

### Algoritmo correcto:

**Si  $p$  es primo, entonces se que si  $p < n$  divide a  $n!$**

### mini explicación del algoritmo:

Puedes saltarte esta explicación y simplemente usar la frase anterior para resolver el problema. Es algo bastante técnico y concreto y no es nuestro objetivo pararnos tanto en una propiedad matemática tan concreta.

Ya que nos dicen que  $p$  es primo, el razonamiento debe de basarse en la relación entre números primos y el factorial. No hay más remedio que consultar páginas de matemáticas, no nos valen de nada ahora las páginas de programación.

Recordemos cómo se descompone un número en factores primos

|     |   |                 |
|-----|---|-----------------|
| 720 | 2 | (720 : 2 = 360) |
| 360 | 2 | (360 : 2 = 180) |
| 180 | 2 | (180 : 2 = 90)  |
| 90  | 2 | (90 : 2 = 45)   |
| 45  | 3 | (45 : 3 = 15)   |
| 15  | 3 | (15 : 3 = 5)    |
| 5   | 5 | (5 : 5 = 1)     |
| 1   |   |                 |

$$720 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Se puede dividir en otro orden, por ejemplo empezar a dividir por 5 pero finalmente aunque en otro orden se llega a  $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ , es decir, los factores primos son únicos para un número. Esto es lo mismo que decir, que 2, 3 y 5 son los únicos números primos que dividen a 720

Ahora expresamos 720 con la función factorial,

$$720 = 6!$$

Sabiendo que  $6!$  es el factorial de 720 podemos ver otra forma de calcular sus factores primos

Por ejemplo:

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Los números que son compuestos (no primos) los puedo a su vez descomponer en sus factores primos concretamente  $6 = 2 \cdot 3$  y  $4 = 2 \cdot 2$

$$720 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Por tanto 2, 3 y 5 son los únicos primos que dividen a  $6!$  y no hay más y fíjate que todos los primos que dividen a  $n!$  siempre van a ser menores que  $n$ , por ejemplo en  $6!$  no puede haber un primo mayor que 6 que lo divida observa que esto se cumple para los primos porque para no primos no se cumple por ejemplo

30 es mayor que 6 pero divide a  $6!$

**CONCLUSIÓN: los primos que dividen a  $n!$  están entre  $[1, n)$  (ya que el enunciado considera a 1 primo) y por tanto**

**Si  $p$  es primo, entonces se que si  $p < n$  divide a  $n!$**

también puedes ver una explicación de esto en el minuto 7:00 de

<https://www.youtube.com/watch?v=9vZv-YgzxV0>

menos específico pero con buenas explicaciones sobre todo esto en <https://www.youtube.com/watch?v=3C6TsfUIQEs>

Faltan contemplar casos especiales. Concretamente en el enunciado habla de números  $n$  y  $p$  positivas ¿Es el 0 un número positivo?. Matemáticamente tengo entendido que el cero "es neutro", ni positivo ni negativo, pero en el enunciado nos habla de  $\text{factorial}(0)=1$ . Por tanto hay que tener en cuenta  $n=0$ .