



Documento de Trabajo No. 04/15  
Mayo 2015

**Ciclos Económicos Reales y Oferta Laboral:  
Una Aplicación al Caso Boliviano**

*por:*  
*Pablo Montaña O.*

# **Ciclos Económicos Reales y Oferta Laboral: Una Aplicación al Caso Boliviano<sup>\*</sup>**

*Pablo Montaña O.*

## **Resumen**

La presente investigación caracteriza el comportamiento macroeconómico de la economía boliviana y prueba el desempeño de dos modelos de Ciclos Económicos Reales (RBC) para una economía cerrada y sin sector gobierno. El primer modelo (o modelo de trabajo divisible) se caracteriza por ser un RBC básico, donde la oferta de trabajo depende de la teoría de oferta laboral neoclásica. El segundo modelo (o modelo de trabajo indivisible) modifica el supuesto de oferta laboral neoclásica, limitando las opciones de elección del individuo a dos posibilidades: trabajar un número determinado de horas o no trabajar. Se encuentra que la segunda especificación mejora notablemente la réplica de las principales variables macroeconómicas, demostrándose la presencia de rigideces estructurales en el mercado laboral. Finalmente, se recomienda la implementación de una política integral de flexibilización del mercado laboral.

**Palabras clave:** modelo de ciclos económicos reales, crecimiento económico, ciclo económico, oferta laboral, rigideces.

---

<sup>\*</sup> Se agradece los valiosos comentarios de Martín Palmero y Javier Aliaga Lordemann.

## 1. Introducción

Los modelos de ciclos económicos reales (o RBC por sus siglas en inglés<sup>1</sup>) conocen un desarrollo importante a lo largo de las últimas décadas. Siendo, el trabajo de Kydland y Prescott (1982) el punto de partida para un quiebre en la agenda de investigación macroeconómica.

Como destaca Rebelo (2005), el aporte de Kydland y Prescott (1982) ha generado tres cambios fundamentales en el campo de la investigación macroeconómica. Por un lado, los ciclos económicos pueden ser estudiados utilizando modelos de equilibrio general dinámicos, modelos que se caracterizan por tener agentes que operan en mercados competitivos y que además tienen expectativas racionales respecto al futuro. Por otro lado, se logra articular la teoría del ciclo económico con la teoría del crecimiento, precisando que los modelos de ciclos económicos deben ser consistentes con las regularidades empíricas del crecimiento de largo plazo. Finalmente, el tercer cambio, y el más importante, es que se puede ir más allá del simple análisis cualitativo que dominaba el panorama macroeconómico hasta 1982. De hecho, los modelos pueden ser calibrados a través de sus parámetros y además, introducir desde estudios microeconómicos hasta las propiedades de largo plazo de una economía.

Sin embargo, una de las primeras críticas que recibe el modelo básico de Kydland y Prescott (1982) es que no contempla la evidencia empírica de ciertas regularidades observadas en el mercado de trabajo, en particular ciertas rigideces en la oferta laboral. El modelo básico considera una oferta laboral neoclásica cuya especificación no incorpora ningún tipo de rigidez.

Por ejemplo, la oferta laboral neoclásica no toma en cuenta las fluctuaciones de la tasa de desempleo. Por otra parte, la teoría que sostiene que el único factor que influye la decisión de cuantas horas trabajar es el salario, mientras que la evidencia señala la existencia de factores adicionales al salario. Asimismo, la teoría considera que la decisión de cuanto trabajar ocurre en el margen intensivo, sin embargo la evidencia indica que la decisión ocurre también en el margen extensivo (véase Ball (1990) y Blundel et. al (2011)). Y finalmente, la teoría precisa de una sustitución intertemporal del trabajo que sea lo suficientemente grande (efecto sustitución supere al efecto ingreso) para explicar las fluctuaciones de oferta laboral sin embargo, la evidencia microeconómica sugiere lo contrario es decir una sustitución intertemporal del trabajo pequeña (véase Ashenfelter (1984) y Ball (1990)).

En el caso de Bolivia, existe cierta evidencia que refutaría la validez de algunos supuestos de la oferta laboral neoclásica. En particular, los estudios de Apt (1991) y Paz (2000), demuestran que el efecto sustitución no domina el efecto ingreso a lo largo de la curva de oferta laboral de boliviana. Así como se revela, que la decisión de cuánto trabajar no responde exclusivamente al factor salario sino que contempla también otro tipo de factores (como ser la edad, el sexo y el nivel de instrucción).

---

<sup>1</sup> RBC se refiere a *Real Business Cycles*.

En este contexto la presente investigación busca replicar los agregados macroeconómicos a través de un modelo RBC, que permita entender algunas regularidades y características de la economía boliviana y además permita, formular una regla de política económica. Considerando los párrafos anteriores se presentan los resultados de dos modelos distintos: el primero considera una oferta laboral neoclásica mientras que el segundo, modifica la oferta laboral neoclásica introduciendo rigideces a la misma. Ambos modelos se basan en el trabajo de Hansen (1985).

La calibración de ambos modelos permitió replicar —en estado estacionario— los principales agregados macroeconómicos. Se compararon los ciclos simulados con los ciclos observados confrontando cuatro aspectos de las series: i) sus volatilidades; ii) sus volatilidades relativas al producto; iii) las correlaciones relativas al producto y iv) las autocorrelaciones de primer orden. Los resultados comprueban que el modelo que contempla rigideces en el mercado laboral mejora la capacidad para replicar las características de la economía boliviana. Este resultado, permite demostrar en consecuencia la presencia de rigideces en la oferta laboral boliviana.

En general, el modelo con rigideces en el mercado laboral replica de manera satisfactoria las variables reales de la economía de Bolivia. Por lo tanto, podría constituirse no sólo como una base para que futuras investigaciones consideren rigideces en la oferta laboral sino también, para la formulación de reglas de política destinadas a reducir las rigideces de la oferta.

La investigación está estructurada de la siguiente manera: en la segunda sección se realiza una revisión literaria sobre los principales trabajos que incluyen modelos de ciclos económicos reales para el caso de Bolivia; en la tercera sección se presentan los hechos estilizados de la economía boliviana. En la cuarta sección se profundiza la descripción de los modelos simulados; en la quinta sección se describe la calibración de los modelos; en la sexta sección se presentan los resultados de la simulación computacional. Finalmente, en la séptima sección se plantean las conclusiones y se sugieren extensiones teóricas y empíricas.

## **1. Revisión literatura: modelos de ciclos económicos reales en Bolivia**

El estudio de los ciclos económicos reales presenta dos beneficios fundamentales al momento de explicar aspectos relevantes del fenómeno de crecimiento económico. Primero, el hecho de que un modelo permita replicar los principales agregados macroeconómicos de una economía es muy relevante, ya que de esa manera, permite conocer las principales regularidades y características que se desarrollan en una economía. Segundo, los modelos RBC se constituyen en verdaderos laboratorios para el análisis de políticas económicas, ya que la elección de un instrumento de política económica depende del impacto que tienen los choques o *shocks* en las fluctuaciones económicas.

En el caso de Bolivia los estudios que relacionan los ciclos económicos con el crecimiento económico son relativamente escasos. En este sentido, el desarrollo de modelos de ciclos económicos reales para la economía boliviana se hacen necesarios. Por otra parte, si

bien este campo de investigación no ha advertido un desarrollo significativo, en particular respecto a países vecinos y países desarrollados, se han producido trabajos cuyo aporte es destacable.

Antelo (1995) es el primero en introducir la temática de los ciclos económicos reales. Si bien el trabajo no aplica precisamente un modelo RBC<sup>2</sup>, se presentan evidencias sobre el hecho que las variables reales son persistentes, por lo tanto, causan fluctuaciones y son importantes al momento de describir los ciclos económicos en Bolivia. Luego de más de una década, Valdivia y Yujra (2009) evidencian la presencia de movimientos procíclicos entre los principales agregados macroeconómicos y el producto, así como obtienen indicios de la existencia de expectativas adaptativas y racionales.

El aporte de Vargas (2010) se constituye en un importante esfuerzo de investigación en el campo de modelos de Equilibrio General Dinámicos (EGD), ya que la especificación estructural de su modelo incorpora tanto el sector fiscal como cuatro *shocks* estocásticos distintos. Este trabajo confirma las evidencias acerca de la persistencia de las variables reales en la descripción de ciclos económicos de Bolivia descritas por Antelo (1995).

En estudios más recientes como Cerezo (2010) y Aliaga et. al (2011), se exploran las capacidades de este tipo de modelos para definir reglas de decisión de política económica específicas al sector monetario y al sector fiscal.

En este contexto, el mercado laboral no ha sido estudiado en este campo de investigación; por lo tanto, la comprobación de la existencia de rigideces en la oferta laboral permite generar un aporte en dos ámbitos: 1) en el ámbito teórico dado que puede considerarse un primer paso para futuros modelos EGD que analicen el mercado laboral; y 2) en el ámbito empírico, en particular en la asignación de una regla de decisión que se adecúe a este contexto de rigidez de la oferta laboral.

En cuanto al primero, se recomienda que futuros modelos consideren rigideces en la oferta laboral dado que podrán generar modelos más precisos, en consecuencia reglas de política económica más válidas. En cuanto al segundo, la regla de decisión que se deriva de esta situación de rigidez es una política de flexibilización de la oferta laboral que considere tres tipos de flexibilidad: la flexibilidad de costos laborales, la flexibilidad numérica y la flexibilidad funcional.

## **2. Hechos estilizados de la economía boliviana**

Tanto el modelo de trabajo sin rigideces en el mercado laboral como el modelo de trabajo con rigideces en el mercado laboral parten del supuesto de que la economía es cerrada y sin sector gobierno. En este marco, se hacen presentes solamente dos clases de agentes: las firmas que producen el único bien de la economía y las familias que consumen este único bien.

---

<sup>2</sup> Se utiliza un VAR para demostrar la persistencia y el co-movimiento de algunas variables reales en la economía.

Tres series serán estudiadas: el consumo privado<sup>3</sup>, la inversión<sup>4</sup> y la suma de ambas formará el producto (Cooley y Prescott, 1995)<sup>5</sup>. El periodo de estudio de la investigación se ubica entre el I trimestre de año 1990 y el III trimestre del año 2013. La elección de este periodo en particular se explica por el hecho de que a partir de la década de 1990 la economía boliviana retorna a un nivel de estabilidad (considerando la crisis de los años 1980) y por otro lado, en este periodo se cuenta con información trimestral oficial del Instituto Nacional de Estadística (INE).

## 2.1. Extracción del Componente Cíclico

Se llevaron a cabo tres pasos para extraer el componente cíclico del producto, el consumo y la inversión. En el primero se desestacionalizaron las series usando el filtro X12-ARIMA, en el segundo se obtuvieron los logaritmos naturales de las tres series desestacionalizadas, y finalmente, en el tercero se aplicó el filtro de Hodrick y Prescott a las variables.

El filtro X12-ARIMA es una herramienta estadística, desarrollada por el *United States Bureau Census*<sup>6</sup>, que permite desestacionalizar una serie de datos. En el caso de la economía boliviana, Valdivia y Yujra (2009) recomiendan la desestacionalización de las tres variables estudiadas ya que, éstas últimas, tienden a ser más dinámicas en ciertos trimestres (como el cuarto trimestre de cada año), y tienden a ser menos dinámicas en otros (como el primer trimestre de cada año).

Luego de aplicar logaritmos naturales a las series desestacionalizadas, la descomposición de las series fue llevada a cabo mediante el filtro de Hodrick y Prescott<sup>7</sup>. Se generaron dos especificaciones, en la primera se utilizó un coeficiente de penalización de 7185, calculado por Rodríguez (2008) para datos trimestrales de la economía boliviana. La segunda especificación utilizó el coeficiente de penalización estándar de 1600, sugerido por Hodrick-Prescott (1981) para datos trimestrales.

Luego de una comparación de los datos arrojados por ambos cálculos, se optó por el segundo coeficiente es decir, por el coeficiente de penalización de 1600. La motivación de esta elección se fundamenta en el hecho de que los resultados de ambos cálculos son bastante similares, sin embargo se eligió el coeficiente de Hodrick-Prescott, dada la trascendencia e influencia que tuvo este trabajo en el desarrollo de modelos RBC. La tabla 1 presenta los resultados de los cálculos realizados:

---

<sup>3</sup> Extraído del INE, dentro del PIB por tipo de gasto, como el “GASTO DE CONSUMO FINAL DE LOS HOGARES E ISFLSH (Instituciones Sin Fines de Lucro al Servicio de los Hogares)”.

<sup>4</sup> Extraído del INE, dentro del PIB por tipo de gasto, como la “FORMACIÓN BRUTA DE CAPITAL FIJO”.

<sup>5</sup> Para modelos que presentan una economía cerrada y sin sector gobierno, los autores recomiendan sumar las variables consumo e inversión para formar el producto en lugar de tomar el Producto Nacional Bruto (que incluye los gastos de gobierno y las exportaciones netas). Capítulo I: “*Economic Growth and Business Cycle*” del libro “*Frontiers of Business Cycle Research*”. 1995.

<sup>6</sup> Entidad responsable de producir información estadística de la población y la economía estadounidense.

<sup>7</sup> Hodrick R. J., and E. C. Prescott (1981). Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation.

**Tabla 1: Características del Componente Cíclico de las Principales Variables de la Economía Boliviana**

	Volatilidad*	Volatilidad respecto a la volatilidad del PIB**	Correlación del producto***	Autocorrelación de orden 1
	H-P = 1600	H-P = 1600	H-P = 1600	H-P = 1600
Producto	2,35	1	1	0,72
Consumo	1,39	0,59	0,69	0,67
Inversión	9,31	3,96	0,89	0,48

\* La volatilidad está calculada como la desviación estándar expresada como porcentaje.

\*\* Los parámetros corresponden a la desviación estándar relativa al producto, misma que indica el grado de volatilidad que presenta una variable con relación a la volatilidad presentada por el PIB.

\*\*\* Los parámetros corresponden al coeficiente de correlación entre las variables y el PIB. Un coeficiente de correlación que tiende a 1 la variable lidera el ciclo económico, por el contrario si la variable tiende a 0 esta será una variable rezagada al ciclo del producto.

## 2.2. Análisis del componente cíclico del producto

Una primera característica del ciclo económico de Bolivia es la volatilidad que presenta el producto de 2,35 por ciento. Esta cifra es superior a la volatilidad encontrada por Cooley y Hansen (1995) para la economía de Estados Unidos, que se ubica en 1,72 para el periodo 1954-1991. La evidencia demuestra que países emergentes o en desarrollo tienden a presentar volatilidades del producto mayores a países desarrollados, sin embargo, a pesar de que la volatilidad del producto de Bolivia es mayor a la volatilidad de la economía estadounidense, permanece relativamente baja en comparación a otros países emergentes latinoamericanos<sup>8</sup>.

La Gráfica 1 permite comprobar que la baja volatilidad del producto es una consecuencia de las modestas tasas de crecimiento del producto, que pocas veces provocaron importantes variaciones respecto a la tendencia.

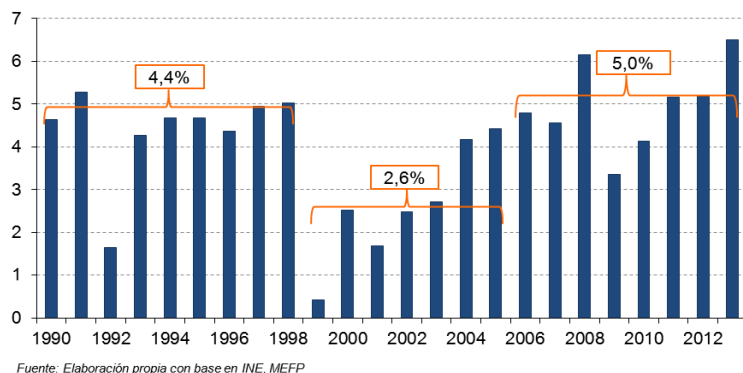
Analizando el comportamiento de la tasa de crecimiento del PIB, en la Gráfica 1 se destacan tres etapas o ciclos importantes en estos últimos años. El inicio de la década de los noventa se caracterizó por un crecimiento moderado con una tasa promedio que se ubica alrededor del 4,4%; a finales de esta misma década, la segunda etapa se caracterizó por ser más bien recesiva con una tasa promedio de 2,6%; finalmente, se produce una recuperación de la economía en la tercera etapa, con una suerte de bonanza económica que se inicia al finalizar la segunda mitad de la década pasada y continua vigente hasta ahora (5,0% promedio). Se puede notar que en ambas etapas de bonanza económica las tasas de crecimiento apenas superaron el crecimiento promedio de 4,0% del periodo analizado.

El consumo presenta una volatilidad menor a la del producto; de hecho, la volatilidad del consumo representa el 60 por ciento de la volatilidad del producto (véase Tabla 1.). Esta cifra es consistente con la teoría de la *suavización* intertemporal del consumo de los agentes, pero también es consistente con las volatilidades encontradas para otras economías (donde la

<sup>8</sup> Jacobo (2002) para el periodo 1970-1997 comprueba que la volatilidad del producto de la economía boliviana (2,9) es una de las más bajas respecto a Paraguay (5,1), Chile (4,9) y Brasil (4,2). Asimismo, Quiroz et al. (1991) encuentran que la volatilidad del producto de Bolivia representa 0,6 veces la volatilidad del producto de Perú.

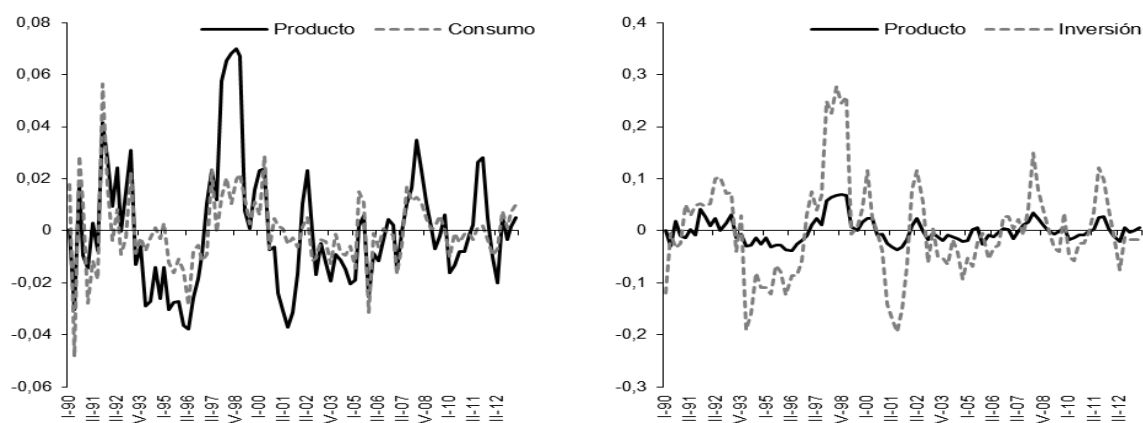
volatilidad del consumo tiende a ser menor que la volatilidad del producto). La correlación contemporánea entre el consumo y el producto es igual a 0,69 (véase Tabla 1.), por lo tanto puede afirmarse que el consumo tiene un comportamiento pro-cíclico respecto al producto.

**Gráfica 1: Evolución de la Tasa de Crecimiento del PIB (en porcentaje)**



### 2.3. Análisis del componente cíclico del consumo y la inversión

**Gráfica 2: Evolución del Componente Cíclico del Consumo y la Inversión**



La inversión presenta una volatilidad cuatro veces mayor a la del producto. Sin embargo, países en desarrollo tienden a revelar una volatilidad de la inversión mucho mayor. De hecho, así como el producto no ha mostrado importantes variaciones respecto a su tendencia y por lo tanto su volatilidad es baja, la volatilidad de la inversión tampoco ha revelado variaciones importantes respecto a su tendencia. En la Gráfica 2 puede notarse que el único periodo que revela una variación importante es el que comienza en el tercer trimestre del año 1997 y termina el primer trimestre del año 1998<sup>9</sup>. Finalmente, la correlación entre el producto y la inversión alcanza una cifra de 0,89 (véase Tabla 1.), dato que confirma la pro-ciclicidad de la inversión.

<sup>9</sup> Este periodo concuerda con las “Reformas de Segunda Generación”, que precisamente buscaban limitar el rol del Estado en la economía pero también atraer inversión extranjera directa, a través de la capitalización de empresas públicas.



### 3. Dos modelos<sup>10</sup>

Se desarrollan dos modelos en esta sección: el modelo de trabajo divisible que considera una oferta laboral sin rigideces donde las preferencias del agente se ajustan en el margen intensivo; por lo tanto el agente goza de libertad plena al momento de elegir (y ajustar) el número de horas que desea trabajar. El segundo modelo, o modelo de trabajo indivisible, limita las opciones de oferta del agente a dos opciones: trabajar a tiempo completo o no trabajar; por lo tanto las preferencias se ajustan exclusivamente en el margen extensivo. Adicionalmente es importante mencionar que los modelos no presentan ningún tipo de fricciones o imperfecciones<sup>11</sup>.

#### 3.1. Modelo de trabajo divisible

En esta economía pueden identificarse dos tipos de agentes: primero, existe un gran número de firmas que producen el único bien de la economía. Las firmas son modeladas como una única firma representativa ya que presentan rendimientos constantes a escala y la economía se comporta de la misma manera que si hubiera varias firmas. Y segundo, existe un gran número de familias idénticas que viven por un número infinito de periodos. Dado que las familias son idénticas, éstas pueden también ser modeladas como una única familia representativa.

##### 4.1.1. La firma representativa

El único bien o producto de la economía es generado por una firma representativa que renta el capital y el trabajo de las familias. Su función de producción viene descrita por una función de tipo Cobb-Douglas con acceso a tecnología:

$$y = A_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha} \quad (1)$$

Donde  $k_t$  es el capital acumulado,  $n_t$  representa el trabajo y  $A_t$  es un choque aleatorio que sigue un proceso estocástico. El supuesto de expectativas racionales implica que los agentes observan  $A_t$  antes de tomar una decisión en cualquier periodo  $t$ .

En este sentido, el *shock* tecnológico representa el “*residuo de Solow*”, por lo tanto éste explica las variaciones en el producto que no son conducidas por variaciones en los insumos. El *shock* tecnológico sigue proceso AR(1) de la forma:

$$\ln A_t = \rho \ln A_{t-1} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim i.i.d(0, \sigma^2) \quad (2)$$

<sup>10</sup> Ambos modelos fueron desarrollados en Hansen (1985).

<sup>11</sup> En este sentido, ambos modelos se basan en siete supuestos fundamentales: i) competencia perfecta en todos los mercados, ii) todos los precios se ajustan instantáneamente, iii) los agentes tienen expectativas racionales, iv) no se producen asimetrías de información, v) el equilibrio competitivo es un Pareto óptimo, vi) las firmas son idénticas y son tomadoras de precios, y finalmente vii) los hogares viven infinitamente y son tomadores de precios.

Por otro lado, el producto de la firma puede ser consumido ( $c_t$ ) o reinvertido ( $i_t$ ):

$$c_t + i_t = y_t \quad (3)$$

La ecuación (3) se interpreta como el equilibrio entre la oferta ( $y_t$ ) y la demanda ( $c_t + i_t$ ) de esta economía.

Finalmente, la función de acumulación de capital viene representada por:

$$k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t, \quad 0 \leq \delta \leq 1 \quad (4)$$

Donde  $\delta$  es la tasa de depreciación de capital y la inversión ( $i_t$ ) incrementa el stock de capital ( $k_{t+1}$ ) del siguiente periodo.

#### 4.1.2. La familia representativa

La familia representativa maximiza el valor esperado de  $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, 1 - n_t)$ , donde  $0 \leq \beta \leq 1$  es el factor de descuento, mientras que  $c_t$  es el consumo en el periodo  $t$  y  $n_t$  es el trabajo ofrecido en el periodo  $t$ . La dotación de tiempo está normalizada tal que el ocio ( $l_t$ ) sea igual a  $l_t = 1 - n_t$  por lo tanto, la función de utilidad en  $t$  viene dada por:

$$u(c_t, 1 - n_t) = \ln c_t + \theta \ln(1 - n_t) \quad (5)$$

Donde  $\theta$  es una medida de desutilidad ocasionada por el trabajo.

La restricción presupuestaria de las familias es:

$$c_t + i_t \leq w_t n_t + r_t k_t \quad (6)$$

Donde los gastos en consumo ( $c_t$ ) e inversión ( $i_t$ ) del periodo  $t$ , deben ser menores o iguales a los ingresos laborales ( $w_t n_t$ ) y a los ingresos por renta del capital ( $r_t k_t$ ) del periodo  $t$ . A su vez, el supuesto de expectativas racionales implica que los agentes hacen pronósticos sobre su salario ( $w_t$ ) y sobre su tasa de retorno ( $r_t$ ) para cualquier periodo  $t$  futuro de acuerdo a la información disponible en  $t$  presente.

#### 4.1.3. Equilibrio general competitivo

En este punto, se tiene la información acerca de las preferencias, la tecnología y la estructura estocástica de una economía. Por lo tanto, se puede definir el equilibrio general competitivo como un conjunto de secuencias para las cantidades ( $c_t$ ), ( $i_t$ ), ( $y_t$ ), ( $n_t$ ) y ( $k_t$ ) y los precios ( $w_t$ ) y ( $r_t$ ) tales que:

i) **La familia representativa maximiza:**

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, 1 - n_t) = \ln c_t + \theta \ln(1 - n_t) \quad \text{dados } k_0 \text{ y } A_0$$

Sujeta a la función de acumulación de capital (4) y al equilibrio de la economía (3). Ambas restricciones pueden reescribirse como una ecuación:

$$c_t + k_{t+1}^{(o)} - w_t n_t^{(o)} - r_t k_t^{(o)} - (1 - \delta)k_t^{(o)} = 0 \quad (7)$$

ii) **La firma representativa maximiza:**

$$\max(A_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha} - w_t n_t^{(d)} - r_t k_t^{(d)}), \quad (8)$$

Donde  $A_t$ :

$$\ln A_t = \rho \ln A_{t-1} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim i.i.d(0, \sigma^2) \quad (2)$$

iii) **Los mercados son perfectamente competitivos**<sup>12</sup>

- Mercado de trabajo:  $n_t^{(d)} = n_t^{(o)} = n_t$ ;
- Mercado de capital:  $k_t^{(d)} = k_t^{(o)} = N_t$ ;
- Mercado de bienes:  $c_t + k_{t+1} - A_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha} - (1 - \delta)k_t = 0$ ;

**El problema de la familia:** dado que la familia vive un número infinito de periodos se plantea un multiplicador de *Lagrange* intertemporal:

$$\mathcal{L} = \max E_t \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\ln c_t + \theta \ln(1 - n_t) - \lambda_t (c_t + k_{t+1} - w_t n_t - r_t k_t - (1 - \delta)k_t)) \right] \quad (9)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t}: \quad 0 = \frac{1}{c_t} - \lambda_t \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n_t}: \quad 0 = \frac{-\theta}{1 - n_t} + \lambda_t w_t \quad (11)$$

<sup>12</sup> De acuerdo a la ley de Walras sólo se precisa que dos de estos mercados estén en equilibrio: si en un sistema de  $n$  mercados hay equilibrio en  $n - 1$  mercados, el  $n$ -ésimo mercado estará en equilibrio.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_t}: \quad 0 = c_t + k_{t+1} - w_t n_t - r_t k_t - (1 - \delta) k_t \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}}: \quad 0 = -\lambda_t + \beta E_t \left( \lambda_{t+1} (r_{t+1} + (1 - \delta)) \right) \quad (13)$$

Combinando (10) y (11) se obtiene la ecuación de la oferta laboral del modelo con trabajo divisible:

$$\frac{\theta c_t}{(1 - n_t)} = w_t \quad (14)$$

Esta ecuación establece que la tasa marginal de sustitución entre el consumo y el ocio es igual al salario. La relación implica que los agentes tienen la libertad de ofrecer su trabajo a lo largo de un intervalo  $[0,1]$ ; por lo tanto en el margen intensivo.

Por otro lado, combinando (10) y (13) se obtiene el patrón de consumo descrito por la ecuación de Euler:

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \frac{1}{c_{t+1}} (r_{t+1} + 1 - \delta) \quad (15)$$

La ecuación de Euler (24) señala que el consumo presente depende de la riqueza futura esperada, ajustada por el factor de descuento y la tasa de depreciación del capital.

**El problema de la firma:** implica que la firma contrata trabajadores al salario ( $w_t$ ) y renta capital de los hogares a una tasa ( $r_t$ ). En este caso, se maximiza la producción (11) sujeto a los costos asociados al salario y a la renta de capital. La maximización del beneficio sigue la siguiente forma:

$$\max(A_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha} - w_t n_t - r_t k_t), \quad (8)$$

Diferenciando respecto a  $n_t$  se obtiene:

$$w_t = (1 - \alpha) A_t k_t^\alpha n_t^{-\alpha} \quad (16)$$

De acuerdo a la ecuación (16), el monto de trabajo que emplea la firma se alcanza en el punto en el que la tasa de salario (real) es igual al producto marginal del trabajo.

Diferenciando respecto a  $k_t$  se obtiene:

$$r_t = \alpha A_t k_t^{\alpha-1} n_t^{1-\alpha} \quad (17)$$

En este caso, la ecuación (17) indica que la cantidad de capital que arrienda la firma se alcanza en el punto en el que la tasa de retorno (real) es igual al producto marginal del capital.

En suma, se obtienen ocho ecuaciones que caracterizan el equilibrio general competitivo de la economía con trabajo divisible<sup>13</sup>: la ecuación de la función de producción  $y = A_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha}$ ; la ecuación del *shock* tecnológico  $\ln A_t = \rho \ln A_{t-1} + \epsilon_t$ ; la ecuación que describe el equilibrio de oferta y demanda de la economía  $c_t + i_t = y_t$ ; la función de acumulación de capital  $k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t$ ; la ecuación de la oferta laboral  $\frac{\theta c_t}{(1-n_t)} = w_t$ ; la ecuación de Euler  $\frac{1}{c_t} = \beta E_t \frac{1}{c_{t+1}} (r_{t+1} + 1 - \delta)$ ; la tasa de salario  $w_t = (1 - \alpha)A_t k_t^\alpha n_t^{-\alpha}$ ; y finalmente la tasa de retorno de capital  $r_t = \alpha A_t k_t^{\alpha-1} n_t^{1-\alpha}$ .

### 3.2. Modelo de trabajo indivisible

En esta economía se añade el supuesto de trabajo indivisible, esto implica el agente pierde la libertad de elegir las horas que desea trabajar en un intervalo  $[0,1]$ , ya que las posibilidades de oferta laboral se restringen a sólo dos opciones: trabajar a tiempo completo,  $n_0$ , o simplemente no trabajar. En este caso, las variaciones del insumo trabajo en el modelo de trabajo indivisible se ajustan exclusivamente a lo largo del margen extensivo, a diferencia de la economía con trabajo divisible donde las variaciones del insumo trabajo se ajustan a lo largo del margen intensivo.

En consecuencia, debido a la restricción de la oferta laboral, la elasticidad de sustitución del trabajo es ahora infinita. Sin embargo, esta situación plantea un problema ya que se estaría incumpliendo el Teorema 2 de Debreu (1954). Dicho Teorema afirma que las posibilidades de consumo del individuo deben ser convexas, para alcanzar una solución al problema del agente representativo que sea al mismo tiempo un equilibrio competitivo.

#### 4.2.1. Sistema de loterías de Rogerson (1984)

Para solucionar la no-convexidad de este modelo, Hansen (1985) acude al trabajo de Rogerson (1984) para transformar las posibilidades de consumo en convexas. Rogerson (1984) propone un sistema de loterías, donde las posibilidades de consumo de los agentes no se basan en el número de horas trabajadas sino que los agentes escogen una probabilidad de trabajar ( $\tau_t$ ). Posteriormente, la lotería determina si el agente va a trabajar o no.

La economía con trabajo indivisible presenta entonces un nuevo bien: un contrato que establece que el agente va a trabajar un número determinado de horas ( $n_0$ ) con una probabilidad ( $\tau_t$ ). El contrato se comercia entre la firma y el agente por lo tanto, el agente va a recibir un salario independientemente del resultado de la lotería. En ese sentido, la firma al

<sup>13</sup> El EGC es un Óptimo de Pareto, dado que no existen externalidades ni distorsiones en esta economía.

momento de comprar el contrato está también otorgando un seguro contra el desempleo a los trabajadores.

Ahora bien, dado que los agentes son idénticos cada uno va a escoger el mismo contrato, es decir la misma probabilidad  $(\tau_t)$  de trabajar. Hansen (1985) explica que si bien los agentes son idénticos *ex-ante* éstos serán distintos *ex-post* según el resultado de la lotería, ya que una fracción  $(\tau_t)$  trabajará mientras que la fracción  $(1 - \tau_t)$  no.

Por lo tanto, las horas de trabajo en el periodo  $t$  están dadas por el producto:

$$n_t = \tau_t n_0 \quad (18)$$

Introduciendo la lotería  $(\tau_t)$  a la función de utilidad del agente representativo se obtiene:

$$u(c_t, \tau_t) = \tau_t (\ln c_t + \theta \ln(1 - n_0)) + (1 - \tau_t) (\ln c_t + \theta \ln(1)) \quad (19)$$

Desarrollando los términos:

$$u(c_t, \tau_t) = \ln c_t + \tau_t \theta \ln(1 - n_0) \quad (20)$$

Usando (18), la ecuación anterior se transforma en:

$$u(c_t, \tau_t) = \ln c_t + \frac{n_t}{n_0} \theta \ln(1 - n_0) \quad (21)$$

La función de utilidad del agente representativo del modelo de trabajo indivisible se reescribe como:

$$u(c_t, 1 - n_t) = \ln c_t - B n_t \quad (22)$$

$$\text{Donde: } B = -\theta \frac{\ln(1 - n_0)}{n_0}$$

#### 4.2.2. Equilibrio general competitivo

El equilibrio general competitivo de esta economía es similar al EGC de la economía con trabajo divisible. De hecho, la firma representativa y los mercados se comportan de la misma manera que en el modelo anterior, en consecuencia sólo es necesario resolver el problema de la familia.

**La familia representativa maximiza:**

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, 1 - n_t) = \ln c_t - B n_t \quad \text{dados } k_0 \text{ y } A_0$$

$$\text{Siendo: } B = -\theta \frac{\ln(1-n_0)}{n_0}$$

Sujeta a la función de acumulación de capital (4) y al equilibrio de la economía (5). Ambas restricciones pueden reescribirse como una sola:

$$c_t + k_{t+1}^{(o)} - w_t n_t^{(o)} - r_t k_t^{(o)} - (1 - \delta) k_t^{(o)} = 0 \quad (7)$$

El problema de maximización intertemporal de utilidad de la familia representativa (32) está sujeto a la misma restricción que el modelo de trabajo divisible (17), por lo tanto el multiplicador de *Lagrange* sigue la siguiente forma:

$$\mathcal{L} = \max E_t \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\ln c_t - B n_t) - \lambda_t (c_t + k_{t+1} - w_t n_t - r_t k_t - (1 - \delta) k_t) \right] \quad (23)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t}: \quad 0 = \frac{1}{c_t} - \lambda_t \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n_t}: \quad 0 = -B + \lambda_t w_t \quad (24)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_t}: \quad 0 = c_t + k_{t+1} - w_t n_t - r_t k_t - (1 - \delta) k_t \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}}: \quad 0 = -\lambda_t + \beta E_t (\lambda_{t+1} (r_{t+1} + (1 - \delta))) \quad (13)$$

Reuniendo la ecuación (24) con la ecuación (10) se obtiene la nueva ecuación de oferta laboral:

$$w_t = B c_t, \quad (25)$$

$$\text{Donde } B = -\theta \frac{\ln(1-n_0)}{n_0},$$

De acuerdo a esta ecuación, la curva de oferta laboral del modelo de trabajo indivisible restringe la elección de horas de trabajo a  $n_0$ .

En suma, las ocho ecuaciones características del modelo de trabajo indivisible son: la ecuación de la función de producción  $y = A_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha}$ ; la ecuación del *shock* tecnológico  $\ln A_t = \rho \ln A_{t-1} + \epsilon_t$ ; la ecuación que describe el equilibrio de oferta y demanda de la economía  $c_t + i_t = y_t$ ; la función de acumulación de capital  $k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t$ ; la ecuación de Euler  $\frac{1}{c_t} = \beta E_t \frac{1}{c_{t+1}} (r_{t+1} + 1 - \delta)$ ; la tasa de salario  $w_t = (1 - \alpha)A_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha}$ ; la tasa de retorno de capital  $r_t = \alpha A_t k_t^{\alpha-1} n_t^{1-\alpha}$ ; y finalmente, la nueva ecuación de la oferta laboral  $w_t = B c_t$ .

#### 4. Calibración

En este punto, deben determinarse los valores de los parámetros que caracterizan ambos modelos y suponen ser consistentes con las propiedades de largo plazo de la economía boliviana. Los parámetros que deben calcularse son: la tasa de depreciación del capital,  $\delta$ ; la participación del insumo capital en el producto,  $\alpha$ ; el factor de descuento de la función de utilidad de las familias,  $\beta$ ; la medida de desutilidad ocasionada por el trabajo,  $\theta$ ; y finalmente, el parámetro,  $B$ , de oferta laboral de trabajo indivisible.

La calibración del modelo de trabajo indivisible deber ser consistente con la calibración del modelo con trabajo divisible. La consistencia es importante porque permite verificar si el supuesto adicional de rigideces en el mercado de trabajo mejora la capacidad del modelo para replicar las principales características de la economía observada. En este sentido, los valores de los parámetros  $\delta$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  son los mismos en ambos modelos.

Los valores se determinan a partir de las ecuaciones características en situación de estado estacionario<sup>14</sup>. Por ejemplo, para hallar el valor de  $\delta$  se parte de la ecuación de acumulación de capital de estado estacionario:

$$\delta = \frac{i^*}{k^*} \quad (26)$$

Se toma el promedio de la FBKF (INE) trimestral para el periodo 1990-2013 en el caso de  $i^*$ . Para el caso del stock de capital,  $k^*$ , éste se calcula extendiendo la serie de Cupé et al.(1995) para Bolivia. Todo esto implica un valor de  $\delta$  igual a 0,040.

En el caso de  $\beta$ , el valor se calcula a partir de la ecuación de Euler de estado estacionario desarrollando la tasa salarial de estado estacionario:

<sup>14</sup> El estado estacionario se define como la situación de equilibrio estable que alcanza una economía en el largo plazo, esto implica que las cantidades son constantes a lo largo del tiempo; por lo tanto  $c_{t+1} = c_t = c^*$ ;  $k_{t+1} = k_t = k^*$  y  $r_{t+1} = r_t = r^*$ .



$$\beta = \frac{1}{\alpha \frac{y^*}{k^*} + 1 - \delta} \quad (28)$$

El valor de la participación del insumo capital en el producto para la economía se obtuvo del trabajo de Machicado, Nina y Jemio (2012), donde se obtiene un  $\alpha$  igual a 0,42. Para el ratio  $\frac{y^*}{k^*}$ , se toma el promedio del PIB trimestral para el periodo 1990-2013 en el caso del numerador y el stock de capital previamente calculado para el denominador. Se obtiene un  $\beta$  igual a 0,94.

En el caso de  $\theta$ , el parámetro se obtiene a partir de la ecuación de oferta laboral de trabajo divisible en estado estacionario:

$$\theta = \frac{w^*}{c^*} (1 - n^*) \quad (29)$$

Se calibra el parámetro  $\theta$  de manera tal de asegurar un valor en estado estacionario de  $n = 0,43$ , este valor se obtuvo suponiendo 100 horas disponibles semanalmente por trabajador<sup>15</sup>. Luego, para obtener los valores de la relación  $\frac{w^*}{c^*}$  se desarrollan las ecuaciones de estado estacionario de la tasa salarial y del consumo. Todo esto conduce a un  $\theta$  igual a 0,90.

Para la obtención de  $B$  se combina la ecuación de Euler de estado estacionario y la tasa de retorno del capital de estado estacionario para obtener el ratio stock de capital-trabajo:

$$\frac{k^*}{n^*} = \left( \frac{\alpha}{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (30)$$

Se utilizan los parámetros ya encontrados de  $\alpha = 0,42$ ,  $\beta = 0,94$  y  $\delta = 0,040$  para obtener un ratio igual a  $\frac{k^*}{n^*} = 10,29$ . Reagrupando la ecuación de oferta laboral de trabajo indivisible de estado estacionario y la tasa de salario de estado estacionario (26) se obtiene:

$$B = \frac{1}{c^*} (1 - \alpha) \left( \frac{k^*}{n^*} \right)^\alpha \quad (31)$$

Remplazando los valores ya calculados  $c^* = 0,97$ ;  $\alpha = 0,42$  y  $\frac{k^*}{n^*} = 10,29$ ; se obtiene un valor de  $B$  igual a 1,59.

Finalmente, como se mencionó en la sección anterior, ambos modelos consideran un shock tecnológico estocástico. Se estimó el coeficiente  $\rho$  con un proceso autoregresivo de orden 1 (AR(1)):

<sup>15</sup> Los datos de las horas promedio/semana por trabajador en su actividad principal para los años 1999-2011 fueron tomadas de las *Encuestas de Hogares* del INE.

(Por completar)

## 5. Simulación

A lo largo de las últimas décadas los procesos de simulación de modelos de equilibrio general estocástico han tenido una evolución. Entre los métodos más populares está el método Lineal Cuadrático (LQ) desarrollado por Hodrick y Prescott (1982), y el método popularizado por Uhlig (1999). La metodología que se adoptó en la presente investigación es el método de Perturbación desarrollado por Collard y Juillard (2001a) y Schmitt-Grohé y Uribe (2004).

Los resultados de las simulaciones del modelo de trabajo divisible y el modelo de trabajo indivisible son consistentes con los resultados de Hansen (1985) para la economía estadounidense. Se comprueba que el supuesto adicional de rigideces en el mercado laboral mejora la capacidad del modelo para replicar las características de la economía boliviana. De hecho, el modelo de trabajo indivisible refleja una mayor proximidad con los datos reales comprobándose la existencia de rigideces en la oferta laboral. Los resultados de ambas simulaciones se presentan en la tabla 2.

En términos de volatilidad, se comprueba que el supuesto de trabajo indivisible mejora la capacidad del modelo para replicar los tres agregados macroeconómicos. El producto y la inversión simulados por el segundo modelo se acercan satisfactoriamente a las series actuales. En cuanto al consumo, si bien esta variable no fue replicada con la misma precisión se nota una mejor aproximación respecto al modelo de trabajo divisible.

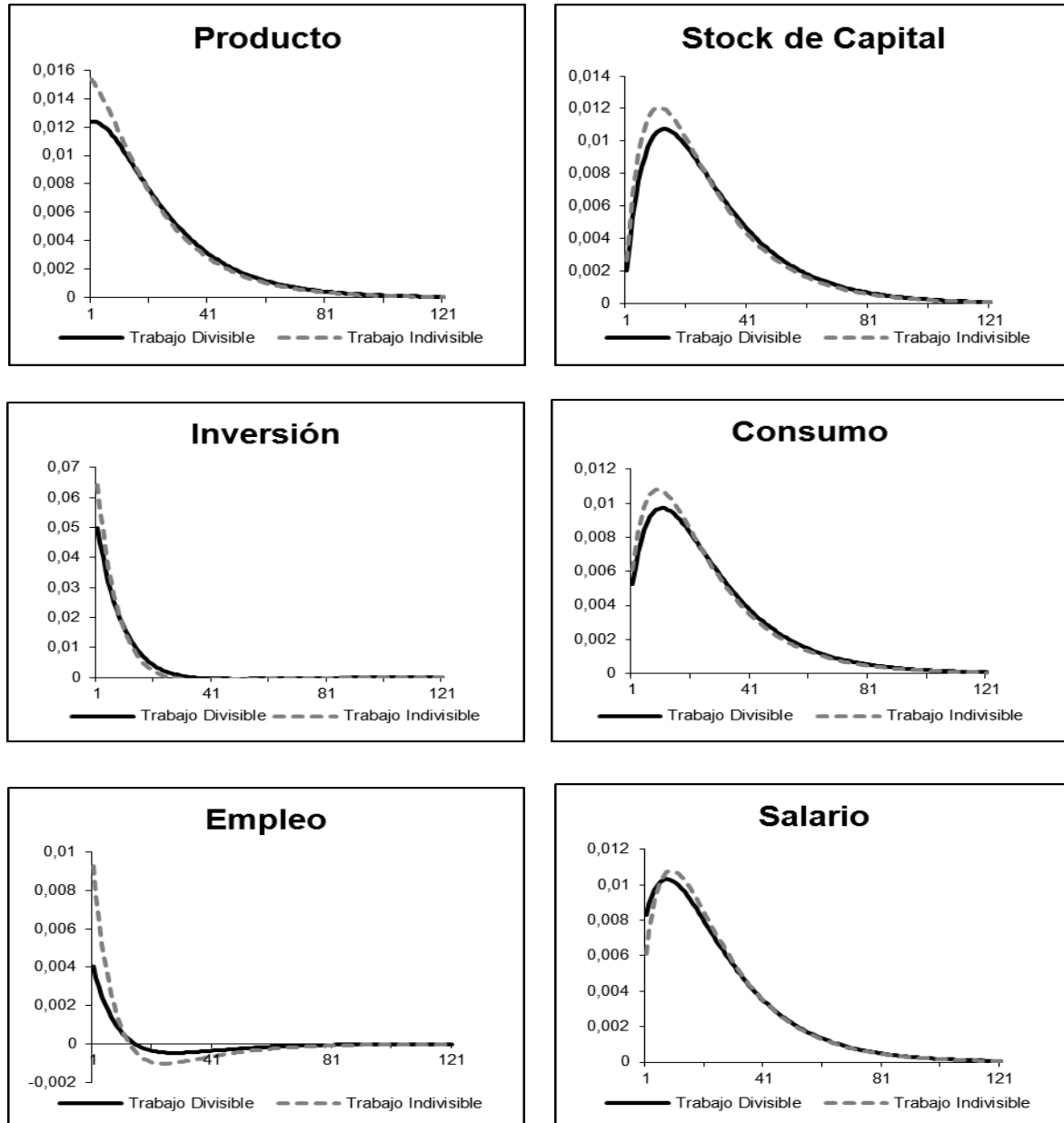
**Tabla 2. Comparación de las simulaciones con los datos reales**

	Datos Observados	Modelo	
	Filtro HP	Trabajo Divisible	Trabajo Indivisible
Volatilidad (en %)			
Producto	2,35	1,73	2,34
Consumo	1,39	0,53	0,67
Inversión	9,31	6,75	9,41
Volatilidad respecto al PIB			
Producto	1	1	1
Consumo	0.59	0.31	0.29
Inversión	3.96	3.90	4.02
Correlación Contemporánea			
Producto	1	1	1
Consumo	0.69	0.88	0.85
Inversión	0.89	0.98	0.98
Autocorrelación de Orden 1			
Producto	0.72	0.71	0.71
Consumo	0.67	0.81	0.82
Inversión	0.48	0.7	0.7

Por otra parte, la simulación de las correlaciones contemporáneas fue ligeramente sobrestimada por ambos modelos en particular para el caso del consumo, sin embargo, ambos modelos lograron replicar la pro-ciclicidad de las dos variables respecto al producto.

Finalmente, debido a la proximidad que reflejaron los datos simulados con los datos reales es posible realizar un análisis de la respuesta de las variables endógenas (producto, inversión, consumo, stock de capital, empleo, salario y tasa de retorno) ante un único *shock* tecnológico. La gráfica 4 muestra las simulaciones de las funciones impulso-respuesta de ambos modelos.

**Gráfica 4: Funciones Impulso-Respuesta**



Ya que el modelo de trabajo indivisible demostró una mayor capacidad para replicar los datos de la economía, se puede observar que la respuesta de las variables endógenas ante un *shock* tecnológico, en términos de magnitud, es mayor para el modelo de trabajo indivisible que para el modelo de trabajo divisible.

Analizando solamente el caso del modelo con trabajo indivisible, podemos notar que un *shock* tecnológico positivo conlleva un considerable y prolongado aumento del stock de capital, del producto, de la inversión y del consumo. Este fenómeno es consistente con la evidencia empírica, pero también es consistente con las funciones impulso-respuesta encontradas por Vargas (2010) para la economía boliviana.

## 6. Conclusiones y recomendaciones

El presente trabajo ha desarrollado dos modelos de ciclos económicos reales (RBC), mientras que el primer modelo asume la ausencia de rigideces en la oferta laboral el segundo incorpora las mismas limitando las posibilidades de trabajo del agente a dos opciones. Los resultados muestran que la especificación del segundo modelo no sólo reporta un mejor desempeño respecto al primer modelo, sino que se acerca de manera satisfactoria a los datos reales. El hecho de que un modelo con rigideces se adecúe de mejor manera revela la presencia de rigideces en la oferta laboral de la economía boliviana.

Las rigideces son causantes de limitaciones importantes ya que impiden absorber la oferta de la mano de obra y adaptarse a las exigencias del cambio tecnológico, por lo tanto, se constituyen como un obstáculo al crecimiento económico. En este contexto, la regla de decisión que se desprende es una política de flexibilización integral que incorpore tres tipos de flexibilidad: flexibilidad de los costos laborales que busque reducir o eliminar los obstáculos que impiden alcanzar el equilibrio de los salarios; flexibilidad numérica que relaje las leyes de despido o los acuerdos de relaciones laborales y permita adaptar los recursos humanos a las condiciones de mercado; y finalmente, la flexibilidad funcional que depende de la capacidad de las empresas para reorganizar los puestos de trabajo y adaptar la fuerza laboral a las exigencias del cambio tecnológico.

Para terminar, se ha demostrado que un modelo de ciclos económicos reales relativamente básico tuvo una alta capacidad para replicar las principales variables macroeconómicas, por lo tanto las perspectivas para desarrollar de este campo de investigación es interesante, en particular considerando que los modelos de ciclos económicos se han convertido en una herramienta fundamental para la formulación de políticas económicas. El aporte de este estudio se basa en el hecho de que futuras investigaciones deben considerar rigideces en la oferta laboral y en el mercado laboral, esto permitirá generar modelos más precisos, y políticas económicas más válidas.

Finalmente, es importante que futuras investigaciones incorporen supuestos más complejos. Las extensiones de futuros modelos deben considerar fenómenos característicos de la economía boliviana, como la informalidad en el mercado laboral, la dependencia a los precios de materias primas, y otros. En el caso de los hacedores de política económica, resulta relevante la introducción de *shocks* exógenos alternativos: gasto de gobierno, variaciones en la oferta monetaria, variación del precio de las materias primas, entre otros.

## Referencias Bibliográficas

- Aliaga J., H. Villegas, and R. Rubín de Celis (2011). Ciclos económicos e inversión en Bolivia. Instituto de Investigaciones Socioeconómicas, documento de trabajo No. 02/11.
- Antelo E. (1995). Ciclos Económicos Reales en Bolivia. Unidad de Análisis de Políticas Sociales y Económicas. UDAPE, Vol. 12.1995, p. 7-29.
- Apt J. (1991). Análisis de los determinantes de la oferta laboral en Bolivia. Tesis de grado. Universidad Católica Boliviana.
- Arango, L., N. Obando, and C. Posada (2011). Los salarios reales a lo largo del ciclo económico en Colombia. Banco de la República, Núm. 666.
- Cerezo, S. (2010). Un Modelo de Equilibrio General Dinámico Estocástico para el Análisis de la Política Monetaria en Bolivia. Banco Central de Bolivia. Revista Análisis Vol.13 Cap.2.
- Chahin, F. (2011). Medición de la brecha del producto para la economía boliviana. Documento presentado en el Cuarto Encuentro de Economistas 4EEB.
- Cooley, T. (1995). *Frontiers of Business Cycle Research*. Princeton University Press.
- Collard, F., M. Juillard, and S. Villemot (2009). *Stochastic simulations with DYNARE. A practical guide*.
- Cuba P. and L. Gonzales (2011). Ciclos Económicos en Bolivia: fluctuaciones sectoriales y regionales. Documento presentado en el Cuarto Encuentro de Economistas 4EEB.
- Farmer, R. (2012). "The Evolution Of Endogenous Business Cycles". National Bureau of Economic Research, NBER Working Paper No. 18284.
- Grebe, H., Medinaceli, M., Fernández, R. and Hurtado, C. (2012). Los ciclos recientes en la economía boliviana: Una interpretación del desempeño económico e institucional (1989-2009). Fundación PIEB.
- Hamann, F. and Riascos, A. (1998). Ciclos Económicos en una Economía Pequeña y Abierta: Una Aplicación para Colombia. Banco de la República. Borradores de economía, 002122.
- Hansen, G. (1985). Indivisible Labor and the Business Cycle. *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, vol. 16(3), pages 309-327.
- Hansen, G. and Wright, R. (1992). The Labor Market in Real Business Cycle Theory. Federal Reserve Bank of Minneapolis, pages 2-12.
- Hodrick R. J., and E. C. Prescott (1997). Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 29, No. 1, pp. 1-16.
- Jacobo, A. D. (2002). Taking the Business Cycles Pulse to Some Latin American Economies: Is there a Rhythmical Beat?. *Estudios Económicos* número 002.
- King, R. J. y Rebelo, Sergio T. (2002). Resuscitating Real Business Cycles. National Bureau Of Economic Research, Working Paper No. 7534.
- Kydland F. y E. Prescott (1982). Time to Build Aggregate Fluctuations, *Econometrica*, 50:1342-69.
- Lagos, R. (1994). ¿Qué se entiende por flexibilidad del mercado de trabajo? *Revista de la CEPAL*, 54.
- Ljungqvist, Lars y Sargent, Thomas J. (2000). *Recursive Macroeconomic Theory*. Second edition. Massachusetts Institute of Technology.
- Machicado, G., O. Nina, and L. C. Jemio (2012). "Factores que Inciden en el crecimiento y el desarrollo en Bolivia. Análisis nacional y regional (1989-2009)". Fundación PIEB.
- Mendieta, P. and Martin D. (2012). En Busca De Los Determinantes Del Crecimiento Económico Boliviano. Fundación PIEB.
- Meneses M. (2009). Fluctuaciones Macroeconómicas y Mecanismos de Propagación. Un Test de los Ciclos Económicos en la Economía Boliviana. Tech. representante Banco Central de Bolivia.
- Mercado A., Leitón J., and Chacón M., (2005). El crecimiento económico en Bolivia 1952 – 2003. Instituto de Investigaciones Socio Económicas.
- Paz V. (2000). Flexibilización Laboral en Bolivia: Análisis de los supuestos neoclásicos del mercado de trabajo. Tesis de grado. Universidad Católica Boliviana.

- Rebelo S. (2005). Real Business Cycle Models: Past, Present, And Future. National Bureau of Economic Research.
- Rogerson R. (1987). Indivisible Labour, Loteries and Equilibrium. Journal of Monetary Economics. Elsevier, vol. 21(1), pages 3-16.
- Seminario, B., Rodríguez M. and Zuloeta J. (2008). Métodos alternativos para la estimación del PBI potencial 1950-2007. Universidad del Pacífico.
- Sims, E. (2011). Extensions of Basic RBC Framework. University Of Notre Dame.
- Uhlig, Harold (1997). A Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily. Discussion Paper. Center University of Tilburg and CEPR.
- Urrutia, Carlos (1996). Notas Sobre Crecimiento y Ciclos Económicos. Ilades-Georgetown University.
- Valdivia, D. y P. Yujra (2009). Identificación de ciclos económicos en Bolivia." Documento de trabajo, 2do Encuentro de Economistas (BCB).
- Vargas, J. P. 2010. Análisis del crecimiento y ciclos económicos: Una aplicación general para Bolivia. Tech. Rep. 13, Banco Central de Bolivia.