

6.5 Typische Fehler und irreführende Darstellungen in der Statistik

6.5.1 Bildliche Darstellung von Daten und ihren Wirkungen auf einen Betrachter *Zum Selbstlernen*

Ziel

In Zeitungen und Zeitschriften findet man oft bildliche Darstellungen, in denen die Häufigkeiten flächenhaft oder körperhaft oder durch Liniendiagramme dargestellt werden. Dadurch gewinnt man einen schnellen Überblick über das Datenmaterial. Diese Darstellungen können aber oft die Betrachter gewollt oder ungewollt irreführen.

Damit sollst du dich nun genauer beschäftigen.

Zum Erarbeiten

Hervorheben von Aussagen durch bildliche Darstellung

Ein Fotogeschäft gibt zum Firmenjubiläum eine Werbebroschüre heraus. Bestimmte Aussagen sollen durch bildliche Darstellungen hervorgehoben werden. Es gibt jeweils zwei Vorschläge. Vergleiche diese.

- A** Aussage: „In den letzten fünf Jahren konnten wir den Umsatz vervierfachen.“
Welche Grafik stellt die Veränderung angemessen dar?

Vorschlag 1



Vorschlag 2



Bei Vorschlag 1 wurden die Seitenlängen des ersten Fotos vervierfacht. Dadurch versechzehnfacht sich der Flächeninhalt.

Bei Vorschlag 2 wurden die Seitenlängen nur verdoppelt. Dadurch vervierfacht sich der Flächeninhalt. Daher vermittelt der Vorschlag 2 einen angemessenen Eindruck von der Veränderung, der Vorschlag 1 dagegen einen übertriebenen, ja irreführenden Eindruck.

- A** Aussage: „Durch Verwendung modernster Technologie konnte der Bedarf an giftigen Chemikalien halbiert werden.“

Welche Grafik stellt die Veränderung angemessen dar?

Betrachte dazu auch die Volumina der Würfel.

Vorschlag 1



Vorschlag 2



Bei Vorschlag 1 wurde jede Seitenlänge des großen Würfels halbiert. Dadurch beträgt das Volumen des kleinen Würfels nur ein Achtel des Volumens des großen Würfels. Diese Abbildung stellt die Verringerung übertrieben dar. Man erhält einen falschen Eindruck.

Bei Vorschlag 2 betragen die Kantenlängen des kleinen Würfels 1,45 cm, sein Volumen damit ungefähr 3 cm^3 . Dies ist ungefähr die Hälfte vom Volumen des Ausgangswürfels. Daher ist diese Darstellung angemessen.



Aussage: „Unsere günstigen Preise haben den Trend zum Foto im Posterformat verstärkt.“
Vergleiche die beiden Grafiken. Welcher Eindruck wird vermittelt?



Beim Vorschlag rechts sieht die Zunahme des Poster-Anteils erheblich stärker aus. Das liegt im Vergleich zum linken Vorschlag an der anderen Skalierung der Häufigkeitsachse und daran, dass diese nicht bei 0%, sondern erst bei 5% beginnt.

formation

(1) Wirkungen grafischer Darstellungen

Wir haben oben gesehen, dass verschiedene grafische Darstellungen derselben Daten ganz unterschiedliche Wirkungen bei einem Betrachter hervorrufen können.

Durch die Art der grafischen Darstellung kann man einen gewünschten Eindruck bei dem Betrachter hervorrufen. Man sagt daher (etwas ungenau):
Durch die Art der grafischen Darstellung von Häufigkeiten können Betrachter „manipuliert“ werden.

(2) Darstellungen mit Flächen und Körpern

Multipliziert man bei einem Rechteck mit den Seitenlängen a und b die Seitenlängen mit einem Faktor k , so hat das neue Rechteck den Flächeninhalt:

$$A_{\text{neu}} = (k \cdot a) \cdot (k \cdot b) = k \cdot k \cdot a \cdot b = k^2 \cdot a \cdot b$$

Es ist also k^2 -mal so groß wie das ursprüngliche mit dem Flächeninhalt $a \cdot b$.

Entsprechend führt bei einem Quader ein Multiplizieren der Kantenlängen mit dem Faktor k zu einem Multiplizieren des Volumens mit dem Faktor k^3 .

Für eine angemessene Darstellung von Daten mithilfe von Flächen und Körpern ist zu beachten:

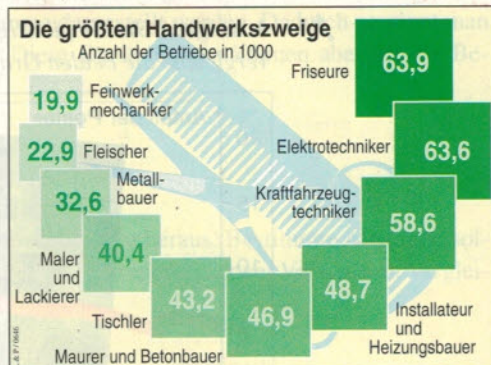
Eine Vervielfachung der Seitenlänge eines Rechtecks (bzw. der Kantenlänge eines Quaders) mit der Seitenlänge k führt zu einer Vervielfachung des Flächeninhalts des Rechtecks mit dem Faktor k^2 (bzw. des Volumens des Quaders mit dem Faktor k^3).

(3) Darstellungen durch Liniendiagramme

Oft wird bei Liniendiagrammen der Nullpunkt nicht mit eingezeichnet. Auf den ersten Blick kann man dadurch einen falschen Eindruck gewinnen. Entsprechendes gilt, wenn man z. B. die Häufigkeitsachse oder die Zeitachse unterschiedlich einteilt oder staucht bzw. streckt. Schwankungen können dadurch mehr oder weniger hervorgehoben werden.

Zum Üben

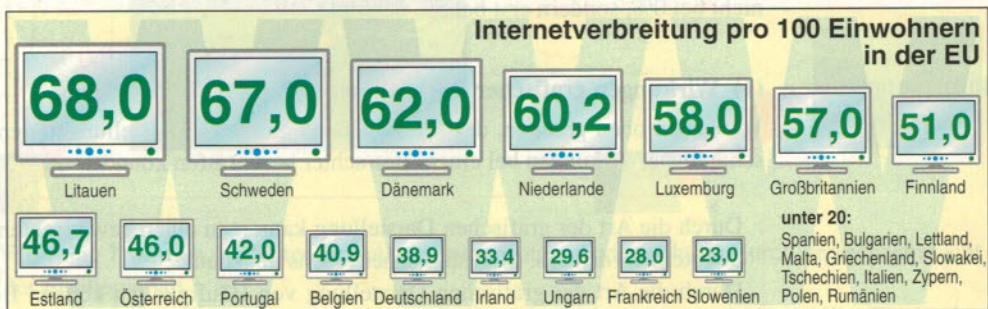
1. Ist die Grafik rechts zu den Handwerkszweigen angemessen?
Haben die abgebildeten Quadrate die richtige Größe?



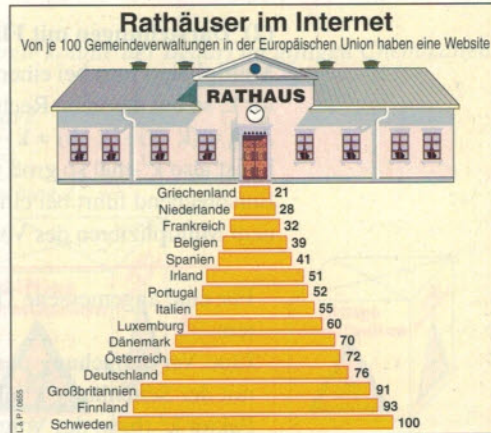
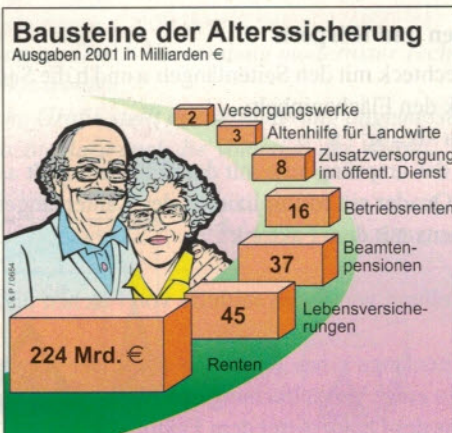
2. Die Verbreitung von Personalcomputern (PC) nimmt rasant zu. In Deutschland kamen 1997 auf 110 Einwohner 16 PC, im Jahr 2000 schon 32 und im Jahr 2004 dann 40 PC.

Zeichne eine Darstellung mit Rechtecken für die Monitorbildschirme, die diese Veränderung angemessen wiedergibt.

3. Welche Informationen vermitteln die Zahlenangaben der Abbildung?
Werden diese Informationen durch die bildlichen Darstellungen richtig wiedergegeben?



4. Untersuche, ob die Grafiken einen angemessenen Eindruck vermitteln.





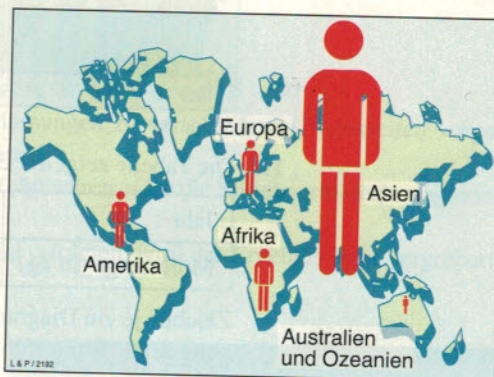
5. Im Mai 2004 kostete 1 lb (englisches Pfund, entspricht ca. 454 g) Rohkaffee der Sorte *Other Milds* an der Kaffeebörse Hamburg 79 amerikanische Cent. Im März 1998 kostete 1 lb Rohkaffee derselben Sorte dort noch 158 Cent.
Stelle den Preisverfall durch Geldscheine und durch Kaffeepackungen dar.

6. Die Firma *Gute Bohne* hat in den letzten 12 Jahren ihre Kaffeeproduktion von jährlich 4000 t auf 8000 t verdoppelt. In einer Broschüre soll diese Entwicklung durch zwei verschieden große Quader dargestellt werden. Mache einen Vorschlag.
Überlege vorher, welche Größe beim Betrachten eines Quaders ins Auge fällt.

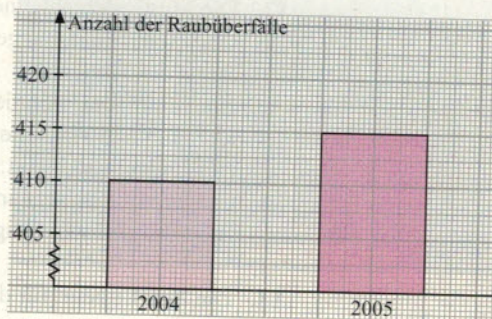
7. Die Größe der Erdbevölkerung betrug 2005:

Afrika	906 000 000
Amerika	888 000 000
Asien	3 921 000 000
Europa	730 000 000
Australien und Ozeanien	33 000 000

Welcher Eindruck entsteht durch das Bild?

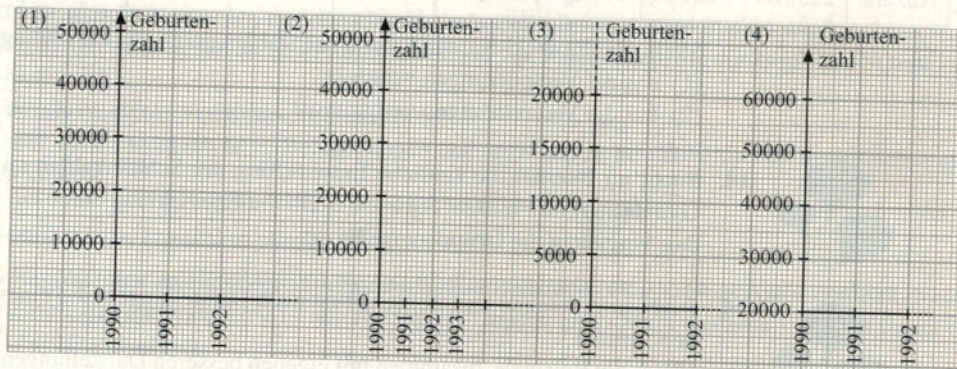


8. Das Diagramm rechts wurde in einer Zeitung mit der Überschrift „Die Zahl der Raubüberfälle hat von 2004 bis 2005 stark zugenommen“ veröffentlicht.
Was meinst du dazu? Begründe deine Antwort.



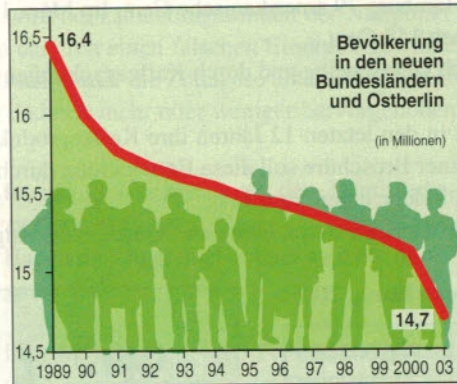
Jahr	Lebendgeborene
90	49 774
91	31 341
92	25 298
93	23 423
94	22 734
95	24 004
96	27 006
97	29 008
98	30 190
99	31 383
00	33 139
01	31 943
02	31 518
03	32 079
04	33 044
05	32 581

9. a) In der Tabelle links ist die zeitliche Entwicklung der Geburtenzahlen in Sachsen seit 1990 dargestellt. Stelle die zeitliche Entwicklung der Geburtenzahlen in vier verschiedenen Koordinatensystemen jeweils durch ein Liniendiagramm dar.



- b) Beschreibe, wie die unterschiedliche Skaleneinteilung den optischen Eindruck verändern.

10. Rufen die Diagramme einen angemessenen Eindruck von der Veränderung hervor?



11. Die Tabelle zeigt die Entwicklung der Haus- und Sperrmüllmenge pro Einwohner.

Jahr	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Müllmenge (in kg)	269	241	226	200	190	173	166	164	154	157	160

Zeichne je ein Diagramm, das zu einem Zeitungsartikel mit der Überschrift „Drastischer Rückgang der Müllmengen“ sowie „Müllmenge immer noch zu hoch“ passt.

12. Die Mitgliederzahl eines Sportvereins ist in den letzten Jahren angestiegen.

Der Präsident meint: „Unsere persönliche Betreuung der Mitglieder hat die Anzahl nicht nur halten, sondern sogar etwas steigern können.“

Der Jugendwart meint: „Das zunehmende Angebot an Funsportarten hat zu einem enormen Mitgliederzuwachs geführt.“

Zeichne ein Liniendiagramm für den Präsidenten und eines für den Jugendwart.

Jahr	2001	2002	2003	2004	2005
Anzahl	1021	1063	1109	1152	1197

13. Die Tabelle zeigt für die Jahre 1995 bis 2005 die Anzahl der Arbeitslosen im Freistaat Sachsen im Jahresdurchschnitt (gerundet auf Hunderter).

Jahr	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Anzahl	293 700	322 300	374 139	382 800	379 700	385 400	399 100	405 100	403 200	396 700	402 300

Stelle die Entwicklung der Arbeitslosenzahlen durch ein Liniendiagramm dar,

- (1) das die Veränderungen verstärkt;
- (2) das die Veränderungen verharmlost.

14. Sucht im Internet die zeitliche Entwicklung der Schülerzahlen an den Grundschulen [an den Gymnasien] im Freistaat Sachsen. Stellt die Entwicklung durch ein Liniendiagramm eurer Wahl dar. Vergleiche die Gruppenergebnisse.

15. Sucht in Zeitungen und Zeitschriften nach Darstellungen, die einen unangemessenen Eindruck hervorrufen. Hängt die Beispiele zusammen mit eigenen besseren Darstellungen des jeweiligen Sachverhalts im Klassenraum aus. Schreibt einen Leserbrief.



6.5.2 Falsche und irreführende Anwendung des arithmetischen Mittels

Aufgabe 1

Julian hat einen Monat lang jeden zweiten Tag die Außentemperaturen gemessen.

Datum	1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.	23.	25.	27.	29.	31.
Uhrzeit	7	7	13	14	18	7	16	13	7	8	12	14	19	8	13	18
Temp. (in °C)	-3	-1	5	8	7	1	11	9	-2	3	8	7	4	0	12	6

Er errechnet daraus als durchschnittliche Monatstemperatur $4,7^{\circ}\text{C}$.

Was ist an dieser Berechnung des arithmetischen Mittels falsch oder irreführend?

Lösung

Julians Rechnung ist „rein rechnerisch“ korrekt:

$$[(-3) + (-1) + 5 + 8 + 7 + 1 + 11 + 9 + (-2) + 3 + 8 + 7 + 4 + 0 + 12 + 6] : 16 \approx 4,7$$

Er hat allerdings nicht berücksichtigt, dass die Messungen zu verschiedenen Tageszeiten vorgenommen wurden. Dies verfälscht das Ergebnis enorm.

Nur wenn alle Messungen zur gleichen Tageszeit erfolgt wären, wäre die Mittelwertberechnung sinnvoll.

Dadurch, dass die Messungen nur jeden zweiten Tag erfolgten, wird das Ergebnis zwar vergrößert, aber nicht verfälscht.

Weiterführende Aufgaben

2. Arithmetisches Mittel oder Extremwerte

Bei der Berechnung der Energieerzeugung durch die Windräder wurde eine durchschnittliche Windgeschwindigkeit von $8,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ zugrunde gelegt, wie sie in Küstennähe üblich ist. Für die baulichen Maßnahmen mussten jedoch Orkanstärken angenommen werden.

Weshalb konnte man hier nicht die durchschnittliche Windgeschwindigkeit zugrunde legen?



3. Einfluss der gewählten Stichprobe

Eine Schule liegt an einer Straße, die zu einem Industriegebiet führt. Am Morgen, wenn Unterricht stattfindet, fahren viele Lastkraftwagen zum Industriegebiet und zurück. Am Abend und in der Nacht fahren fast keine Fahrzeuge die Straße entlang.

Als die Schule vorschlägt, es solle eine Verkehrsberuhigung vorgenommen werden, berechnet die Stadtverwaltung die durchschnittliche Anzahl von Fahrzeugen, die die Straße pro Stunde befahren.

Weshalb ist dieses Verfahren problematisch?

Denke daran, wodurch es zu Belästigungen und eventuell zu gesundheitlichen Beeinträchtigungen kommt.

4. Arithmetisches Mittel von Mittelwerten

Lauras Vater hat zweimal den durchschnittlichen Benzinverbrauch seines Autos ermittelt. Nach 350 km Fahrt errechnet er $9,1 \text{ l}$ auf 100 km als Durchschnitt. Nach weiteren 1 250 km findet er $8,3 \text{ l}$ als Durchschnitt.

Laura errechnet daraus als durchschnittlichen Verbrauch auf 100 km:
Ist diese Rechnung richtig bzw. sinnvoll? Korrigiere gegebenenfalls.

$$\frac{9,1 + 8,3}{2} = 8,7 \text{ l}$$

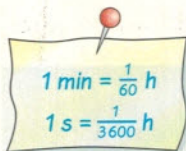
Information

Im Abschnitt 6.2.1 haben wir bereits erkannt, dass Ausreißer das arithmetische Mittel verfälschen.

- (1) Oft ist es sinnvoll, „Ausreißer“ wegzulassen.
- (2) Messungen, die nicht vergleichbar sind, dürfen bei der Mittelwertbildung nicht zusammengefasst werden.
- (3) Bei manchen Anwendungen ist nicht das arithmetische Mittel, sondern der Spitzenwert entscheidend.
Über den größten oder kleinsten Wert sagt jedoch das arithmetische Mittel nichts aus.
- (4) Nur wenn der Umfang der Stichprobe genügend groß ist, kann man davon ausgehen, dass die arithmetischen Mittel von Stichprobe und Grundgesamtheit ungefähr gleich groß sind.
- (5) Bei der Berechnung des arithmetischen Mittels aus anderen Mittelwerten ist oft Vorsicht geboten.

Übungsaufgaben

5. Patrick ist bei den Bundesjugendspielen 100 m in 15 Sekunden und 1 000 m in 4 Minuten gelaufen. Er berechnet daraus folgende Laufgeschwindigkeiten:



$$1 \text{ min} = \frac{1}{60} \text{ h}$$

$$1 \text{ s} = \frac{1}{3600} \text{ h}$$

$$100 \text{ m-Strecke: } \frac{100 \text{ m}}{15 \text{ s}} = \frac{0,1 \text{ km}}{\frac{15}{3600} \text{ h}} = \left(0,1 \cdot \frac{3600}{15}\right) \frac{\text{km}}{\text{h}} = 24 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$1000 \text{ m-Strecke: } \frac{1000 \text{ m}}{4 \text{ min}} = \frac{1 \text{ km}}{\frac{4}{60} \text{ h}} = \left(1 \cdot \frac{60}{4}\right) \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\text{Durchschnittsgeschwindigkeit: } \frac{24 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 15 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{2} = 19,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Danach behauptet er: „Ich laufe in einer Stunde im Durchschnitt 19,5 km.“ Was meinst du dazu?



6. a) Viele Ferienorte weisen in ihren Prospekten darauf hin, wie niedrig der durchschnittliche Niederschlag im Juni ist, z.B. nur 30 mm.
Beschreibe verschiedene Wetterlagen, die auf denselben Durchschnittswert für den Niederschlag in diesem Monat führen.
- b) In einem Wintersportort wird im Tal (800 m) und auf dem Gletscher (3 300 m) die Schneehöhe gemessen. Im Mai ergibt sich so eine durchschnittliche Schneehöhe von 1,30 m.
Was ist an diesem Verfahren irreführend?
7. In den Mathematikarbeiten des letzten Halbjahres bekam Lena die folgenden Noten: 4, 2, 2, 1. Julius Arbeiten wurden mit 5, 4, 2, 1 bewertet.



Lena sagt: „Meine Durchschnittsnote liegt bei 2,25, denn $\frac{4+2+2+1}{4} = 2,25$.“

Julia sagt: „Mein Durchschnitt liegt sogar bei 2,125.“

Ihre Begründung:

Durchschnitt nach der 2. Arbeit: $\frac{5+4}{2} = 4,5$

Durchschnitt nach der 3. Arbeit: $\frac{4,5+2}{2} = 3,25$

Durchschnitt nach der 4. Arbeit: $\frac{3,25+1}{2} = 2,125$

Wer hat „richtig“ gerechnet?