

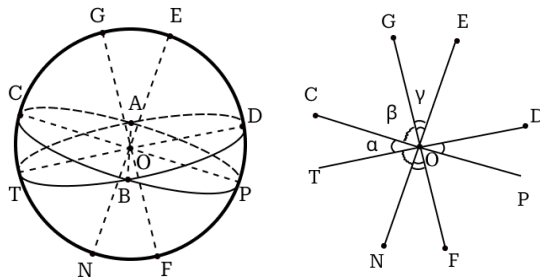
# Сферическая геометрия тест №3

Прямые, полюсы, поляр

## № 1

Угол между двумя секущими плоскостями равен  $\alpha$ . Чему равен угол между двумя прямыми, каждая из которых соединяет полюсы соответствующий плоскостей?

**Решение**



1) Так как секущие прямые имеют общую точку, то они пересекаются по прямой  $AB$ , что следует из аксиом стереометрии.

2) Восстановим перпендикуляр  $OC \perp AB$  в плоскости  $(BOC)$  и перпендикуляр  $OD \perp AB$  в плоскости  $BOD$ . Проведем прямые, соединяющие полюсы  $GF$  и  $EN$ , так как прямая  $AB$  лежит в плоскостях сечений, то  $CF \perp AB$  и  $EN \perp AB$ .

3)  $OC \perp AB$ ,  $OD \perp AB$ ,  $GF \perp AB$ ,  $EN \perp AB$ , тогда эти прямые  $(OC, OD, GF, EN)$  лежат в плоскости  $(COE)$ , перпендикулярной прямой  $AB$ .

4) Вынесем планиметрический чертеж, на котором  $\angle COT = \alpha$  - линейный угол двугранного угла  $CABT$ , который равен углу между секущими плоскостями. Так как  $GF \perp (TOA)$ , то  $GF \perp TD \subset (TOA)$  и так как  $EN \perp (COP)$ , то  $EN \perp CP \subset (COP)$ . Получаем, что  $\beta = 90^\circ - \alpha = \angle COT$

5) Таким образом:

$$2\beta + \alpha + \gamma = 180^\circ$$

$$180^\circ - 2\alpha + \alpha + \gamma = 180^\circ$$

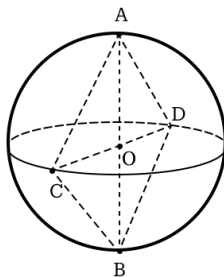
$$\alpha = \gamma$$

Ответ:  $\alpha$

## № 2

Чему равна площадь четырехугольника, образованного двумя полюсами и диаметрально противоположными точками поляр, если радиус сферы  $R$ .

**Решение**



$$1) CO = DO = AO = BO = R$$

2)

$$S_{ABCD} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle BOD} + S_{\triangle DOA} = 4S_{\triangle BOC} = 4 * \frac{AO * CO}{2} = 2R^2$$

Ответ:  $2R^2$