

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И  
ОПТИКИ

Факультет систем управления и робототехники

Отчёт по лабораторной работе №3  
«Исследование системы автоматического управления с дискретным  
ПИД-регулятором»  
по дисциплине  
«Дискретные системы управления»  
Вариант 9

Выполнили: студенты потока 1.2

**Дюжев В. Д.**  
**Лалаянц К. А.**

Преподаватель:

*Краснов А.Ю.*

# ОГЛАВЛЕНИЕ

|  |          |
|--|----------|
| <b>Цель работы</b>   | <b>1</b> |
| <b>Теоретическая часть</b>                                   | <b>1</b> |
| 1    Дискретное преобразование Лапласа . . . . .             | 1        |
| 2    ПИД-регулятор . . . . .                                 | 1        |
| 3    Система управления для ЛР . . . . .                     | 2        |
| <b>Экспериментальная часть</b>                               | <b>3</b> |
| 1    Модель . . . . .  | 3        |
| 2    Подбор значения $q_0$ . . . . .                         | 3        |
| 3    Исследование робастности системы . . . . .              | 5        |
| 4    Исследование влияния периода дискретизации . . . . .    | 6        |
| 5    Исследование влияния неточности компенсации полюсов . . | 7        |
| <b>Выводы</b>  | <b>8</b> |

## Цель работы

Целью лабораторной работы является изучение одного из часто используемых алгоритмов цифрового управления, полученного путем аппроксимации непрерывного ПИД-регулятора.

## Теоретическая часть

### Дискретное преобразование Лапласа

Для решетчатой функции  $y(m)$  дискретное отображение Лапласа  $Y(z)$  определяется:

$$Y(z) = Z[y(m)] = \sum_{m=0}^{\infty} y(m)z^{-m} \quad (1)$$

, где  $z = e^{sT}$  — оператор дискретного преобразования Лапласа;  $s$  — оператор непрерывного преобразования Лапласа,  $T$  — интервал дискретности.

Если у функции есть непрерывный аналог и преобразование Лапласа  $Y(s)$  представляет из себя дробно-рациональную функцию без кратных полюсов ( $s_i, 1 \leq i \leq n$ ),  $Y(z)$  может быть найден следующим образом:

$$Y(z) = \sum_{i=1}^n [(s - s_i) \frac{Y(s)}{1 - e^{sT} z^{-1}}]_{s=s_i} \quad (2)$$

### ПИД-регулятор

Алгоритм работы дискретного ПИД-регулятора может быть записан как:

$$u(k) = k_p e(k) + k_i T \sum_{m=0}^{k-1} e(m) + \frac{k_d}{T} (e(k) - e(k-1)) \quad (3)$$

, где  $k_p, k_i, k_d$  — соответствующие коэффициенты,  $e$  — ошибка управления.

Можно перейти к рекуррентной записи:

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) \quad (4)$$

, где  $q_0 = k_p + \frac{k_d}{T}$ ,  $q_1 = -k_p + k_i T - 2\frac{k_d}{T}$ ,  $q_2 = \frac{k_d}{T}$ .

Для соответствия параметрам непрерывного регулятора должны быть выполнены условия:

$$q_0 + q_1 < 0; q_0 + q_1 + q_2 > 0; q_0 - q_2 > 0 \quad (5)$$

Поддействовав дискретным преобразованием Лапласа на 4, получим передаточную функцию регулятора:

$$W_c = \frac{q_0 z^2 + q_1 z + q_2}{z(z-1)} \quad (6)$$

## Система управления для ЛР

В этой лабораторной работе будем рассматривать систему управления нагревательным элементом, с передаточной функцией:

$$W_o = \frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (7)$$

Дискретный образ Лапласа при последовательном соединении с экстраполятором нулевого порядка:

$$W_r = \frac{r_0 z + r_1}{(z - d_1)(z - d_2)} \quad (8)$$

, где  $d_1 = e^{-\frac{T}{T_1}}$  и  $d_2 = e^{-\frac{T}{T_2}}$ .

Для упрощения динамики системы (путем компенсации полюсов) выберем регулятор 6 в виде:

$$W_c = q_0 \frac{(z - d_1)(z - d_2)}{z(z - 1)} \quad (9)$$

В ходе работы используем полученные результаты для стабилизации системы.

# Экспериментальная часть

## Модель

Составим схему моделирования:

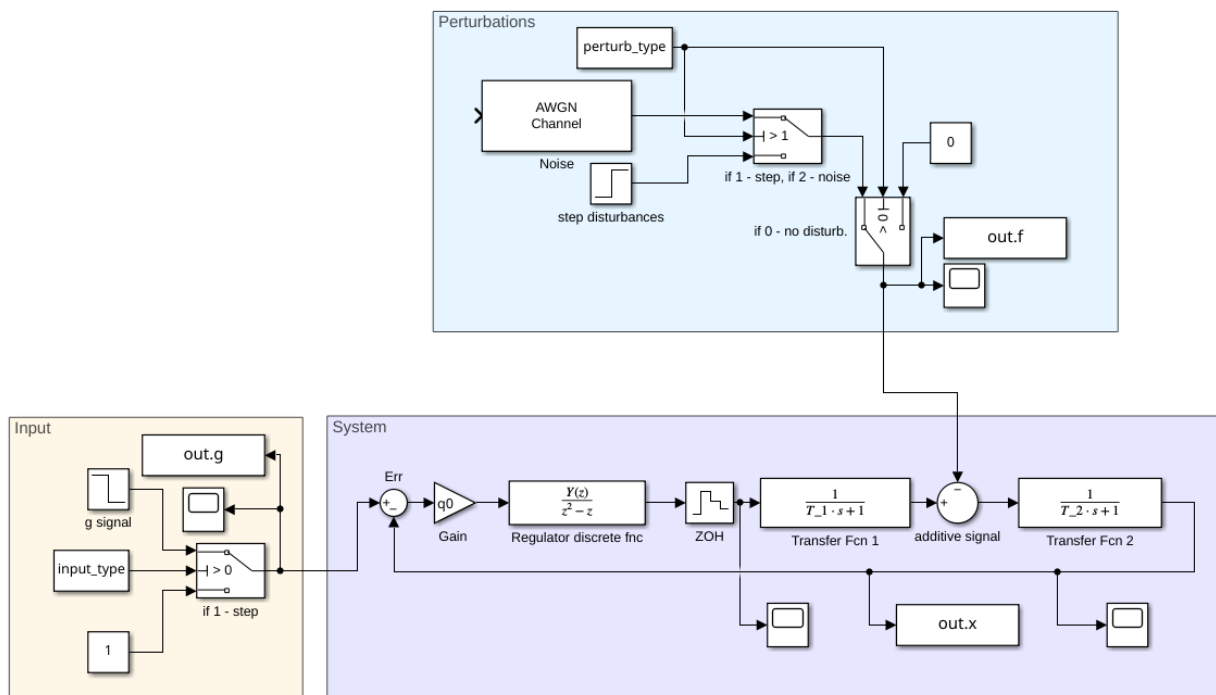


Рис. 1. Схема.

В качестве параметров системы согласно варианту возьмем  $T_1 = 0.85$ ,  $T_2 = 0.95$ .

## Подбор значения $q_0$

Установим значение  $T = \frac{T_1}{2}$ . Проведем моделирование для различных значений  $q_0$  при  $g = 1$ , без внешних возмущений:

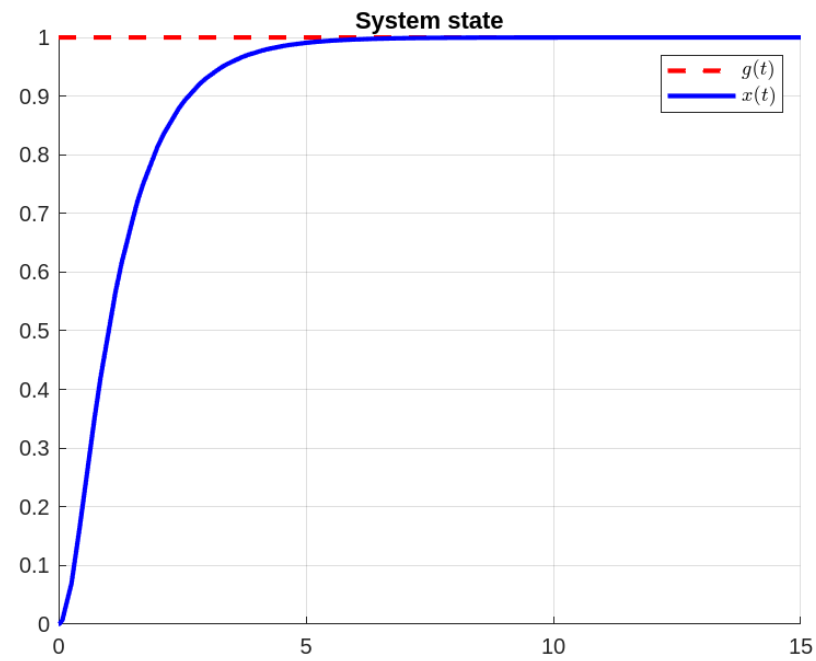


Рис. 2. Задание 2. Моделирование при  $q_0 = 2$ .

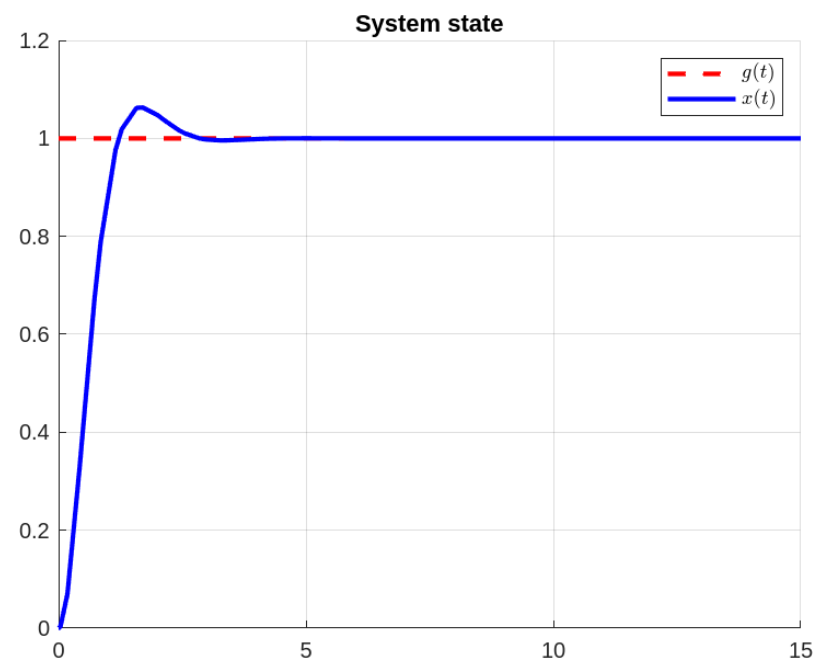


Рис. 3. Задание 2. Моделирование при  $q_0 = 4$ .

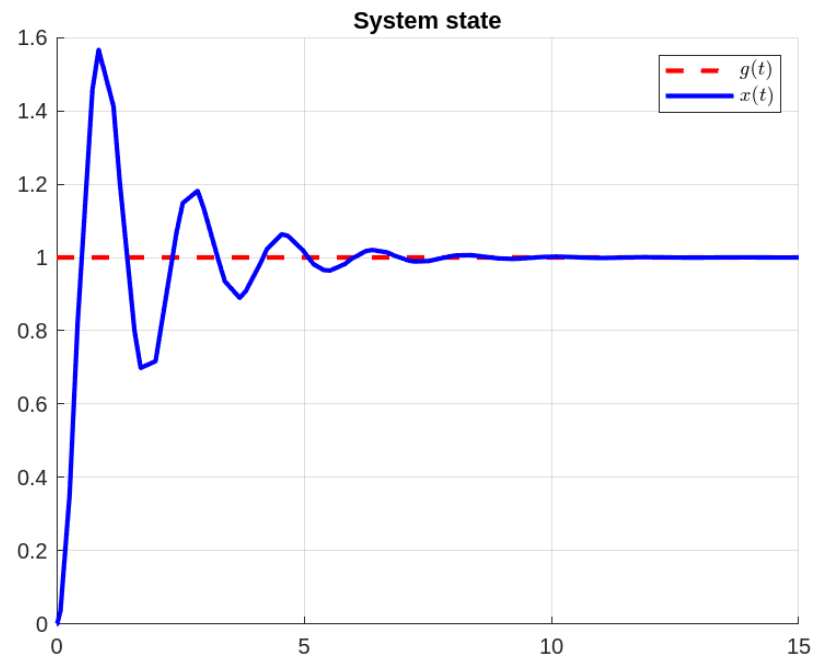


Рис. 4. Задание 2. Моделирование при  $q_0 = 10$ .

Заметим, что при  $q_0 = 4$  система имеет слабоколебательный переходный процесс.

## Исследование робастности системы

Зафиксировав  $q_0$  проведем моделирование системы при различных задающих воздействиях и внешних возмущениях:

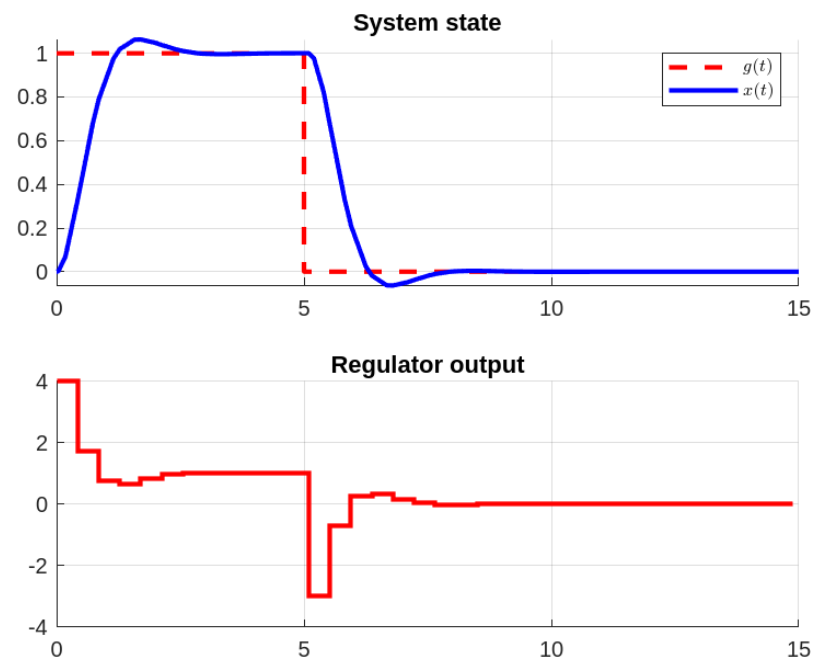


Рис. 5. Задание 3. Моделирование при ступенчатом изменении  $g$ , без возмущений.

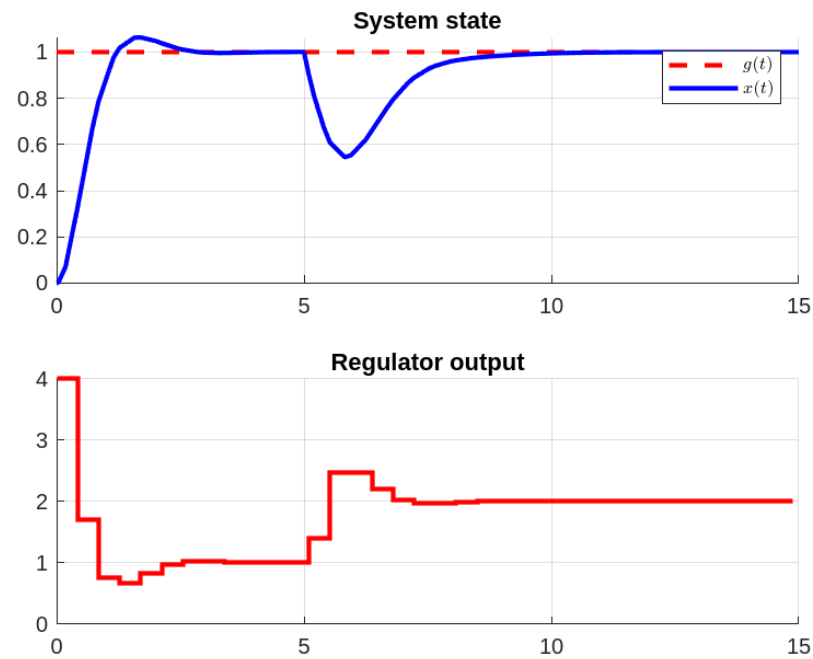


Рис. 6. Задание 3. Моделирование при  $g = 1$ , ступенчатое изменение возмущений.

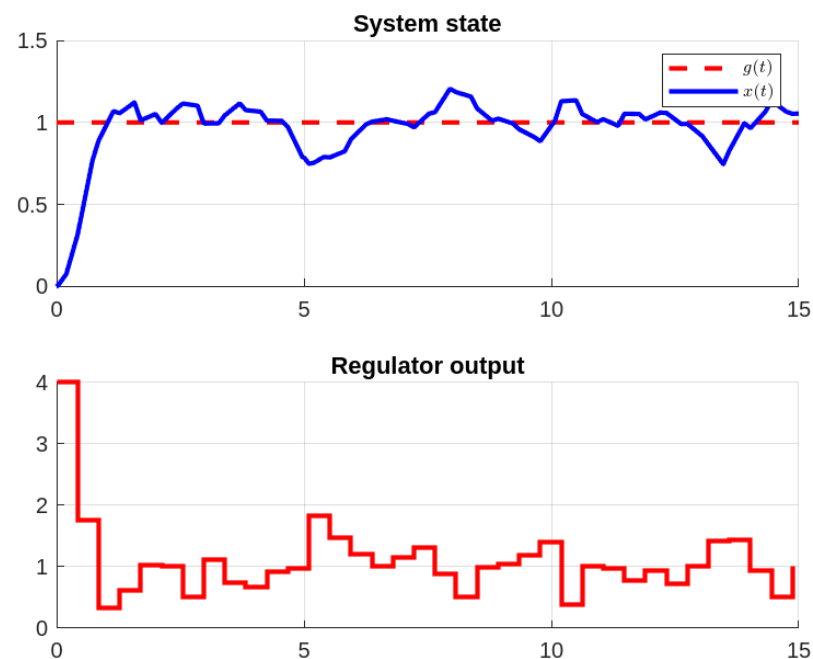


Рис. 7. Задание 3. Моделирование при  $g = 1$ , случайные возмущения.

Заметим, что система оказалась робастна в приведенных выше условиях эксперимента.

## Исследование влияния периода дискретизации

Установим значение  $T = \frac{T_1}{4}$ . Проведем моделирование при ступенчатом изменении возмущения. Заметим, что колебательность исчезла:



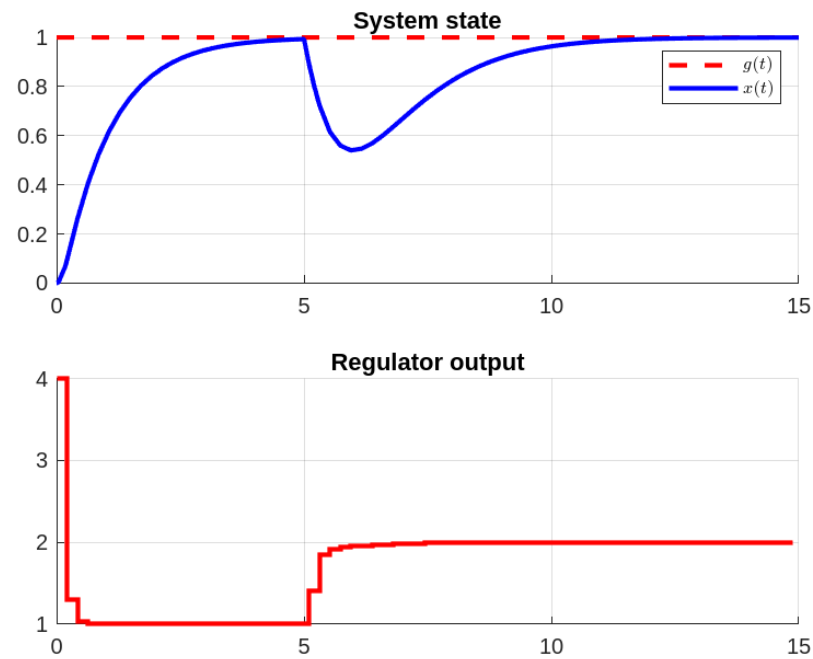


Рис. 8. Задание 4. Моделирование при  $g = 1$ , ступенчатое изменение возмущений.

## Исследование влияния неточности компенсации полюсов

Проведем моделирование при увеличенном и уменьшенном значении  $T_2$ :

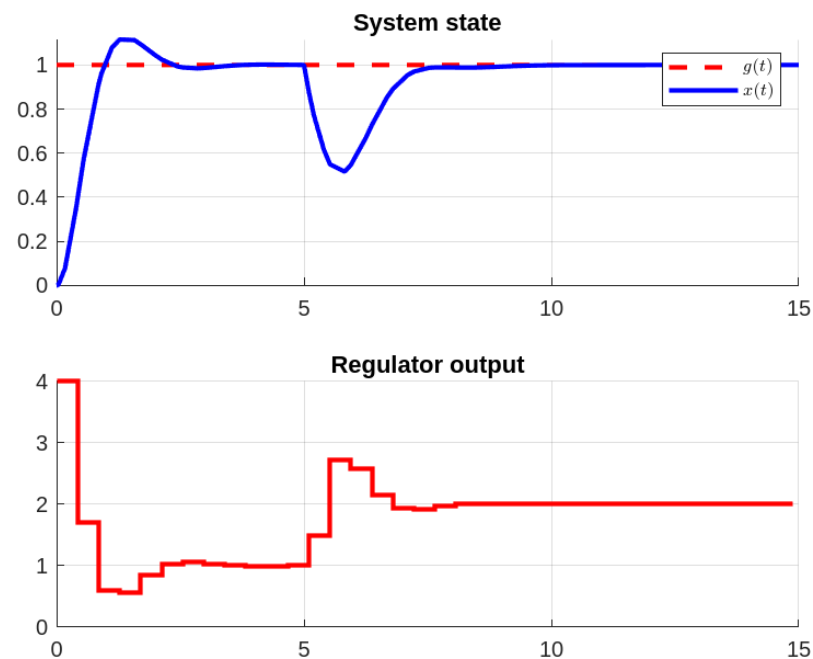


Рис. 9. Задание 5. Моделирование при уменьшенном значении  $T_2$  (80%).

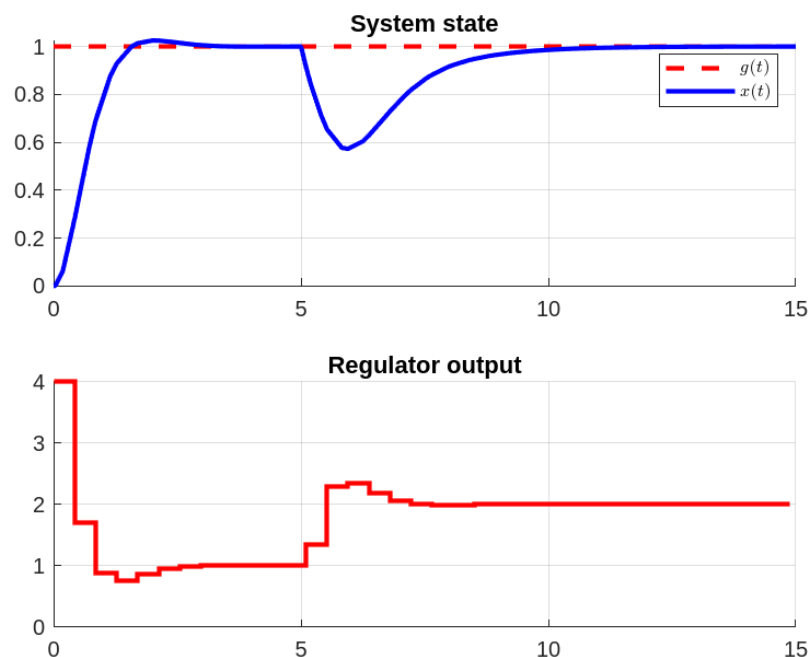


Рис. 10. Задание 5. Моделирование при увеличенном значении  $T_2$  (120%).

Можем наблюдать усложнение динамики переходного процесса.

## Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы мы ознакомились с принципами синтеза ПИД-регулятора для дискретных систем. Можно выделить следующие замечания:

- Изменение коэффициента  $q_0$  влияет на полюса замкнутой системы, что позволяет настраивать поведение системы;
- При правильном выборе параметров регулятора замкнутая система робастна к ступенчатым изменениям задающего воздействия, а также возмущений;
- При наличии случайных возмущений система остается в окрестности устойчивого положения (однако важна частота изменения — не должна сильно превышать  $\frac{1}{T}$ );
- Уменьшение интервала дискретизации увеличивает плавность переходных процессов и также оказывает влияние на полюса итоговой системы (в ходе эксперимента наблюдалось исчезновение слабоколебательного характера переходного процесса);
- При существовании неточности компенсации полюсов динамика замкнутой системы усложняется (за счет динамики изначальной), что может усложнить процесс настройки.