3xHIT

3.Schularbeit AM

SW 28/202223 Gr.B

Name:

Klasse:

Punkte für Beispiel	1	2	3	4	5	6	Summe
maximal erreichbar:	20	2	2	4	6	6	40
erreicht:							

Punkteschlüssel	
Punkte	Note
36-40	1
31-35	2
26-30	3
21-25	4
0-20	5

Information zum Kompetenzbereich / zu den Kompetenzbereichen, die Gegenstand der Schularbeit sind: Die Beispiele dieser Schularbeit beziehen sich auf den Kompetenzbereich
S06C: „Grundlagen der Integralrechnung".
Zur positiven Absolvierung der Schularbeit müssen die Anforderung betreffend die Erfassung und Anwendung des Lehrstoffes sowie betreffend die Durchführung der Aufgaben in den wesentlichen Bereichen (d.h. in den Grundkompetenzen dieses Kompetenzbereiches) überwiegend erfüllt sein.
Das Beispiel 1 dieser Schularbeit enthält ausschließlich Teilaufgaben, mit denen die Erfüllung der Grundkompetenzen dieses Kompetenzbereiches nachgewiesen werden kann.

Der Nachweis der Erfüllung der Grundkompetenzen des Kompetenzbereiches
S06C: „Grundlagen der Integralrechnung" wurde
O erbracht O nicht erbracht.

Gesamtnote:

Kenntnisnahme des/der Erziehungsberechtigten

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

1a) *(2P)*	Integrationsregeln: Es sei f eine reelle Funktion und a eine reelle Zahl. • Kreuze die beiden zutreffenden Gleichungen an!	$\int f(a+x)dx = \int f(a)dx + \int f(x)dx$	o
		$\int (a+f(x))dx = \int a\,dx + \int f(x)dx$	o
		$\int f(a\cdot x)dx = \int f(a)dx \cdot \int f(x)dx$	o
		$\int a\cdot f(x)dx = a\cdot \int f(x)dx$	o
		$\int f(x)^2\,dx = \frac{1}{3}\cdot f(x)^3 + C$	o

1b) *(1P)*	Berechne das unbestimmte Integral	$\int \sqrt[3]{x^4}\,dx$	
1c) *(1P)*	Berechne das unbestimmte Integral	$\int \frac{2}{x^7}dx$	
1d) *(1P)*	Berechne das unbestimmte Integral	$\int \frac{1}{4\cdot x}dx$	
1e) *(1P)*	Berechne das unbestimmte Integral	$\int (5\cdot e^x + e)dx$	
1f) *(1P)*	Berechne das unbestimmte Integral	$\int (8\cdot \cos(x))dx$	
1g) *(1P)*	Berechne das unbestimmte Integral	$\int \left(9\cdot \frac{1}{\cos^2(x)}\right)dx$	

1h) *(3P)* Anwendung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung:

- Kreuze die richtige(n) Aussage(n) an:

Das unbestimmte Integral der 1.Ableitungsfunktion $f'(x)$ ist die Stammfunktion der Funktion $F(x)$, da die Integration die Umkehrung der Differentiation ist.	o
Das bestimmte Integral der Funktion $f(x)$ ist die Fläche unterhalb aller Stammfunktionen $F(x)+C$	o
Das bestimmte Integral $\int_4^7 f'(t)dt$ beschreibt die absolute Änderung der Funktion $f(7)-f(4)$ im Intervall $[4;7]$	o
Dis Stammfunktion $F(x)$ der Funktion $f(x)$ ist jene Funktion, für die gilt, dass $\int F(x)dx$ gleich der Funktion $f(x)$ ist.	o
Das bestimmte Integral ist der Grenzwert der Summe von Rechteckflächen zwischen der Kurve und der horizontalen Achse in einem bestimmten Intervall, wobei die Breite der Rechtecke gegen 0 geht.	o

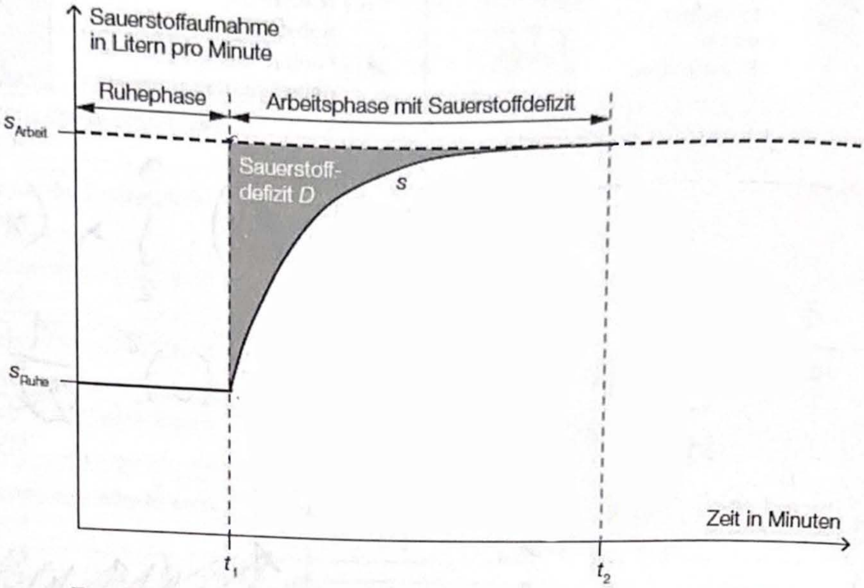
Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

1i) *(3P)*	Berechne durch Substitution $\int_{2}^{3} x\left(x^2-1\right)^2 \, dx =$	• Notiere die Substitutionsvariable u	
		• Notiere das Ergebnis der unbestimmten Integration	
		• Notiere das Ergebnis der bestimmten Integration	
1j) *(2P)*	Berechne durch Substitution $\int e^{\frac{x}{3}} \, dx =$	• Notiere die Substitutionsvariable u	
		• Notiere das Ergebnis der unbestimmten Integration	

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

1) Leistungsdiagnostik im Sport:
Bei höherer Belastung benötigt der Körper mehr Sauerstoff und produziert als „Abfallprodukt" Laktat.

k) *(2P)* Nach Beginn einer körperlichen Belastung beim Sport (Arbeitsphase) passt sich das Atmungssystem nur verzögert dem erhöhten Sauerstoffbedarf an. Erst nach einigen Minuten wird eine ausreichende Versorgung erreicht. Bis dahin kommt es zu einem Sauerstoffdefizit.



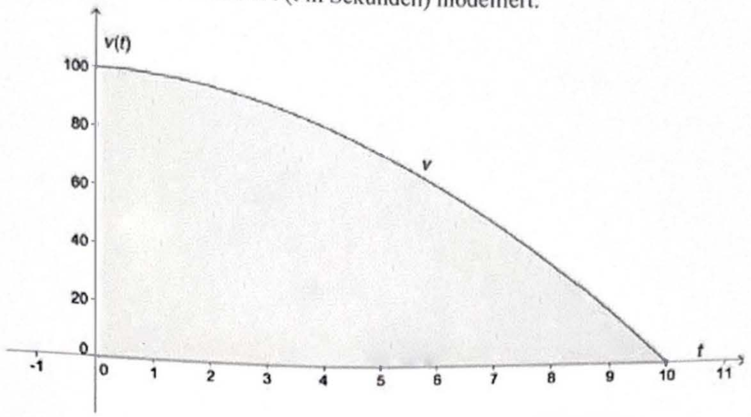
- Erstelle eine Formel, mit der man das Sauerstoffdefizit D (grau markierte Fläche in obiger Skizze) berechnen kann, wenn eine Gleichung der Funktion s bekannt ist und notiere das Ergebnis in nebenstehendem Kästchen

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

1m) (2P)

Geschwindigkeitsfunktion

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion v, die die Geschwindigkeit $v(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t (t in Sekunden) modelliert.



- Gib an, was die Aussage $\int_5^{10} v(t)\,dt < \int_0^5 v(t)\,dt$ im Sachzusammenhang bedeutet!

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

3xHIT

3.Schularbeit AM, 2.Teil

SW 28/202223 Gr.B

Name:

Klasse:

Punkte für Beispiel		2	3	4	Summe
maximal erreichbar:		8	8	4	40
erreicht:					

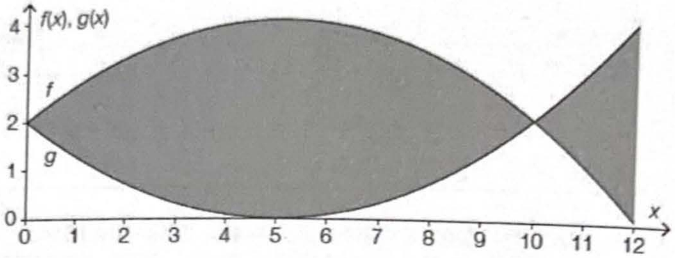
Punkteschlüssel	Punkte	Note
	36-40	1
	31-35	2
	26-30	3
	21-25	4
	0-20	5

Die folgenden Beispiele sind am PC mit Hilfe von *wxMaxima* zu lösen

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

2) Glaubensrichtungen und -symbole

a) *(2P)* Ein Fisch-Symbol, dargestellt durch zwei gekrümmte Linien (siehe nachstehende Abbildung), spielte schon im Urchristentum eine wichtige Rolle.



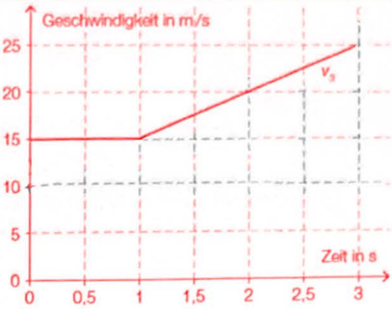
- Kreuze denjenigen Ausdruck an, mit dem der Inhalt der in der obigen Abbildung eingefärbten Fläche berechnet werden kann.

$2 \cdot \int_0^{12} (2 - g(x))\,dx$	○
$2 \cdot \left(24 - \int_0^{10} g(x)\,dx - \int_{10}^{12} f(x)\,dx\right)$	○
$\int_0^{12} (f(x) - g(x))\,dx$	○
$48 - \int_0^{12} f(x)\,dx$	○
$2 \cdot \left(\int_0^{10} g(x)\,dx + \int_{10}^{12} f(x)\,dx\right)$	○

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

2) Erfassen der Geschwindigkeit:
Auf einer Teststrecke werden Messungen durchgeführt.

b) *(6P)* Die Geschwindigkeit eines Autos kann im Zeitintervall $[0,3]$ näherungsweise durch die Funktion v_3 beschrieben werden. Der Graph der Funktion v_3 ist in der nebenstehenden Funktion dargestellt.



• Erstelle eine Gleichung der zugehörigen Weg-Zeit-Funktion s_3 im Zeitintervall $[1,3]$ mit $s_3(1)=15$ und notiere das Ergebnis in nebenstehendem Kästchen	
• Berechne den Weg, den das Auto im Intervall $[0,3]$ zurücklegt unter Verwendung der von Dir erstellten Weg-Zeit-Funktion	
• Ermittle den Weg, den das Auto im Intervall $[0,3]$ zurücklegt unter Verwendung von graphischer Integration.	

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

3) Skatepark:
Ein Skatepark ist ein speziell für SkatefahrerInnen eingerichteter Bereich mit Startrampen und verschiedenen Hindernissen, die befahren werden können.

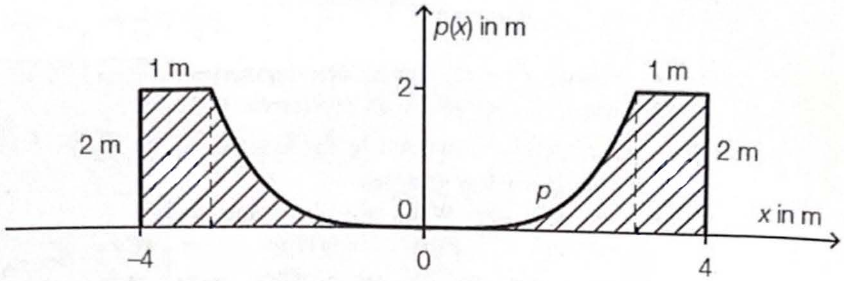
a) *(4P)* Für eine Halfpipe soll in einem Skatepark Material aufgeschüttet werden. Ein Teil des Verlaufs der Halfpipe im Querschnitt lässt sich annähernd durch die Funktion p beschreiben:

$$p(x) = \frac{2}{81} \cdot x^4 \text{ mit } -3 \leq x \leq 3$$

x … Horizontale Koordinaten in Metern (m)

p(x) … Höhe an der Stelle x in m

Die nachstehende Abbildung zeigt die Querschnittsfläche der Halfpipe.



- Ermittle den Inhalt der schraffierten Querschnittsfläche und notiere das Ergebnis in nebenstehendem Kästchen.

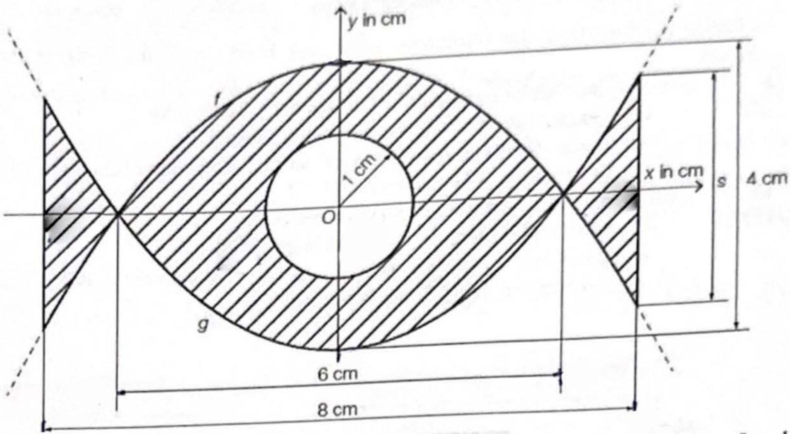
Für das Anstreichen der Halfpipe werden 12 l (Liter) Farbe eingekauft. Die Farbe kostet netto (ohne 20% Umsatzsteuer) pro Liter €8.-

- Berechne die Gesamtkosten für die Farbe inklusive Umsatzsteuer, wenn ein Preisnachlass von 3% gewährt wird und notiere das Ergebnis in nebenstehendem Kästchen

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

3) Schmuckstück:

Ein Schmuckstück wird gemäß nachstehender Skizze in den schraffierten Teilen mit Blattgold belegt.



Die Begrenzungslinien der Blattgoldfläche sind außen die Graphen der Funktionen f und g und innen ein Kreis, dessen Mittelpunkt im Koordinatenursprung liegt.

$$f(x) = -\frac{2}{9} \cdot x^2 + 2$$

$$g(x) = -f(x)$$

$x, f(x), g(x)$ ... Koordinaten in cm

b) *(4P)*

- Berechne den Inhalt der mit Blattgold belegten Fläche und notiere das Ergebnis in nebenstehendem Kästchen
- Erkläre, was die Multiplikation mit einer Konstanten a=-1 mit einer Funktion

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

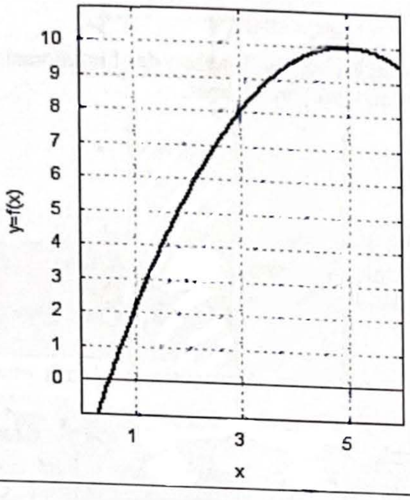
4 Methoden der numerischen Integration:

Im folgenden Graphen ist die Funktion $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5 \cdot x - \frac{5}{2}$ dargestellt. Es soll die Fläche zwischen der Funktion, den Ordinaten $a = 1$ und $b = 5$ sowie der horizontalen Achse bestimmt werden.

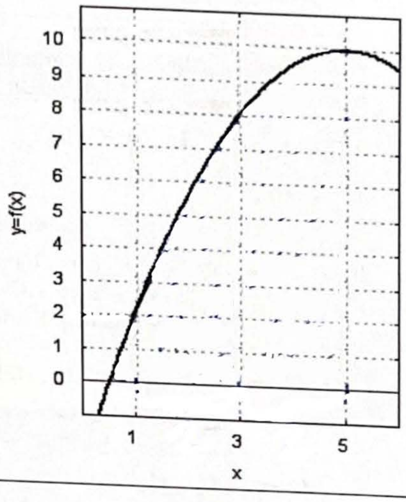
j) *(2P)* Ermittle die Fläche mittels der Methode der Obersumme:
- Erkläre die Methode verbal und graphisch
- führe die Rechnung konkret aus (2 Teilsummen); notiere das Ergebnis in nebenstehendem Feld

k) *(2P)* Ermittle die Fläche mittels der Trapezmethode:
- Erkläre die Methode verbal und graphisch
- führe die Rechnung konkret aus (2 Teilsummen); notiere das Ergebnis in nebenstehendem Feld

Graphik zur Obersumme



Graphik zur Trapezregel



Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.