrightarrow Q) \rightarrow \bar{A} = \overline{(P \leftrightarrow Q)} \vee \bar{A} = \overline{(P \wedge Q \vee \bar{P} \wedge \bar{Q})} \vee \bar{A} =$$

$$(\bar{P} \vee \bar{Q}) \wedge (P \vee Q) \vee \bar{A} = \bar{P} \wedge Q \vee P \wedge \bar{Q} \vee \bar{A}$$

Заметим, что  $\bar{P} \wedge Q = 1$  не имеет решения,

а  $P \wedge \bar{Q} = 1$  при  $x \in [25; 32) \cup (47; 50]$ .

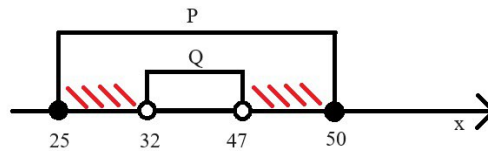
Следовательно, чтобы выражение было истинным при любом  $x$ :

$\bar{A} \in (-\infty; 25) \cup [32; 47] \cup [50; +\infty]$ , тогда

$A \in [25; 32)$  или  $A \in (47; 50]$

$$32 - 25 = 7 \text{ или } 50 - 47 = 3$$

Ответ: 7



2. Введем обозначения:

$$(x \in P) = P, (x \in Q) = Q, (x \in A) = A$$

Преобразуем выражение:

$$(\bar{A} \rightarrow P) \rightarrow (A \rightarrow Q) = \overline{\bar{A} \vee P} \vee \bar{A} \vee Q = \bar{A} \wedge \bar{P} \vee \bar{A} \vee Q = \bar{A} \vee Q$$

Заметим, что  $Q = 1$  при  $x \in [14; 23]$ .

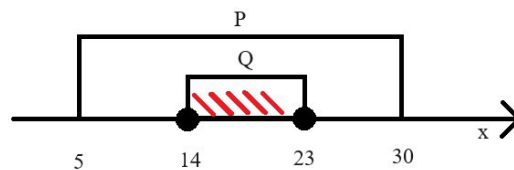
Следовательно, чтобы выражение было истинным при любом  $x$ :

$\bar{A} \in (-\infty; 14) \cup (23; +\infty)$ , тогда

$A \in [14; 23]$

$$23 - 14 = 9$$

Ответ: 9



3. Введем обозначения:

$$(x \in P) = P, (x \in Q) = Q, (x \in A) = A$$

Преобразуем выражение:

$$(P \wedge Q) \rightarrow A = \bar{P} \vee \bar{Q} \vee A$$

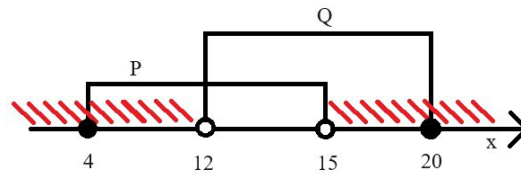
Заметим, что  $\bar{P} \vee \bar{Q} = 1$  при  $x \in (-\infty; 12) \cup (15; +\infty)$ .

Следовательно, чтобы выражение было истинным при любом  $x$ :

$$A \in [12; 15]$$

$$15 - 12 = 3$$

Ответ: 3



4. Введем обозначения:

$$(x \in P) = P, (x \in Q) = Q, (x \in R) = R, (x \in A) = A$$

Преобразуем выражение:

$$(A \vee P) \vee (Q \rightarrow R) = A \vee P \vee \bar{Q} \vee R$$

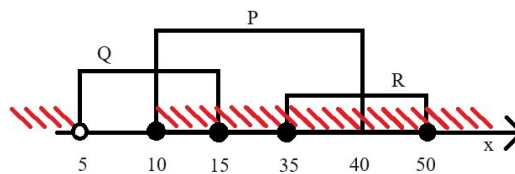
Заметим, что  $P \vee \bar{Q} \vee R = 1$  при  $x \in (-\infty; 5) \cup [10; +\infty)$ .

Следовательно, чтобы выражение было истинным при любом  $x$ :

$A \in [5; 10)$ , тогда

$$10 - 5 = 5$$

Ответ: 5



5. Введем обозначения:

$$(x \in P) = P, (x \in Q) = Q, (x \in R) = R, (x \in A) = A$$

Преобразуем выражения:

$$Q \rightarrow R = \bar{Q} \vee R$$

$$A \rightarrow P = \bar{A} \vee P$$

Заметим, что в первом выражении  $\bar{Q} \vee R = 1$  при  $x \in (-\infty; 15] \cup (20; +\infty)$ .

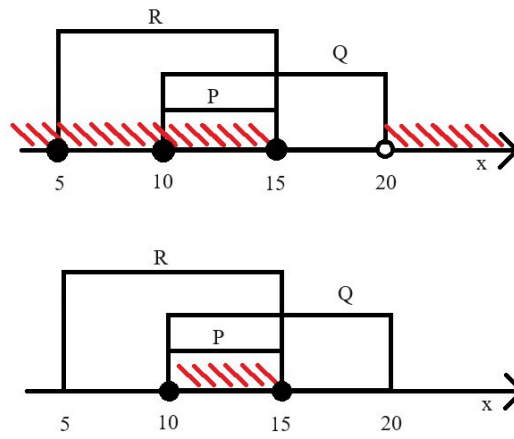
Во втором выражении  $P = 1$  при  $x \in [10; 15]$ .

Следовательно, чтобы выражения принимали одинаковые значения при любом  $x$ :

$\bar{A} \in (-\infty; 15] \cup (20; +\infty)$ , тогда

$$A \in (15; 20] \quad 20 - 15 = 5$$

Ответ: 5



6. Введем обозначения:

$$(x \in P) = P, (x \in Q) = Q, (x \in A) = A$$

Преобразуем выражения:

$$\bar{A} \rightarrow \bar{P} = A \vee \bar{P}$$

$$Q \rightarrow A = \bar{Q} \vee A$$

Заметим, что в первом выражении  $\bar{P} = 1$  при  $x \in (-\infty; 30) \cup (45; +\infty)$ , тогда

чтобы выражение было истинным при любом  $x$ ,  $A \in [30; 45]$

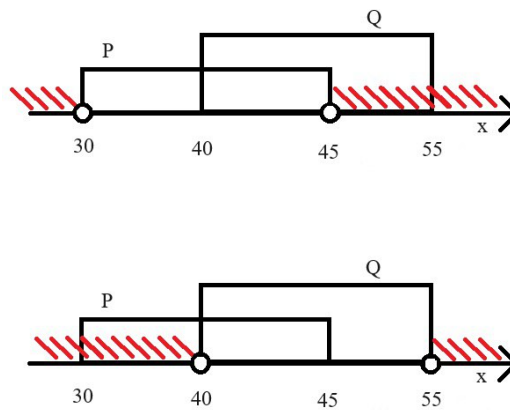
Во втором выражении  $\bar{Q} = 1$  при  $x \in (-\infty; 40) \cup (55; +\infty)$ , тогда

чтобы выражение было истинным при любом  $x$ ,  $A \in [40; 55]$

Следовательно, чтобы оба выражения принимали истинные значения при любом  $x$ :

$$A \in [30; 55] \quad 55 - 30 = 25$$

Ответ: 25



№1 Сплошные следования

1.  $(x \rightarrow y) \leftrightarrow z = 1 \leftrightarrow z = z$
2.  $((x \wedge \bar{y}) \leftrightarrow (y \wedge z)) \rightarrow (y \leftrightarrow z) = (0 \leftrightarrow 0) \rightarrow (0) = 0$
3.  $(x \rightarrow y) \rightarrow (y \oplus z) = 1 \rightarrow (\bar{y} \wedge z \vee y \wedge \bar{z}) = 1$
4.  $(\overline{z \oplus y}) \rightarrow (y \rightarrow z) = \overline{\bar{z} \wedge y \vee z \wedge \bar{y}} \rightarrow (\bar{y} \vee z) = 0 \rightarrow 1$  или  $0 \rightarrow 0 = 1$
5.  $(\bar{y} \wedge z) \rightarrow (y \leftrightarrow \bar{x}) = y \vee \bar{z} \vee \bar{x} \wedge y \vee x \wedge \bar{y}$

Ответ: 2, 3, 4

№2 Затухание

$$\left( \left( \left( (\bar{A} \wedge B) \leftrightarrow \bar{C} \right) \rightarrow C \right) \rightarrow \left( (\bar{B} \wedge C) \leftrightarrow \bar{D} \right) \rightarrow D \right) \rightarrow \left( (\bar{C} \wedge D) \leftrightarrow \bar{E} \right) \rightarrow E \rightarrow \left( (\bar{D} \wedge E) \leftrightarrow \bar{F} \right) \rightarrow F$$

Решим по действиям:

1.  $((\bar{A} \wedge B) \leftrightarrow \bar{C}) \rightarrow C = \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \vee (A \vee \bar{B}) \wedge C \rightarrow C =$   
 $\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \vee A \wedge C \vee \bar{B} \wedge C \rightarrow C = (A \vee \bar{B} \vee C) \wedge (\bar{A} \vee \bar{C}) \wedge (B \vee \bar{C}) \vee C =$   
 $(A \wedge \bar{C} \vee \bar{A} \wedge \bar{B} \vee \bar{B} \wedge \bar{C} \vee \bar{A} \wedge C) \wedge (B \vee \bar{C}) \vee C =$   
 $A \wedge B \wedge \bar{C} \vee A \wedge \bar{C} \vee \bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \vee \bar{B} \wedge \bar{C} \vee \bar{A} \wedge B \wedge C \vee C = A \wedge \bar{C} \vee \bar{B} \wedge \bar{C} \vee C$
2.  $((\bar{B} \wedge C) \leftrightarrow \bar{D}) \rightarrow D = \bar{B} \wedge C \wedge \bar{D} \vee (B \vee \bar{C}) \wedge D \rightarrow D =$   
 $\bar{B} \wedge C \wedge \bar{D} \vee B \wedge D \vee \bar{C} \wedge D \rightarrow D = (B \vee \bar{C} \vee D) \wedge (\bar{B} \vee \bar{D}) \wedge (C \vee \bar{D}) \vee D =$   
 $(B \wedge \bar{D} \vee \bar{B} \wedge \bar{C} \vee \bar{C} \wedge \bar{D} \vee \bar{B} \wedge D) \wedge (C \vee \bar{D}) \vee D =$   
 $B \wedge C \wedge \bar{D} \vee B \wedge \bar{D} \vee \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D} \vee \bar{C} \wedge \bar{D} \vee \bar{B} \wedge C \wedge D \vee D = B \wedge \bar{D} \vee \bar{C} \wedge \bar{D} \vee D$
3.  $((\bar{C} \wedge D) \leftrightarrow \bar{E}) \rightarrow E = \bar{C} \wedge D \wedge \bar{E} \vee (C \vee \bar{D}) \wedge E \rightarrow E =$   
 $\bar{C} \wedge D \wedge \bar{E} \vee C \wedge E \vee \bar{D} \wedge E \rightarrow E = (C \vee \bar{D} \vee E) \wedge (\bar{C} \vee \bar{E}) \wedge (D \vee \bar{E}) \vee E =$   
 $(C \wedge \bar{E} \vee \bar{C} \wedge \bar{D} \vee \bar{D} \wedge \bar{E} \vee \bar{C} \wedge E) \wedge (D \vee \bar{E}) \vee E =$   
 $C \wedge D \wedge \bar{E} \vee C \wedge \bar{E} \vee \bar{C} \wedge \bar{D} \wedge \bar{E} \vee \bar{D} \wedge \bar{E} \vee \bar{C} \wedge D \wedge E \vee E = C \wedge \bar{E} \vee \bar{D} \wedge \bar{E} \vee E$
4.  $((\bar{D} \wedge E) \leftrightarrow \bar{F}) \rightarrow F = \bar{D} \wedge E \wedge \bar{F} \vee (D \vee \bar{E}) \wedge F \rightarrow F =$   
 $\bar{D} \wedge E \wedge \bar{F} \vee D \wedge F \vee \bar{E} \wedge F \rightarrow F = (D \vee \bar{E} \vee F) \wedge (\bar{D} \vee \bar{F}) \wedge (E \vee \bar{F}) \vee F =$   
 $(D \wedge \bar{F} \vee \bar{D} \wedge \bar{E} \vee \bar{E} \wedge \bar{F} \vee \bar{D} \wedge F) \wedge (E \vee \bar{F}) \vee F =$   
 $D \wedge E \wedge \bar{F} \vee D \wedge \bar{F} \vee \bar{D} \wedge \bar{E} \wedge \bar{F} \vee \bar{E} \wedge \bar{F} \vee \bar{D} \wedge E \wedge F \vee F = D \wedge \bar{F} \vee \bar{E} \wedge \bar{F} \vee F$

$$\begin{aligned}
5. & A \wedge \bar{C} \vee \bar{B} \wedge \bar{C} \vee C \rightarrow B \wedge \bar{D} \vee \bar{C} \wedge \bar{D} \vee D = \\
& (\bar{A} \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge \bar{C} \vee B \wedge \bar{D} \vee \bar{C} \wedge \bar{D} \vee D = \\
& (\bar{A} \wedge B \vee \bar{A} \wedge C \vee B \wedge C \vee C) \wedge \bar{C} \vee B \wedge \bar{D} \vee \bar{C} \wedge \bar{D} \vee D = \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \vee B \wedge \bar{D} \vee \bar{C} \wedge \bar{D} \vee D \\
6. & \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \vee B \wedge \bar{D} \vee \bar{C} \wedge \bar{D} \vee D \rightarrow C \wedge \bar{E} \vee \bar{D} \wedge \bar{E} \vee E = \\
& (A \vee \bar{B} \vee C) \wedge (\bar{B} \vee D) \wedge (C \vee D) \wedge \bar{D} \vee C \wedge \bar{E} \vee \bar{D} \wedge \bar{E} \vee E = \\
& (A \wedge \bar{B} \vee A \wedge D \vee \bar{B} \vee \bar{B} \wedge D \vee \bar{B} \wedge C \vee C \wedge D) \wedge (C \vee D) \wedge \bar{D} \vee C \wedge \bar{E} \vee \bar{D} \wedge \bar{E} \vee E = \\
& (\bar{B} \vee A \wedge D \vee C \wedge D) \wedge C \wedge \bar{D} \vee C \wedge \bar{E} \vee \bar{D} \wedge \bar{E} \vee E = \bar{B} \wedge C \wedge \bar{D} \vee C \wedge \bar{E} \vee \bar{D} \wedge \bar{E} \vee E \\
7. & \bar{B} \wedge C \wedge \bar{D} \vee C \wedge \bar{E} \vee \bar{D} \wedge \bar{E} \vee E \rightarrow D \wedge \bar{F} \vee \bar{E} \wedge \bar{F} \vee F = \\
& (B \vee \bar{C} \vee D) \wedge (\bar{C} \vee E) \wedge (D \vee E) \wedge \bar{E} \vee D \wedge \bar{F} \vee \bar{E} \wedge \bar{F} \vee F = \\
& (B \wedge \bar{C} \vee B \wedge E \vee \bar{C} \vee \bar{C} \wedge E \vee D \wedge \bar{C} \vee D \wedge E) \wedge \bar{E} \wedge D \vee D \wedge \bar{F} \vee \bar{E} \wedge \bar{F} \vee F = \\
& (\bar{C} \vee B \wedge E \vee D \wedge E) \wedge \bar{E} \wedge D \vee D \wedge \bar{F} \vee \bar{E} \wedge \bar{F} \vee F = \bar{C} \wedge \bar{E} \wedge D \vee D \wedge \bar{F} \vee \bar{E} \wedge \bar{F} \vee F = \\
& \bar{C} \wedge \bar{E} \wedge D \vee D \wedge \bar{F} \vee \bar{E} \vee F = D \wedge \bar{F} \vee F \vee \bar{E} = D \vee F \vee \bar{E}
\end{aligned}$$

### №3 Полусумматоры

Составим уравнение:

$$\begin{aligned}
x_1 \oplus \bar{x}_2 \vee x_2 \wedge x_3 \vee (x_2 \oplus \bar{x}_3) \wedge x_3 \wedge \bar{x}_4 \vee (x_3 \oplus \bar{x}_4) \vee x_4 \wedge \bar{x}_1 \vee x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge (x_4 \oplus \bar{x}_1) &= 0 \\
x_1 \oplus \bar{x}_2 \vee x_2 \wedge x_3 \vee (\bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3 \vee x_2 \wedge x_3) \wedge x_3 \wedge \bar{x}_4 \vee (x_3 \oplus \bar{x}_4) \vee x_4 \wedge \bar{x}_1 \vee x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge (x_4 \oplus \bar{x}_1) &= 0 \\
x_1 \oplus \bar{x}_2 \vee x_2 \wedge x_3 \vee x_2 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_4 \vee (x_3 \oplus \bar{x}_4) \vee x_4 \wedge \bar{x}_1 \vee x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge (x_4 \oplus \bar{x}_1) &= 0 \\
x_1 \oplus \bar{x}_2 \vee x_2 \wedge x_3 \vee (x_3 \oplus \bar{x}_4) \vee x_4 \wedge \bar{x}_1 \vee x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge (\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_1 \vee x_4 \wedge x_1) &= 0 \\
x_1 \oplus \bar{x}_2 \vee x_2 \wedge x_3 \vee (x_3 \oplus \bar{x}_4) \vee x_4 \wedge \bar{x}_1 \vee x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_4 &= 0 \\
x_1 \oplus \bar{x}_2 \vee x_2 \wedge x_3 \vee (x_3 \oplus \bar{x}_4) \vee x_4 \wedge (\bar{x}_1 \vee x_1 \wedge \bar{x}_2) &= 0 \\
x_1 \oplus \bar{x}_2 \vee x_2 \wedge x_3 \vee (x_3 \oplus \bar{x}_4) \vee x_4 \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2) &= 0 \\
\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \vee x_1 \wedge x_2 \vee x_2 \wedge x_3 \vee \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_4 \vee x_3 \wedge x_4 \vee x_4 \wedge \bar{x}_1 \vee x_4 \wedge \bar{x}_2 &= 0
\end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 = 0 \\ x_1 \wedge x_2 = 0 \\ x_2 \wedge x_3 = 0 \\ \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_4 = 0 \\ x_3 \wedge x_4 = 0 \\ x_4 \wedge \bar{x}_1 = 0 \\ x_4 \wedge \bar{x}_2 = 0 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1, x_2 = (1; 1), (1; 0), (0; 1) \\ x_1, x_2 = (0; 0), (1; 0), (0; 1) \\ x_2, x_3 = (0; 0), (1; 0), (0; 1) \\ x_3, x_4 = (1; 1), (1; 0), (0; 1) \\ x_3, x_4 = (0; 0), (1; 0), (0; 1) \\ x_4, x_1 = (0; 1), (0; 0), (1; 1) \\ x_4, x_2 = (0; 1), (0; 0), (1; 1) \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1, x_2 = (1; 0), (0; 1) \\ x_2, x_3 = (0; 0), (1; 0), (0; 1) \\ x_3, x_4 = (1; 0), (0; 1) \\ x_4, x_1 = (0; 1), (0; 0), (1; 1) \\ x_4, x_2 = (0; 1), (0; 0), (1; 1) \end{array} \right.$$

Пусть  $x_1 = 1, x_2 = 0$ , тогда  $x_3 = 1, x_4 = 0$

Пусть  $x_1 = 0, x_2 = 1$ , тогда решений нет

Ответ: 1010