2xHIT **3. Schularbeit AM (Modul S04C)** April 2023 Gr. A

**Name:**_______________________________ **Klasse:**___________________ **Lehrkraft:**___________

| Punkte für Beispiel | 1 | 2 | 3 | 4 | Summe |
|---|---|---|---|---|---|
| maximal erreichbar: | 20 | 4 | 10 | 6 | 40 |
| Erreicht: | | | | | |

| Punkteschlüssel | |
|---|---|
| Punkte | Note |
| 36-40 | 1 |
| 31-35 | 2 |
| 26-30 | 3 |
| 21-25 | 4 |
| 0-20 | 5 |

Information zum Kompetenzbereich / zu den Kompetenzbereichen, die Gegenstand der Schularbeit sind: Die Beispiele dieser Schularbeit beziehen sich auf den Kompetenzbereich S04C: „Exponentialfunktion und Logarithmus".
Zur positiven Absolvierung der Schularbeit müssen die Anforderungen betreffend die Erfassung und Anwendung des Lehrstoffes sowie betreffend die Durchführung der Aufgaben in den wesentlichen Bereichen (d.h. in den Grundkompetenzen dieses Kompetenzbereiches) überwiegend erfüllt sein.
Das Beispiel 1 dieser Schularbeit enthält ausschließlich Teilaufgaben, mit denen die Erfüllung der Grundkompetenzen dieses Kompetenzbereiches nachgewiesen werden kann.

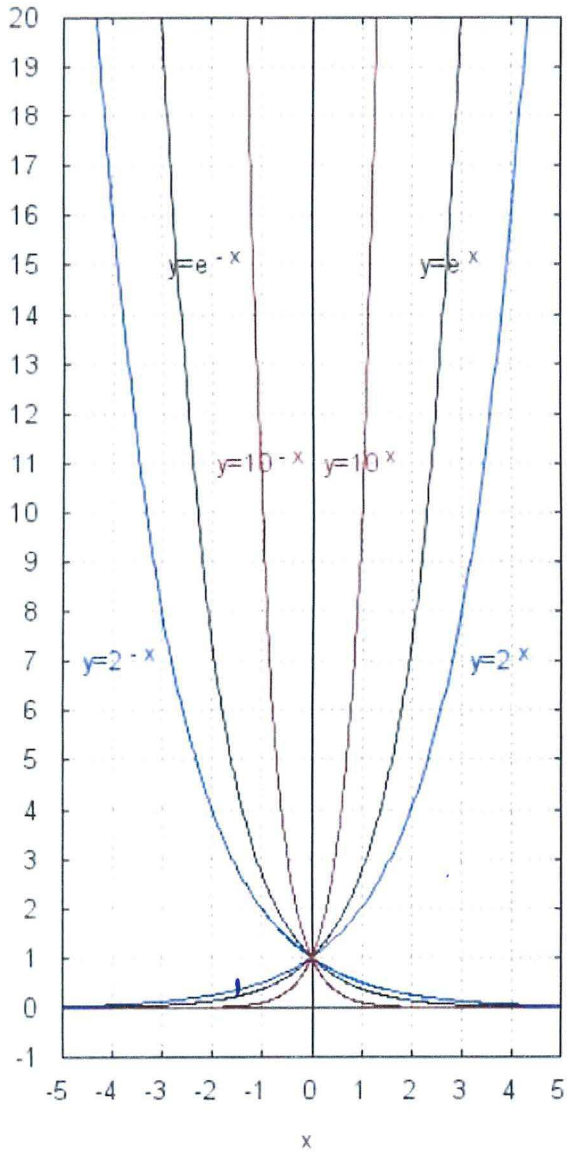
Der Nachweis der Erfüllung der Grundkompetenzen des Kompetenzbereiches „Exponentialfunktion und Logarithmus" wurde

O erbracht O nicht erbracht

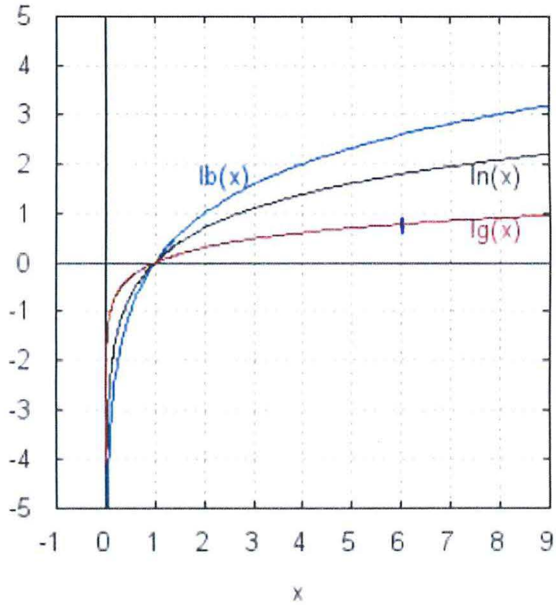
Gesamtnote:

| Kenntnisnahme des/der Erziehungsberechtigten | |
|---|---|

**Graphen der Exponentialfunktionen**




**Graphen der Logarithmusfunktionen**



| | |
|---|---|
| **1 a)** *(2 P)* | Bestimme die Werte unten mit Hilfe der abgebildeten Graphiken (S. 2). ***Markiere zusätzlich in der Graphik*** (S. 2), wie du abgelesen hast.<br><br>$\mathbf{2^{-1,5}} =$ ____________________<br><br>**lg(6) =** ____________________ |

| | |
|---|---|
| **1 b)** *(1 P)* | Ein Schüler hat eine logarithmische Gleichung gelöst und ist zum folgenden Ergebnis gekommen:<br><br>$x = \log_5(7)$<br><br>Der Schüler möchte einen konkreten Zahlenwert, sein Taschenrechner hat jedoch nur den Knopf „*ln*".<br>• Wie muss der Schüler vorgehen, um mithilfe des Taschenrechners einen konkreten Zahlenwert zu bekommen? |

| | |
|---|---|
| **1 c)** *(1 P)* | Berechne die Variable *x* im folgenden Ausdruck:<br><br>$\mathrm{lb}(x) = -1$ $\qquad$ $x =$ ____________________ |

| | |
|---|---|
| **1 d)** *(2 P)* | Zerlege den Term unter Verwendung der Rechenregeln für Logarithmen so weit wie möglich:<br><br>$\ln\left(\frac{5\cdot\sqrt{x}}{y^3}\right) =$ |

| | |
|---|---|
| **1 e)**<br>*(2 P)* | Fasse den Term unter Verwendung der Rechenregeln für Logarithmen so weit wie möglich zusammen:<br><br>$2 + 3 \cdot \lg(x) - \lg(y) =$ |

| | |
|---|---|
| **1 f)**<br>*(2 P)* | Forme auf die Variable ***a*** um:<br><br>$2 \cdot 10^{(a-b)/2} = u$ |

| | |
|---|---|
| **1 g)**<br>*(2 P)* | Forme auf die Variable ***z*** um:<br><br>$T = 3 + 20 \cdot \lg(\frac{z}{q})$ |

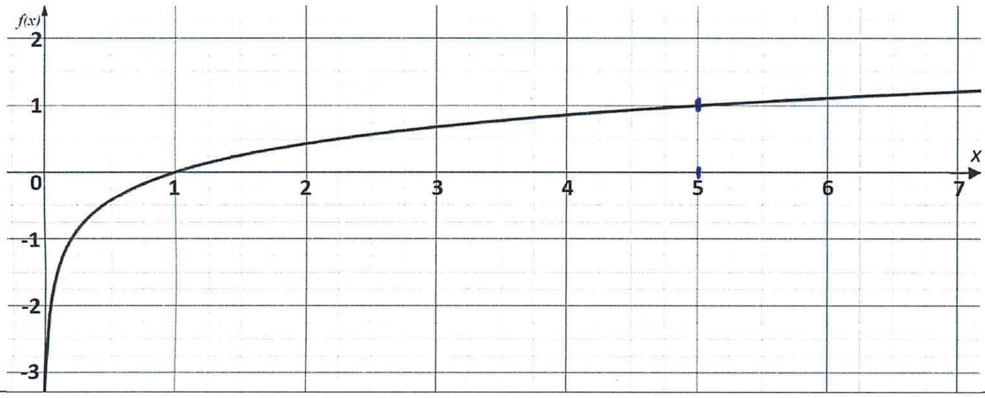
**1 h)** Wirkung der Parameter einer Logarithmusfunktion:
*(2 P)*

Gegeben ist der Graph der Funktion $f(x) = \log_b(x)$.

Finde mithilfe der Graphik heraus, welchen Wert „b" hat und begründe den Lösungsweg:

$b$ = ________

**Begründung:**



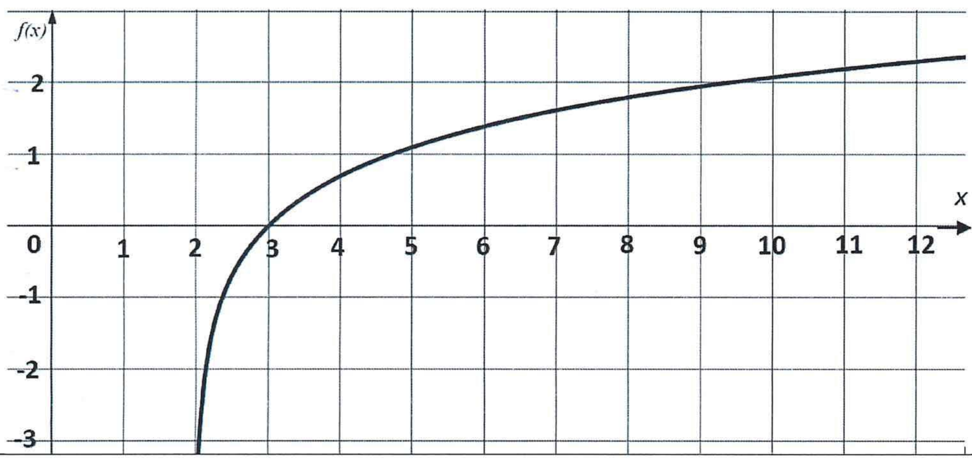

**1 i)** Wirkung der Parameter einer Logarithmusfunktion:
*(2 P)*
Die allgemeine Form der Logarithmus-Funktion sieht wie folgt aus:

$$f(x) = a \cdot \log_b(x + c) + d$$

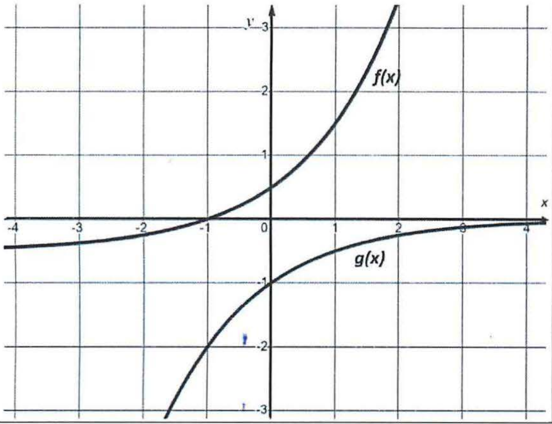
In der **Graphik unten** wurde die Funktion $f(x) = \ln(x)$ durch ***EINEN*** der Parameter ***a, c* oder *d*** verändert. Welcher dieser Parameter wurde geändert und welchen Wert hat dieser Parameter bekommen?

**Antwort:** *Der Parameter* ______________ *wurde geändert und hat den*

*Wert* ____________ *bekommen.*



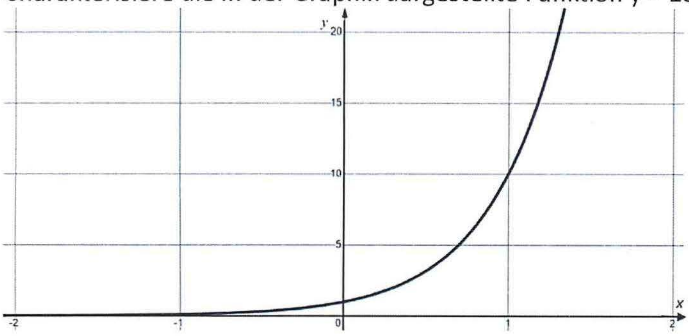
| 1 j) (2 P) | Ordne den zwei dargestellten Funktionsgraphen jeweils die passende Funktionsgleichung zu. |
|---|---|




| | |
|---|---|
| A | $2^{-x}$ |
| B | $-2^{x}$ |
| C | $0.5-2^{x}$ |
| D | $2^{x}-0.5$ |
| E | $2^{x}$ |
| F | $-2^{-x}$ |

| | |
|---|---|
| f(x) | |
| g(x) | |

| 1 k) (2 P) | Charakterisiere die in der Graphik dargestellte Funktion $y = 10^x$ |
|---|---|




| Definitionsmenge: | | | |
|---|---|---|---|
| O $D=\Re$ | O $D=\Re^+$ | O $D=\Re^-$ | O existiert nicht |
| O $D=\Re\setminus\{0\}$ | O $D=\Re_0^+$ | O $D=\Re_0^-$ | O $D=\{\}$ |

| Nullstelle(n): | | | |
|---|---|---|---|
| O $(0\mid 0)$ | O $(0\mid 1)$ | O $(0\mid -1)$ | O existiert nicht |
| O $(1\mid 0)$ | O $(-1\mid 0)$ | O $(1\mid 1)$ | O $(-1\mid -1)$ |

| | |
|---|---|
| **2)** *(4 P)* | Bestimme die Definitionsmenge der Gleichung in $\mathbb{R}$ und löse die Gleichung durch geeignete (nachvollziehbare) Umformungen. Mache auch die Probe: $$2 \cdot \ln(x+2) - \ln(2x+3) = 0$$ |

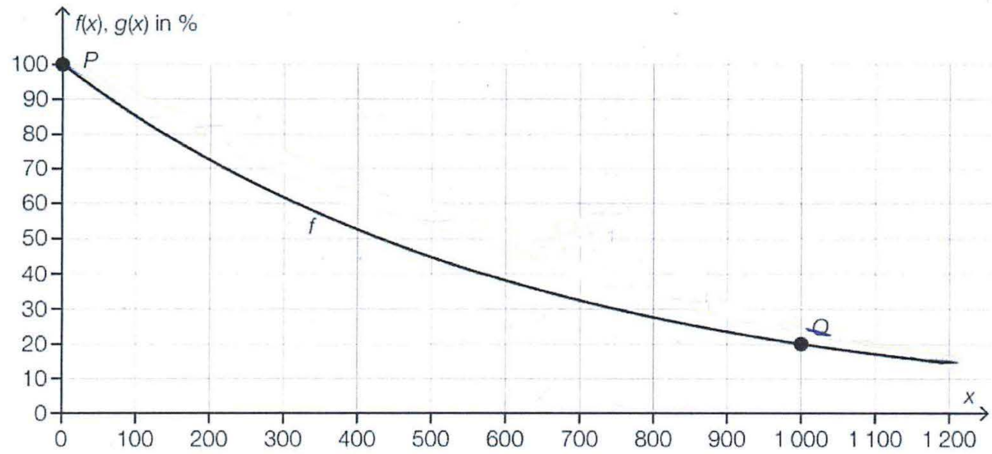
**3)** (10 P)

Auf einer Straße wird Auftausalz gestreut. Durch den nachfolgenden Verkehr nimmt die Salzmenge auf der Straße allerdings ab.

Die Salzmenge auf der Straße in Prozent der gestreuten Salzmenge hängt von der Anzahl der Fahrzeuge, die die Straße befahren, ab. Sie kann näherungsweise durch die Exponentialfunktion $f$ beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung):

$$f(x) = a \cdot b^x$$

***x*** ... Anzahl der Fahrzeuge
***f(x)*** ... Salzmenge auf der Straße nach $x$ Fahrzeugen in %




a) Welchen Wert hat $a$? *(1 P)*

$a$ = ______________________

b) Leite einen Ausdruck der Variable $b$ her mit Hilfe der Punkte **P** und **Q**. *(2 P)*

c) Was lässt sich über die Größenordnung von $b$ sagen, wenn man nur die Graphik (das Monotonieverhalten) als Begründung heranziehen darf? *(2 P)*

Bei einem anderen Auftausalz sinkt die Salzmenge auf der Straße nach 600 Fahrzeugen auf die Hälfte der gestreuten Salzmenge. Dieser Zusammenhang kann durch die Exponentialfunktion $g$ beschrieben werden.

d) Zeichne in der gegebenen Abbildung den Graphen der Funktion $g$ im Intervall [0; 1200] ein. *(2 P)*

e) Ein drittes Auftausalz kann durch eine ähnliche Exponentialfunktion beschrieben werden, wobei die Variable „$b$“ den Wert 0.92 hat. Interpretiere diesen Wert im gegebenen Sachzusammenhang. *(2 P)*

f) Das dritte Auftausalz kann durch folgende Exponentialfunktion beschrieben werden:

$$\boldsymbol{f(x) = a \cdot 0{,}92^{x}}$$

Diese Exponentialfunktion kann man auch in folgender Form schreiben:

$$\boldsymbol{f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}}$$

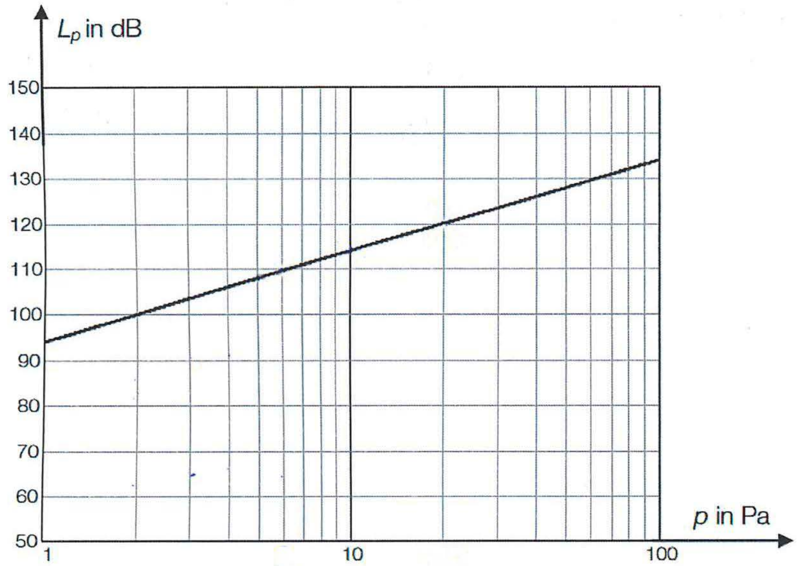
Ermittle den Wert für $\lambda$ (als mathematischer Ausdruck). *(1 P)*

**4)** *(6 P)*

Als Schalldruck $p$ werden die Druckschwankungen eines kompressiblen Schallübertragungsmediums (üblicherweise Luft) bezeichnet, die bei der Ausbreitung von Schall auftreten. Eine für das Hörempfinden relevante Größe ist der Schalldruckpegel $L_p$.

$$L_p = 20 \cdot \lg(\frac{p}{p_0})$$

$L_p$ ... Schalldruckpegel in Dezibel (dB)
$p$ ... Schalldruck in Pascal (Pa)
$p_0$ ... Bezugswert für Luftschall ($p_0 = 20$ µPa)




- Wie kann man in der Graphik sehen, dass es sich um eine Logarithmusfunktion handelt? *(2 P)*

- Das Diagramm zeigt die Abhängigkeit des Schalldruckpegels vom Schalldruck nach obiger Formel. Ab einem Schalldruck $p$ von etwa 20 Pa können bereits bei kurzfristiger Einwirkung Gehörschäden auftreten. Ermittle aus der Graphik den Schalldruckpegel $L_p$ für diesen Schalldruck. *(1 P)*

- Ermittle aus der Graphik den Schalldruck $p$, wenn der Schalldruckpegel $L_p$ den Wert 110 dB hat. *(1 P)*

- Zeige mithilfe der Rechenregeln für Logarithmen und der angegebenen Formel, dass eine Verdoppelung des Schalldrucks $p$ eine Erhöhung des Schalldruckpegels $L_p$ um etwa 6 dB bewirkt. (Konkrete Werte können aus der Graphik auf Seite 2 entnommen/abgelesen werden.) *(2 P)*