СЕМИНАР №18

Тема работы: Сравнительный анализ алгоритмов вычисления значений полиномов методами грубой силы и схемой Горнера.

Цель работы - изучить и реализовать различные алгоритмы вычисления значений полиномов, сравнить их по количеству арифметических операций и сделать вывод об эффективности каждого метода.

Описание алгоритмов

Алгоритм грубой силы (от старшей степени к младшей) предполагает отдельное вычисление каждой степени x с помощью вложенного цикла. Такой подход приводит к квадратичной вычислительной сложности.

Алгоритм грубой силы (от младшей степени к старшей) использует накопление степени x, что позволяет сократить число умножений и получить линейную сложность по числу операций.

Схема Горнера позволяет представить полином в вложенной форме и вычислять его значение за один проход, выполняя на каждом шаге одно умножение и одно сложение.

Реализация

В программе реализовано меню, позволяющее пользователю вводить произвольный полином и точку вычисления, а также сравнивать работу всех трёх алгоритмов с подсчётом количества арифметических операций.

```
[100%] Built target sem18
Полиномы: brute force и схема Горнера (учебный проект)

Меню:
1) Ввести свой полином и x, сравнить 3 метода + счётчики
2) Показать формулы количества операций
3) Выполнить пункт 4 (пример p(x)=3x^4-x^3+2x+5, x=-2, деление на x+2)
0) Выход
Выбор:
```

Рисунок 1 – Главное меню программы (Вывод терминала VS Code)

Экспериментальные результаты

В ходе экспериментов было подтверждено, что все три алгоритма дают одинаковое значение полинома при одних и тех же входных данных. При этом количество операций существенно различается: алгоритм грубой силы с вложенными циклами имеет квадратичную зависимость от степени полинома, тогда как алгоритм Горнера и улучшенный алгоритм грубой силы работают за линейное время.

```
Меню:
1) Ввести свой полином и x, сравнить 3 метода + счётчики
2) Показать формулы количества операций
3) Выполнить пункт 4 (пример p(x)=3x^4-x^3+2x+5, x=-2, деление на x+2)
0) Выход
Выбор: 1
Введите степень полинома n (n >= 0): 6
Введите коэффициенты a[0..n] (от меньшей степени к большей):
a[0] = 7
a[1] = -3
a[2] = 0
a[3] = 5
a[4] = -1
a[5] = 0
a[6] = 12
Введите x: 2

Полином: p(x) = 12.000000*x^6 - x^4 + 5.000000*x^3 - 3.000000*x + 7.000000
Точка x = 2

BruteForce (старший->младший) = 793 | умножений: 28, сложений: 7
BruteForce (младший->старший) = 793 | умножений: 12, сложений: 6
Горнер = 793 | умножений: 6, сложений: 6

(Проверка: значения должны совпадать с учётом погрешности double.)
```

Рисунок 2 — Сравнение алгоритмов вычисления полинома и количества арифметических операций

Применение схемы Горнера

Для полинома $p(x) = 3x^4 - x^3 + 2x + 5$ было вычислено значение в точке $x = -2$. В результате получено значение $p(-2) = 57$.

Также с помощью схемы Горнера выполнено деление данного полинома на $(x + 2)$. Полученное частное имеет вид $3x^3 - 7x^2 + 14x - 26$, а остаток равен 57, что совпадает со значением полинома в точке $x = -2$.

```
Меню:
1) Ввести свой полином и x, сравнить 3 метода + счётчики
2) Показать формулы количества операций
3) Выполнить пункт 4 (пример p(x)=3x^4-x^3+2x+5, x=-2, деление на x+2)
0) Выход
Выбор: 3

=== Задание 4а: Горнер для p(x)=3x^4-x^3+2x+5 при x=-2 ===
p(x) = 3.000000*x^4 - x^3 + 2.000000*x + 5.000000
p(-2) = 57
Операции (Горнер): умножений=4, сложений=4

=== Задание 4б: Деление p(x) на (x+2) ===
Частное q(x) = 3.000000*x^3 - 7.000000*x^2 + 14.000000*x - 26.000000
Остаток r = 57
Проверка: p(-2) должно равняться остатку при делении на (x+2).
```

Рисунок 3 — Вычисление значения полинома и деление на $(x + 2)$ с использованием схемы Горнера

Вывод: в ходе выполнения семинара были реализованы и исследованы различные алгоритмы вычисления значений полиномов. Экспериментально подтверждено, что схема Горнера является наиболее эффективной, так как требует минимального числа арифметических операций и использует постоянный объём дополнительной памяти. Реализованная программа корректно выполняет все поставленные задачи и может быть использована в качестве учебного примера для изучения алгоритмической оптимизации.