

---

## Trabajo Práctico de Laboratorio N° 1

---

*Grupo 5:*

Matías LARROQUE  
Leg. 56597

Lucero Guadalupe FERNANDEZ  
Leg. 57485

Manuel MOLLÓN  
Leg. 58023

Ezequiel VIJANDE  
Leg. 58057

*Profesor:*

Kevin DEWALD

Entregado: 6 de Septiembre de 2018

## 1. EJERCICIO 2

### 1.1. INTRODUCCIÓN

Se tiene una función dada por:

$$f(d, c, b, a) = \prod (M_0, M_1, M_5, M_7, M_8, M_{10}, M_{14}, M_{15})$$

A partir de esto se construyó la siguiente tabla de verdad, completando únicamente los máxterminos de aquellos estados en los que la función valía 0, ya que éstos son los que nos serán de utilidad:

Cuadro 1.1: Tabla de verdad de la función dada.

i	$d = X_1$	$c = X_2$	$b = X_3$	$a = X_4$	$f = ()$	$M_i$
0	0	0	0	0	0	$X_1 + X_2 + X_3 + X_4$
1	0	0	0	1	0	$X_1 + X_2 + X_3 + \overline{X_4}$
2	0	0	1	0	1	-
3	0	0	1	1	1	-
4	0	1	0	0	1	-
5	0	1	0	1	0	$X_1 + \overline{X_2} + X_3 + \overline{X_4}$
6	0	1	1	0	1	-
7	0	1	1	1	0	$X_1 + \overline{X_2} + \overline{X_3} + \overline{X_4}$
8	1	0	0	0	0	$\overline{X_1} + X_2 + X_3 + X_4$
9	1	0	0	1	1	-
10	1	0	1	0	0	$\overline{X_1} + X_2 + \overline{X_3} + X_4$
11	1	0	1	1	1	-
12	1	1	0	0	1	-
13	1	1	0	1	1	-
14	1	1	1	0	0	$\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3} + X_4$
15	1	1	1	1	0	$\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3} + \overline{X_4}$

De esta manera, la función está dada por productos de sumas de las variables (máxterminos).

### 1.2. SIMPLIFICACIÓN APLICANDO ÁLGEBRA BOOLEANA

Se tiene entonces:

$$f(d, c, b, a) = M_0 * M_1 * M_5 * M_7 * M_8 * M_{10} * M_{14} * M_{15} \quad (1.1)$$

Que es equivalente a:

$$f(d, c, b, a) = (X_1 + X_2 + X_3 + X_4) * (X_1 + X_2 + X_3 + \overline{X_4}) * (X_1 + \overline{X_2} + X_3 + \overline{X_4}) * (X_1 + \overline{X_2} + \overline{X_3} + \overline{X_4}) * (\overline{X_1} + X_2 + X_3 + X_4) * (\overline{X_1} + X_2 + \overline{X_3} + X_4) * (\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3} + X_4) * (\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3} + \overline{X_4}) \quad (1.2)$$

Utilizando la propiedad del álgebra booleana  $(x + y)(x + \overline{y}) = x$  sobre los pares de términos  $(M_0, M_1); (M_5, M_7); (M_8, M_{10}); (M_{14}, M_{15})$  se llegó a la siguiente expresión simplificada.

$$f(d, c, b, a) = (X_1 + X_2 + X_3) * (\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3}) * (X_1 + \overline{X_2} + \overline{X_4}) * (\overline{X_1} + X_2 + X_4) \quad (1.3)$$

Cuadro 1.2: Mapa de Karnaugh de la función dada.

$x_1, x_2$		00	01	11	10
$x_3, x_4$	00	$M_0$	$M_4$	$M_{12}$	$M_8$
	01	$M_1$	$M_5$	$M_{13}$	$M_9$
	11	$M_3$	$M_7$	$M_{15}$	$M_{11}$
	10	$M_2$	$M_6$	$M_{14}$	$M_{10}$

→

$x_1, x_2$		00	01	11	10
$x_3, x_4$	00	0	1	1	0
	01	0	0	1	1
	11	1	0	0	1
	10	1	1	0	0

### 1.3. SIMPLIFICACIÓN APLICANDO MAPAS DE KARNAUGH

Nos es de interés para simplificar aplicando mapas de Karnaugh aquellos máxterminos en los que la función vale 0, agrupándolos de a 8, 4, 2 ó 1, según se pueda e intentando que los grupos sean lo más grande posible. Si tomamos 4 grupos de a 2 verticales, como muestra la tabla

Figura 1.1: Mapa de Karnaugh de la función dada.

$x_1, x_2$		00	01	11	10
$x_3, x_4$	00	0	1	1	0
	01	0	0	1	1
	11	1	0	0	1
	10	1	1	0	0

Aquellos seleccionados de manera unitaria en la última columna se tomaron como un grupo de 2. Con ésto en cuenta, se puede notar lo siguiente de cada pareja:

- En el primer grupo de la primera columna, las variables  $X_1, X_2$  y  $X_3$  valen 0 y no cambian; sí lo hace  $X_4$ .
- En el segundo grupo, en la segunda columna, las variables que no cambian son  $X_1, X_2$  y  $X_4$ ;  $X_1$  vale 0, y  $X_1$  y  $X_2$  valen 1, de manera contraria, sí cambia  $X_3$ .
- En el tercer grupo de ceros,  $X_1, X_2$  y  $X_3$  no cambian y valen 1; notamos que  $X_4$  sí modifica su valor.
- En el cuarto grupo en la última columna,  $X_1, X_2$  y  $X_4$  mantienen su valor; con  $X_1$  valiendo 1, y  $X_2, X_4, 0$ ;  $X_3$  sí modifica su valor.

Para realizar entonces la simplificación, recordemos que queremos productos de sumas tal que la función sea nula. En el caso del primer grupo, la manera de lograrlo es  $X_1 + X_2 + X_3$ , ya que sólo cuando las tres variables valen cero simultáneamente, este término valdrá cero; como  $X_4$  cambia su valor no nos es de interés para la expresión. De manera

análoga para el segundo grupo, podemos lograr que valga cero únicamente con  $X_1 + \overline{X_2} + \overline{X_4}$ . El hecho de negar las variables se debe a que estas valen 1, y se quiere lo contrario. Para el tercer grupo, el cero se consigue como  $\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3}$ , las tres variables valen 1, por eso se niegan. Con el cuarto y último grupo, la nulidad se consigue con  $\overline{X_1} + X_2 + X_4$ .

Si se combinan los términos, terminamos con la siguiente expresión:

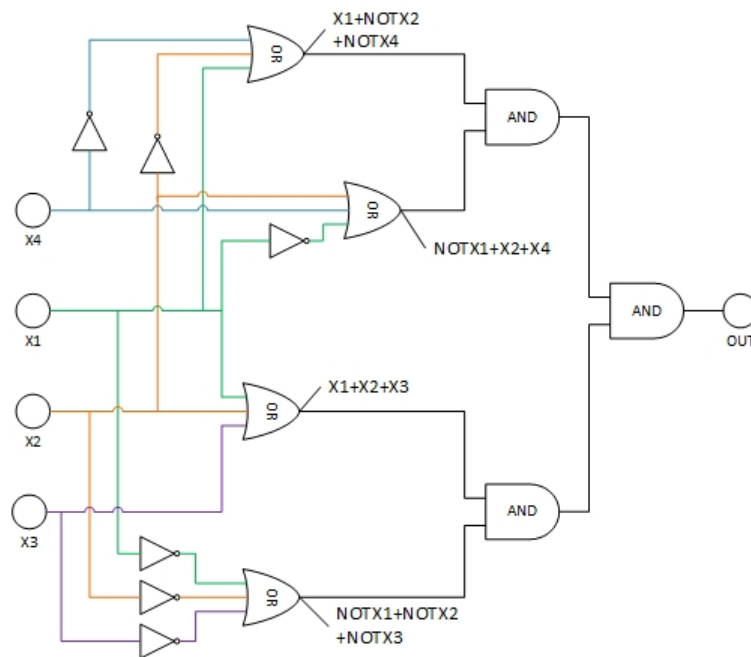
$$f(d, c, b, a) = (X_1 + X_2 + X_3) * (X_1 + \overline{X_2} + \overline{X_4}) * (\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3}) * (\overline{X_1} + X_2 + X_4) \quad (1.4)$$

ES fácil ver que la expresión es idéntica a la simplificación con el álgebra booleana. Vale agregar que tomando los grupos más grandes posibles al hacer la simplificación con mapas de Karnaugh se llega a la expresión más simplificada posible. Esto verifica también que con el álgebra booleana se pudo reducir la función a su mínima expresión.

#### 1.4. CIRCUITO LÓGICO RESULTANTE

##### 1.4.1. UTILIZANDO COMPUERTAS AND, OR, NOT.

Para implementar el circuito lógico, simplemente se tuvo en cuenta la expresión simplificada y se utilizaron compuertas AND, OR, y NOT cuando se requerían.



##### 1.4.2. UTILIZANDO COMPUERTAS NOR.

En este caso se utilizó la compuerta universal NOR para crear las compuertas necesarias (AND, OR y NOT). De esta manera, se utiliza un número mayor de compuertas, pero universales. El circuito resultante se muestra a continuación:

