Сферическая геометрия

Конспект

I. Существует единственная прямая, проходящая через две данные различные точки, кроме случая, когда эти точки противоположны; тогда таких прямых бесконечно много.

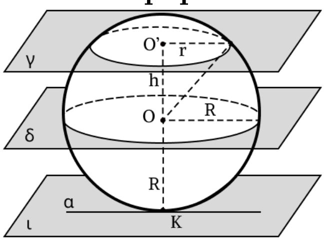
II. Существует единственный перпендикуляр к данной прямой, проходящий через данную точку, кроме случая, когда точка является полюсом этой прямой; тогда таких перпендикуляров бесконечно много.

III. Существует единственная окружность с данным центром O' и данным радиусом ρ, если, $0 < \rho < \dfrac{\pi}{2}$ где R - радиус сферы.

IV. Для каждой точки на прямой и каждого положительного числа существуют ровно две точки на этой прямой, расстояния от которых до данной точки равны данному числу, если только это число меньше πR, где R - радиус сферы.

V. Любые две прямые пересекаются в двух диаметрально противоположных точках.

Сфера



Сфера $(O; R)$
$S = 4\pi R^2$

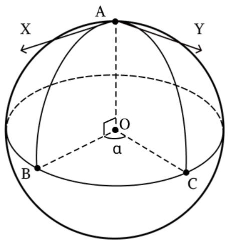
Окружность$(O'; r)$ - малая окружность

Окружность$(O; R)$ - большая окружность

$C = 2\pi R$
$C_\alpha = \alpha R$

ι, α - касательные

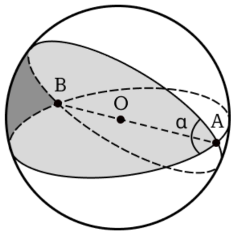
Прямые



Угол:
$BO\hat{\ }CO = \angle BOC = X\hat{\ }Y = (BOA)\hat{\ }(COA)$

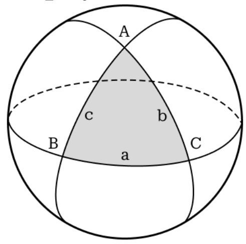
Расстояние:
$\rho(B; C) = \alpha R$

Двуугольник



Площадь:
$2\alpha r^2$

Треугольник



Теорема синусов:
$\dfrac{\sin\frac{a}{R}}{\sin A} = \dfrac{\sin\frac{b}{R}}{\sin B} = \dfrac{\sin\frac{c}{R}}{\sin C}$

Теорема косинусов:
$\cos\frac{a}{R} = \cos\frac{b}{R}\cos\frac{c}{R} + \sin\frac{b}{R}\sin\frac{c}{R}\cos A$

Теорема Пифагора:
$\cos\frac{a}{R} = \cos\frac{b}{R}\cos\frac{c}{R}$

Площадь:
$S(\triangle ABC) = r^2(A + B + C - \pi)$

Изометрия - биекция β, для которой при функции расстояния $d(A, B)$ для каждой точки пространства верно $d(\beta(A), \beta(B)) = d(A, B)$

Движение - собственная изометрия, то есть изометрия при которой сохраняется ориентация.