Ejercicio 2

Se parte de la siguiente función expresada en maxtérminos:

$$f(d,c,b,a) = \prod (M_0, M_1, M_5, M_7, M_8, M_{10}, M_{14}, M_{15})$$

Tomando como variables de entrada lógicas a d, c, b, a. Por simplicidad, se expresa la misma función en minitérminos para operar luego:

$$f(d,c,b,a) = \sum (m_2, m_3, m_4, m_6, m_9, m_{11}, m_{12}, m_{13})$$

A partir de esta, construimos la función sin simplificar:

$$f(d,c,b,a) = (\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot b\cdot\overline{a}) + (\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot b\cdot a) + (\overline{d}\cdot c\cdot\overline{b}\cdot\overline{a}) + (\overline{d}\cdot c\cdot b\cdot\overline{a}) + (d\cdot\overline{c}\cdot\overline{b}\cdot a) + (d\cdot\overline{c}\cdot b\cdot a) + (d\cdot c\cdot\overline{b}\cdot\overline{a}) + (d\cdot c\cdot\overline{b}\cdot a)$$

Agrupamos por factor común en forma conveniente:

$$\begin{aligned} f(d,c,b,a) \quad &= \quad \underbrace{(\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot b\cdot\overline{a}) + (\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot b\cdot a)} + \underbrace{(\overline{d}\cdot c\cdot\overline{b}\cdot\overline{a}) + (\overline{d}\cdot c\cdot b\cdot\overline{a})} + \underbrace{(d\cdot\overline{c}\cdot\overline{b}\cdot a) + (d\cdot\overline{c}\cdot b\cdot a)} + \\ &\longrightarrow \quad \underbrace{(d\cdot c\cdot\overline{b}\cdot\overline{a}) + (d\cdot c\cdot\overline{b}\cdot a)} \end{aligned}$$

$$f(d,c,b,a) = [\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot b\cdot\underbrace{(\overline{a}+a)}_{1}] + [\overline{d}\cdot c\cdot\overline{a}\cdot\underbrace{(\overline{b}+b)}_{1}] + [d\cdot\overline{c}\cdot a\cdot\underbrace{(\overline{b}+b)}_{1}] + [d\cdot c\cdot\overline{b}\cdot\underbrace{(\overline{a}+a)}_{1}]$$

$$\boxed{f(d,c,b,a) = (\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot b) + (\overline{d}\cdot c\cdot\overline{a}) + (d\cdot c\cdot\overline{b}) + (d\cdot\overline{c}\cdot a)}$$

Análogamente, a partir de la expresión en miniterminos reducimos la función mediante un mapa de Karnaugh:

dc \ ba	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	0	0	1
11	1	1	0	0
10	0	1	1	0

Del primer grupo (primer fila) se tene que d, c y b quedan constantes, por lo que el primer factor queda de la forma $\overline{d}\overline{c}b$.

Del segundo grupo (segunda fila) se tiene que d, c y a son constantes, por lo que dicho factor queda de la forma $\overline{d}c\overline{a}$.

Del tercer grupo (tercer fila) quedan constantes d, c y b, por lo que este factor queda de la forma $dc\overline{b}$.

Finalmente, de la última fila, en el grupo se mantienen constantes d, c y a, por lo que este último factor queda de la forma $d\overline{c}a$.

Sumando los términos parciales se obtiene la función buscada:

$$\boxed{f(d,c,b,a) = (\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot b) + (\overline{d}\cdot c\cdot\overline{a}) + (d\cdot c\cdot\overline{b}) + (d\cdot\overline{c}\cdot a)}$$

Verificando asi que se llega a la misma expresión.

Tomando dicha función, se la implementó en un circuito lógico mediante compuertas AND, OR y NOT, como se muestra a continuación.

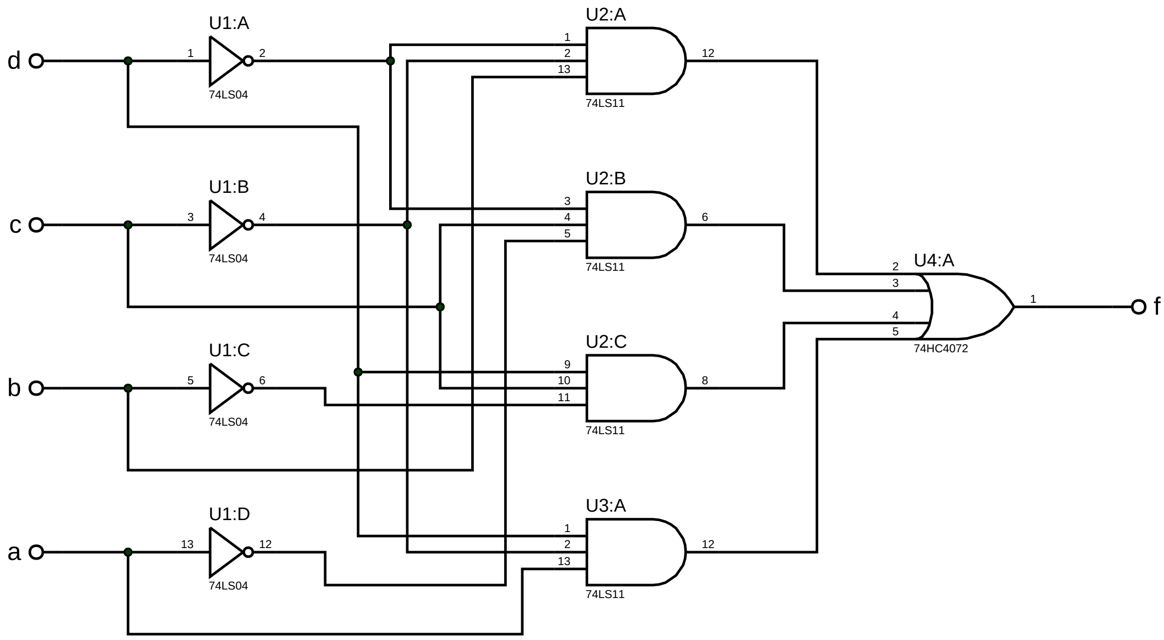

Figure 1: Circuito lógico de implementación para $f(d,c,b,a)$ - Realizado en Proteus 7.8

Para la implementación mediante el uso de sólo compuertas NOR, primero se debe trabajar un poco con la función obtenida aplicando las propiedades del álgebra booleana. Partiendo de la función original:

$$f(d,c,b,a) = (\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot b) + (\overline{d}\cdot c\cdot\overline{a}) + (d\cdot c\cdot\overline{b}) + (d\cdot\overline{c}\cdot a)$$

Se niega dos veces los términos con productos entre las variables, para mantener la igualdad:

$$f(d,c,b,a) = \overline{\overline{(\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot b)}} + \overline{\overline{(\overline{d}\cdot c\cdot\overline{a})}} + \overline{\overline{(d\cdot c\cdot\overline{b})}} + \overline{\overline{(d\cdot\overline{c}\cdot a)}}$$

Posteriormente se aplica a los productos sólo una de las negaciones, de manera tal de transformar el producto en una suma (De Moivre):

$$\boxed{f(d,c,b,a) = \overline{(d+c+\overline{b})} + \overline{(d+\overline{c}+a)} + \overline{(\overline{d}+\overline{c}+b)} + \overline{(\overline{d}+c+\overline{a})}}$$

Teniendo ahora la expresión de la función en términos de sumas, es posible implementar el circuito con solamente compuertas NOR, como se muestra a continuación.

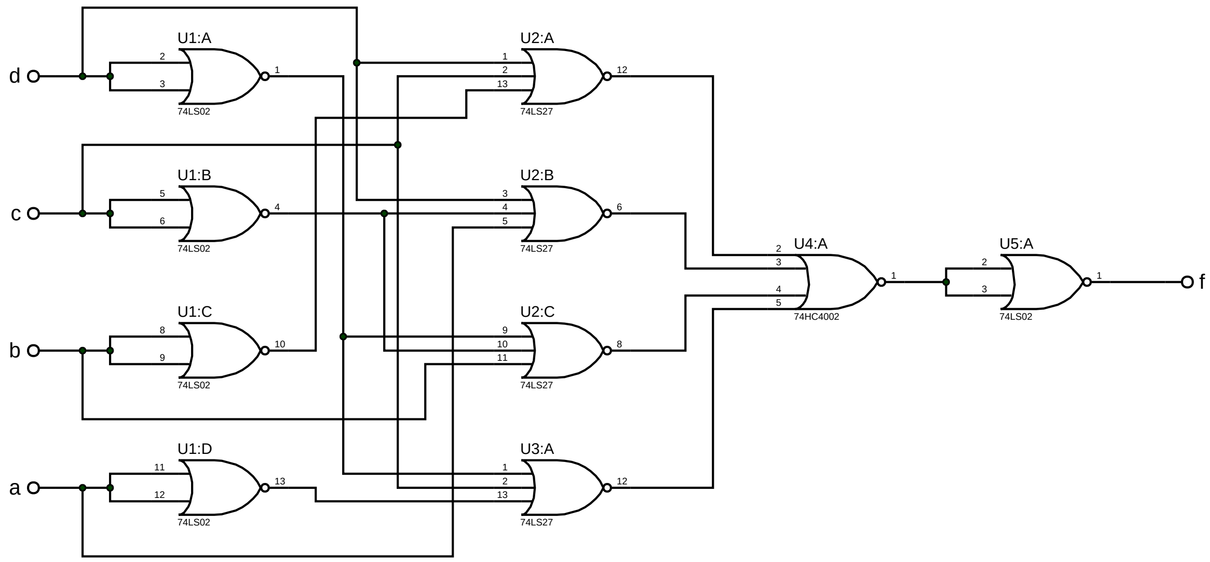

Figure 2: Circuito lógico de implementación para $f(d, c, b, a)$ con compuertas NOR - Realizado en Proteus 7.8