5BHIT

2.Schularbeit AM SW 15/202223 Gr.B

Name: Resultat:

Punkte für Beispiel	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe
maximal erreichbar:	2	3	5	4	6	2	3	4	4	7	40
erreicht:											

Punkteschlüssel	Punkte	Note
	36-40	1
	31-35	2
	26-30	3
	21-25	4
	0-20	5

Information zum Kompetenzbereich / zu den Kompetenzbereichen, die Gegenstand der Schularbeit sind: Die Beispiele dieser Schularbeit beziehen sich auf den Kompetenzbereich
S09B: „Stochastik".
Zur positiven Absolvierung der Schularbeit müssen die Anforderung betreffend die Erfassung und Anwendung des Lehrstoffes sowie betreffend die Durchführung der Aufgaben in den wesentlichen Bereichen (d.h. in den Grundkompetenzen dieses Kompetenzbereiches) überwiegend erfüllt sein.

Der Nachweis der Erfüllung der Grundkompetenzen des Kompetenzbereiches
S09B: „Stochastik" wurde

O erbracht O nicht erbracht.

Gesamtnote:

Kenntnisnahme der
Erziehungsberechtigten
oder der eigenberechtigten
Schüler

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

1 Holzverbinder

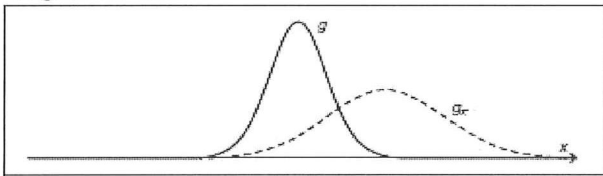
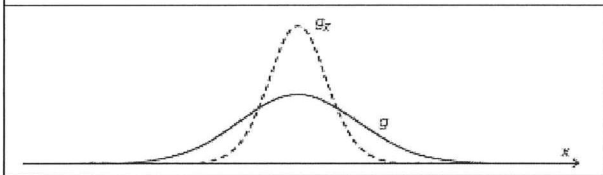
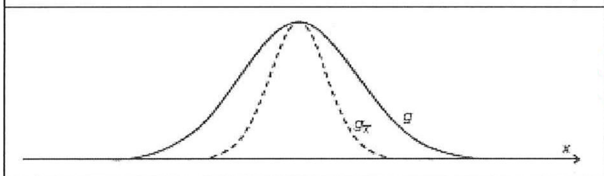
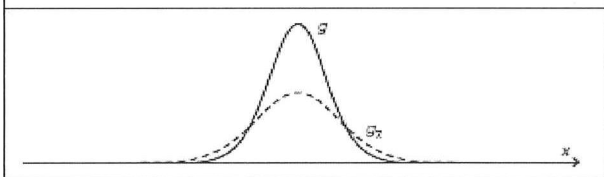
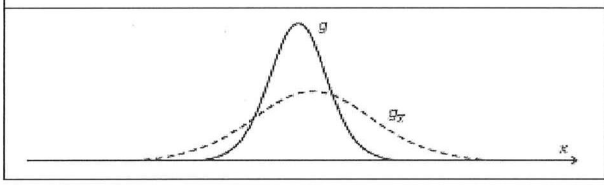
(2P) Symmetrische Holzverbinder in Doppelkeilform dienen zum sicheren und schnellen Verbinden zweier Holzkeile.

a) Die Breiten der Verbinder eines bestimmten Herstellers sind normalverteilt mit einem Erwartungswert $\mu = 5.5$ mm und der Standardabweichung $\sigma = 0.5$ mm. Einer umfangreichen Lieferung solcher Verbinder werden Zufallsstichproben im Umfang $n = 20$ entnommen und es werden die Stichprobenwerte ermittelt.

- Berechne den zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstreubereich, in dem erwartungsgemäß 95% aller Stichprobenmittelwerte liegen.

b) In der nachstehenden Abbildung sind der Graph der Dichtefunktion g einer normalverteilten Grundgesamtheit und der Graph der Dichtefunktion g_{x} der zugehörigen Verteilung der Stichprobenmittelwerte von Stichproben mit $n = 20$ dargestellt.

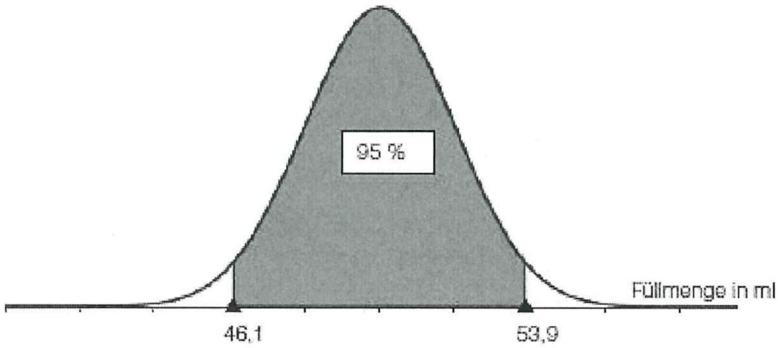
- Kreuze diejenige Graphik an, in der die beiden Funktionsgraphen zueinander passend dargestellt sind.

	☐
	☐
	☐
	☐
	☐

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

2 *(3P)* Ein Hotel wird renoviert.

a) Im Zuge der Renovierung wurden neue Shampoo-Fläschchen bestellt. Die Füllmenge der Fläschchen kann annähernd als normalverteilte Zufallsvariable angenommen werden. Die Füllmenge von 95% aller Fläschchen liegt im unten dargestellten symmetrischen Intervall um den Erwartungswert.



Bestimme den Erwartungswert und die zugehörige Standardabweichung.

Beschreibe, wie sich die Kurve ändern würde, wenn die Standardabweichung bei gleichbleibendem Erwartungswert kleiner wäre.

b) Während der Renovierungsarbeiten möchte der Hotelbesitzer eine Reisegruppe einquartieren. Leider stehen dafür 2 Zimmer zu wenig zur Verfügung. Aus Erfahrung weiß man, dass im Schnitt 12% aller Buchungen wieder storniert werden. Das Hotel nimmt daher die Buchung der Reisegruppe an. Dabei wird angenommen, dass Einzelstornierungen voneinander unabhängig sind.

- Kreuze denjenigen Ausdruck an, mit dem die Wahrscheinlichkeit berechnet wird, dass bei der Annahme von 50 Buchungen mindestens 2 storniert werden.

$1-\binom{50}{1}\cdot 0.12^1\cdot 0.88^{49}-\binom{50}{2}\cdot 0.12^2\cdot 0.88^{48}$	O
$1-\binom{50}{0}\cdot 0.12^0\cdot 0.88^{50}-\binom{50}{1}\cdot 0.12^1\cdot 0.88^{49}$	O
$1-\binom{50}{1}\cdot 0.88^1\cdot 0.12^{49}-\binom{50}{2}\cdot 0.88^2\cdot 0.12^{48}$	O
$1-\binom{50}{0}\cdot 0.88^0\cdot 0.12^{50}-\binom{50}{1}\cdot 0.88^1\cdot 0.12^{49}$	O

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

3 *(5P)*	In einem Betrieb werden Leuchtmittel erzeugt. Untersuchungen haben ergeben, dass 5% der erzeugten Leuchtmittel fehlerhaft sind. Die übrigen Leuchtmittel funktionieren einwandfrei. Nun wird eine Stichprobe vom Umfang 100 untersucht.	
	a) • Erkläre, warum die Binomialverteilung hier als Modell zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten verwendet werden kann.	
	• Beschreibe im gegebenen Sachzusammenhang, was der nebenstehende Ausdruck berechnet.	$100 \cdot 0{,}95$
	• Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass 6 oder 7 fehlerhafte Leuchtmittel in der Stichprobe zu finden sind.	
	• Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 1 fehlerhaftes Leuchtmittel in der Stichprobe zu finden ist.	
	• Beschreibe, für welches Ereignis E die Wahrscheinlichkeit durch nebenstehenden Ausdruck berechnet wird:	$P(E) = 0{,}05^6 \cdot 0{,}95^{94} \cdot \binom{100}{6}$

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

4 Schallschutzwände dämmen den Lärm, der von einer Straße ausgeht.

(4P) **a)** Die Längen X von Lärmschutzwänden eines bestimmten Herstellers sind normalverteilt mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung $\sigma = 3.5\text{ mm}$. Bei einer Stichprobe von 20 Stück wird eine mittlere Länge von $\overline{x} = 3998.9\text{ mm}$ festgestellt.

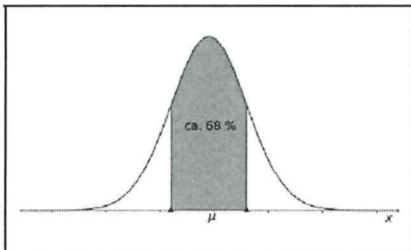
- Ermittle das 98% Konfidenzintervall für μ.

Der Hersteller gibt eine Länge von $\mu = 4000\text{ mm}$ an.

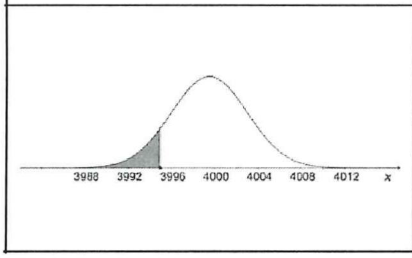
- Beurteile die Angabe des Herstellers aufgrund dieses Konfidenzintervalls.

b) Die Längen von Lärmschutzwänden eines bestimmten Herstellers sind normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 3999.5\text{ mm}$ und der Standardabweichung $\sigma = 3.4\text{ mm}$. Lärmschutzwände mit einer Länge größer als 4010 mm werden nicht ausgeliefert. Eine Produktion umfasst 10000 Stück.

- Berechne, mit welcher Anzahl von Lärmschutzwänden, die nicht ausgeliefert werden können, in dieser Produktion zu rechnen ist.
- Ordne den beiden Abbildungen jeweils denjenigen Ausdruck A bis D zu, der durch die Abbildung veranschaulicht wird (X … Länge der Lärmschutzwände).



[redacted]



[redacted]

A	$P(X \geq 3\,995)$
B	$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$
C	$P(X \leq 3\,995)$
D	$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma)$

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

5 *(6P)* Länge eines Werkstücks:

In einer Fertigungsanlage werden Werkstücke erzeugt, deren Längen erfahrungsgemäß normalverteilt sind..

a) Die Länge eines Werkstücks ist normalverteilt mit $\mu = 72{,}3\,\text{mm}$ und $\sigma = 0{,}5\,\text{mm}$. Im Rahmen der Qualitätssicherung werden Stichproben vom Umfang n=7 entnommen. Für jede Stichprobe wird der Mittelwert der Längen bestimmt.

- Gib die Parameter der Verteilung der Stichprobenmittelwerte $\overline{X}$ an.
- Begründe, warum das Maximum der Dichtefunktion der Stichprobenmittelwerte für n=7 größer ist als jenes für n=5.

b) Die Länge eines Werkstücks ist normalverteilt mit $\mu = 72{,}3\,\text{mm}$.

Werkstücke, die zu lang oder zu kurz sind, sind Ausschuss und werden aussortiert. Abweichungen von bis zu $\pm 0{,}9\,\text{mm}$ werden toleriert.

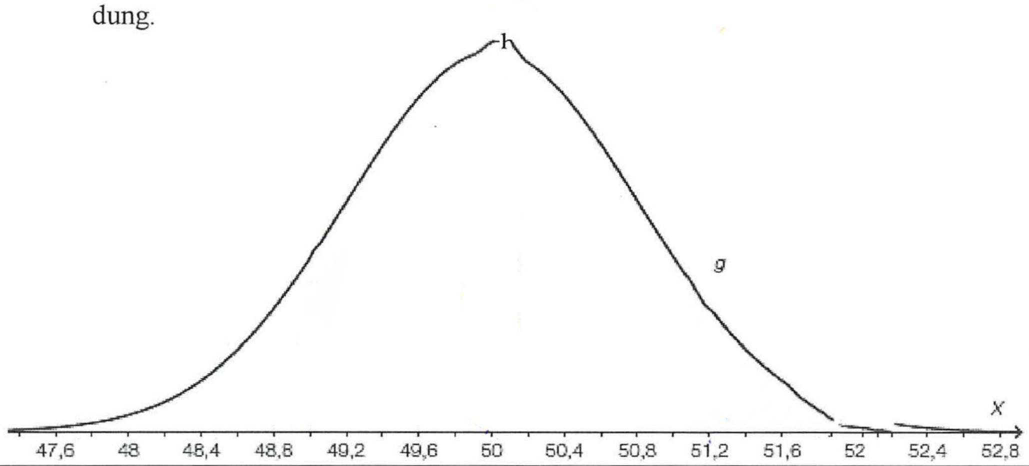
- Berechne für eine Standardabweichung von $\sigma = 0{,}5\,\text{mm}$ die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Werkstück aussortiert wird.
- Berechne, wie groß die Standardabweichung sein müsste, damit der Ausschussanteil 2% beträgt.

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

c) In der untenstehenden Abbildung ist der Graph der Dichtefunktion g einer normalverteilten Zufallsvariablen X dargestellt.

- Begründe mithilfe der Dichtefunktion, warum für die zugehörige Verteilungsfunktion G gilt: $G(\mu) = 0{,}5$.

- Veranschauliche die Wahrscheinlichkeit $1 - G(51)$ in der untenstehenden Abbildung.

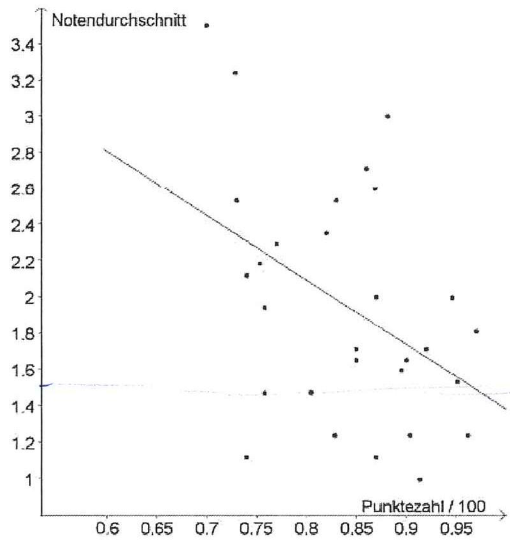


Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

6 Eignungsprüfung

(2P) **a)** Um eine Bildungsanstalt besuchen zu können, muss eine Eignungsprüfung positiv abgelegt werden. Ein gutes Abschneiden bei der Eignungsprüfung ist keine Garantie für eine erfolgreiche Schullaufbahn.

Der Zusammenhang zwischen den Ergebnissen der Eignungsprüfung einer Klasse und dem jeweiligen Notendurchschnitt am Ende des 2.Jahrgangs wurde in einem Punktwolken-Diagramm mit Regressionsgerade dargestellt.



- Kreuze den zu dieser Regression passenden Korrelationskoeffizienten an

$r = -1{,}4$	O
$r \approx -0{,}9$	O
$r \approx -0{,}4$	O
$r \approx 0{,}5$	O
$r \approx 0{,}9$	O

- Gib für jene SchülerInnen, die einen Notendurchschnitt $\leq 1{,}5$ hatten, die Spannweite der Ergebnisse der Eignungsprüfung an.

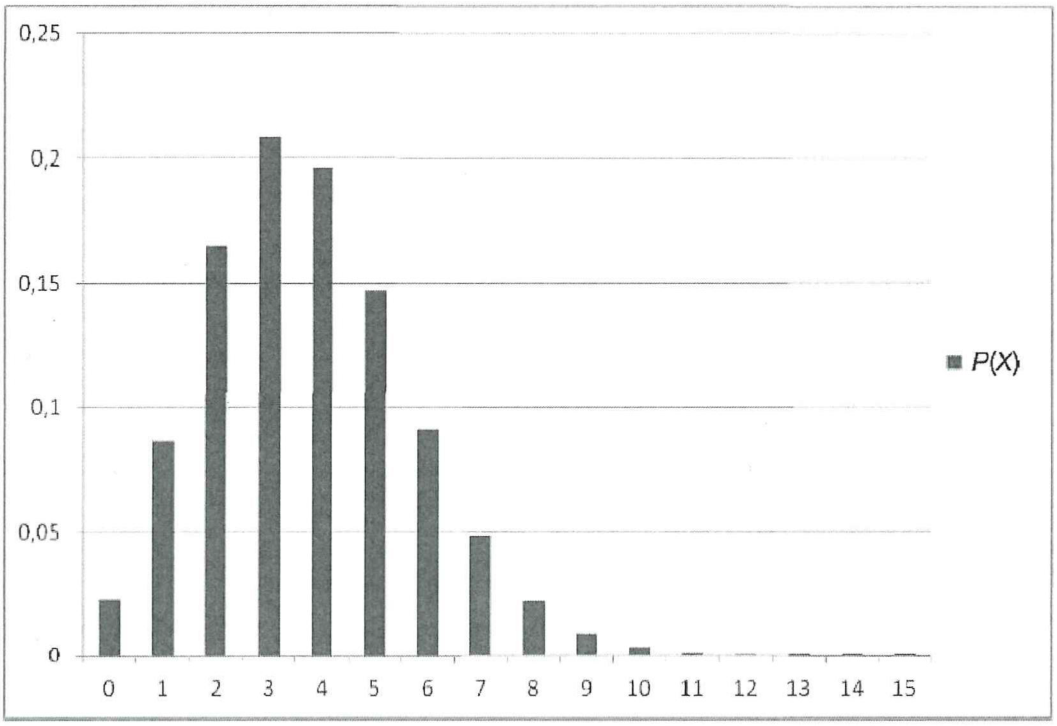
7
(3P)

Erfahrungsgemäß enthalten 4% aller Joghurtbecher eine Woche nach dem Ablaufdatum bereits verdorbene Ware. Im Lager einer Lebensmittelkette befinden sich noch 200 solcher Becher.

a)
- Berechne den Erwartungswert der Anzahl der Becher mit verdorbenem Joghurt.

b)
- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass in höchstens 5 der 200 Joghurtbecher verdorbene Ware enthalten ist.

c) In der folgenden Grafik ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Zufallsvariable X dargestellt.



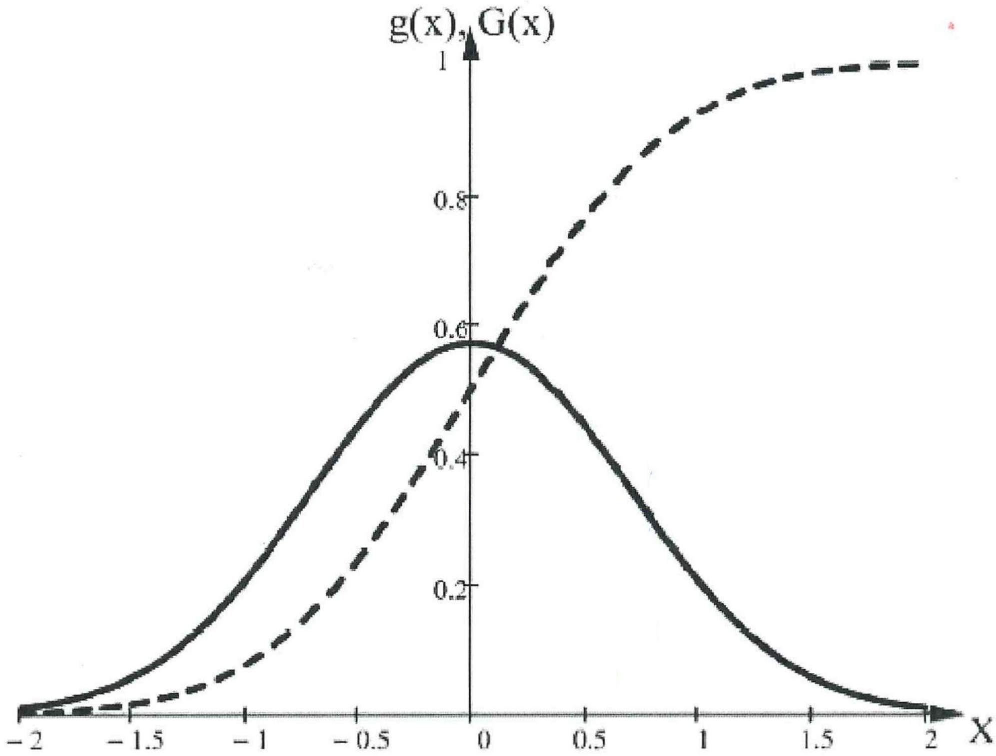
wobei X .... Anzahl der Joghurtbecher mit Verpackungsfehler
P(X)..Wahrscheinlichkeit für X Joghurtbecher mit Verpackungsfehler

- Erkläre, wie du aus der Grafik die Wahrscheinlichkeit ablesen kannst, dass mindestens 4 Joghurtbecher einen Verpackungsfehler aufweisen.

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

8 (4P) Dichte- und Verteilungsfunktion

a) Das nachstehende Diagramm stellt die Dichte- und Verteilungsfunktion einer normalverteilten Zufallsvariable dar.



- Veranschauliche G(0,75) mithilfe der Dichtefunktion im Diagramm.
- Lese G(0,75) aus dem Diagramm ab.
- Lese aus dem Diagramm die Standardabweichung σ ab.
- Erkläre, warum sich die Verteilungsfunktion für $x \to \infty$ asymptotisch dem Wert 1 annähert.

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

9 Durchmesser einer Stahlwelle

(4P) Ein Unternehmen stellt auf computergesteuerten Drehmaschinen Stahlwellen für Elektromotoren in Massenproduktion her.

a) Bei Maschine A sind die Durchmesser der hergestellten Stahlwellen annähernd normalverteilt mit der Standardabweichung $\sigma = 0{,}02\,\text{mm}$. Ein Durchmesser von $9{,}97\,\text{mm}$ wird von $0{,}1\%$ der Stahlwellen unterschritten.

- Ermittle den zugehörigen Erwartungswert μ.

b) Bei Maschine B sind die Durchmesser der hergestellten Stahlwellen annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 10{,}00\,\text{mm}$ und der Standardabweichung $\sigma = 0{,}03\,\text{mm}$.

Im Rahmen der Qualitätssicherung werden Stichproben vom Umfang n untersucht.

- Berechne für n=30 den zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstreubereich, in dem erwartungsgemäß 99% aller Stichprobenmittelwerte liegen.
- Argumentiere, um welchen Faktor sich der Stichprobenumfang ändern muss, damit sich die Breite des 99%-Zufallsstreubereichs halbiert und begründe deine Entscheidung.
- Gib den Faktor konkret an.

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

10 LED-Lampen

(7P) Traditionelle Glühlampen wurden wegen ihrer geringen Energieeffizienz in der EU schrittweise verboten. Als Alternative zu den Glühlampen bieten Hersteller LED-Lampen an.

a) Die Helligkeit einer LED-Lampe kann mithilfe des Lichtstroms beschrieben werden. In der nachstehenden Tabelle ist für LED-Lampen mit verschiedenem Lichtstrom der jeweilige Preis angegeben.

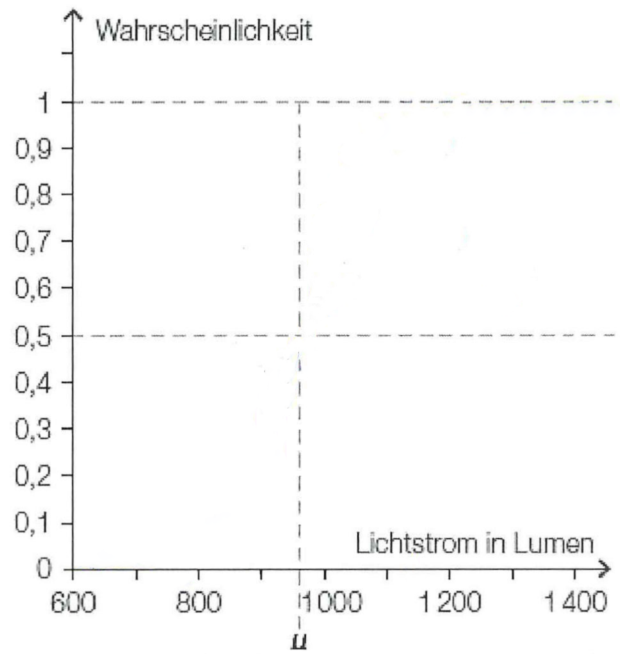
Lichtstrom in Lumen	136	300	400	600	800
Preis in €/Stück	6,00	9,90	9,99	16,50	23,40

- Ermittle die Gleichung der zugehörigen linearen Regressionsfunktion (Der Preis soll in Abhängigkeit vom Lichtstrom beschrieben werden.)
- Interpretiere den Wert der Steigung dieser linearen Regressionsfunktion im gegebenen Sachzusammenhang.
- Berechne mithilfe der Regressionsfunktion denjenigen Preis, der für eine LED-Lampe mit einem Lichtstrom von 500 Lumen zu erwarten ist.

Hinweis: Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

b) Laut einem Ratgeber für LED-Lampen kann der Lichtstrom von 12-Watt-LED-Lampen als annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ angenommen werden. Dabei liegen 95% der Lichtstromwerte in dem um μ symmetrischen Intervall von 780 Lumen bis 1140 Lumen.

- Berechne den Erwartungswert μ des Lichtstroms für 12-Watt-LED-Lampen.
- Berechne die Standardabweichung σ des Lichtstroms für 12-Watt-LED-Lampen.
- Skizziere den Graphen der zugehörigen Verteilungsfunktion in der nachstehenden Abbildung.



- Veranschauliche in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte 12-Watt-LED-Lampe einen Lichtstrom von bis zu 900 Lumen hat.