

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

Отчёт по лабораторной работе № 5

« Алгоритмы сортировки »

Выполнил работу

Карташов Игорь

Академическая группа №J3111

Принято

Вершинин Владислав

Санкт-Петербург

2024

Введение

Цель работы: изучить алгоритмы сортировки и научиться применять их на практике.

Задачи:

1. Выбрать алгоритмы для реализации
2. Ознакомиться с их устройством
3. Изучить особенности реализации этих алгоритмов на C++
4. Реализовать алгоритмы
5. Провести анализ полученных результатов
6. Подготовить отчёт

Теоретическая подготовка

TreeSort

TreeSort — это алгоритм, основанный на использовании бинарного дерева поиска. Алгоритм включает два этапа: построение дерева из элементов массива и обход дерева для извлечения элементов в отсортированном порядке.

Сложность:

- Построение дерева: $O(n \cdot h)$, где h — высота дерева.
- Обход дерева: $O(n)$.

Особенности:

- В худшем случае, когда дерево вырождается в список ($h=n$), сложность $O(n^2)$.
- В среднем случае сложность $O(n \cdot \log n)$.

CountingSort

CountingSort основан на подсчете количества вхождений каждого элемента. Подходит только для сортировки целых чисел или других элементов, которые могут быть отображены в диапазон чисел.

Сложность: $O(n+k)$, где k — диапазон значений.

Особенности:

- Линейная сложность для ограниченного диапазона.
- Не является сравнительной сортировкой.
- Потребляет дополнительную память для хранения массива частот.

GnomeSort

GnomeSort — это упрощенная версия сортировки вставками, которая перемещается по массиву, меняя местами соседние элементы, если они стоят в неправильном порядке.

Сложность:

- Лучший случай: $O(n)$ для почти отсортированных массивов.
- Худший случай: $O(n^2)$.

Особенности:

- Простота реализации.
- Подходит для небольших массивов.

Реализация

Используемые алгоритмы

В работе реализованы следующие алгоритмы сортировки:

1. TreeSort — построение бинарного дерева поиска и обход его узлов.
2. CountingSort — сортировка методом подсчета.
3. GnomeSort — сортировка методом перемещения

Реализация выполнена на языке C++ с использованием следующих библиотек:

- `iostream` — ввод/вывод.
- `vector` — работа с динамическими массивами.
- `time.h` — замер времени выполнения.
- `cassert` — проверка корректности работы через `assert`.
- `algorithm` — функции стандартной библиотеки.

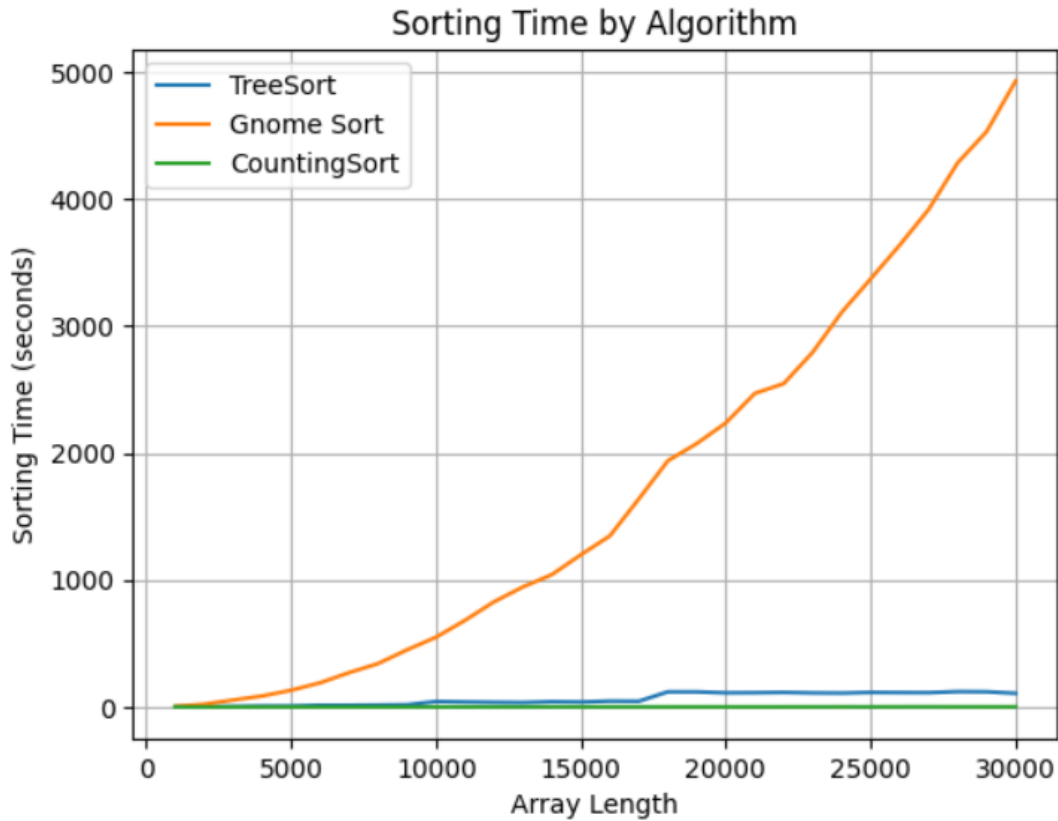
Тестирование

Для каждого алгоритма написаны два набора тестов:

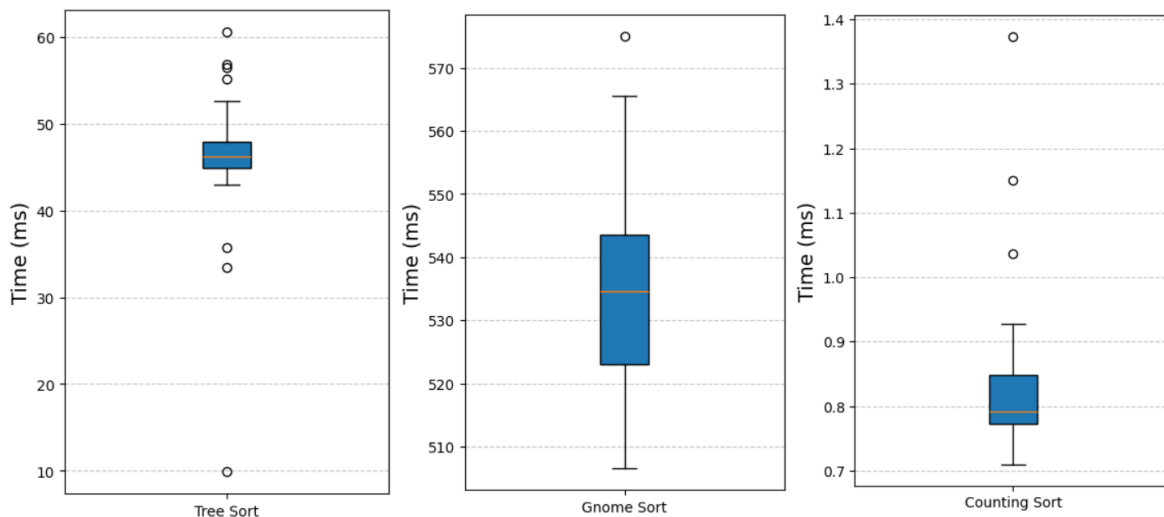
1. Тесты корректности: Проверка, что алгоритм возвращает отсортированный массив.
2. Тесты на производительность: Замер времени выполнения на массивах разной длины.

Экспериментальная часть

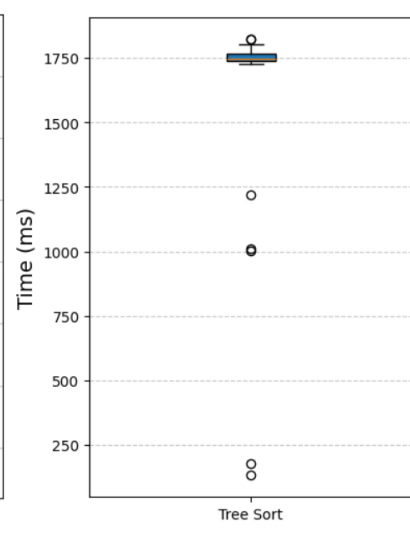
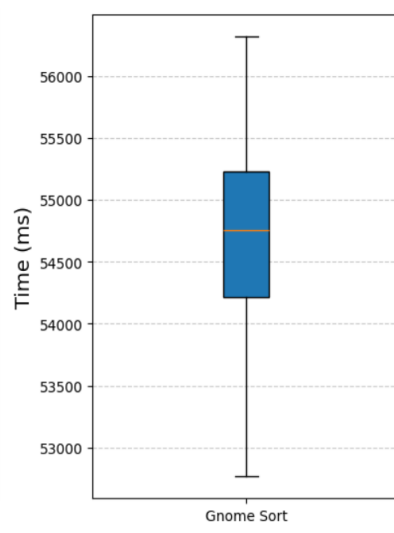
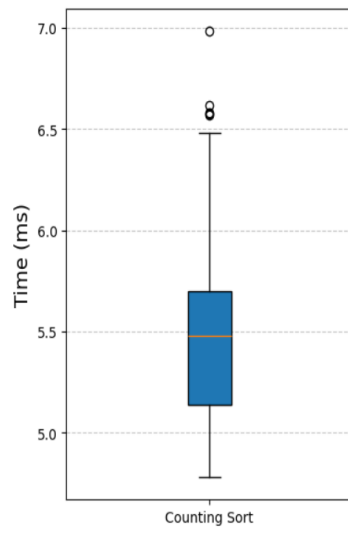
Затраченное время для каждой сортировки в зависимости от размера массива:



Распределения затраченного времени для размера 10^4 :



Распределения затраченного времени для размера 10^5 :



Заключение

В ходе лабораторной работы реализованы и протестированы три алгоритма сортировки: TreeSort, CountingSort и GnomeSort. Полученные результаты подтверждают теоретические оценки их сложности.

Выбросы и их причины:

- **TreeSort:**

Выбросы наблюдаются на сильно упорядоченных или полностью отсортированных данных, так как дерево становится не сбалансированным, что увеличивает время обработки.

- **CountingSort:**

Для массивов с большим диапазоном значений время работы увеличивается из-за затрат на инициализацию и обработку массивов частот. Это особенно заметно при наличии редких, но больших значений.

- **GnomeSort:**

Замедление фиксируется на случайных данных большой длины, так как алгоритм выполняет множество итераций

Приложения

Gnome Sort

```
#include <iostream>
#include <cassert>
#include <time.h>
#include <cmath>
#include <cstdlib>
#include <algorithm>
#include <vector>

using namespace std;

// Гномья сортировка
void GnomeSort(vector<int>& arr) {
    int n = arr.size(); // O(1), 4 байта
    int index = 0; // O(1), 4 байта

    // Дополнительной памяти нет, так как массив изменяется на месте.

    // Проходимся по массиву
    while (index < n) { // В худшем случае: O(n^2)
        //Если порядок двух соседних элементов правильный идем дальше
        if (index==0 || arr[index] >= arr[index - 1]) {
            index++; // O(1)
        }
        else {
            //меняем соседние элементы местами и отходим назад по индексу
            swap(arr[index], arr[index-1]); // O(1)
            index--; // O(1)
        }
    }
}

//Вывод массива
void printArray(const std::vector<int>& arr) {
    for (const int& num : arr) { // O(n)
        cout << num << " ";
    }
}

// Тесты на правильность ответов (без проверки на скорость)
void correct_tests() {
    vector<int> expected = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};

    vector<int> input_1 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};
```

```

GnomeSort(input_1);
assert(input_1 == expected);

vector<int> input_2 = {2, 7, 8, 5, 3, 4, 6, 9, 0, 1};
GnomeSort(input_2);
assert(input_2 == expected);

vector<int> input_3 = {6, 1, 7, 9, 4, 8, 3, 2, 0, 5};
GnomeSort(input_3);
assert(input_3 == expected);

vector<int> input_4 = {2, 4, 1, 3, 5, 6, 8, 7, 9, 0};
GnomeSort(input_4);
assert(input_4 == expected);
cout << "Correctness tests - complete" << std::endl;
}

// Тесты на время (без проверки на правильность ответов)
void time_tests() {
    std::vector<int> test_sizes = { 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000,
8000, 9000, 10000, };

    for (const int sz : test_sizes) {
        vector<int> random_vec(sz, 0);
        srand(time(0));
        generate(random_vec.begin(), random_vec.end(), rand);

        clock_t start = clock();
        GnomeSort(random_vec);

        cout << "На сортировку массива длины " << sz << " ушло " <<
double(clock() - start)/CLOCKS_PER_SEC*100 << " мс" << endl;
    }
}

int main() {
    correct_tests();
    time_tests();
    vector<int> arr = {3, 9, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 6};
    GnomeSort(arr);
    printArray(arr);

    return 0;
}

```

Counting Sort

```
#include <vector>
#include <iostream>
#include <cassert>
#include <time.h>
#include <stack>
#include <cmath>
#include <cstdlib>
#include <algorithm>

using namespace std;

//Оптимизация подсчетом
void CountingSort(std::vector<int>& arr) {
    if (arr.empty()) return;

    int min_val = *min_element(arr.begin(), arr.end()); // O(n), 4 байта
    int max_val = *max_element(arr.begin(), arr.end()); // O(n), 4 байта

    //Создаём массив частот
    int range = max_val - min_val + 1; // O(1), 4 байта
    vector<int> count(range, 0); // O(range), 4 * range байт

    // Считаем количество вхождений для каждого числа
    for (int num : arr) { // O(n)
        count[num - min_val]++;
    }

    // Перезаписываем массив с учётом частот
    int index = 0; // O(1), 4 байта
    for (int i = 0; i < range; i++) { // O(range + n)
        while (count[i]-- > 0) {
            arr[index++] = i + min_val;
        }
    }
}

// Вывод массива
void printArray(const std::vector<int>& arr) {
    for (const int& num : arr) { // O(n)
        cout << num << " ";
    }
}
```

```

// Тесты на правильность ответов (без проверки на скорость)
void correct_tests() {
    vector<int> expected = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};

    vector<int> input_1 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};
    CountingSort(input_1);
    assert(input_1 == expected);

    vector<int> input_2 = {2, 7, 8, 5, 3, 4, 6, 9, 0, 1};
    CountingSort(input_2);
    assert(input_2 == expected);

    vector<int> input_3 = {6, 1, 7, 9, 4, 8, 3, 2, 0, 5};
    CountingSort(input_3);
    assert(input_3 == expected);

    vector<int> input_4 = {2, 4, 1, 3, 5, 6, 8, 7, 9, 0};
    CountingSort(input_4);
    assert(input_4 == expected);
    cout << "Correctness tests - complete" << std::endl;
}

// Тесты на время (без проверки на правильность ответов)
void time_tests() {
    std::vector<int> test_sizes = { 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000,
    8000, 9000, 10000,};

    for (const int sz : test_sizes) {
        vector<int> random_vec(sz, 0);
        srand(time(0));
        generate(random_vec.begin(), random_vec.end(), rand);

        clock_t start = clock();
        CountingSort(random_vec);

        cout << "На сортировку массива длины " << sz << " ушло " <<
double(clock() - start)/CLOCKS_PER_SEC*100 << " мс" << endl;
    }
}

int main() {
    correct_tests();
    time_tests();
}

```

```

    vector<int> arr = {3, 9, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 6};
    CountingSort(arr);
    printArray(arr);

    return 0;
}

```

Tree Sort

```

#include <vector>
#include <iostream>
#include <cassert>
#include <time.h>
#include <stack>
#include <cmath>
#include <cstdlib>
#include <algorithm>

using namespace std;

struct Node {
    int value; // 4 байта
    Node* left; // 8 байта
    Node* right; // 8 байта

    // Конструктор для создания нового узла.
    Node(int val): value(val), left(nullptr), right(nullptr) {}
};

// Функция для вставки элемента в дерево
Node* insertIterative(Node* root, int value) {
    if (root == nullptr) {
        return new Node(value); // O(1), 20 байт на узел
    }

    Node* current = root; // 8 байт
    while (true) { // Цикл обходит дерево до листа
        if (value < current->value){
            if (current->left == nullptr){
                current->left = new Node(value); // O(1), 20 байт
                break;
            } else {

```

```

        current = current->left; // O(1)
    }
} else {
    if (current->right == nullptr) {
        current->right = new Node(value); // O(1), 20 байт
        break;
    } else {
        current = current->right; // O(1)
    }
}
}
return root;
// O(h)
// Память: 20 байт на каждый новый узел.
}

// Функция для обхода дерева (сортировка дерева)
vector<int> Sorting(Node* root) {
    vector<int> result; //O(n)
    stack<Node*> st; // O(h) h — высота дерева
    Node* current = root; //8 байт

    while (!st.empty() || current != nullptr) { // пока стек не пуст или есть
узлы для обработки
        if (current != nullptr) {
            st.push(current);
            current = current->left; // Переход к левому поддереву
        } else {
            current = st.top();
            st.pop();
            result.push_back(current->value); // Обработка узла
            current = current->right; // Переход к правому поддереву
        }
    }

    return result; // Каждый узел обрабатывается ровно один раз - O(n)
}

// Основная функция TreeSort
vector<int> TreeSort(vector<int>& arr) {
    if (arr.empty()) {
        return {}; // O(1)
    }

    Node* root = nullptr; // 8 байт

```

```

    for (int value: arr) { // O(n * h) // Обход всех элементов массива.
        root = insertIterative(root, value); // Вставляем элементы в дерево
        // O(h) для каждого элемента.
    }

    return Sorting(root); // O(n) // Сортируем дерево и возвращаем результат
}

// Вывод массива
void printArray(const std::vector<int>& arr) {
    for (const int& num : arr) { // O(n)
        cout << num << " ";
    }
}

// Тесты на правильность ответов (без проверки на скорость)
void correct_tests() {
    vector<int> expected = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};

    vector<int> input_1 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};
    input_1 = TreeSort(input_1);
    assert(input_1 == expected);

    vector<int> input_2 = {2, 7, 8, 5, 3, 4, 6, 9, 0, 1};
    input_2 = TreeSort(input_2);
    assert(input_2 == expected);

    vector<int> input_3 = {6, 1, 7, 9, 4, 8, 3, 2, 0, 5};
    input_3 = TreeSort(input_3);
    assert(input_3 == expected);

    vector<int> input_4 = {2, 4, 1, 3, 5, 6, 8, 7, 9, 0};
    input_4 = TreeSort(input_4);
    assert(input_4 == expected);
    cout << "Correctness tests - complete" << std::endl;
}

// Тесты на время (без проверки на правильность ответов)
void time_tests() {
    std::vector<int> test_sizes = { 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000,
    8000, 9000, 10000, 100000};

    for (const int sz : test_sizes) {

```

```

        vector<int> random_vec(sz, 0);
        srand(time(0));
        generate(random_vec.begin(), random_vec.end(), rand);

        clock_t start = clock();
        TreeSort(random_vec);

        cout << "На сортировку массива длины " << sz << " ушло " <<
double(clock() - start)/CLOCKS_PER_SEC*100 << " мс" << endl;
    }
}

int main() {
    correct_tests();
    time_tests();
    vector<int> arr = {3, 9, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 6};
    vector<int> sortedArr = TreeSort(arr);
    printArray(sortedArr);

    return 0;
}

```