二叉树

本节目标

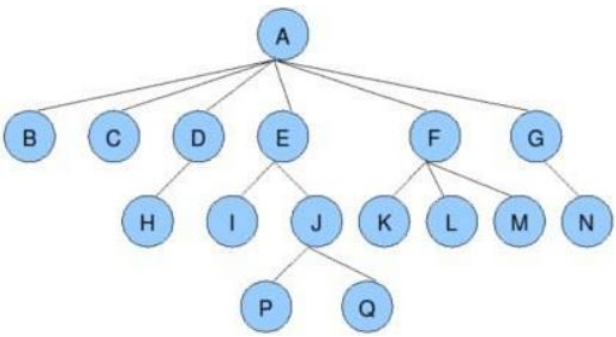
> - 掌握二叉树数据结构的概念和基本实现
> - 掌握二叉树前中后序的递归写法
> - 掌握二叉树层序的写法
> - 学习二叉树的前中后序的非递归写法
> - 完成二叉树相关的面试题练习

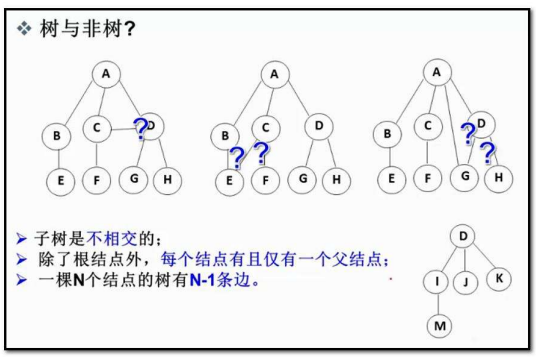
1. 树型结构（了解）

1.1 概念

树是一种**非线性**的数据结构，它是由n（n>=0）个有限结点组成一个具有层次关系的集合。**把它叫做树是因为它看起来像一棵倒挂的树，也就是说它是根朝上，而叶朝下的。**它具有以下的特点：

- 有一个特殊的节点，称为根节点，根节点没有前驱节点
- 除根节点外，其余节点被分成M(M > 0)个互不相交的集合T1、T2、……、Tm，其中每一个集合 Ti (1 <= i <= m) 又是一棵与树类似的子树。每棵子树的根节点有且只有一个前驱，可以有0个或多个后继
- 树是递归定义的。





1.2 概念（重要）

节点的度：一个节点含有的子树的个数称为该节点的度； 如上图：A的为6

树的度：一棵树中，最大的节点的度称为树的度； 如上图：树的度为6

叶子节点或终端节点：度为0的节点称为叶节点； 如上图：B、C、H、I...等节点为叶节点

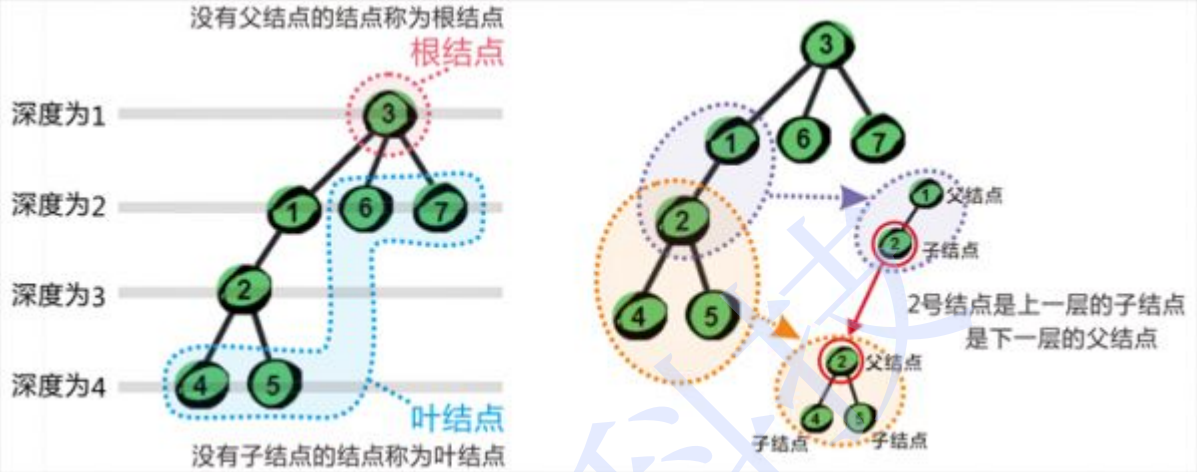
双亲节点或父节点：若一个节点含有子节点，则这个节点称为其子节点的父节点； 如上图：A是B的父节点

孩子节点或子节点：一个节点含有的子树的根节点称为该节点的子节点； 如上图：B是A的孩子节点

根结点：一棵树中，没有双亲结点的结点；如上图：A

节点的层次：从根开始定义起，根为第1层，根的子节点为第2层，以此类推；

树的高度或深度：树中节点的最大层次； 如上图：树的高度为4



树的以下概念只需了解，在看书时只要知道是什么意思即可：

非终端节点或分支节点：度不为0的节点； 如上图：D、E、F、G...等节点为分支节点

兄弟节点：具有相同父节点的节点互称为兄弟节点； 如上图：B、C是兄弟节点

堂兄弟节点：双亲在同一层的节点互为堂兄弟；如上图：H、I互为兄弟节点

节点的祖先：从根到该节点所经分支上的所有节点；如上图：A是所有节点的祖先

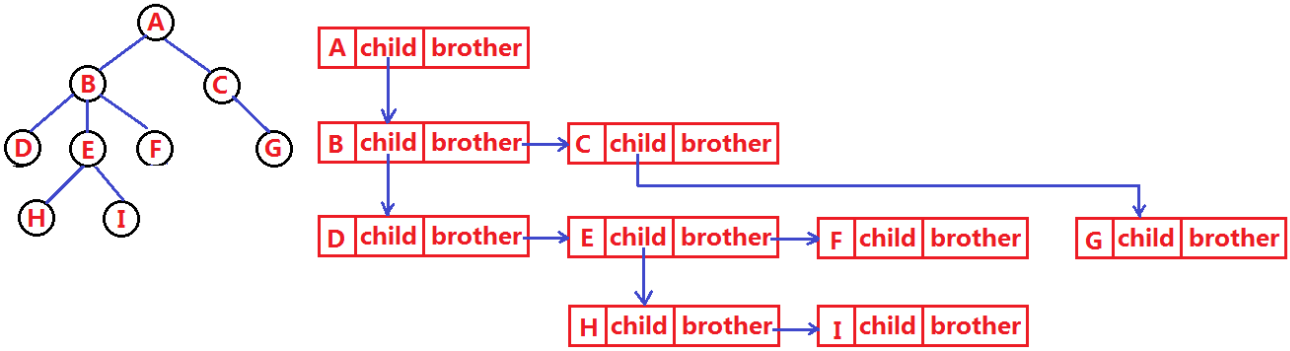
子孙：以某节点为根的子树中任一节点都称为该节点的子孙。如上图：所有节点都是A的子孙

森林：由m（m>=0）棵互不相交的树的集合称为森林

1.3 树的表示形式（了解）

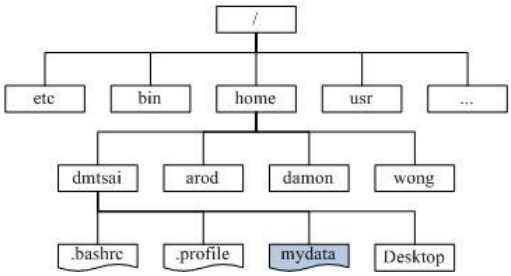
树结构相对线性表就比较复杂了，要存储表示起来就比较麻烦了，实际中树有很多种表示方式，如：双亲表示法，孩子表示法、孩子兄弟表示法等等。我们这里就简单的了解其中最常用的**孩子兄弟表示法。**

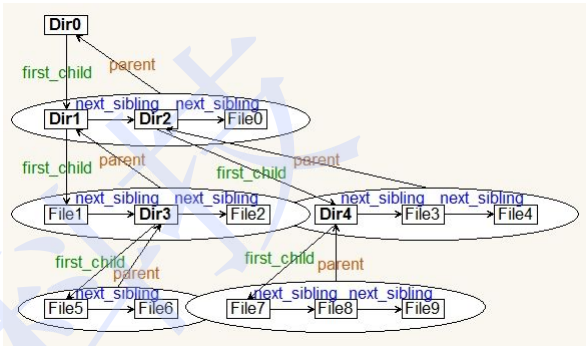
```
class Node {
    int value;              // 树中存储的数据
    Node firstChild;        // 第一个孩子引用
    Node nextBrother;       // 下一个兄弟引用
}
```



1.4 树的应用

文件系统管理（目录和文件）





2. 二叉树（重点）

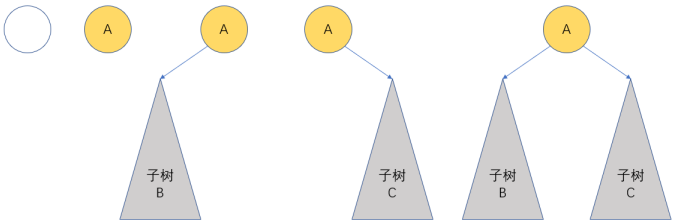
2.1 概念

一棵二叉树是结点的一个有限集合，该集合或者为空，或者是由一个根节点加上两棵别称为左子树和右子树的二叉树组成。

二叉树的特点：

1. 每个结点最多有两棵子树，即二叉树不存在度大于 2 的结点。
2. 二叉树的子树有左右之分，其子树的次序不能颠倒，因此二叉树是有序树。

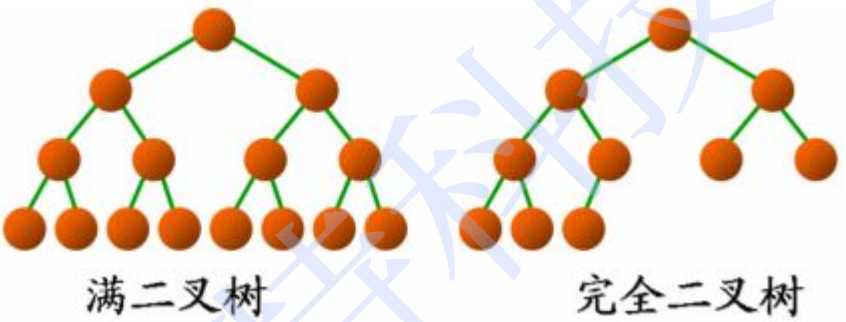
2.2 二叉树的基本形态



上图给出了几种特殊的二叉树形态，从左往右依次是：空树、只有根节点的二叉树、节点只有左子树、节点只有右子树、节点的左右子树均存在，一般二叉树都是由上述基本形态结合而形成的。

2.3 两种特殊的二叉树

1. **满二叉树:** 一个二叉树，如果**每一个层的结点数都达到最大值，则这个二叉树就是满二叉树。**也就是说，**如果一个二叉树的层数为K，且结点总数是**2^k-1**，则它就是满二叉树。**
2. **完全二叉树:** 完全二叉树是效率很高的数据结构，完全二叉树是由满二叉树而引出来的。对于深度为K的，有n个结点的二叉树，当且仅当其每一个结点都与深度为K的满二叉树中编号从1至n的结点一一对应时称之为完全二叉树。 要注意的是满二叉树是一种特殊的完全二叉树。



2.4 二叉树的性质

1. 若规定**根节点的层数为1**，则一棵**非空二叉树的第i层上最多有**2^{i-1}**(i>0)个结点**
2. 若规定只有**根节点的二叉树的深度为1**，则**深度为K的二叉树的最大结点数是**2^k-1(k>=0)
3. 对任何一棵二叉树, 如果其**叶结点个数为 n0, 度为2的非叶结点个数为 n2,则有n0 = n2 + 1**
4. 具有**n个结点的完全二叉树的深度k为**$log_2(n+1)$**上取整**
5. 对于具有**n个结点的完全二叉树**，如果按照**从上至下从左至右的顺序对所有节点从0开始编号**，则对于**序号为i的结点有**：
   - 若i>0，**双亲序号：(i-1)/2**；**i=0，i为根节点编号**，无双亲节点
   - **若2i+1<n，左孩子序号：2i+1，否则无左孩子**
   - **若2i+2<n，右孩子序号：2i+2，否则无右孩子**

   比如：假设一棵完全二叉树中总共有1000个节点，则该二叉树中____个叶子节点，____个非叶子节点，____个节点只有左孩子，____个只有右孩子。

2.5 二叉树的存储

二叉树的存储结构分为：**顺序存储**和**类似于链表的链式存储。**

顺序存储在下节介绍。

二叉树的链式存储是通过一个一个的节点引用起来的，常见的表示方式有二叉和三叉表示方式，具体如下：

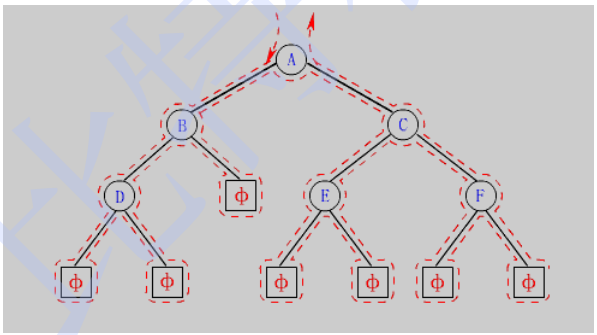
```
// 孩子表示法
class Node {
    int val;        // 数据域
    Node left;      // 左孩子的引用，常常代表左孩子为根的整棵左子树
    Node right;     // 右孩子的引用，常常代表右孩子为根的整棵右子树
}

// 孩子双亲表示法
class Node {
    int val;        // 数据域
    Node left;      // 左孩子的引用，常常代表左孩子为根的整棵左子树
    Node right;     // 右孩子的引用，常常代表右孩子为根的整棵右子树
    Node parent;    // 当前节点的根节点
}
```

孩子双亲表示法后序在平衡树位置介绍，本文采用孩子表示法来构建二叉树。

2.6 二叉树的基本操作

2.6.1 二叉树的遍历

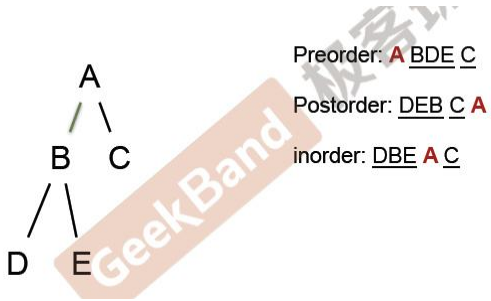
所谓**遍历(Traversal)是指沿着某条搜索路线，依次对树中每个结点均做一次且仅做一次访问。访问结点所做的操作依赖于具体的应用问题(比如：打印节点内容、节点内容加1)。** 遍历是二叉树上最重要的操作之一，是二叉树上进行其它运算之基础。

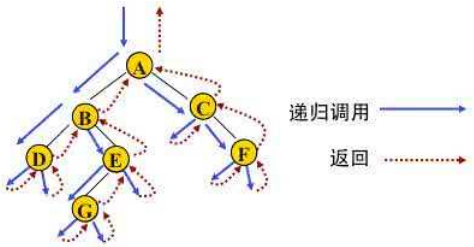


在遍历二叉树时，如果没有进行某种约定，每个人都按照自己的方式遍历，得出的结果就比较混乱，**如果按照某种规则进行约定，则每个人对于同一棵树的遍历结果肯定是相同的。**如果N代表根节点，L代表根节点的左子树，R代表根节点的右子树，则根据遍历根节点的先后次序有以下遍历方式：

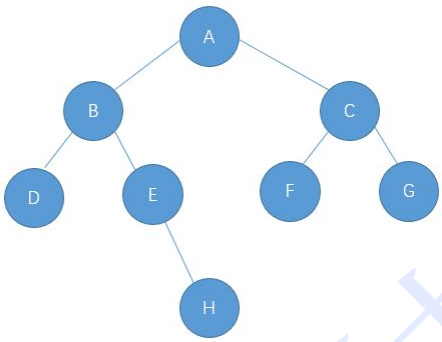
1. NLR：前序遍历(Preorder Traversal 亦称先序遍历)——访问根结点--->根的左子树--->根的右子树。
2. LNR：中序遍历(Inorder Traversal)——根的左子树--->根节点--->根的右子树。
3. LRN：后序遍历(Postorder Traversal)——根的左子树--->根的右子树--->根节点。

由于被访问的结点必是某子树的根，**所以N(Node）、L(Left subtree）和R(Right subtree）又可解释为根、根的左子树和根的右子树。**NLR、LNR和LRN分别又称为先根遍历、中根遍历和后根遍历。





请同学们根据以上二叉树的三种遍历方式，给出以下二叉树的：



前序遍历：_____

中序遍历：_____

后序遍历：_____

2.6.2 二叉树的基本操作

```
// 前序遍历
void preOrderTraversal(Node root);

// 中序遍历
void inOrderTraversal(Node root);

// 后序遍历
void postOrderTraversal(Node root);

// 遍历思路-求结点个数
static int size = 0;
void getSize1(Node root);

// 子问题思路-求结点个数
int getSize2(Node root);

// 遍历思路-求叶子结点个数
static int leafSize = 0;
void getLeafSize1(Node root);

// 子问题思路-求叶子结点个数
int getLeafSize2(Node root);

// 子问题思路-求第 k 层结点个数
int getKLevelSize(Node root);
```

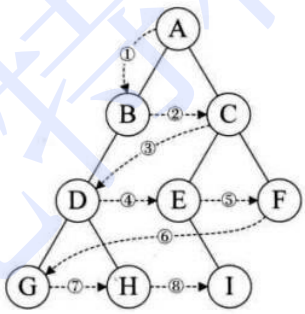
```java

// 获取二叉树的高度
int getHeight(Node root);

// 查找 val 所在结点，没有找到返回 null
// 按照 根 -> 左子树 -> 右子树的顺序进行查找
// 一旦找到，立即返回，不需要继续在其他位置查找
Node find(Node root, int val);
```

2.7 基础面试题

1. 二叉树的前序遍历。 OJ链接
2. 二叉树中序遍历 。OJ链接
3. 二叉树的后序遍历 。[课堂不讲解，课后完成作业]）OJ链接
4. 检查两颗树是否相同。OJ链接
5. 另一颗树的子树。OJ链接
6. 二叉树最大深度。OJ链接
7. 判断一颗二叉树是否是平衡二叉树。OJ链接
8. 对称二叉树。OJ链接

2.8 二叉树的层序遍历

设二叉树的根节点所在层数为1，层序遍历就是从所在二叉树的根节点出发，首先访问第一层的树根节点，然后从左到右访问第2层上的节点，接着是第三层的节点，以此类推，自上而下，自左至右逐层访问树的结点的过程就是层序遍历。




```java
// 层序遍历
void levelOrderTraversal(Node root);

// 判断一棵树是不是完全二叉树
boolean isCompleteTree(Node root);
```

2.9 进阶面试题

1. 二叉树的构建及遍历。OJ链接
2. 二叉树的分层遍历 。OJ链接
3. 给定一个二叉树, 找到该树中两个指定节点的最近公共祖先 。OJ链接
4. 二叉树搜索树转换成排序双向链表。OJ链接
5. 根据一棵树的前序遍历与中序遍历构造二叉树。 OJ链接
6. 根据一棵树的中序遍历与后序遍历构造二叉树（[课堂不讲解，课后完成作业]）。OJ链接

7. 二叉树创建字符串。OJ链接

2.10 前中后序的非递归实现

```
// 前序遍历
void preOrderTraversal(Node root);

// 中序遍历
void inOrderTraversal(Node root);

// 后序遍历
void postOrderTraversal(Node root);
```

1. 二叉树前序非递归遍历实现 。（[课堂不讲解，课后完成作业]）OJ链接
2. 二叉树中序非递归遍历实现。（[课堂不讲解，课后完成作业]）OJ链接
3. 二叉树后序非递归遍历实现。（[课堂不讲解，课后完成作业]）OJ链接

内容重点总结

- 掌握二叉树的概念及两大类遍历方式：前中后序遍历 和 层序遍历
- 掌握基本操作及常见面试题的代码实现
- 了解二叉树前中后序的非递归写法

课后作业

- 博客总结二叉树概念及其遍历方式
- 完成课堂代码