

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И  
ОПТИКИ

Факультет систем управления и робототехники

Отчёт по лабораторной работе №2  
«Классические регуляторы для дискретных систем»  
по дисциплине  
«Дискретные системы управления»  
Вариант 9

Выполнили: студенты потока 1.2

Дюжев В. Д.  
Лалаянц К. А.

Преподаватель:

*Краснов А.Ю.*

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение</b>	<b>1</b>
1    Цель работы . . . . .	1
2    Данные варианта . . . . .	1
<b>Основная часть</b>	<b>2</b>
1    Проектирование дискретных стабилизирующих регуляторов	2
2    Проектирование дискретных следящих регуляторов . . . . .	3
2.1    Построение задающего воздействия . . . . .	3
2.2    Синтез регулятора со встроенной моделью . . . . .	4
3    Построение регуляторов для объектов с неполной информацией	6
3.1    Устройства оценки полной размерности . . . . .	6
<b>Выводы</b>	<b>7</b>

# Введение

## Цель работы

Ознакомиться с методами синтеза классических регуляторов для дискретных систем.

## Данные варианта

- Тип ОУ: 2 (рис. 1);

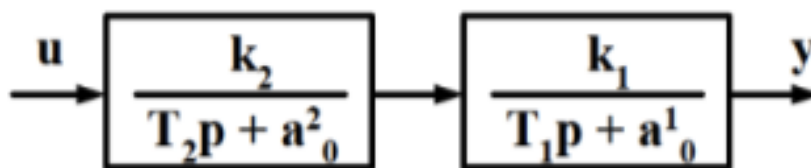


Рис. 1. Тип ОУ

- $k_1$ : 7.29
- $a_0^1$ : 1
- $T_1$ : 0.38
- $\xi$ : 0
- $k_2$ : 9.46
- $a_0^2$ : 1
- $T_2$ : 1
- $T$ : 0.25
- $g(k) = 7.68 \sin(0.3kT)$

## Основная часть

### Проектирование дискретных стабилизирующих регуляторов

Дискретный вариант имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0.3581 & -0.2104 \\ 0.3198 & 0.9387 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1.279 \\ 0.3728 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 11.34], \quad D = [0]$$

и имеет собственные числа 0.5179 и 0.7788.

В качестве эталонной модели возьмем оптимальную по быстродействию дискретную систему, т.е.  $z_i^* = 0$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Тогда введем эталонную модель:

$$\begin{cases} \eta(m+1) = \Gamma \eta(m) \\ \nu(m) = -H \eta(m) \end{cases}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad H = [1 \quad 1],$$

Для синтеза модального регулятора необходимо соблюдение следующих условий:

- $\text{rank}(\text{obsv}(H, \Gamma)) = n$ ;
- $\text{rank}(\text{ctrb}(A, B)) = n$ ;
- у  $A$  и  $\Gamma$  нет общих собственных чисел.

Известно, что  $F = A - BK$  и  $\Gamma$  подобны. Следовательно  $F = M \Gamma M^{-1}$ . Для получения дополнительного матричного уравнения потребуем, чтобы выход эталонной модели совпадал бы с желаемым управляемым воздействием. Из этого:

$$\begin{cases} AM - M\Gamma = BH \\ K = HM^{-1} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} K = [0.6122 \quad 1.3780] \\ A - BK = \begin{bmatrix} -0.4250 & -1.9729 \\ 0.0915 & 0.4250 \end{bmatrix} \\ \sigma(A - BK) = [-0.54 \quad 0.54] * 10^{-8} \end{cases}$$

Видно, что из-за неточности численного решения уравнения Сильвестра в Matlab, собственные числа незначительно отличаются от 0. Это повышает время сходимости, которое должно было быть равным одному периоду дискретизации благодаря нулевым собственным числам. Результаты моделирования представлены на рис. 2.

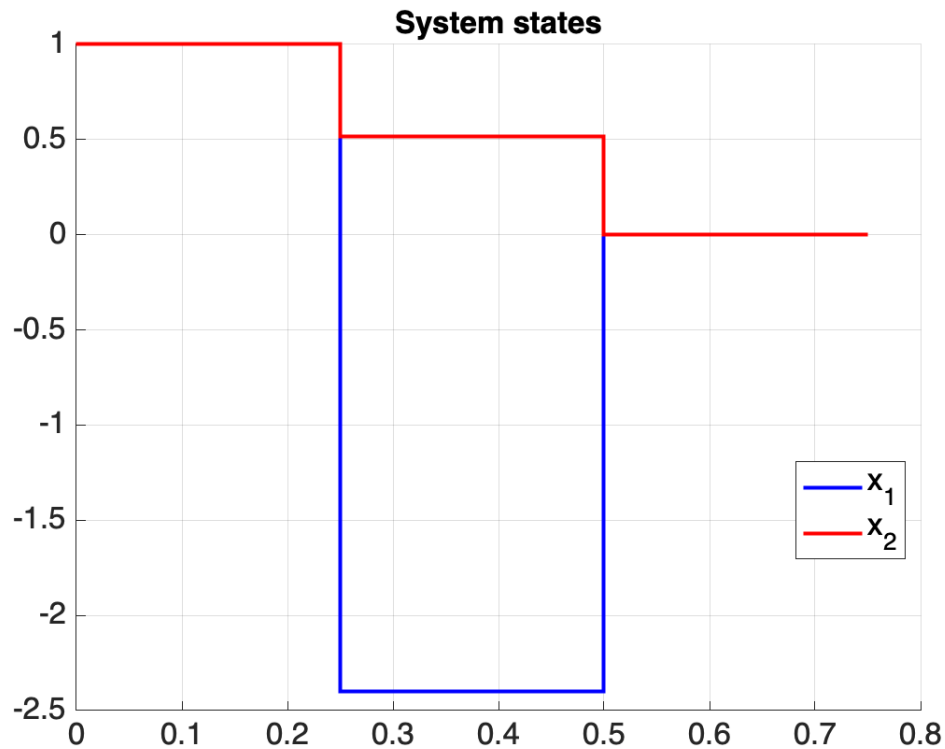


Рис. 2. График состояния объекта при использовании модального регулятора.

## Проектирование дискретных следящих регуляторов

### 2.1 Построение задающего воздействия

Известно, что задающее воздействие имеет вид:

$$\begin{cases} \xi(m+1) = \Gamma \xi(m) \\ g(m) = H_{\xi} \xi(m) \end{cases}$$

Для построения задающего воздействия были выбраны матрицы непрерывной системы:

$$\Gamma_c = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 \\ -0.3 & 0 \end{bmatrix}, \quad H_{\xi c} = [7.68 \quad 0], \quad \xi(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

После дискретизации был получен их дискретный вариант:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0.9972 & 0.07493 \\ -0.07493 & 0.9972 \end{bmatrix}, \quad H_{\xi} = [7.68 \quad 0], \quad \xi(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

Сравнение линейного и непрерывного генераторов представлен на рис. 3.

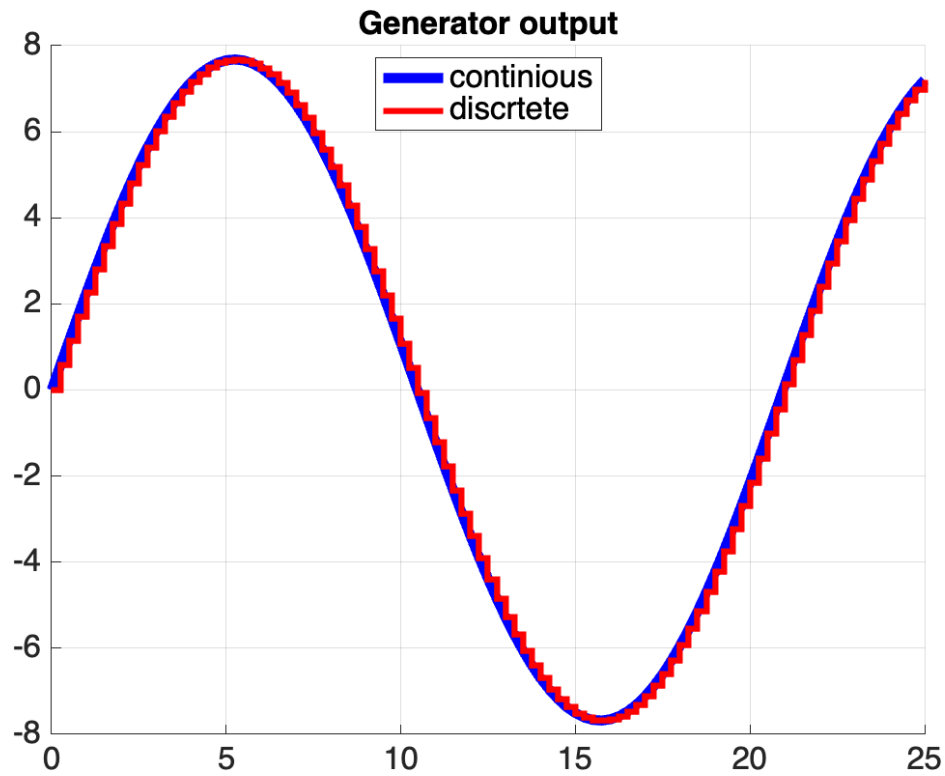


Рис. 3. График сравнения дискретного и непрерывного генераторов

## 2.2 Синтез регулятора со встроенной моделью

В дискретном случае:

$$g(m) = H_{\xi} \Gamma^m \xi(0)$$

Представим объект управления в канонической наблюдаемой форме:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.4034 & 1.297 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4.229 \\ 8.608 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0], \quad D = [0];$$

При условии, что  $(A, B)$  – полностью управляема, а  $(C, A)$  – полностью наблюдаема, синтезируем регулятор:

$$\begin{cases} e = g - y \\ \eta(m+1) = \Gamma \eta(m) + B_{\eta} e() \\ u(m) = k_1 e(m) + K_{\eta} \eta(m) - k_2 x_2(m) - \dots - k_n x_n(m) \end{cases}$$

$B_{\eta}$  выбирается из условия полной управляемости пары  $(\Gamma, B_{\eta})$ . Сведем задачу к модальному управлению:

$$u(m) = k_1 g(m) + K_{\eta} \eta(m) - Kx(m) = k$$

Введем в рассмотрение расширенную модель ОУ, объединив уравнение движения объекта с уравнением встроенной модели:

$$\bar{x}(m+1) = \begin{bmatrix} \eta(m+1) \\ x(m+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma & -B_\eta C \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta(m) \\ x(m) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} u(m) + \begin{bmatrix} B_\eta \\ 0 \end{bmatrix} g(m)$$

Тогда, с учетом обозначений:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \Gamma & -B_\eta C \\ 0 & A \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_1 = \begin{bmatrix} B_\eta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{K} = \begin{bmatrix} -K_\eta & K \end{bmatrix}$$

получим в итоге для замкнутой системы:

$$\bar{x}(m+1) = (\bar{A} - \bar{B}\bar{K})\bar{x}(m) + (\bar{B}_1 + k_1\bar{B})g(m) = \bar{F}\bar{x}(m) + \bar{B}_g g(m),$$

где  $\bar{F} = \bar{A} - \bar{B}\bar{K}$  — матрица размерности  $(n+q) \times (n+q)$ , определяющая динамические свойства замкнутой системы;  $\bar{B}_g = \bar{B}_1 + k_1\bar{B}$  — матрица входов по задающему воздействию размерности  $(n+q) \times 1$ .

Если пара  $A, B$  полностью управляема, то выбором матрицы  $\bar{K}$  можно обеспечить произвольные желаемые корни характеристического полинома или коэффициенты уравнения замкнутой системы. Отметим, что пара  $\bar{A}, \bar{B}$  будет полностью управляема при выполнении следующих условий:

- пара  $A, B$  полностью управляема, а пара  $C, A$  полностью наблюдаема;
- пара  $\Gamma, B_\eta$  полностью управляема.

Итого получаем

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0.9972 & 0.0749 & -1.0000 & 0 \\ -0.0749 & 0.9972 & -1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0 & 0 & -0.4034 & 1.2967 \end{bmatrix}; \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4.2286 \\ 8.6085 \end{bmatrix}; \quad \bar{K}^T = \begin{bmatrix} -0.3568 \\ 0.1592 \\ 0.1383 \\ 0.1982 \end{bmatrix};$$

$$\sigma(\bar{A} - \bar{B}\bar{K}) = [0.1, 0.2, 0.3, 0.4]$$

Как видно на рис. 4 задача слежения выполняется, ошибка сводится к 0.

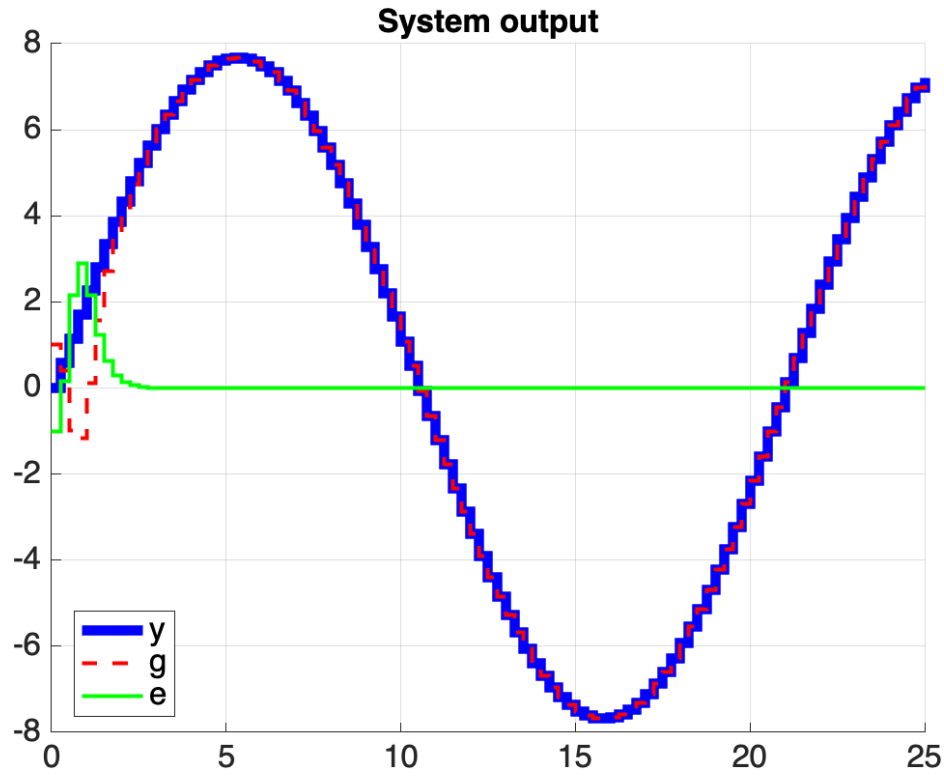


Рис. 4. График слежения дискретной системы с ПВВ за генератором

## Построение регуляторов для объектов с неполной информацией

### 3.1 Устройства оценки полной размерности

$$\begin{cases} x(m+1) = Ax(m) + Bu(m) \\ y_m(m) = C_m x(m) \end{cases}$$

$y_m \in \mathbb{R}^l$  – вектор измеряемых величин,  $l < n$ . Будем строить оценку  $\hat{x}_m$

$$\hat{x}(m+1) = A\hat{x}(m) + Bu(m) + L(y_m(m) - C_m\hat{x}(m))$$

Задача заключается в нахождении такой матрицы  $L$ , чтобы вектор невязки свелся к 0. Рассмотрим

$$\hat{x}(m+1) - x(m+1) = A\hat{x}(m) + Bu(m) + L(y_m(m) - C_m\hat{x}(m)) - Ax(m) - Bu(m)$$

$$\hat{x}(m+1) - x(m+1) = (A - LC_m)(\hat{x}(m) - x(m))$$

Введем обозначение вектора невязки в виде:

$$\begin{cases} \tilde{x}(m) = \hat{x}(m) - x(m) \\ F_e = A - LC_m \end{cases} \rightarrow \tilde{x}(m+1) = F_e \tilde{x}(m)$$



## Выводы

В ходе выполнения работы ознакомились с принципом синтеза дискретных систем, анализом устойчивости, а также управления ими. Теоретические выкладки, сделанные в соответствующей секции были подтверждены во время проведения экспериментов, что можно наблюдать на графиках моделирования.