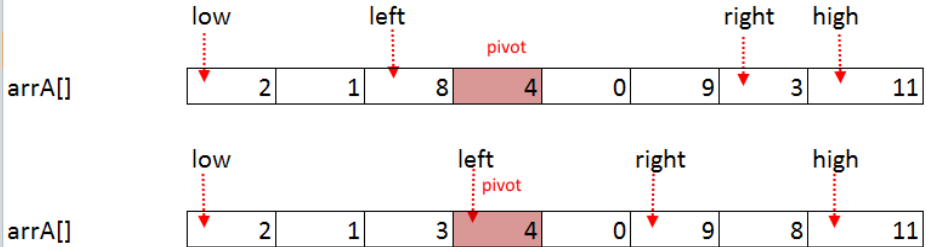


Algorithmen I - Tutorium 5

Sebastian Schmidt – *isibboi@gmail.com*

Arbeitsgruppe Kryptographie und Sicherheit



- Eines der verbreitetsten Probleme der Informatik
- In jeder Sprache in der Standardbibliothek vorhanden
- Wichtig für schnelle Indexdatenstrukturen jeder Art
- Quicksort beliebtes Thema von Bewerbungsgesprächen
- Easy to learn - Hard to master

- Eines der verbreitetsten Probleme der Informatik
- In jeder Sprache in der Standardbibliothek vorhanden
- Wichtig für schnelle Indexdatenstrukturen jeder Art
- Quicksort beliebtes Thema von Bewerbungsgesprächen
- Easy to learn - Hard to master

- Eines der verbreitetsten Probleme der Informatik
- In jeder Sprache in der Standardbibliothek vorhanden
- Wichtig für schnelle Indexdatenstrukturen jeder Art
- Quicksort beliebtes Thema von Bewerbungsgesprächen
- Easy to learn - Hard to master

- Eines der verbreitetsten Probleme der Informatik
- In jeder Sprache in der Standardbibliothek vorhanden
- Wichtig für schnelle Indexdatenstrukturen jeder Art
- Quicksort beliebtes Thema von Bewerbungsgesprächen
- Easy to learn - Hard to master

- Eines der verbreitetsten Probleme der Informatik
- In jeder Sprache in der Standardbibliothek vorhanden
- Wichtig für schnelle Indexdatenstrukturen jeder Art
- Quicksort beliebtes Thema von Bewerbungsgesprächen
- Easy to learn - Hard to master

Gegeben eine Folge von n Elementen $\alpha_1, \dots, \alpha_n$.

Finde eine Permutation σ , sodass gilt:

$$\forall i \in \{1, \dots, n-1\} : \alpha_{\sigma(i)} \leq \alpha_{\sigma(i+1)}$$

- Binary Tree Sort (höhen-balanciert)
- Binary Tree Sort
- Bogosort
- Bubblesort
- Bucketsort
- Combsort
- Countingsort
- Flashsort
- Gnomesort
- Heapsort
- Insertionsort
- Introsort
- Merge Insertion
- Mergesort
- Natural Mergesort
- Quicksort
- Radixsort (LSB)
- Radixsort (MSB)
- Selectionsort
- Shakersort (Cocktailsort)
- Shellsort
- Slowsort
- Smoothsort
- Stoogesort
- Swap-Sort
- Timsort

⇒ Es machen sich sehr viele Leute sehr viele Gedanken darüber, wie man schnell sortiert.

- Binary Tree Sort (höhen-balanciert)
- Binary Tree Sort
- Bogosort
- Bubblesort
- Bucketsort
- Combsort
- Countingsort
- Flashsort
- Gnomesort
- Heapsort
- Insertionsort
- Introsort
- Merge Insertion
- Mergesort
- Natural Mergesort
- Quicksort
- Radixsort (LSB)
- Radixsort (MSB)
- Selectionsort
- Shakersort (Cocktailsort)
- Shellsort
- Slowsort
- Smoothsort
- Stoogesort
- Swap-Sort
- Timsort

⇒ Es machen sich sehr viele Leute sehr viele Gedanken darüber, wie man schnell sortiert.

- Binary Tree Sort (höhen-balanciert)
- Binary Tree Sort
- Bogosort
- Bubblesort
- Bucketsort
- Combsort
- Countingsort
- Flashsort
- Gnomesort
- Heapsort
- Insertionsort
- Introsort
- Merge Insertion
- Mergesort
- Natural Mergesort
- Quicksort
- Radixsort (LSB)
- Radixsort (MSB)
- Selectionsort
- Shakersort (Cocktailsort)
- Shellsort
- Slowsort
- Smoothsort
- Stoogesort
- Swap-Sort
- Timsort

⇒ Es machen sich sehr viele Leute sehr viele Gedanken darüber, wie man schnell sortiert.

Wie heißt der Algorithmus?

```
function SORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  for  $i$  from 1 to  $n - 1$  do  
     $k \leftarrow i$   
    for  $j$  from  $i + 1$  to  $n$  do  
      if  $A[k] > A[j]$  then  
         $k \leftarrow j$   
      end if  
    end for  
    SWAP( $A, i, k$ )  
  end for  
end function
```

Wie heißt der Algorithmus?

```
function SELECTIONSORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  for  $sorted$  from 1 to  $n - 1$  do  
     $minIndex \leftarrow sorted$   
    for  $index$  from  $sorted + 1$  to  $n$  do  
      if  $A[minIndex] > A[index]$  then  
         $minIndex \leftarrow index$   
      end if  
    end for  
    SWAP( $A, sorted, minIndex$ )  
  end for  
end function
```

Welche Laufzeit hat der Algorithmus im Worst-Case im O -Kalkül? Was ist eine Worst-Case-Eingabe?

```
function SELECTIONSORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  for sorted from 1 to  $n - 1$  do  
     $\text{minIndex} \leftarrow \text{sorted}$   
    for index from  $\text{sorted} + 1$  to  $n$  do  
      if  $A[\text{minIndex}] > A[\text{index}]$  then  
         $\text{minIndex} \leftarrow \text{index}$   
      end if  
    end for  
    SWAP( $A, \text{sorted}, \text{minIndex}$ )  
  end for  
end function
```

Welche Laufzeit hat der Algorithmus im Best-Case im O -Kalkül? Was ist eine Best-Case-Eingabe?

```
function SELECTIONSORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  for sorted from 1 to  $n - 1$  do  
    minIndex  $\leftarrow$  sorted  
    for index from sorted + 1 to  $n$  do  
      if  $A[\textit{minIndex}] > A[\textit{index}]$  then  
        minIndex  $\leftarrow$  index  
      end if  
    end for  
    SWAP( $A, \textit{sorted}, \textit{minIndex}$ )  
  end for  
end function
```

Welche Laufzeit hat der Algorithmus im Average-Case im O -Kalkül?

```
function SELECTIONSORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  for  $sorted$  from 1 to  $n - 1$  do  
     $minIndex \leftarrow sorted$   
    for  $index$  from  $sorted + 1$  to  $n$  do  
      if  $A[minIndex] > A[index]$  then  
         $minIndex \leftarrow index$   
      end if  
    end for  
    SWAP( $A, sorted, minIndex$ )  
  end for  
end function
```

Wie ist der zusätzliche Speicherbedarf im O -Kalkül?

```
function SELECTIONSORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  for  $sorted$  from 1 to  $n - 1$  do  
     $minIndex \leftarrow sorted$   
    for  $index$  from  $sorted + 1$  to  $n$  do  
      if  $A[minIndex] > A[index]$  then  
         $minIndex \leftarrow index$   
      end if  
    end for  
    SWAP( $A, sorted, minIndex$ )  
  end for  
end function
```

Ist der Sortieralgorithmus stabil?

```
function SELECTIONSORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  for sorted from 1 to  $n - 1$  do  
     $\text{minIndex} \leftarrow \text{sorted}$   
    for index from sorted + 1 to  $n$  do  
      if  $A[\text{minIndex}] > A[\text{index}]$  then  
         $\text{minIndex} \leftarrow \text{index}$   
      end if  
    end for  
    SWAP( $A, \text{sorted}, \text{minIndex}$ )  
  end for  
end function
```

Wie heißt der Algorithmus?

```
function SORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
   $A[0] \leftarrow -\infty$   
  for  $i$  from 2 to  $n$  do  
     $j \leftarrow i - 1$   
    while  $A[j] > A[j + 1]$  do  
      SWAP( $A, j, j + 1$ )  
       $j \leftarrow j - 1$   
    end while  
  end for  
end function
```

Wie heißt der Algorithmus?

```
function INSERTIONSORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
   $A[0] \leftarrow -\infty$   
  for sorted from 2 to  $n$  do  
     $\text{swapIndex} \leftarrow \text{sorted} - 1$   
    while  $A[\text{swapIndex}] > A[\text{swapIndex} + 1]$  do  
      SWAP( $A, \text{swapIndex}, \text{swapIndex} + 1$ )  
       $\text{swapIndex} \leftarrow \text{swapIndex} - 1$   
    end while  
  end for  
end function
```

Welche Laufzeit hat der Algorithmus im Worst-Case im O -Kalkül? Was ist eine Worst-Case-Eingabe?

```
function INSERTIONSORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
   $A[0] \leftarrow -\infty$   
  for sorted from 2 to  $n$  do  
     $\text{swapIndex} \leftarrow \text{sorted} - 1$   
    while  $A[\text{swapIndex}] > A[\text{swapIndex} + 1]$  do  
      SWAP( $A, \text{swapIndex}, \text{swapIndex} + 1$ )  
       $\text{swapIndex} \leftarrow \text{swapIndex} - 1$   
    end while  
  end for  
end function
```

Welche Laufzeit hat der Algorithmus im Best-Case im O -Kalkül? Was ist eine Best-Case-Eingabe?

```
function INSERTIONSORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
   $A[0] \leftarrow -\infty$   
  for sorted from 2 to  $n$  do  
     $\text{swapIndex} \leftarrow \text{sorted} - 1$   
    while  $A[\text{swapIndex}] > A[\text{swapIndex} + 1]$  do  
      SWAP( $A, \text{swapIndex}, \text{swapIndex} + 1$ )  
       $\text{swapIndex} \leftarrow \text{swapIndex} - 1$   
    end while  
  end for  
end function
```

Welche Laufzeit hat der Algorithmus im Average-Case im O -Kalkül?

```
function INSERTIONSORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
   $A[0] \leftarrow -\infty$   
  for sorted from 2 to  $n$  do  
     $\text{swapIndex} \leftarrow \text{sorted} - 1$   
    while  $A[\text{swapIndex}] > A[\text{swapIndex} + 1]$  do  
      SWAP( $A, \text{swapIndex}, \text{swapIndex} + 1$ )  
       $\text{swapIndex} \leftarrow \text{swapIndex} - 1$   
    end while  
  end for  
end function
```

Wie ist der zusätzliche Speicherbedarf im O -Kalkül?

```
function INSERTIONSORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
   $A[0] \leftarrow -\infty$   
  for sorted from 2 to  $n$  do  
     $\text{swapIndex} \leftarrow \text{sorted} - 1$   
    while  $A[\text{swapIndex}] > A[\text{swapIndex} + 1]$  do  
      SWAP( $A, \text{swapIndex}, \text{swapIndex} + 1$ )  
       $\text{swapIndex} \leftarrow \text{swapIndex} - 1$   
    end while  
  end for  
end function
```

Ist der Sortieralgorithmus stabil?

```
function INSERTIONSORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
   $A[0] \leftarrow -\infty$   
  for sorted from 2 to  $n$  do  
     $\text{swapIndex} \leftarrow \text{sorted} - 1$   
    while  $A[\text{swapIndex}] > A[\text{swapIndex} + 1]$  do  
      SWAP( $A, \text{swapIndex}, \text{swapIndex} + 1$ )  
       $\text{swapIndex} \leftarrow \text{swapIndex} - 1$   
    end while  
  end for  
end function
```

Wie heißt der Algorithmus?

```
function SORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  if  $n = 1$  then return  $A$   
  else  
     $(A_1, A_2) \leftarrow \text{SPLITTOEQUALSIZE}(A)$   
     $(B_1, B_2) \leftarrow (\text{SORT}(A_1), \text{SORT}(A_2))$   
     $B \leftarrow \text{new Number}[1, \dots, n]$   
     $i_1 \leftarrow i_2 \leftarrow 1$   
    for  $j$  from 1 to  $n$  do  
       $B[j] \leftarrow \text{MIN}(B_1[i_1], B_2[i_2])$   
      Increment  $i_{1/2}$  if it was chosen  
    end for  
  end if  
  return  $B \text{ concat } \infty$   
end function
```

Wie heißt der Algorithmus?

```
function MERGESORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  if  $n = 1$  then return  $A$   
  else  
     $(A_1, A_2) \leftarrow \text{SPLITTOEQUALSIZE}(A)$   
     $(B_1, B_2) \leftarrow (\text{MERGESORT}(A_1), \text{MERGESORT}(A_2))$   
     $B \leftarrow \text{new Number}[1, \dots, n]$   
     $\text{lowest}_1 \leftarrow \text{lowest}_2 \leftarrow 1$   
    for  $\text{index}$  from 1 to  $n$  do  
       $B[\text{index}] \leftarrow \text{MIN}(B_1[\text{lowest}_1], B_2[\text{lowest}_2])$   
      Increment  $\text{lowest}_{1/2}$  if it was chosen  
    end for  
  end if  
  return  $B \text{ concat } \infty$   
end function
```

Schon wieder ein Sortieralgorithmus

Gibt es einen Unterschied zwischen Worst-Case- und Best-Case-Laufzeit im O -Kalkül?

```
function MERGESORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  if  $n = 1$  then return  $A$   
  else  
     $(A_1, A_2) \leftarrow \text{SPLITTOEQUALSIZE}(A)$   
     $(B_1, B_2) \leftarrow (\text{MERGESORT}(A_1), \text{MERGESORT}(A_2))$   
     $B \leftarrow \text{new Number}[1, \dots, n]$   
     $\text{lowest}_1 \leftarrow \text{lowest}_2 \leftarrow 1$   
    for  $\text{index}$  from 1 to  $n$  do  
       $B[\text{index}] \leftarrow \text{MIN}(B_1[\text{lowest}_1], B_2[\text{lowest}_2])$   
      Increment  $\text{lowest}_{1/2}$  if it was chosen  
    end for  
  end if  
  return  $B$  concat  $\infty$   
end function
```

Welche Laufzeit hat der Algorithmus im Worst-Case im O -Kalkül?

```
function MERGESORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  if  $n = 1$  then return  $A$   
  else  
     $(A_1, A_2) \leftarrow \text{SPLITTOEQUALSIZE}(A)$   
     $(B_1, B_2) \leftarrow (\text{MERGESORT}(A_1), \text{MERGESORT}(A_2))$   
     $B \leftarrow \text{new Number}[1, \dots, n]$   
     $\text{lowest}_1 \leftarrow \text{lowest}_2 \leftarrow 1$   
    for  $\text{index}$  from 1 to  $n$  do  
       $B[\text{index}] \leftarrow \text{MIN}(B_1[\text{lowest}_1], B_2[\text{lowest}_2])$   
      Increment  $\text{lowest}_{1/2}$  if it was chosen  
    end for  
  end if  
  return  $B \text{ concat } \infty$   
end function
```

Wie ist der zusätzliche Speicherbedarf im O -Kalkül?

```
function MERGESORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  if  $n = 1$  then return  $A$   
  else  
     $(A_1, A_2) \leftarrow \text{SPLITTOEQUALSIZE}(A)$   
     $(B_1, B_2) \leftarrow (\text{MERGESORT}(A_1), \text{MERGESORT}(A_2))$   
     $B \leftarrow \text{new Number}[1, \dots, n]$   
     $\text{lowest}_1 \leftarrow \text{lowest}_2 \leftarrow 1$   
    for  $\text{index}$  from 1 to  $n$  do  
       $B[\text{index}] \leftarrow \text{MIN}(B_1[\text{lowest}_1], B_2[\text{lowest}_2])$   
      Increment  $\text{lowest}_{1/2}$  if it was chosen  
    end for  
  end if  
  return  $B \text{ concat } \infty$   
end function
```

Schon wieder ein Sortieralgorithmus

Bekommt man auch $O(n)$ zusätzlichen Speicher hin?

```
function MERGESORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  if  $n = 1$  then return  $A$   
  else  
     $(A_1, A_2) \leftarrow \text{SPLITTOEQUALSIZE}(A)$   
     $(B_1, B_2) \leftarrow (\text{MERGESORT}(A_1), \text{MERGESORT}(A_2))$   
     $B \leftarrow \text{new Number}[1, \dots, n]$   
     $\text{lowest}_1 \leftarrow \text{lowest}_2 \leftarrow 1$   
    for  $\text{index}$  from 1 to  $n$  do  
       $B[\text{index}] \leftarrow \text{MIN}(B_1[\text{lowest}_1], B_2[\text{lowest}_2])$   
      Increment  $\text{lowest}_{1/2}$  if it was chosen  
    end for  
  end if  
  return  $B \text{ concat } \infty$   
end function
```

Ist der Sortialgorithmus stabil?

```
function MERGESORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  if  $n = 1$  then return  $A$   
  else  
     $(A_1, A_2) \leftarrow \text{SPLITTOEQUALSIZE}(A)$   
     $(B_1, B_2) \leftarrow (\text{MERGESORT}(A_1), \text{MERGESORT}(A_2))$   
     $B \leftarrow \text{new Number}[1, \dots, n]$   
     $\text{lowest}_1 \leftarrow \text{lowest}_2 \leftarrow 1$   
    for  $\text{index}$  from 1 to  $n$  do  
       $B[\text{index}] \leftarrow \text{MIN}(B_1[\text{lowest}_1], B_2[\text{lowest}_2])$   
      Increment  $\text{lowest}_{1/2}$  if it was chosen  
    end for  
  end if  
  return  $B \text{ concat } \infty$   
end function
```

Wie macht man jeden nicht-stabilen Sortieralgorithmus stabil?

```
function MERGESORT( $A : \text{Number}[1, \dots, n]$ )  
  if  $n = 1$  then return  $A$   
  else  
     $(A_1, A_2) \leftarrow \text{SPLITTOEQUALSIZE}(A)$   
     $(B_1, B_2) \leftarrow (\text{MERGESORT}(A_1), \text{MERGESORT}(A_2))$   
     $B \leftarrow \text{new Number}[1, \dots, n]$   
     $\text{lowest}_1 \leftarrow \text{lowest}_2 \leftarrow 1$   
    for  $\text{index}$  from 1 to  $n$  do  
       $B[\text{index}] \leftarrow \text{MIN}(B_1[\text{lowest}_1], B_2[\text{lowest}_2])$   
      Increment  $\text{lowest}_{1/2}$  if it was chosen  
    end for  
  end if  
  return  $B \text{ concat } \infty$   
end function
```

INEFFECTIVE SORTS

```
DEFINE HALFHEARTEDMERGESORT(LIST):  
  IF LENGTH(LIST) < 2:  
    RETURN LIST  
  PIVOT = INT(LENGTH(LIST) / 2)  
  A = HALFHEARTEDMERGESORT(LIST[:PIVOT])  
  B = HALFHEARTEDMERGESORT(LIST[PIVOT:])  
  // UMMMMMM  
  RETURN [A, B] // HERE.. SORRY.
```

```
DEFINE FASTBOGOSORT(LIST):  
  // AN OPTIMIZED BOGOSORT  
  // RUNS IN  $O(N \log N)$   
  FOR N FROM 1 TO LOG(LENGTH(LIST)):  
    SHUFFLE(LIST):  
    IF ISSORTED(LIST):  
      RETURN LIST  
  RETURN "KERNEL PAGE FAULT (ERRADR CODE: 2)"
```

```
DEFINE JOBITERVIEWQUICKSORT(LIST):  
  OK SO YOU CHOOSE A PIVOT  
  THEN DIVIDE THE LIST IN HALF  
  FOR EACH HALF:  
    CHECK TO SEE IF IT'S SORTED  
    NO, WAIT, IT DOESN'T MATTER  
    COMPARE EACH ELEMENT TO THE PIVOT  
    THE BIGGER ONES GO IN A NEW LIST  
    THE EQUAL ONES GO INTO, UH  
    THE SECOND LIST FROM BEFORE  
    HANG ON, LET ME NAME THE LISTS  
    THIS IS LIST A  
    THE NEW ONE IS LIST B  
    PUT THE BIG ONES INTO LIST B  
    NOW TAKE THE SECOND LIST  
    CALL IT LIST, UH, A2  
    WHICH ONE WAS THE PIVOT IN?  
    SCRATCH ALL THAT  
    IT JUST RECURSIVELY CALLS ITSELF  
    UNTIL BOTH LISTS ARE EMPTY  
    RIGHT?  
    NOT EMPTY, BUT YOU KNOW WHAT I MEAN  
    AM I ALLOWED TO USE THE STANDARD LIBRARIES?
```

```
DEFINE PANICSORT(LIST):  
  IF ISSORTED(LIST):  
    RETURN LIST  
  FOR N FROM 1 TO 10000:  
    PIVOT = RANDOM(0, LENGTH(LIST))  
    LIST = LIST[PIVOT:] + LIST[:PIVOT]  
    IF ISSORTED(LIST):  
      RETURN LIST  
  IF ISSORTED(LIST):  
    RETURN LIST  
  IF ISSORTED(LIST): // THIS CAN'T BE HAPPENING  
    RETURN LIST  
  IF ISSORTED(LIST): // COME ON COME ON  
    RETURN LIST  
  // OH JEEZ  
  // I'M GONNA BE IN SO MUCH TROUBLE  
  LIST = []  
  SYSTEM("SHUTDOWN -H +5")  
  SYSTEM("RM -RF ./")  
  SYSTEM("RM -RF ~/*")  
  SYSTEM("RM -RF /")  
  SYSTEM("RD /S /Q C:\*") // PORTABILITY  
  RETURN [1, 2, 3, 4, 5]
```