INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

22.13 ELECTRÓNICA III

Trabajo Práctico de Laboratorio N° 1

Grupo 5:

John SMITH
Leg. 66666

John SMITH
Leg. 66666

John SMITH
Leg. 66666

John SMITH
Leg. 66666

Profesor:

Kevin DEWALD

Entregado: 6 de Septiembre de 2018

1. EJERCICIO 2

1.1. INTRODUCCIÓN

Se tiene una función dada por:

$$f(d,c,b,a) = \prod (M_0, M_1, M_5, M_7, M_8, M_{10}, M_{14}, M_{15})$$

A partir de esto se construyó la siguiente tabla de verdad, completando únicamente los máxterminos de aquellos estados en los que la función valía 0, ya que éstos son los que nos serán de utilidad:

Cuadro 1.1: Tabla de verdad de la función dada.

i	$d = X_1$	$c = X_2$	$b = X_3$	$a = X_4$	$f = ()$	M_i
0	0	0	0	0	0	$X_1 + X_2 + X_3 + X_4$
1	0	0	0	1	0	$X_1 + X_2 + X_3 + \overline{X_4}$
2	0	0	1	0	1	-
3	0	0	1	1	1	-
4	0	1	0	0	1	-
5	0	1	0	1	0	$X_1 + \overline{X_2} + X_3 + \overline{X_4}$
6	0	1	1	0	1	-
7	0	1	1	1	0	$X_1 + \overline{X_2} + \overline{X_3} + \overline{X_4}$
8	1	0	0	0	0	$\overline{X_1} + X_2 + X_3 + X_4$
9	1	0	0	1	1	-
10	1	0	1	0	0	$\overline{X_1} + X_2 + \overline{X_3} + X_4$
11	1	0	1	1	1	-
12	1	1	0	0	1	-
13	1	1	0	1	1	-
14	1	1	1	0	0	$\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3} + X_4$
15	1	1	1	1	0	$\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3} + \overline{X_4}$

De esta manera, la función está dada por productos de sumas de las variables (máxterminos).

1.2. SIMPLIFICACIÓN APLICANDO ÁLGEBRA BOOLEANA

Se tiene entonces:

$$f(d,c,b,a) = M_0 * M_1 * M_5 * M_7 * M_8 * M_{10} * M_{14} * M_{15} \tag{1.1}$$

Que es equivalente a:

$$\begin{aligned} f(d,c,b,a) = {} & (X_1 + X_2 + X_3 + X_4) * (X_1 + X_2 + X_3 + \overline{X_4}) * (X_1 + \overline{X_2} + X_3 + \overline{X_4}) * (X_1 + \overline{X_2} + \overline{X_3} + \overline{X_4}) \\ & * (\overline{X_1} + X_2 + X_3 + X_4) * (\overline{X_1} + X_2 + \overline{X_3} + X_4) * (\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3} + X_4) * (\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3} + \overline{X_4}) \end{aligned} \tag{1.2}$$

Utilizando la propiedad del álgebra booleana $(x + y)(x + \overline{y} = x)$ sobre los pares de términos (M_0, M_1); (M_5, M_7); (M_8, M_{10}); (M_{14}, M_{15}) se llegó a la siguiente expresión simplificada.

$$f(d,c,b,a) = (X_1 + X_2 + X_3) * (\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3}) * (X_1 + \overline{X_2} + \overline{X_4}) * (\overline{X_1} + X_2 + X_4) \tag{1.3}$$

Cuadro 1.2: Mapa de Karnaugh de la función dada.

X_3, X_4 \ X_1, X_2	0 0	0 1	1 1	1 0
0 0	M_0	M_4	M_{12}	M_8
0 1	M_1	M_5	M_{13}	M_9
1 1	M_3	M_7	M_{15}	M_{11}
1 0	M_2	M_6	M_{14}	M_{10}

$\longrightarrow$

X_3, X_4 \ X_1, X_2	0 0	0 1	1 1	1 0
0 0	0	1	1	0
0 1	0	0	1	1
1 1	1	0	0	1
1 0	1	1	0	0

1.3. Simplificación aplicando mapas de Karnaugh

Nos es de interés para simplificar aplicando mapas de Karnaugh aquellos máxterminos en los que la función vale 0, agrupándolos de a 8, 4, 2 ó 1, según se pueda e intentando que los grupos sean lo más grande posible. Si tomamos 4 grupos de a 2 verticales, como muestra la tabla

Cuadro 1.3: Mapa de Karnaugh de la función dada.

X_3, X_4 \ X_1, X_2	0 0	0 1	1 1	1 0
0 0	0	1	1	0
0 1	0	0	1	1
1 1	1	0	0	1
1 0	1	1	0	0

Aquellos seleccionados de manera unitaria en la última columna se tomaron como un grupo de 2. Con ésto en cuenta, se puede notar lo siguiente de cada pareja:

- En el primer grupo de la primera columna, las variables X_1, X_2 *y* X_3 valen 0 y no cambian; sí lo hace X_4.
- En el segundo grupo, en la segunda columna, las variables que no cambian son X_1, X_2 *y* X_4; X_1 vale 0, y X_1 *y* X_2 valen 1, de manera contraria, sí cambia X_3.
- En el tercer grupo de ceros, X_1, X_2 *y* X_3 no cambian y valen 1; notamos que X_4 sí modifica su valor.
- En el cuarto grupo en la última columna, X_1, X_2 *y* X_4 mantienen su valor; con X_1 valiendo 1, y X_2, X_4, 0; X_3 sí modifica su valor.

Para realizar entonces la simplificación, recordemos que queremos productos de sumas tal que la función sea nula. En el caso del primer grupo, la manera de lograrlo es $X_1 + X_2 + X_3$, ya que sólo cuando las tres variables valen cero simultáneamente, este término valdrá cero; como X_4 cambia su valor no nos es de interés para la expresión. De manera análoga para el segundo grupo, podemos lograr que valga cero únicamente con $X_1 + \overline{X_2} + \overline{X_4}$. El hecho de negar las variables se debe a que estas valen 1, y se quiere lo contrario. Para el tercer grupo, el cero se consigue como $\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3}$, las tres variables valen 1, por eso se niegan. Con el cuarto y último grupo, la nulidad se consigue con $\overline{X_1} + X_2 + X_4$.

Si se combinan los términos, terminamos con la siguiente expresión:

$$f(d,c,b,a) = (X_1 + X_2 + X_3) * (X_1 + \overline{X_2} + \overline{X_4}) * (\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3}) * (\overline{X_1} + X_2 + X_4) \tag{1.4}$$

ES fácil ver que la expresión es idéntica a la simplificación con el álgebra booleana. Vale agregar que tomando los grupos más grandes posibles al hacer la simplificación con mapas de Karnaugh se llega a la expresión más simplificada posible. Esto verifica también que con el álgebra booleana se pudo reducir la función a su mínima expresión.

1.4. Circuito lógico resultante

1.4.1. Utilizando compuertas AND, OR, NOT.

Para implementar el circuito lógico, simplemente se tuvo en cuenta la expresión simplificada y se utilizaron compuertas AND, OR, y NOT cuando se requería.

//insertar imagen

1.4.2. Utilizando compuertas NOR.

En este caso se utilizó la compuerta NOR para crear las compuertas necesarias (AND, OR y NOT). De esta manera