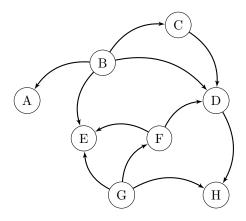
Data Structures and Algorithms Spring 2023 — Problem Sets

by Kirill Efimovich

April 1, 2024

Week 11. Problem set

1. Write down all possible topological sortings for the nodes of the following directed graph:



Answer:

В	A	$^{\mathrm{C}}$	G	F	D	E	Н
В	A	С	G	F	D	Н	Е
В	A	С	G	F	Е	D	Н
В	A	G	С	F	D	Е	Н
В	A	G	С	F	D	Н	Е
В	A	G	С	F	Е	D	Н
В	A	G	F	С	D	Е	Н
В	A	G	F	С	D	Н	Е
В	A	G	F	С	Е	D	Н
В	A	G	F	Е	С	D	Н
В	С	A	G	F	D	Е	Н

В	С	A	G	F	D	Н	E
В	С	A	G	F	Е	D	Н
В	С	G	A	F	D	Е	Н
В	С	G	A	F	D	Н	Е
В	С	G	A	F	Е	D	Н
В	С	G	F	A	D	Е	Н
В	С	G	F	A	D	Н	E
В	С	G	F	A	Е	D	Н
В	С	G	F	D	A	Е	Н
В	С	G	F	D	A	Н	Е
В	С	G	F	D	Е	A	Н
В	С	G	F	D	E	Н	A
В	С	G	F	D	Н	A	Е
В	С	G	F	D	Н	Е	A
В	С	G	F	Ε	A	D	Н
В	С	G	F	Ε	D	A	Н
В	С	G	F	Ε	D	Н	A
В	G	A	С	F	D	Е	Н
В	G	A	С	F	D	Н	Е
В	G	A	С	F	Е	D	Н
В	G	A	F	С	D	Е	Н
В	G	A	F	С	D	Н	E
В	G	A	F	С	Е	D	Н
В	G	A	F	Е	С	D	Н
В	G	С	A	F	D	Е	Н
В	G	С	A	F	D	Н	Е
В	G	С	A	F	Е	D	Н
В	G	С	F	A	D	Е	Н
В	G	С	F	A	D	Н	Е
В	G	С	F	A	Е	D	Н
В	G	С	F	D	A	Е	Н
В	G	С	F	D	A	Н	Е
В	G	С	F	D	Е	A	Н
В	G	С	F	D	E	Н	A
В	G	C	F	D	Н	A	Е
В	G	C	F	D	Н	Е	A
В	G	C	F	E	A	D	H
В	G	C	F	E	D	A	Н
В	G	С	F	E	D	H	A
В	G	F	A	C	D	Е	Н
В	G	F	A	C	D	Н	Е
В	G	F	A	С	Е	D	Н
В	G	F	A	Е	С	D	Н

В	G	F	С	A	D	Е	Н
В	G	F	С	A	D	Н	Е
В	G	F	С	A	Е	D	Н
В	G	F	С	D	A	Е	Н
В	G	F	С	D	A	Н	Е
В	G	F	С	D	Е	A	Н
В	G	F	С	D	Е	Н	A
В	G	F	С	D	Н	A	Е
В	G	F	С	D	Н	Е	A
В	G	F	С	Ε	A	D	Н
В	G	F	С	E	D	A	Н
В	G	F	С	Ε	D	Н	A
В	G	F	Ε	A	С	D	Н
В	G	F	Ε	С	A	D	Н
В	G	F	Е	С	D	A	Н
В	G	F	Е	С	D	Н	A
G	В	A	С	F	D	Е	Н
G	В	A	С	F	D	Н	E
G	В	A	С	F	E	D	Н
G	В	A	F	С	D	Е	Н
G	В	A	F	С	D	Н	Е
G	В	A	F	С	E	D	Н
G	В	A	F	Ε	С	D	Н
G	В	С	A	F	D	Е	Н
G	В	С	A	F	D	Н	Е
G	В	С	A	F	E	D	Н
G	В	С	F	A	D	Е	Н
G	В	С	F	A	D	Н	Е
G	В	С	F	A	E	D	Н
G	В	С	F	D	A	E	Н
G	В	С	F	D	A	Н	Е
G	В	С	F	D	Е	A	Н
G	В	С	F	D	Е	Н	A
G	В	С	F	D	Н	A	Е
G	В	С	F	D	Н	Е	A
G	В	С	F	Ε	A	D	Н
G	В	С	F	Ε	D	A	Н
G	В	С	F	Ε	D	Н	A
G	В	F	A	С	D	Е	Н
G	В	F	A	С	D	Н	E
G	В	F	A	С	Е	D	Н
G	В	F	A	E	С	D	Н
G	В	F	С	A	D	Е	Н

G	В	F	С	A	D	Н	Е
G	В	F	С	A	Е	D	Н
G	В	F	С	D	A	Е	Н
G	В	F	С	D	A	Η	Е
G	В	F	С	D	Е	A	Н
G	В	F	С	D	Е	Н	A
G	В	F	С	D	Н	A	E
G	В	F	С	D	Н	Е	A
G	В	F	С	Е	A	D	Н
G	В	F	С	Е	D	A	Н
G	В	F	С	Е	D	Н	A
G	В	F	E	A	С	D	Н
G	В	F	Е	С	A	D	Н
G	В	F	E	С	D	A	Н
G	В	F	E	С	D	Н	A
G	F	В	A	С	D	E	Н
G	F	В	A	С	D	Н	Е
G	F	В	A	С	Е	D	Н
G	F	В	A	E	С	D	Н
G	F	В	С	A	D	E	Н
G	F	В	С	A	D	Н	Е
G	F	В	С	A	Е	D	Н
G	F	В	С	D	A	Е	Н
G	F	В	С	D	A	Н	Е
G	F	В	С	D	Е	A	Н
G	F	В	С	D	Е	Н	A
G	F	В	С	D	Н	A	Е
G	F	В	С	D	Н	Е	A
G	F	В	С	Е	A	D	Н
G	F	В	С	Е	D	A	Н
G	F	В	С	Е	D	Н	A H
G	F	В	Е	A	С	D	Н
G	F	В	Е	С	A	D	Н
G	F	В	Е	С	D	A	Н
G	F	В	Е	С	D	Н	A
В	A	С	G	F	D	Е	Н
В	A	С	G	F	D	Н	Е
В	A	С	G	F	Е	D	Н
В	A	G	С	F	D	Е	Н
В	A	G	С	F	D	Н	Е
В	A	G	С	F	Е	D	Н
В	A	G	F	С	D	Е	Н
В	A	G	F	С	D	Н	Е

В	A	G	F	С	E	D	Н
В	A	G	F	Е	С	D	Н
В	С	A	G	F	D	Е	Н
В	С	A	G	F	D	Н	Е
В	С	A	G	F	Е	D	Н
В	С	G	A	F	D	Е	Н
В	С	G	A	F	D	Н	Е
В	С	G	A	F	Е	D	Н
В	С	G	F	A	D	Е	Н
В	С	G	F	A	D	Н	Е
В	С	G	F	A	Е	D	Н
В	С	G	F	D	A	E	Н
В	С	G	F	D	A	Н	Е
В	С	G	F	D	Е	A	Н
В	С	G	F	D	Е	Н	A
В	С	G	F	D	Н	A	Е
В	С	G	F	D	Н	Е	A
В	С	G	F	Е	A	D	Н
В	С	G	F	Е	D	A	Н
В	С	G	F	Е	D	Н	A
В	G	A	С	F	D	Е	Н
В	G	A	С	F	D	Н	Е
В	G	A	С	F	Е	D	Н
В	G	A	F	С	D	E	Н
В	G	A	F	C	D	Н	Е
В	G	A	F	C	Е	D	Н
В	G	A	F	Е	С	D	Н
В	G	C	A	F	D	Е	Н
В	G	C	A	F	D	Н	Е
В	G	C	A	F	Е	D	Н
В	G	С	F	A	D	Е	Н
В	G	С	F	A	D	H	Е
В	G	С	F	A	E	D	Н
В	G	С	F	D	A	Е	H
В	G	С	F	D	A	H	Е
В	G	С	F	D	Е	A	H
В	G	C C	F	D	Е	H	A
В	G		F	D	H	A	E
ВВ	G G	C C	F F	D	H	E	A
	G	C	F F	E	A	D	Н
В	G	C	F F	E	D	A	Н
В	G	F		E C	D	H	A
В	G	Г	A		D	Е	Н

В	G	F	A	C	D	Н	Е
В	G	F	A	С	Е	D	Н
В	G	F	A	Е	С	D	Н
В	G	F	С	A	D	Е	Н
В	G	F	С	A	D	Н	Е
В	G	F	С	A	Е	D	Н
В	G	F	С	D	A	Е	Н
В	G	F	С	D	A	Н	Е
В	G	F	С	D	Е	A	Н
В	G	F	С	D	Е	Н	A
В	G	F	С	D	Н	A	Е
В	G	F	С	D	Н	Ε	A
В	G	F	С	Е	A	D	Н
В	G	F	С	Е	D	A	Н
В	G	F	С	Е	D	Н	A
В	G	F	E	A	С	D	Н
В	G	F	E	С	A	D	Н
В	G	F	E	С	D	A	Н
В	G	F	E	С	D	Н	A
G	В	A	С	F	D	Е	Н
G	В	A	С	F	D	Н	Е
G	В	A	С	F	Е	D	Н
G	В	A	F	С	D	Е	Н
G	В	A	F	С	D	Н	E
G	В	A	F	С	Е	D	Н
G	В	A	F	Е	С	D	Н
G	В	С	A	F	D	Е	Н
G	В	С	A	F	D	Н	Е
G	В	С	A	F	Е	D	Н
G	В	С	F	A	D	Е	Н
G	В	С	F	A	D	Н	Е
G	В	С	F	A	Е	D	Н
G	В	С	F	D	A	Е	Н
G	В	С	F	D	A	Н	Е
G	В	С	F	D	Е	A	Н
G	В	С	F	D	Е	Н	A
G	В	С	F	D	H	A	E
G	В	С	F	D	Н	Е	A
G	В	С	F	Е	A	D	H
G	В	С	F	Е	D	A	Н
G	В	С	F	Е	D	Н	A
G	В	F	A	С	D	Е	Н
G	В	F	A	С	D	Н	E

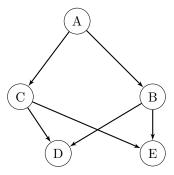
G	В	F	A	С	E	D	Н
G	В	F	A	Е	С	D	Н
G	В	F	С	A	D	Е	Н
G	В	F	С	A	D	Н	Ε
G	В	F	С	A	Е	D	Н
G	В	F	С	D	A	Е	Н
G	В	F	С	D	A	Н	E
G	В	F	С	D	Е	A	Н
G	В	F	С	D	Е	Н	A
G	В	F	С	D	Н	A	Ε
G	В	F	С	D	Н	Е	A
G	В	F	С	Е	A	D	Н
G	В	F	С	Е	D	A	Н
G	В	F	С	Е	D	Н	A
G	В	F	Е	A	С	D	Н
G	В	F	Е	С	A	D	Н
G	В	F	Е	С	D	A	Н
G	В	F	Е	С	D	Н	A
G	F	В	A	С	D	Е	Н
G	F	В	A	С	D	Н	E
G	F	В	A	С	Е	D	Н
G	F	В	A	Е	С	D	Н
G	F	В	С	A	D	E	Н
G	F	В	С	A	D	Н	Е
G	F	В	С	A	Е	D	Н
G	F	В	С	D	A	E	Н
G	F	В	С	D	A	Н	Е
G	F	В	С	D	Е	A	Н
G	F	В	С	D	Е	Н	A
G	F	В	С	D	Н	A	E
G	F	В	С	D	Н	Е	A
G	F	В	С	Е	A	D	Н
G	F	В	С	Ε	D	A	Н
G	F	В	С	Ε	D	Н	A
G	F	В	Е	A	С	D	Н
G	F	В	Е	С	A	D	Н
G	F	В	Е	С	D	A	Н
G	F	В	Е	С	D	Н	A

- 2. Give an example of a directed graph G=(V,E), a source vertex s, and a set of edges $T\subseteq E$ such that
- $\bullet~T$ forms a tree and

- for each vertex $v \in V$, the unique simple path in the graph (V,T) from s to v is a shortest path in G, yet
- ullet the set of edges T cannot be produced by running BFS on G, no matter how the vertices are ordered in the adjacency lists.

Answer:

Graph G:



Set of edges $T \subseteq E$:

