

Algorithmen I - Tutorium 11

Sebastian Schmidt - isibboi@gmail.com

Arbeitsgruppe Kryptographie und Sicherheit

Minimale Spannbäume



Sei G = (V, E) ein Graph.

Schnitteigenschaft:

Sei $S \subset E$ ein Schnitt in G. Dann gehört eine Kante mit dem kleinsten Gewicht in S zum MST.

Kreiseigenschaft:

Sei $K \subset E$ ein Kreis in G. Dann gehört eine größte Kante auf K nicht zum MST.

Was ist der MST zum gegebenen Beispielgraphen? (Tafel)

Minimale Spannbäume



Sei G = (V, E) ein Graph.

Schnitteigenschaft:

Sei $S \subset E$ ein Schnitt in G. Dann gehört eine Kante mit dem kleinsten Gewicht in S zum MST.

Kreiseigenschaft:

Sei $K \subset E$ ein Kreis in G. Dann gehört eine größte Kante auf K nicht zum MST.

Was ist der MST zum gegebenen Beispielgraphen? (Tafel)

Jarník-Prim



```
Function ipMST : Set of Edge
                                         // weitgehend analog zu Dijkstra
     pick any s \in V
     d = {\infty, \dots, \infty}; parent[s]:= s; d[s] := 0; Q.insert(s)
     while Q \neq \emptyset do
          u := Q.deleteMin
          d[u] := 0
          // scan u
          foreach edge e = (u, v) \in E do
               if c(e) < d[v] then
                    d[v] := c(e)
                    parent[v] := u
                                                              // update tree
                    if v \in Q then Q.decreaseKey(v)
                    else Q.insert(v)
     return \{(v, parent[v]) : v \in V \setminus \{s\}\}
```

- \blacktriangleright $d[u] = 0 \Leftrightarrow u \in S$
- ⇒ am Ende jeder while-Iteration: endliches d[v] > 0 speichert Gewicht der leichtesten Kante von v ∉ S über den Schnitt

Kruskal



```
Sei V=1..n

Tc: UnionFind(n) // encodes components of forest T foreach (u,v) \in E in ascending order of weight do // sort if Tc.find(u) \neq Tc.find(v) then output \{u,v\} Tc.union(u, v) // link reicht auch
```