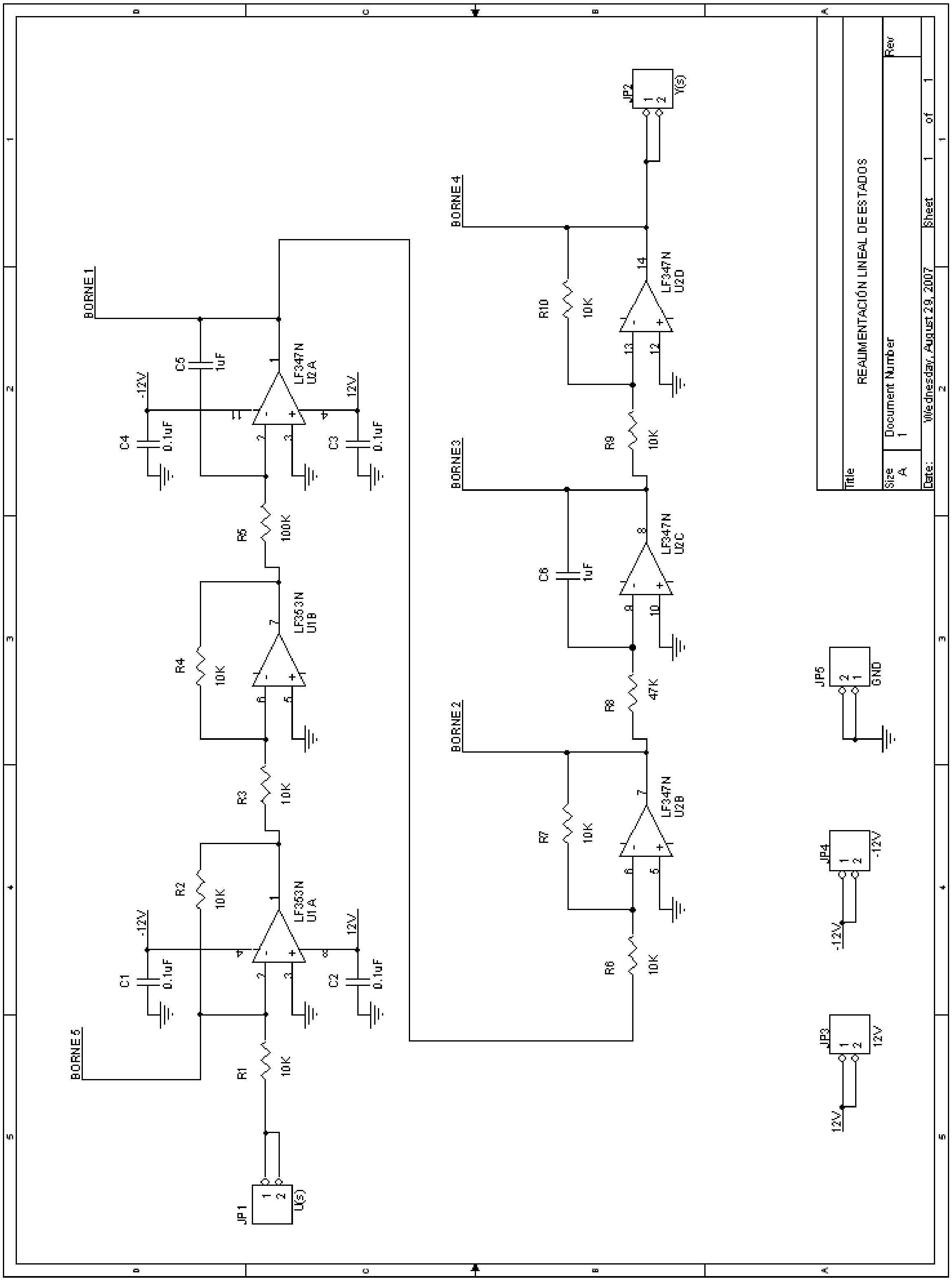
Trabajo de Laboratorio Nº 1: Realimentación Lineal de estados

Considerar el siguiente circuito y suponer que el mismo es la simulación mediante computación analógica de un sistema físico.



Se pide:

1) Calcular la función de transferencia de la planta $G_P(s)$ a Lazo Abierto.

2) Escribir las ecuaciones de Estado Correspondientes.

3) Aplicar Realimentación Lineal de Estados tal que el sistema a lazo cerrado tenga el término independiente de su polinomio denominador igual a la ganancia del sistema a lazo cerrado (numerador) y tenga un Sobrepico Porcentual $OS\% \leq 20\%$.

4) Indicar la función transferencia a lazo cerrado resultante $T(s)$, determinar el factor de amortiguamiento correspondiente y los valores de resistencias R_1 y R_2 necesarios, como así también las ganancias de realimentación k_1 y k_2. Considerar como variable de estados x_1 a la correspondiente a la salida y, e x_2 a la variable de estados intermedia. k_1 será la ganancia asociada a x_1 y k_2 a x_2.

5) Verificar los resultados mediante una simulación utilizando Matlab.

6) Implementar el circuito correspondiente, medir y registrar la respuesta del sistema a lazo cerrado a una entrada escalón unitario. (Utilizar una onda cuadrada de $4V_{pp}$ y *0.5Hz*).

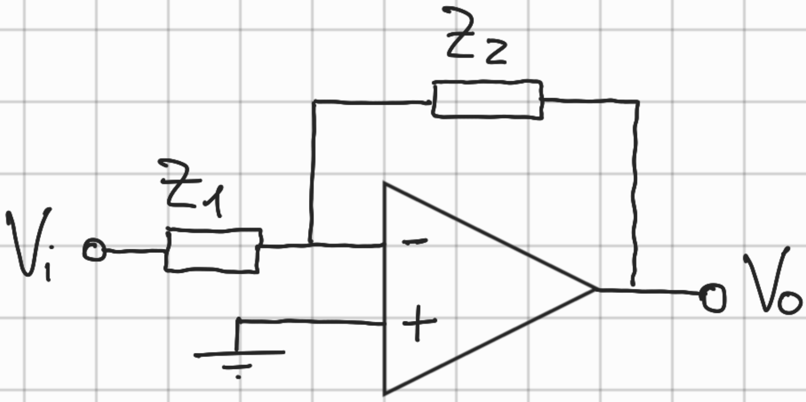
7) Comparar los datos obtenidos en los dos puntos anteriores y justificar diferencias entre las respuestas obtenidas de la simulación y experimentalmente.

8) Justificar si es necesario aplicar Control integral.

9) Analizar que sucede si abre el camino de k_2, obtener la función de transferencia a lazo cerrado para este caso particular, simular, medir experimentalmente y comparar ambos resultados.

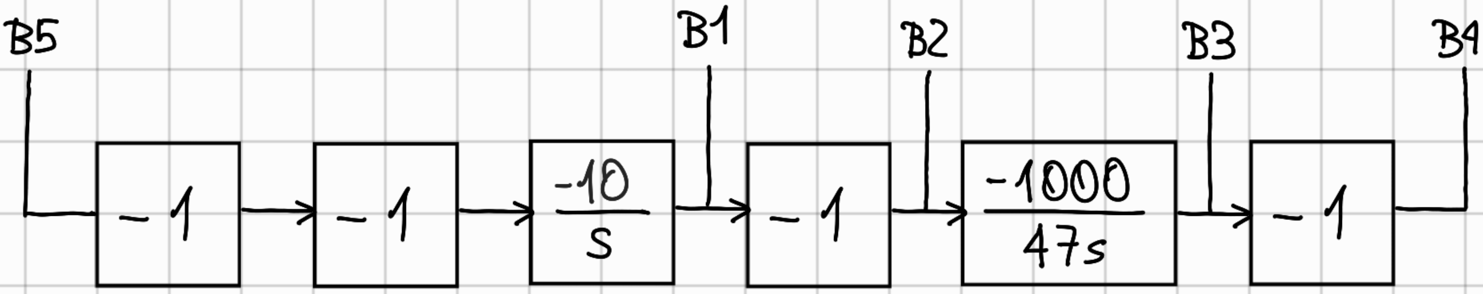
10) Efectuar para todos los casos la simulación por Simulink.

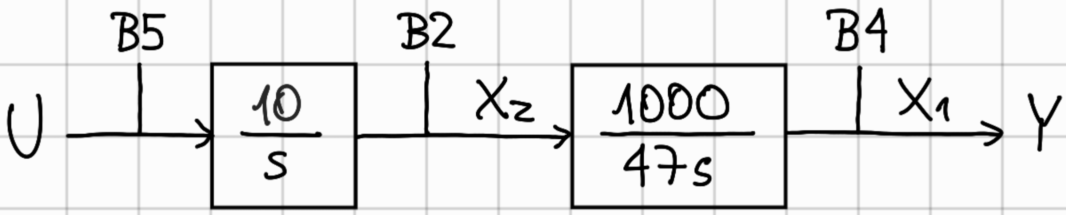
11) Graficar el plano de fase en la simulación y compararla experimentalmente para los puntos 6 y 9.



$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

$$Z_R = R \qquad Z_C = \frac{1}{sC}$$





$$\frac{Y}{U} = \frac{X_2}{U} \cdot \frac{X_1}{X_2} \cdot \frac{Y}{X_1} = \frac{10}{s} \cdot \frac{1000}{47s} \cdot 1 = \frac{10000}{47} \cdot \frac{1}{s^2}$$

$$\frac{X_2}{U} = \frac{10}{s} \Rightarrow X_2 \cdot s = 10\,U \rightarrow \dot{x}_2 = 10\,u$$

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{1000}{47s} \Rightarrow X_1 \cdot s = \frac{1000}{47} X_2 \rightarrow \dot{x}_1 = \frac{1000}{47} x_2$$

$$\frac{Y}{X_1} = 1 \Rightarrow Y = X_1$$

$$\dot{X} = A \cdot X + B \cdot U$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & \frac{1000}{47} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{A} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix}}_{B} \cdot u$$

$$y = C \cdot x + D \cdot u \qquad y = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}}_{C} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \underbrace{0}_{D} \cdot u$$

Chequeo controlabilidad

$$MC = \begin{pmatrix} B & A \cdot B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{10^4}{47} \\ 10 & 0 \end{pmatrix}$$

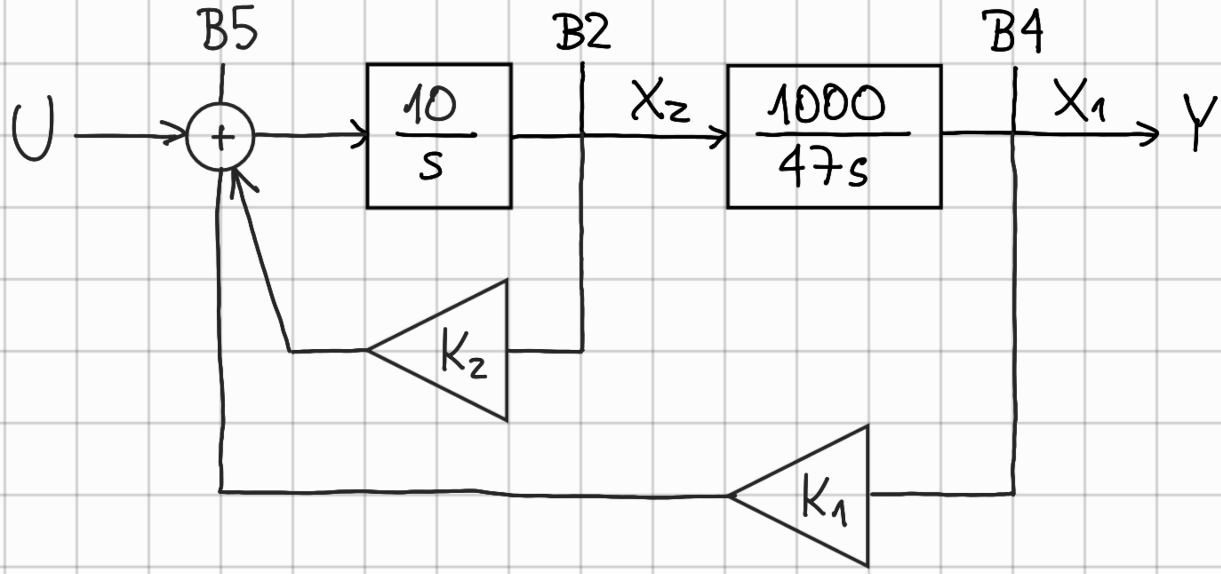
$$|MC| = -\frac{10^4}{47} \cdot 10 = -\frac{10^5}{47} \Rightarrow$$ Es controlable!

3) Aplicar Realimentación Lineal de Estados tal que el sistema a lazo cerrado tenga el término independiente de su polinomio denominador igual a la ganancia del sistema a lazo cerrado (numerador) y tenga un Sobrepico Porcentual $OS\% \leq 20\%$.

Quiero $OS\% \leq 20\% \Rightarrow \xi \geq 0{,}456$

$$\xi = \frac{-\ln(OS\%/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(OS\%/100)}}$$

$$T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$



$$A_{LC} = A - B \cdot K = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1000}{47} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} K_1 & K_2 \end{pmatrix}$$

$$A_{LC} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1000}{47} \\ -10K_1 & -10K_2 \end{pmatrix}$$

$$|sI - A_{LC}| = \begin{vmatrix} s & -\frac{1000}{47} \\ +10K_1 & s+10K_2 \end{vmatrix} = s \cdot (s + 10K_2) + \frac{1000}{47} \cdot 10K_1$$

$$= s^2 + 10 \cdot K_2 \cdot s + \frac{10^4}{47} K_1$$

$$T(s) = \frac{\frac{10^4}{47}}{s^2 + 10K_2 s + \frac{10^4}{47} \cdot K_1}$$

$$\frac{10^4}{47} = \frac{10^4}{47} \cdot K_1 \Rightarrow K_1 = 1 \longrightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{10^4}{47}} = 14,58$$

$$2\xi\omega_n = 10K_2 \Rightarrow K_2 = 1,33$$