

6.2.2 Median und Modalwert

Aufgabe 1

147 Schüler wurden nach ihrer Freizeitgestaltung befragt. Hier siehst du das Ergebnis:

(1) Wie wichtig ist dir Musik in deinem Leben?		(2) Welches ist deine Lieblingslektüre?	
Wichtigkeit	Anzahl der Schüler (absolute Häufigkeit)	Lieblingslektüre	Anzahl der Schüler (absolute Häufigkeit)
überaus wichtig (ü)	43	Abenteuer	12
sehr wichtig (s)	37	Comic	38
wichtig (w)	29	Krimi	28
nicht so wichtig (n)	16	Roman/Erzählung	25
unwichtig (u)	9	Sachbuch	18
völlig unwichtig (v)	13	Science fiction	26

In einem Artikel in der Schülerzeitung soll nicht das vollständige Umfrageergebnis, sondern nur ein Mittelwert veröffentlicht werden.

Lösung

Für die Berechnung eines arithmetischen Mittels muss man die Summe aller Werte durch deren Anzahl dividieren.

Hier können wir auf diese Weise kein arithmetisches Mittel bilden, da wir z. B. nicht die Summe aus „überaus wichtig“ und „sehr wichtig“ bilden können. Dasselbe trifft z. B. für die Lektüre „Krimi“ und „Roman“ zu.

Wir suchen nach einer anderen Möglichkeit, die statistische Erhebung zu kennzeichnen:

- (1) Die Merkmalsausprägungen der statistischen Erhebung zum Merkmal *Wichtigkeit von Musik* kann man nach ihrer Rangfolge auch ordnen:

$\underbrace{\ddot{u}, \dots, \ddot{u}}_{43\text{-mal}}$
 $\underbrace{s, \dots, s}_{37\text{-mal}}$
 $\underbrace{w, \dots, w}_{29\text{-mal}}$
 $\underbrace{n, \dots, n}_{16\text{-mal}}$
 $\underbrace{u, \dots, u}_{9\text{-mal}}$
 $\underbrace{v, \dots, v}_{13\text{-mal}}$

Als kennzeichnenden Wert der Erhebung kann man den genau in der Mitte dieser 147 Werte stehenden Wert angeben. Das ist hier der an der 74. Stelle, also *s* für „sehr wichtig“.

Diese Merkmalsausprägung nennt man den *Median (Zentralwert)* der geordneten Stichprobe.

- (2) Die Merkmalsausprägungen des Merkmals *Lieblingslektüre* kann man nicht einmal nach einer Reihenfolge ordnen. Jede Reihenfolge ist willkürlich.

Hier bleibt als Kennzeichnung nur die Angabe der Lektürenart, die am häufigsten genannt wurde, nämlich „Comic“ mit 38 Nennungen bzw. mit einer relativen Häufigkeit von 25,9%. Diese Merkmalsausprägung nennt man *Modalwert*.

Information

(1) Verschiedene Arten von Merkmalen

Die Bestimmung eines kennzeichnenden Wertes für eine statistische Erhebung führt uns zu einer Unterscheidung von Merkmalen.

Wir unterscheiden dabei *quantitative* und *qualitative* Merkmale.

- Bei **quantitativen Merkmalen** werden Eigenschaften betrachtet, mit denen man rechnen kann, also Zahlen oder Größen.
- Bei **qualitativen Merkmalen** werden Eigenschaften betrachtet, die sich nur mit Worten beschreiben lassen. Hierbei kann man nochmals zwei Typen unterscheiden, nämlich solche, deren Ausprägungen sich ordnen lassen und solche, die sich nicht ordnen lassen. Merkmale, deren Ausprägungen sich ordnen lassen, heißen **Rangmerkmale**.

(2) Median einer Stichprobe

Bei den Antworten auf die Frage nach der Bedeutung der Musik im Leben der Schüler in Aufgabe 1 konnten wir kein arithmetisches Mittel bestimmen, da die Antworten nur in einer Rangfolge zueinander anzuordnen sind. Eine Addition einzelner Werte, z. B. *wichtig* + *unwichtig* ist nicht möglich.

Den **Median** (Zentralwert) einer Stichprobe erhält man so:

Zunächst werden die Werte (Ausprägungen) der Urliste ihrer Rangfolge nach geordnet.

Bei ungerader Anzahl von Werten ist der Median der in der Mitte stehende Wert.

Bei gerader Anzahl von Werten kann man die beiden mittleren Werte als Median angeben (wenn möglich, wählt man häufig das arithmetische Mittel dieser beiden Werte als Median).

Beispiel:

😊 😊 😊 😊 😊

Rangfolge:

😊 😊 😊 😊 😊

↑
mittlerer Wert

Ergebnis:

Der Zentralwert ist 😊.

Den Median kann man auch bei quantitativen Merkmalen angeben.

Beim GTR wird der Befehl **median** (im Menü **LIST** unter **MATH**) zur Bestimmung des Medians verwendet.

Beispiel bei einer geordneten Zahlenliste:

`median ({4, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 70})`

ergibt $Z = 8,5$.

```
median({4,7,8,8,
9,9,10,70})
      8.5
```

(3) Modalwert einer Stichprobe

Bei qualitativen Merkmalen, die sich nicht in natürlicher Weise ordnen lassen, kennzeichnet man die Stichprobe durch die Merkmalsausprägung, die am *häufigsten* vorkommt. Diese Ausprägung heißt **Modalwert**.

Den Modalwert kann man auch bei Rangmerkmalen und bei quantitativen Merkmalen angeben.

überführende
gaben

2. Mittelwertbildung bei Zensuren

Beim Ausfall von Klassenarbeiten wird oft der Mittelwert der Ergebnisse angegeben.

Begründe anhand der Notendefinition unten, dass das streng genommen nicht korrekt ist.

Welchen Wert muss man ermitteln, um das „durchschnittliche“ Ergebnis einer Arbeit anzugeben?

Noten	Ziffer	Notendefinition gemäß KMK-Beschluss
sehr gut	1	Die Note „sehr gut“ soll erteilt werden, wenn die Leistung den Anforderungen in besonderem Maße entspricht.
gut	2	Die Note „gut“ soll erteilt werden, wenn die Leistung den Anforderungen voll entspricht.
befriedigend	3	Die Note „befriedigend“ soll erteilt werden, wenn die Leistung im allgemeinen den Anforderungen entspricht.
ausreichend	4	Die Note „ausreichend“ soll erteilt werden, wenn die Leistung zwar Mängel aufweist, aber im Ganzen den Anforderungen noch entspricht.
mangelhaft	5	Die Note „mangelhaft“ soll erteilt werden, wenn die Leistung den Anforderungen nicht entspricht, jedoch erkennen lässt, dass die notwendigen Grundkenntnisse vorhanden sind und die Mängel in absehbarer Zeit behoben werden könnten.
ungenügend	6	Die Note „ungenügend“ soll erteilt werden, wenn die Leistung den Anforderungen nicht entspricht und selbst die Grundkenntnisse so lückenhaft sind, dass die Mängel in absehbarer Zeit nicht behoben werden könnten.

KMK, Abkürzung
für Kultusminister-
konferenz

den USA wer-
den zur Abkür-
zung der Noten
Buchstaben
B, ... verwen-
det.