

A Service of



Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft Leibniz Information Centre

Aliaga Lordemann, Javier; de Celis, Raúl Rubín; Villegas Quino, Horacio

# **Working Paper**

No linealidad de los ciclos económicos en Bolivia

Documento de Trabajo, No. 07/11

## **Provided in Cooperation with:**

Instituto de Investigaciones Socio-Económicas (IISEC), Universidad Católica Boliviana

Suggested Citation: Aliaga Lordemann, Javier; de Celis, Raúl Rubín; Villegas Quino, Horacio (2011): No linealidad de los ciclos económicos en Bolivia, Documento de Trabajo, No. 07/11, Universidad Católica Boliviana, Instituto de Investigaciones Socio-Económicas (IISEC), La Paz

This Version is available at: http://hdl.handle.net/10419/72750

#### Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

#### Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.





Documento de Trabajo No. 07/11 Junio 2011

No Linealidad de los Ciclos Económicos en Bolivia

por Javier Aliaga Lordemann, Raúl Rubín de Celis y Horacio Villegas Quino

## No Linealidad de los Ciclos Económicos en Bolivia

## 1. Introducción

Los modelos estáticos poseen la característica de mostrar equilibrios a los cuales se tienden, pero que casi nunca se pueden alcanzar. Además que estos modelos, en especial en la teoría de ciclos económicos parecen mostrar equilibrios inestables e independientes de las condiciones iníciales.

Navarro (2002), menciona la necesidad de una teoría no lineal en economía, principalmente en "Business Cycles", ya que los sistemas dinámicos lineales originan trayectorias que tienden al equilibrio en forma monótona y en oscilaciones amortiguadas, con lo cual el ciclo desaparece.

De esta forma Navarro óp. cit. insinúa que los modelos lineales no pueden generar soluciones cíclicas no amortiguadas. Estos modelos sólo pueden producir cuatro tipos de comportamiento: crecimiento exponencial, decrecimiento exponencial, oscilación explosiva y oscilación amortiguada. Asimismo, los modelos lineales no son capaces de originar comportamiento asimétrico.

De esta manera, los modelos no lineales si son capaces de generar soluciones cíclicas no amortiguadas, cuyo ciclo depende de los parámetros del sistema. Las expansiones (booms) y las contracciones (depresiones) con diferentes velocidades pueden ser producidas mediante modelos no lineales, lo cual indica que los modelos no lineales pueden originar comportamientos asimétricos.

En este sentido, el presente documento realizará una comparación entre un modelo lineal y un modelo no lineal de ciclos económicos. El modelo lineal en diferencias es bastante conocido, este modelo de ciclos económicos fue desarrollado por Samuelson (1939). El modelo no lineal corresponde a Goodwin (1951), pero se hará una aproximación a la ecuación de Van der Pol y una reconstrucción del modelo no lineal que figura en Chian (2007) basado en Lorenz y Nusse en el año 2002.

#### 2. Modelo de Ciclos Económicos de Samuelson

Chiang (1996) y Ackley (1970) muestran el trabajo de Samuelson, que consiste en agregar a un modelo macroeconómico simple de corte Keynesiano, una función de inversión con la particularidad de reaccionar ante los cambios en el consumo de acuerdo a la siguiente especificación general:

(1) 
$$\begin{cases} Y_t = C_t + I_t + G_t \\ C_t = cY_{t-1} \\ I_t = a(C_t - C_{t-1}) \end{cases}$$
 Siendo  $0 < c < 1$  y  $a > 0$ 

donde  $Y_t$  es la producción del periodo t,  $C_t$  es el consumo del periodo t,  $Y_{t-1}$  es la producción del periodo t-1,  $C_{t-1}$  es el consumo del periodo t-1,  $I_t$  es la inversión del periodo t,  $G_t$  es el gasto del periodo t, t es la propensión marginal a consumir y t es el acelerador.

Expresando en (1) a  $Y_t$  como función de las variables exógenas ( $G_t$ ) resulta:

(2) 
$$Y_t - c(1+a)Y_{t-1} + acY_{t-2} = G_t$$

La expresión anterior resulta ser una ecuación en diferencias para la variable  $Y_t$  no homogénea, lineal, de parámetros constantes y de orden dos. A continuación se procederá a analizar tanto su estabilidad como su comportamiento cíclico o monótono. Para ello será de suma utilidad expresar su polinomio característico como:

(3) 
$$x^2 - (1+a)cx + ac$$

Las soluciones de esta ecuación son:

(4) 
$$b_1, b_2 = \frac{(1+\alpha)c \pm \sqrt{(1+\alpha)^2c^2 - 4\alpha c}}{2}$$

Ackley óp. cit. y Chiang óp. cit. reducen el análisis de estabilidad del modelo de Samuelson y su comportamiento a los siguientes escenarios:

Caso	Subcaso	Valores de $c$ y $\alpha$	Trayectoria temporal de $Y_t$
1) $\sigma \ge \frac{4\alpha}{(1+\alpha)^2}$	<i>a</i> ) 0< <i>b</i> <sub>2</sub> < <i>b</i> <sub>1</sub> <1	<i>c</i> , α<1	Estable sin ciclos
	<i>b</i> ) 1< <i>b</i> <sub>2</sub> < <i>b</i> <sub>1</sub>	<i>c</i> , α >1	Inestable sin ciclos
$2) c = \frac{4\alpha}{(1+\alpha)^2}$	<i>a)</i> 0< <i>b</i> <1	<i>c</i> , α <1	Estable sin ciclos
	<i>b) b&gt;</i> 1	<i>c</i> , α >1	Inestable sin ciclos
$3) < \frac{4\alpha}{(1+\alpha)^2}$	a) $\sqrt{\alpha c} < 1$	<i>c</i> , α <1	Fluctuación Uniforme
	b) $\sqrt{\alpha c} \ge 1$	<i>c</i> , α≥1	Fluctuación Explosiva

Fuente: CHIANG, Alpha C. 1996. Métodos Fundamentales de Economía Matemática. 3ra ed. McGraw-Hill. pp. 603

Donde:  $b = \frac{a(1+a)}{2}$ 

#### 3. Modelo de Ciclos Económicos de Goodwin

Goodwin muestra una aproximación de los ciclos económicos a una forma no lineal. Strotz, Mcanulty y Naines (1953) muestran que el modelo de Goodwin parte de los siguientes supuestos:

(5) 
$$\begin{cases} y(t) = c(t) + k(t) + l(t) \\ c(t) = \alpha y(t) - \epsilon y(t) + \beta \\ k(t) = \epsilon y(t - \theta) \end{cases}$$

donde y(t) es el ingreso,  $\epsilon(t)$  es el consumo,  $\alpha$  es la propensión marginal a consumir,  $\beta$  es el consumo autónomo, k(t) es la inversión inducida, l(t) es la inversión autónoma,  $\varphi[y(t-\theta)]$  refleja las decisiones de inversión,  $\epsilon$  es el tiempo en que se tarda en producir nuevos bienes de consumo y  $\theta$  es el tiempo en que se tarda en la fabricación de bienes de capital. Los valores de  $\epsilon$  y  $\theta$  son expresados en años.

Las ecuaciones en (5) pueden reducirse a una expresión oscilatoria de ciclos económicos:

$$(6) e\theta z + (e + (1 - \alpha)\theta)z - \varphi(z) + (1 - \alpha)z = 0$$

La expresión (6) presume un comportamiento estable o constante en el tiempo de la tendencia del producto. Suponer esto es demasiado rígido para cualquier economía y más aun con las observaciones de Hodrick y Prescott (1997); un crecimiento fluctuante es mucho más aceptable. La ecuación oscilatoria de ciclos económicos se puede expresar de la siguiente forma:

(7) 
$$e\theta z + (e + (1 - \alpha)\theta)z - \varphi(z) + (1 - \alpha)z = a \sin(wt + b)$$

Donde  $\alpha$  está compuesto por fuerzas exógenas y w es la frecuencia de dicha fuerza exógena. Adicionalmente se agregó el componente b, que refleja el periodo en el cual comienza dicha fuerza exógena.

a sin(wt+b) es el componente no lineal de la tendencia obtenida a través del filtro Hodrick-Prescott. Asimismo, la expresión (3) se puede simplificar a una expresión forzada a la ecuación de Van der Pol:

(8) 
$$\ddot{z} + [v - e - (1 - a)\theta](z^2 - 1)\dot{z} + z = a \sin(wt + b)$$

donde v es el acelerador no lineal.

#### 4. Modelo Econométrico

El modelo de Samuelson está basado en una economía cerrada. Puesto que esta carece de validez para analizar los ciclos económicos, se extendió el modelo a una economía abierta.

(9) 
$$Y_t = G_t + X_t - M_t + c(1 + \alpha)Y_{t-1} - c\alpha Y_{t-2} + \varepsilon_t$$

La expresión (9) es un Modelo de Rezagos Distribuidos, ARDL(2,0,0,0).

La presencia de raíz unitaria en las series puede ser un causante de una relación casual. Greene (2002) menciona que si los valores del R<sup>2</sup> y R<sup>2</sup> Ajustado son altamente significativos debido a las observaciones de Granger y Newbold, la presente relación es espuria. Al ser la expresión (9) un modelo dinámico, la manera más correcta de re expresarlo es un modelo de corrección de errores, ante la presencia de raíz unitaria en las series.

$$(10) \ \Delta Y_{t} = G_{t} + X_{t} - M_{t} + \left[c(1+\alpha)\right] \Delta Y_{t-1} + \left[c(1+\alpha) - 1\right] \left(Y_{t-1} - \frac{c\alpha}{c(1+\alpha) - 1}Y_{t-2}\right) + \sigma_{t}$$

La estimación de parámetros del modelo de Goodwin es bastante compleja. Sin embargo, a partir de la siguiente expresión se pueden obtener los parámetros estructurales  $\alpha$ ,  $\epsilon$  y  $\theta$ .

(11) 
$$\Delta y(t) = \beta_1 O(t) + \beta_1 \varphi(\Delta y) + \beta_2 \Delta y(t-1) + (\beta_2 + \beta_3)y(t-2) - y(t-1) + s_t$$

Por otra parte, se puede descomponer a la tendencia Hodrick – Prescott en componentes lineal y no lineal. El componente no lineal es determinante porque se utilizará para la aproximación a la función seno.

$$(12) NLT = a \sin(wt + b)$$

## 5. Resultados

El periodo de estudio considera los años entre 1980 y 2009. Se emplearon mínimos cuadrados no lineales en la estimación de todos los parámetros, debido a que es necesario en el modelo de corrección de errores y también para restringir parámetros de acuerdo a la teoría económica, sin la necesidad de usar un test de Wald para cada coeficiente.

#### 5.1. Parámetros del Modelo de Samuelson

TABLA 1. PROPENSIÓN MARGINAL A CONSUMIR Y EL ACELERADOR SEGÚN EL MODELO DE SAMUELSON EN ECONOMÍA ABIERTA. ESTIMADO COMO UN ARDL (2,0,0,0)

С	0.89
α	0.90
$R^2$	0.99
R <sup>2</sup> ajustado	0.99

Fuente: Elaboración Propia

El  $R^2$  y el  $R^2$  ajustado son altamente significativos, por lo cual la presente relación es espuria. La presencia de raíz unitaria en las series evidencia que la regresión sea espuria. En consecuencia se procedió los valores de  $\alpha$  y c a través de un ECM:

TABLA 2. PROPENSIÓN MARGINAL A CONSUMIR Y EL ACELERADOR SEGÚN EL MODELO DE SAMUELSON EN ECONOMÍA ABIERTA. ESTIMADO COMO UN ECM

C	0.89
α	-0.04
$R^2$	-0.07
R <sup>2</sup> ajustado	-0.15

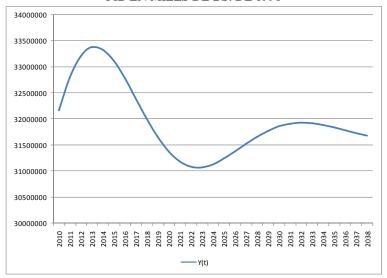
Fuente: Elaboración Propia

## 5.2. Ciclos Económicos del Modelo de Samuelson

El principio del acelerador se rompe puesto que es menor a cero en el modelo de corrección de errores mostrando que el modelo no es apropiado para el análisis de los ciclos económicos. Las limitaciones de este modelo se dan por los supuestos que maneja, especialmente en el comportamiento de la inversión, su aproximación y las limitaciones de un modelo lineal.

Usando los parámetros de la regresión espuria y según el análisis de estabilidad del modelo, los ciclos económicos presentarían una fluctuación uniforme, es decir ciclos amortiguados o que son cada vez más pequeños en el tiempo. Graficando los ciclos, se tendría el siguiente comportamiento:

GRÁFICO 1. CICLOS DEL PRODUCTO EN ECONOMÍA ABIERTA. MODELO DE SAMUELSON. PIB EN MILES DE BS. DE 1990



Fuente: Elaboración propia

El gráfico 1 muestra fluctuaciones bastante amplias, aunque las variables exógenas no están proyectadas; la variación es considerablemente exagerada con respecto al comportamiento histórico.

## 5.3. Parámetros del Modelo de Goodwin

Las tablas 3, 4 y 5 muestran los resultados de varios parámetros en el modelo de Goodwin:

TABLA 3. PARÁMETROS EN SU FORMA ESTRUCTURAL DEL MODELO DE GOODWIN

α	0.823
E	0.279
θ	13.06

Fuente: Elaboración propia

TABLA 4. ACELERADOR NO LINEAL DEL MODELO DE GOODWIN

ν	4.32
R <sup>2</sup>	0.76
R <sup>2</sup> ajustado	0.76

Fuente: Elaboración propia

TABLA 5. PARÁMETROS DEL COMPONENTE NO LINEAL DE LA TENDENCIA

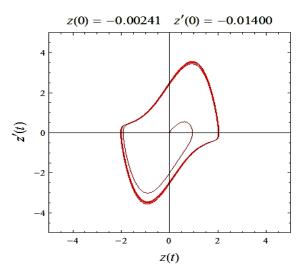
а	0.05
w	0.34
b	2.11
R <sup>2</sup>	0.55
R² ajustado	0.51

Fuente: Elaboración propia

# 5.4. Ciclos Límite y Ciclos Económicos del Modelo de Goodwin

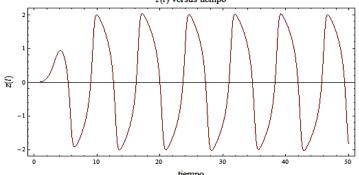
Los parámetros estimados muestran que el ciclo límite en Bolivia es inestable porque presenta desviaciones en las trayectorias.

GRÁFICO 3. CICLO LÍMITE



Fuente: Elaboración propia

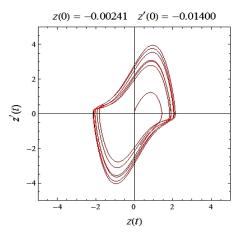
GRÁFICO 4. CICLOS ECONÓMICOS z(t) versus tiempo



Fuente: Elaboración propia

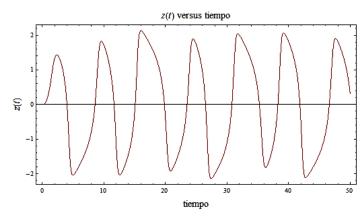
Los desvíos son casi imperceptibles, así que al aumentar el efecto de las fuerzas exógenas, se puede advertir de mejor manera la inestabilidad.

GRÁFICO 5. CICLOS LÍMITE CON UN VALOR MAYOR A 0.05 DE LAS FUERZAS EXÓGENAS



Fuente: Elaboración propia

GRÁFICO 6. CICLOS ECONÓMICOS CON UN VALOR MAYOR A 0.05 DE LAS FUERZAS EXÓGENAS



Fuente: Elaboración propia

#### 6. Cnclusiones

Actualmente en la teoría económica, especialmente desde el uso de la metodología Hodrick – Prescott, los ciclos económicos han sido considerados como desviaciones sincronizadas de variables macroeconómicas importantes respecto de su tendencia. Un ciclo económico es una expansión que se presenta al mismo tiempo en diversas actividades económicas, seguida de una contracción también general en estas mismas variables. Los ciclos son recurrentes pero no tienen un periodo fijo.

Existe una dificultad en determinar las causas de los ciclos, puesto que se los analiza a un nivel de desviaciones armonizadas más que a una relación causal. Estas desviaciones sincronizadas o armonizadas se las puede respaldar con la teoría económica pero no nacen de ella, sino de una base puramente metodológica.

La inversión es el componente más difícil de aproximar, puesto que depende de muchos factores. Por ello era necesario utilizar un modelo de análisis que aproxime y refleje dicha complejidad. Esto se logró gracias al modelo del multiplicador de ciclos económicos de Goodwin.

La inversión genera ciclos económicos, pero todos los ciclos no son explicados solamente por las decisiones de inversión; sino por fuerzas exógenas, entre ellas la inversión autónoma.

Los ciclos económicos en Bolivia bajo el análisis del modelo de Goodwin, muestran que la inversión en el corto y largo plazo serían inestables y no existe equilibrio de corto y largo plazo. La inestabilidad de los ciclos se da por las fuerzas exógenas y la baja incidencia del acelerador de la inversión.

Los cambios en las decisiones de inversión con respecto a los cambios en los ciclos económicos en Bolivia, reflejados por el acelerador, no sólo se limitan a un nivel de reposición del consumo y de nuevo equipamiento; sino que se destina una parte al incremento de capital, aunque este no es muy alto.

Los cambios entre el acelerador y los tiempos que se dedican a crear nuevos bienes de consumo y de capital muestran la presencia de múltiples ciclos, permitiendo básicamente una implicación altamente significativa para la política económica que sería el ambiente de la inversión.

Es decir, que a través de política económica; se logrará aumentar el impacto del acelerador, reducir el tiempo en la fabricación de bienes de capital o reducir la propensión marginal a consumir. Los ciclos económicos serían estables a pesar de un aumento del impacto de las fuerzas exógenas. Por lo tanto, un ambiente estable para invertir podría llevar a ciclos económicos estables, a pesar de un aumento de los impactos de las fuerzas exógenas.

Las relaciones entre el producto y la inversión son tan complejas que no se puede aproximar a una ecuación lineal; puesto que los resultados son poco realistas y no se asemejan al comportamiento histórico de la economía Boliviana. Además que los parámetros de dichos modelos lineales tienen cierta validez a través de regresiones espurias.

## **REFERENCIAS**

- Ackley, Gardner. 1970. "Teoría Macroeconómica". The Macmillan Company. 1° Ed. Unión Tipográfica. Editorial hispano-americana.
- Chian, Abraham C.-L. 2007. "Complex Systems Approach to Economic Dynamics". Berlin: Springer-Verlag.
- Chiang, Alpha C. 1996. "Métodos Fundamentales de Economía Matemática". 3º Ed. McGraw-Hill. Madrid.
- Costain, James. 2005. "Apuntes sobre PIB y hechos estilizados". Universidad Carlos III de Madrid.
- Hodrick, Robert, and Edward C. Prescott. 1997. "Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation". Journal of Money, Credit, and Banking.
- Goodwin, R. M. 1951. "The Nonlinear Accelerator and the Persistence of Business Cycles," Econometrica, Vol.19, 1-17.
- Greene, William. 2002. "Econometric Analisys". 5° Ed. Prentice Hall.
- Maravall, Agustín, y Ana del Rio. 2001. "Time Aggregation and the Hodrick-Prescott Filter". Banco de España.
- Maravall, Agustín, y Ana del Rio. 2007. "Temporal Aggregation, Systematic Sampling, and the Hodrick-Prescott Filter". Banco de España.
- Matsumoto, Akio, y Suzuki, Mami. 2006. "Coexistence of Multiple Business Cycles in Goodwin's 1951 model". The Institute of Economic Research. Chuo University.
- Matsumoto, Akio. 2007. "Note on Goodwin's 1951 Nonlinear Accelerator Model with an Investment Lag". The Institute of Economic Research. Chuo University.
- Navarro, Jesus. 2002. "No linealidad y dinámica económica: algunos comentarios". Revista venezolana de análisis de coyuntura. Universidad Central de Venezuela.
- Zhang, W. 2005. "Differential Equations, Bifurcations, and Chaos In Economics". World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.