

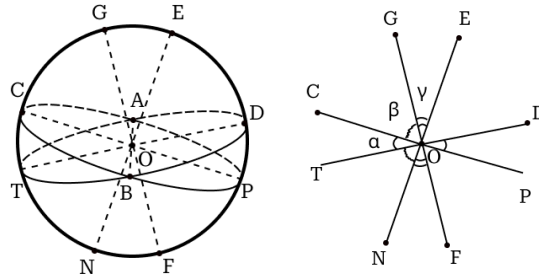
Сферическая геометрия тест №3

Прямые, полюсы, поляр

№ 1

Угол между двумя секущими плоскостями равен α . Чему равен угол между двумя прямыми, каждая из которых соединяет полюсы соответствующий плоскостей?

Решение



1) Так как секущие прямые имеют общую точку, то они пересекаются по прямой AB , что следует из аксиом стереометрии.

2) Восстановим перпендикуляр $OC \perp AB$ в плоскости (BOC) и перпендикуляр $OD \perp AB$ в плоскости BOD . Проведем прямые, соединяющие полюсы GF и EN , так как прямая AB лежит в плоскостях сечений, то $CF \perp AB$ и $EN \perp AB$.

3) $OC \perp AB$, $OD \perp AB$, $GF \perp AB$, $EN \perp AB$, тогда эти прямые (OC, OD, GF, EN) лежат в плоскости (COE) , перпендикулярной прямой AB .

4) Вынесем планиметрический чертеж, на котором $\angle COT = \alpha$ - линейный угол двугранного угла $CABT$, который равен углу между секущими плоскостями. Так как $GF \perp (TOA)$, то $GF \perp TD \subset (TOA)$ и так как $EN \perp (COP)$, то $EN \perp CP \subset (COP)$. Получаем, что $\beta = 90^\circ - \alpha = \angle COT$

5) Таким образом:

$$2\beta + \alpha + \gamma = 180^\circ$$

$$180^\circ - 2\alpha + \alpha + \gamma = 180^\circ$$

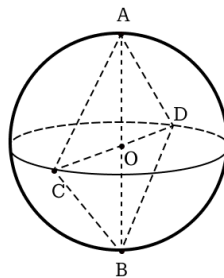
$$\alpha = \gamma$$

Ответ: α

№ 2

Чему равна площадь четырехугольника, образованного двумя полюсами и диаметрально противоположными точками поляр, если радиус сферы R .

Решение



$$1) CO = DO = AO = BO = R$$

2)

$$S_{ABCD} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle BOD} + S_{\triangle DOA} = 4S_{\triangle BOC} = 4 * \frac{AO * CO}{2} = 2R^2$$

Ответ: $2R^2$