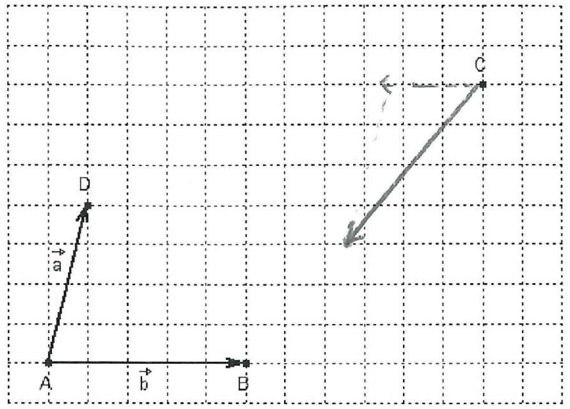
Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

1a) *(1P)* Vektoren:

Gegeben sind die Vektoren Kräfte $\vec{a}$ und $\vec{b}$, die in der nebenstehenden Abbildung als Pfeile dargestellt sind.

- Stelle, ausgehend vom Punkt C, $-\frac{1}{2}\cdot\vec{b}-\vec{a}$ dar.



1b) *(1P)* Rechenoperationen bei Vektoren:

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ sowie ein Skalar $r \in \Re$.

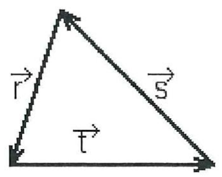
- Welche der nebenstehend angegebenen Rechenoperationen liefert/liefern als Ergebnis wieder einen Vektor?
  Kreuze die zutreffende(n) Antwort(en) an!

$\vec{a}+r\cdot\vec{b}$	O
$\vec{a}+r$	O
$\vec{a}\cdot\vec{b}$	O
$r\cdot\vec{b}$	O
$\vec{b}-\vec{a}$	O

1c) *(1P)* Rechnen mit Vektoren:

Gegeben sind die Vektoren $\vec{r}$, $\vec{s}$ und $\vec{t}$.

- Kreuze die beiden für die Vektoren zutreffenden Aussagen an.



$\vec{t}+\vec{s}+\vec{r}=\vec{0}$	O
$\vec{t}-\vec{r}=\vec{s}$	O
$\vec{t}-\vec{s}=\vec{r}$	O
$\vec{t}+\vec{s}=-\vec{r}$	O
$\vec{t}=\vec{s}+\vec{r}$	O

1) Rechnen mit Vektoren:

Gegeben seien die nebenstehenden Vektoren $\vec{b}, \vec{c}$.

$$\vec{b}=\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}, \vec{c}=\begin{pmatrix}-8\\3\end{pmatrix}$$

- Berechne in Komponentenform und gib das Ergebnis im entsprechenden nebenstehenden Kästchen an:

d) *(1P)* • Berechne $|\vec{c}|$

e) *(1P)* • Berechne den Gegenvektor zu $\vec{b}$

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

1f) *(1P)* Normale Vektoren:

Gegeben ist der Vektor $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$.

- Welche der nebenstehend angegebenen Vektoren sind zu $\vec{a}$ normal?
  Kreuze die beiden zutreffenden Vektoren an!

$\begin{pmatrix}-1\\-4\end{pmatrix}$	O
$\begin{pmatrix}2\\-8\end{pmatrix}$	O
$\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$	O
$\begin{pmatrix}-4\\-1\end{pmatrix}$	O
$\begin{pmatrix}8\\2\end{pmatrix}$	O

1g) *(1P)* Parallele Geraden:

Gegeben sind die Geraden $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ und $h:\vec{x}=\begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}a\\-2\end{pmatrix}$

- Ermittle den Wert für a so, dass die beiden Geraden parallel zueinander sind.

a =

.h) *(1P)* Schnittpunkt zweier Geraden:

Gegeben seien die Geraden g und h mit

$$g:\overrightarrow{0X}=\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix} \text{ und } h:\overrightarrow{0X}=\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$$

- Ermittle rechnerisch den Schnittpunkt der beiden Geraden und trage das Ergebnis in nebenstehendes Kästchen ein:

2a) *(2P)*	EAN Europäische Artikelnummer: Auf vielen Artikeln findet sich ein Strichcode bzw. die zugehörige 13-stellige Ziffernfolge. Die ersten beiden Ziffern geben das Herkunftsland, die nächsten 5 Ziffern den Hersteller, wieder 5 Ziffern bezeichnen den Artikel. Die letzte Ziffer ist die Prüfziffer p, die gegeben ist durch $a+3b+c+3d+e+3f+g+3h+i+3k+m+3n+p \equiv 0 \bmod 10$.
	• Überprüfe nachvollziehbar, ob die nebenstehende Ziffernsumme das notwendige Prüfzifferkriterium einer EAN erfüllt: 90 03740 05134 3

2b) *(2P)*	Square-And-Multiply-Verfahren:
	• Berechne mit Hilfe des Square-And-Multiply-Verfahrens; gib dabei die einzelnen Schritte des Verfahrens an und erkläre sie. $32^{20} \bmod 40$

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

2c) *(2P)*	Anwendung von Matrizen: Durch Anwendung der Kirchhoff'schen Gesetze in einem Gleichstromnetzwerk erhält ein Schüler folgendes Gleichungssystem für die Ströme I_1, I_2 und I_3: $I_1 = I_2 + I_3$; $45 \cdot I_1 + 30 \cdot I_2 = 0$; $20 + 15 \cdot I_3 - 40 - 30 \cdot I_2 = 0$
	• Übertrage dieses Gleichungssystem in Matrizenschreibweise

2		Matrizenrechnung: Gegeben seien die nebenstehenden Matrizen A und B: $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$
	d) *(1P)*	• Erkläre anhand der ausführlichen Berechnung <u>eines</u> Elements der Produktmatrix A.B, wie Matrizen multipliziert werden.
	e) *(1P)*	• Gib an, welche Voraussetzungen bei der Multiplikation von 2 Matrizen erfüllt sein müssen.
	f) *(2P)*	• Zeige anhand des Beispiels A.B und B.A, dass das Kommutativgesetz für die Multiplikation von Matrizen nicht gilt.

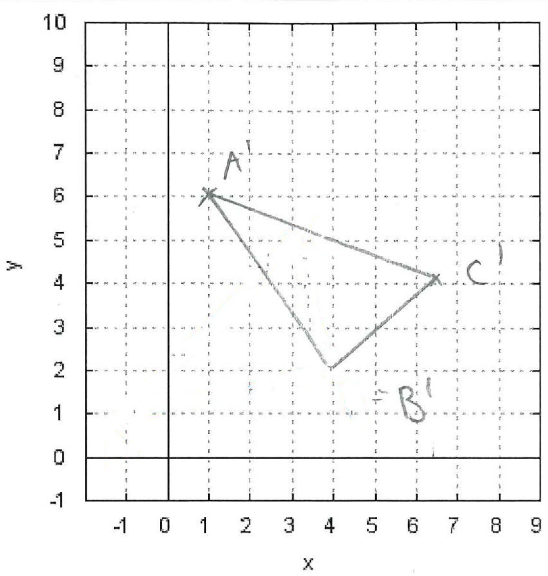
3 Vektorgraphik im R^2:

Eine Vektorgraphik besteht im Gegensatz zur Pixelgraphik nicht aus einzelnen Bildpunkten (Pixeln), sondern wird durch geometrische Primitive (Linie, Kreis, Polygone, Splines,...) definiert. Manipulationen an den Graphiken werden zumeist unter Verwendung homogener Koordinaten durchgeführt.

Gegeben sei ein Dreieck durch Angabe der Eckpunkte

$\triangle ABC\left[A(-1|1), B(4|2), C(3|5)\right]$.

Das Dreieck ist mit dem Eckpunkt B als Mittelpunkt um 65° mit dem Uhrzeigersinn zu drehen



a) *(1P)*
- Erstelle eine Graphik des Dreiecks

b) *(2P)*
- Führe die Drehung durch.

  Notiere die dabei verwendeten Vektoren und Matrizen in der angeführten Tabelle.

Translationsvektor	
Drehmatrix	
Rücktranslations-vektor	

c) *(1P)*
- Gib die sich nach der Drehung ergebenden Koordinaten des gedrehten Dreiecks $\triangle A'B'C'$ an

Koordinaten von A'	
Koordinaten von B'	
Koordinaten von C'	

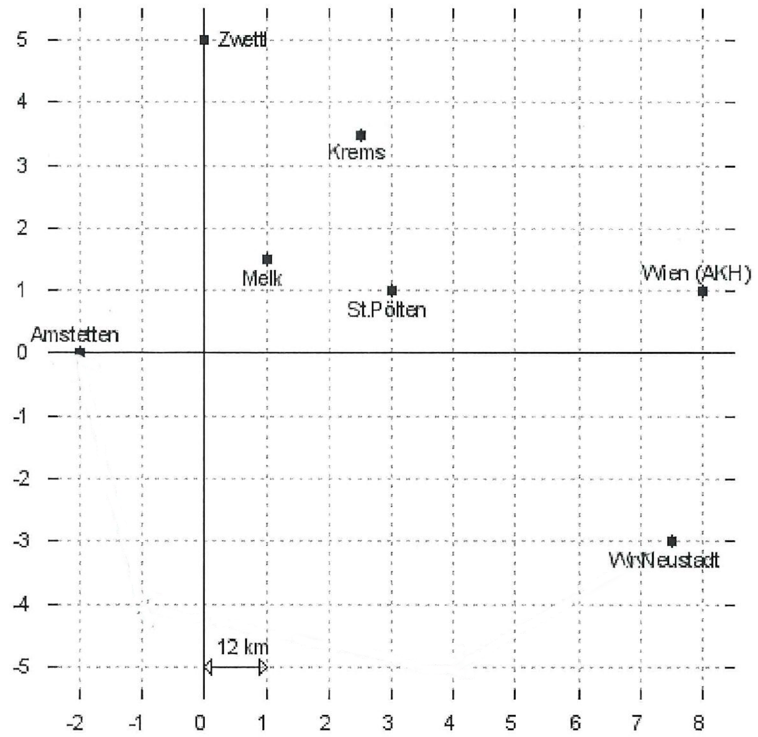
d) *(1P*
- Erstelle eine Graphik des gedrehten Dreiecks in der obigen Graphik.

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

4 Krankentransporte:

Der Einsatz von Hubschraubern ermöglicht schnelle und sichere Krankentransporte.

Im nachstehenden Koordinatensystem sind Krankenhäuser eingezeichnet, die über einen Hubschrauberlandeplatz verfügen. Bei der Darstellung entspricht eine Einheit im Koordinatensystem einer Strecke von 12 km.



a) *(2P)*

- Lies aus der obigen Abbildung die Koordinaten des Krankenhauses Krems ab.
- Stelle denjenigen Vektor auf, der den geradlinigen Flug eines Hubschraubers vom Krankenhaus Krems zum AKH Wien beschreibt

b) *(1P)* Ein Hubschrauber startet beim Krankenhaus Wiener Neustadt. Der Flug wird durch die folgenden Vektoren beschrieben:

Zuerst $\begin{pmatrix} -3.5 \\ -2 \end{pmatrix}$, dann $\begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$ und schließlich $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

- Zeichne den Hubschrauberflug in der obigen Abbildung ein.

c) *(1P)* Der Vektor $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ beschreibt den Hubschrauberflug vom Krankenhaus St.Pölten zum Krankenhaus Zwettl.

- Berechne die Länge dieses Fluges in Kilometern.

d) *(1P)* Ein Hubschrauber fliegt vom Krankenhaus Melk Richtung Krankenhaus Krems.

- Dokumentiere, wie man den Einheitsvektor dieser Richtung berechnen kann und führe die Berechnung durch.

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

5 Spiegelung

Es soll ein Applet zur Spiegelung eines Punktes für eine Übungswebsite programmiert werden.

a) *(2P)* Das einfachste Grundproblem beim Spiegeln von Objekten ist die Spiegelung eines Punktes an einem anderen Punkt.

- Erkläre anhand einer Skizze ohne zu rechnen die Vorgangsweise, wie man die Koordinaten des gespiegelten Punktes A` erhält, wenn ein beliebiger gegebener Punkt A an einem ebenfalls gegebenen Punkt S gespiegelt wird.
- Stelle eine allgemeine Formel für die Berechnung der Koordinaten von A` auf.

b) *(2P)* Ein Punkt P=(2|4) wurde an der durch A=(1|2) und B=(4|4) verlaufenden Geraden g gespiegelt. Dabei ist der Punkt P`=(3|2) entstanden.

- Erstelle eine Graphik, in der du den obigen Sachverhalt darstellst.
- Gib eine Formel an, mit der der Winkel $\angle PAP'$ mithilfe der Vektorrechnung berechnet werden kann und ermittle den Winkel $\angle PAP'$

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

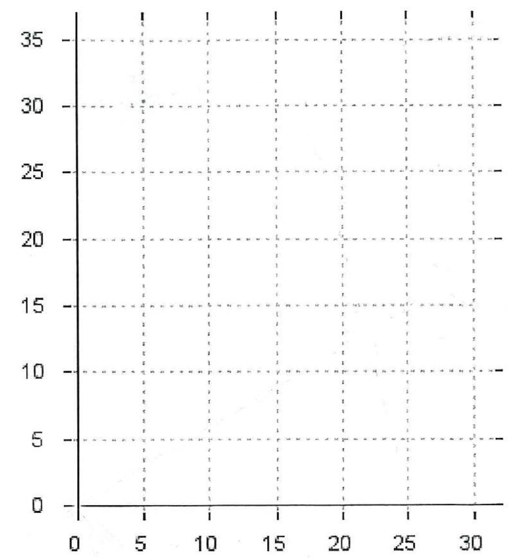
6 Geocaching am Schulhof:

Für ein Geocaching in einem Schulhof wird folgender Plan entworfen:

Die gesuchte Dose mit dem Logbuch befindet sich im Punkt E, dem Schnittpunkt der Strecke AB mit der Streckensymmetralen von CD.

Für die anderen Punkte gilt:

A (0|0)………. Ecke des Schulhofs
D (30.2|35.4)… Ecke des Schulhofs
B (28|16.5)…… Baum
C (2.5|30)……. Trinkbrunnen



a) *(1P)*
- Erstelle eine graphische Darstellung des Schulhofs, in der die Punkte A bis D eingetragen sind.

b) *(1P)*
- Erstelle die Gleichung der Streckensymmetralen der Strecke CD in Normalvektorform.

c) *(1P)*
- Erstelle die Gleichung der Geraden durch A und B in Punkt-Richtungsform.

d) *(2P)*
- Ermittle die Koordinaten des Schnittpunktes E
- Trage den Schnittpunkt in die Graphik aus a) ein.

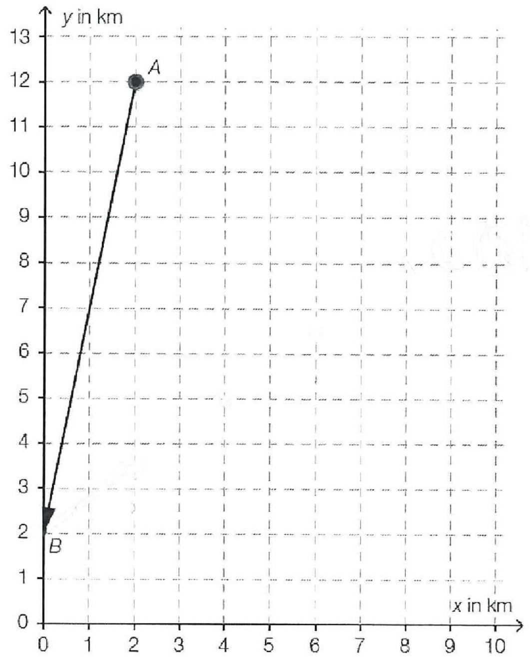
Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

7 Fahrradrennen

Es findet ein Fahrradrennen statt.

a) *(3P)* Die Rennstrecke führt geradlinig von A über B nach C. C hat die Koordinaten $(8 \mid y_0)$. Die Richtung von B nach C ist durch den Vektor $\begin{pmatrix} 2 \\ 1.5 \end{pmatrix}$ gegeben.

- Berechne die Länge des Weges von A nach B
- Zeichne den Punkt C in die nebenstehende Graphik ein
- Beschreibe, was mit dem Ausdruck $-\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)$ berechnet wird.



Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.