3xHIT

1.Schularbeit AM

SW 07/202223 Gr.B

Name: Klasse:

Punkte für Beispiel	1	2	3	4	Summe
maximal erreichbar:	10	12	10	8	40
erreicht:					

Punkteschlüssel

Punkte	Note
36-40	1
31-35	2
26-30	3
21-25	4
0-20	5

Information zum Kompetenzbereich / zu den Kompetenzbereichen, die Gegenstand der Schularbeit sind: Die Beispiele dieser Schularbeit beziehen sich auf den Kompetenzbereich
„S05A: Folgen und Reihen".
Zur positiven Absolvierung der Schularbeit müssen die Anforderung betreffend die Erfassung und Anwendung des Lehrstoffes sowie betreffend die Durchführung der Aufgaben in den wesentlichen Bereichen (d.h. in den Grundkompetenzen dieses Kompetenzbereiches) überwiegend erfüllt sein.
Das Beispiel 1 dieser Schularbeit enthalten ausschließlich Teilaufgaben, mit denen die Erfüllung der Grundkompetenzen dieses Kompetenzbereiches nachgewiesen werden kann.

Der Nachweis der Erfüllung der Grundkompetenzen des Kompetenzbereiches
S05A „Folgen und Reihen" wurde
O erbracht O nicht erbracht.

Gesamtnote:

Kenntnisnahme des/der
Erziehungsberechtigten

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

	O Ja	O Nein
1a) *(1P)* Geometrische Folge: Von einer Folge sind die ersten drei Glieder bekannt: $\langle c \rangle = \langle 10, 15, 25 \rangle$ • Erkläre, ob es sich um eine geometrische Folge handelt und begründe Deine Entscheidung nachvollziehbar.	**Begründung:**	

1b) *(2P)* Rohre:
Rohre werden derart gestapelt, dass in der ersten Reihe 120 Stück liegen und in jeder weiteren Reihe 2 weniger.

- Gib eine Formel an, mit der die Anzahl der Rohre in einer beliebigen Reihe berechnet werden kann.
- Berechne die Anzahl an Rohren, die insgesamt am Stapel liegen, wenn 30 Reihen gestapelt sind.

1c) *(3P)* Fitness:
Ursula geht regelmäßig wandern. Am Montag geht sie 2 km und an jedem folgenden Tag um 10% mehr als am vorherigen Tag.

- Gib eine Formel (erzeugenden Term) an, mit der die zurückgelegte Strecke (in km) an einem beliebigen Tag berechnet werden kann.
- Gib eine Formel an, mit der der Tag berechnet werden kann, an dem Ursula das erste Mal eine Strecke von mindestens 5 km zurücklegt.
- Gib eine Formel an, um zu ermitteln, wie viele Kilometer sie bis dahin insgesamt gegangen ist.

1d) *(1P)* Rekursives Bildungsgesetz:
Gegeben ist die Folge $\langle c \rangle$ durch das nebenstehende Bildungsgesetz

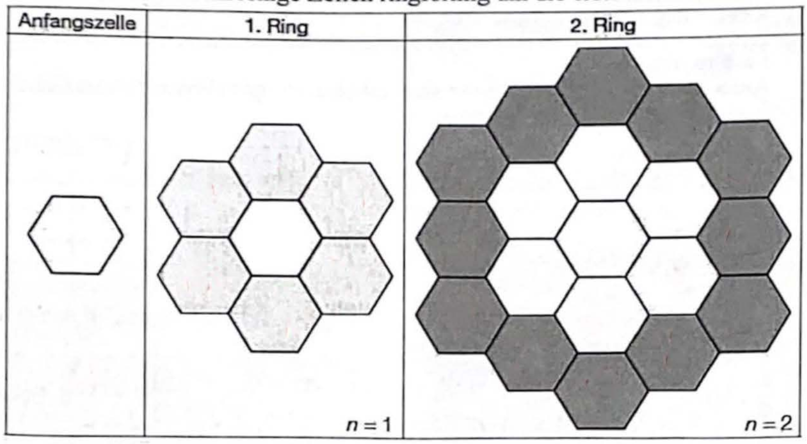
$$c_{n+1} = 2 - \frac{c_n}{3} \text{ mit } c_1 = 9$$

- Zeichne die ersten 4 Folgenglieder in einen Graphen ein.

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

1e) Bienenwaben:

(3P) Bienen bauen ihre Waben, indem sie mit einer einzigen rechteckigen Zelle (Anfangszelle) starten und dann weitere sechseckige Zellen ringförmig um die erste Zelle bauen.



Die Anzahlen der Zellen in den jeweiligen Ringen bilden eine arithmetische Folge. Die Anfangszelle wird dabei nicht als Ring gezählt.

- Gib die ersten 4 Glieder dieser arithmetischen Folge an
- Stelle ein rekursives Bildungsgesetz für diese arithmetische Folge auf.
- Stelle ein explizites Bildungsgesetz für diese arithmetische Folge auf.

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

	O	O	O	O	O
2a) *(1P)* Eine unendliche geometrische Reihe hat eine endliche Summe, wenn gilt: Kreuze <u>alle</u> richtigen Antworten an:	$\lvert q\rvert<1$	$q=1$	$q=-1$	$\lvert q\rvert>1$	Keines davon

2b) *(4P)* Lauftraining:
Anna, Beate und Clara bereiten sich auf einen Laufwettbewerb vor. Dabei verfolgen sie unterschiedliche Trainingspläne.

		Trainingstag			
		1	2	3	4
Länge der Trainingsstrecke in km	Anna	1,5	1,65	1,815	
	Beate	1,5	2	2,5	

- Zeige, dass die Längen der Trainingsstrecken von Anna an den ersten 3 Tagen eine geometrische Folge bilden.
- Stelle für diese Folge ein explizites Bildungsgesetz auf.

Die Längen der Trainingsstrecken von Beate an den ersten 3 Tagen bilden eine arithmetische Folge.

- Stelle für diese Folge ein rekursives Bildungsgesetz auf.
- Ergänze unter Verwendung der jeweiligen Bildungsgesetze die fehlenden Werte in den letzten beiden Spalten der obigen Tabelle.

2c) *(1P)* Clara berechnet die Längen ihrer Trainingsstrecken folgendermaßen:

$c_n = 2,75 + 0,125 \cdot n$

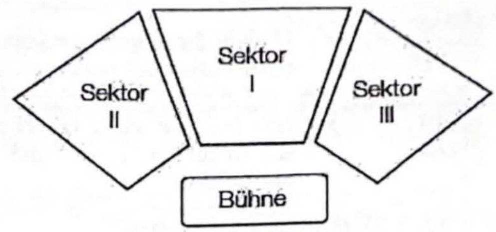
n… Trainingstag
c_n… Länge der Trainingsstrecke an n-ten Tag in km

- Berechne, am wievielten Trainingstag Claras Trainingsstrecke eine Länge von 8 km hat.

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

2d) *(2P)* Sitzreihen:

Eine Schule plant eine Theateraufführung im Exnersaal. Der Schulwart hat die Idee, die Zuschauerstühle wie folgt um die Bühne aufzubauen (siehe nebenstehende Abbildung)



Für den Sektor I ist eine Sitzordnung vorgesehen, bei der die Anzahl der Stühle in der n-ten Sitzreihe durch folgendes explizites Bildungsgesetz beschrieben wird: $a_n = 5 + (n-1) \cdot 4$

- Interpretiere die Bedeutung der Zahlen 5 und 4 im gegebenen Sachzusammenhang.
- Berechne, wie viele Stühle in der 7.Sitzreihe stehen.

2e) *(2P)* Im Sektor II stehen in der ersten Sitzreihe 5 Stühle, in jeder folgenden Sitzreihe erhöht sich die Anzahl der Stühle jeweils um 1.

- Stelle ein explizites Bildungsgesetz auf, mit dem man die Anzahl der Stühle in der n-ten Sitzreihe berechnen kann.

Die Gesamtzahl der Stühle in den ersten n Sitzreihen des Sektors II ist $\frac{(9+n) \cdot n}{2}$

- Berechne, aus wie vielen Sitzreihen der Sektor besteht, wenn 126 Stühle für diesen Sektor verwendet werden.

2f) *(2P)* I m Sektor III stehen in der ersten Sitzreihe 8 Stühle. In jeder folgenden Sitzreihe erhöht sich die Anzahl der Stühle um jeweils 3.

- Begründe mathematisch, warum die Anzahlen der Stühle in den jeweiligen Sitzreihen eine arithmetische Folge $\langle a_n \rangle$ bilden
- Stelle ein rekursives Bildungsgesetz für $\langle a_n \rangle$ auf.

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

3a) *(1P)*	• Notiere die allgemeine Gleichung einer Polynomfunktion 4.Grades.	

3b) *(1P)*	• Gib an, wie viele Gleichungen mindestens notwendig sind, um die Koeffizienten a, b und c einer Polynomfunktion 2.Grades zu bestimmen?	

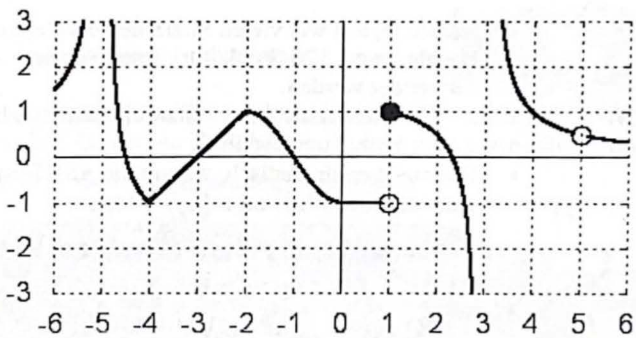
3c) *(1P)*	Gleichung n-ten Grades: • Kreuze an, sodass für jede natürliche Zahl n eine mathematisch korrekte Aussage entsteht: „Eine Gleichung n-ten Grades hat in $\mathbb{C}$ ______ Lösungen“	keine	○
		höchstens n	○
		genau n	○
		mindestens n	○
		unendlich viele	○

3d) *(1P)*	Gleichung n-ten Grades: • Kreuze an, sodass für jede natürliche Zahl n eine mathematisch korrekte Aussage entsteht: „Eine Gleichung n-ten Grades hat in $\Re$ ______ Lösungen“	keine	○
		höchstens n	○
		genau n	○
		mindestens n	○
		unendlich viele	○

3e) *(2P)*

Beurteile, ob die unten abgebildete Funktion an den Stellen -5, -3, -1, 1, 3, 5 eine Lücke, eine Nullstelle, einen Pol oder eine Sprungstelle hat.

Stelle	Lücke	Nullstelle	Pol	Sprungstelle
-5	○	○	○	○
-3	○	○	○	○
-1	○	○	○	○
1	○	○	○	○
3	○	○	○	○
5	○	○	○	○



Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

3f) *(4P)* Gebrochen rationale Funktion:
Gegeben ist die nebenstehende gebrochen rationale Funktion:

$$f(x)=\frac{(x-2)\cdot(x+3)\cdot(x-4)}{(x+2)\cdot(x+3)}$$

- Charakterisiere die gegebene gebrochen rationale Funktion durch Angabe ihrer Pole, Nullstellen und Lücken. Gib ebenso die stetig ergänzte Funktion sowie die Asymptote an.
Notiere die Ergebnisse in der folgenden Tabelle.

Gib die Nullstelle / alle Nullstellen in der Form $x = \ldots$ an.	
Gib den Pol / alle Pole in der Form $x = \ldots$ an.	
Gib die Lücke / alle Lücken in der Form $x = \ldots$ an.	
Gib die stetig ergänzte Funktion vollständig an.	

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

4	Unterschiedliche Sparformen Das Zwillingspaar Anna und Boris erhält zur Geburt je € 1000.-. Für Anna werden ihre 1000€ auf ein Kapitalsparbuch mit einem Zinssatz von 3.5% pro Jahr gelegt. Für Boris werden jährlich 100€ in ein Sparschwein gegeben.	
a) *(2P)*	• Stelle die passenden Gleichungen auf, mit denen sich das Vermögen von Anna und Boris berechnen lassen, und zwar in Form von rekursiven Bildungsgesetzen	
b) *(2P)*	• Stelle die beiden Gleichungen auf, die beschreiben, wieviel Geld an den 1., 2., ...Geburtstagen von Anna und Boris zur Verfügung stehen, und zwar in Form von expliziten Gleichungen der Form $y_n = \ldots$	
c) *(2P)*	• Argumentiere, um welchen Typus von Folge es sich bei den beiden Sparformen handelt.	
d) *(2P)*	Die beiden Zwillinge überlegen, ob Boris jemals so viel Geld wie Anna zur Verfügung haben wird und ab welchem Lebensjahr dies sein wird. • Argumentiere, wie diese Berechnung durchgeführt werden kann. *(Anmerkung: Die Berechnung selbst ist nicht durchzuführen!)*	