شماره: ....
تاریخ: ....
پیوست: ....

شرکت سی ای دی
C I D CO.
همدان، هنرستان، شماره ۲۸۰ طبقه سوم
تلفن و فکس ۳۰۱۴۰

پیشنیاز سطر جبر خطی / سیگنال و سیستم / سیستم های ...

ماتریس ها: ① A_{mn} ، ماتریسی با m سطر و n ستون است

② المان های قطری یک ماتریس مربعی $A_{n\times n}$ را با $diag(A)=[\ ]_{n\times 1}$ نشان می دهیم

$$A=\begin{bmatrix}1 & -2 & -1\\ 3 & -3 & 4\\ 2 & 7 & 5\end{bmatrix} \longrightarrow diag(A)=D=\begin{bmatrix}1\\ -3\\ 5\end{bmatrix}_{n\times 1}$$

③ ماتریس A تنها در صورتی با B برابر است که: $a_{ij}=b_{ij}$ for all i and j

④ برای جمع ماتریس A و B باید لزوماً رتبه (سایز) دو ماتریس یکسان باشد و کافیست تک تک المان ها نظیر به نظیر جمع شوند

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix}4 & 5\\ 6 & 7\end{bmatrix} \xrightarrow{C=A+B} C=\begin{bmatrix}5 & 7\\ 9 & 11\end{bmatrix}$$

⑤ ضرب اسکالر ماتریس ها: کافی است تمام درایه های ماتریس در عدد اسکالر ضرب شود

⑥ قرینه یک ماتریس، ماتریسی است که تمام المان هایش قرینه ماتریس اولیه باشد ($c=-1$)

$$cA \ , \ c=2 \longrightarrow cA=\begin{bmatrix}2 & 4\\ 6 & 8\end{bmatrix}$$

⑦ برای تفریق ماتریس ها کافی است ماتریس اول را با قرینه ماتریس دوم جمع شود

$$A+(-A)=0$$

⑧ ضرب ماتریس ها: شرط اساسی برای انجام پذیر بودن ضرب این است که تعداد ستون های ماتریس اول برابر با تعداد سطرهای ماتریس دوم باشد

نکته: c_{ij} برابر است با ضرب داخلی سطر i ام A در ستون j ام B

$$A_{m\times n}\times B_{n\times r}=M_{m\times r}$$

مثال: $A=\begin{bmatrix}1 & 2\end{bmatrix}_{1\times 2}$ ، $B=\begin{bmatrix}3\\ 4\end{bmatrix}_{2\times 1}$ مطلوب است $C=A\times B$

حل: $C_{1\times 1}=[1\times 3+2\times 4]=[11]$

$$D=B\times A \qquad D=\begin{bmatrix}3 & 6\\ 4 & 8\end{bmatrix}_{2\times 2}$$

$$AB\neq BA$$

سوال ۳۳: $A=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 0\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}5 & 0 & 1\\ 3 & -2 & 6\end{bmatrix}$ ، $C=AB$ ، C را بدست آورید

$$C=\begin{bmatrix}1\times 5+3\times 3 & 1\times 0+3\times -2 & 1\times 1+3\times 6\\ 2\times 5+0\times 3 & 2\times 0+0\times -2 & 2\times 1+0\times 6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}14 & -6 & 19\\ 10 & 0 & 2\end{bmatrix}$$

در ماتریس

(سؤال ۲۴) المان‌های ماتریس‌های مربعی و هم‌مرتبه A و B توسط روابط زیر تعریف می‌شود. المان‌های c_{23} و c_{55} (صفحه ۱۲) ماتریس حاصل‌ضرب AB را به دست آورید.

$$a_{ij} = i+j \quad b_{ij} = i-j \quad \forall\, i,j = 1,2,\dots,10$$

حل:

$$\to c_{23} = a_{2j}\cdot b_{j3} = [3, 4, \dots, 12]\begin{pmatrix}-2\\-1\\ \vdots \\ 7\end{pmatrix} = 3(-2)+4(-1)+5(0)+6(1)+7(2)+8(3)+9(4)+10(5)+11(6)+12(7) = 270$$

$$\to c_{55} = a_{5j}\cdot b_{j5} = 135$$

حل ۲:

$$\to c_{23} = a_{2j}\cdot b_{j3} = \sum_{k=1}^{10} a_{2k} b_{k3} = \sum_{k=1}^{10}(2+k)(k-3) = \sum_{k=1}^{10} k^2-k-6$$

$$= \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} - \frac{k(k+1)}{2} - 60 = 270$$

تعاریف:

① ماتریس صفر = ماتریسی که تمام المان‌های آن صفر باشد

② ماتریس قطری = ماتریسی که تمام المان‌های غیرقطری آن صفر باشد

③ ماتریس همانی = ماتریسی که تمام المان‌های قطری ۱ و مابقی صفر باشد

$$\circledast\ A_{mn} + O_{mn} = O_{mn} + A_{mn} = A_{mn} \qquad \circledast\ BI_n = I_n B = B$$

$$\circledast\ BO_n = O_n B = O_n$$

بلوک بندی ماتریس‌ها:

$$A = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & -1 \\ \hline 3 & 0 & -2 \\ 4 & -3 & 2 \end{array}\right) = \begin{bmatrix} P & Q \\ R & S \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad B = \left(\begin{array}{cc} -1 & 0 \\ 2 & 1 \\ \hline 5 & 4 \end{array}\right) = \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow AB = \begin{pmatrix} PM + QN \\ RM + SN \end{pmatrix}$$

سؤال ۲۵: ضرب ماتریس زیر را به کمک بلوک‌بندی‌های انجام‌شده حساب کنید

$$A = \left(\begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 3 & 0 \\ \hline 2 & 4 \end{array}\right) \text{ and } B = \left(\begin{array}{c|cc} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{حل}} AB = \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix}_{2\times 1} \begin{bmatrix} P & Q \end{bmatrix}_{1\times 2}$$

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} MP & MQ \\ NP & NQ \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}_{2\times 2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}_{2\times 1} & \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}_{2\times 2} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{2\times 2} \\ \begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix}_{1\times 2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}_{2\times 1} & \begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix}_{1\times 2} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{2\times 2} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 6 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 6 & 12 \end{bmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 6 & -3 \\ 6 & 6 & 12 \end{pmatrix}$$

شماره:..........................
تاریخ:..........................
پیوست:..........................

شرکت سی ای دی
C I D CO.
همدان، هلرستان، شماره ۲۸۰ طبقه سوم
تلفن و فکس ۳۰۱۴۰

سؤال ۲۶) ضرب ماتریسی زیر را با سریع‌ترین روش ممکن حساب کنید

پیشنیازهای جبر خطی در ماشین لرنینگ
سید امیرحسین حسینی نیلی

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{4\times4} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \\ 4 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}_{4\times2} \xrightarrow[\text{بلوک بندی}]{\text{حل}} \left[\begin{array}{c|ccc} 2 & 3 & 2 & 1 \\ \hline 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c} 1 & 2 \\ \hline -1 & 3 \\ 4 & 0 \\ 2 & 5 \end{array}\right]$$

$R,\ S_{1\times3},\ T_{3\times1},\ O \qquad E_{1\times1},\ F_{1\times1},\ G,\ H_{3\times1}$

$$= \begin{bmatrix} R & S \\ T & O \end{bmatrix}_{2\times2} \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix}_{2\times2} = \begin{bmatrix} RE+SG & RF+SH \\ TE+OG & TF+OH \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} RE+SG & RF+SH \\ TE & TF \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \big[(2\times1)+(3(-1)+2(4)+1(2))\big] & \big[(2(2))+(3(3)+2(0)+(1)(5))\big] \\ \begin{bmatrix} 4(1) \\ 1(1) \\ 5(1) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4(2) \\ 1(2) \\ 5(2) \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 9 & 18 \\ 4 & 8 \\ 1 & 2 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}_{4\times2}$$

سؤال ۲۷: ضرب ماتریسی زیر را با سریع‌ترین روش ممکن حساب کنید

حل در خانه

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

جواب نهایی

$$\begin{bmatrix} -1 & 8 \\ 0 & 13 \\ 1 & 18 \\ 11 & 6 \end{bmatrix}$$

خواص جمع ماتریسی و ضرب اسکالر:

① $A+B=B+A$ ② $A+(B+C)=(A+B)+C$

③ $A+O=O+A=A$ ④ $r(A+B)=rA+rB$ ⑤ $(r+s)C=rC+sC$

⑥ $(rs)C=r(sC)$ ⑦ $A(BC)=(AB)C$ ⑧ $AB+AC=A(B+C)$ ⑨ $(A+B)C=AC+BC$

⑩ $AI=IA=A$ ⑪ $r(AB)=(rA)B=A(rB)$

سؤال ۲۸ حل در کلاس؟ حاصل $2A+3B-5C$ را حساب کنید

$$A=\begin{bmatrix}1 & 3\\ -4 & 5\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}3 & -7\\ 2 & 1\end{bmatrix},\quad C=\begin{bmatrix}0 & 2\\ 3 & -1\end{bmatrix}$$

جواب نهایی $=\begin{bmatrix}11 & -25\\ -17 & 18\end{bmatrix}$

سؤال ۲۹ حل در کلاس حاصل ABC را حساب کنید

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & -1\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0 & 1 & 3\\ -1 & 0 & -2\end{bmatrix},\quad C=\begin{bmatrix}4\\ -1\\ 0\end{bmatrix}$$

جواب نهایی $\begin{bmatrix}-9\\ 1\end{bmatrix}$

نکته مهم در ماتریس ها اگر $AB=AC$ باشد، نتیجه نمی‌شود $B=C$

در ماتریس ها اگر $PQ=0$ باشد، نتیجه نمی‌شود $P=0$ یا $Q=0$

توان ماتریس ها

توان kاُم ماتریس یعنی k بار ماتریس در خودش ضرب شود (پس لزوماً باید ماتریس مربعی باشد)

خواص: ① $A^rA^s=A^{r+s}$ ② $(A^r)^s=A^{rs}$ ③ $A^0=I_n$

سؤال ۳۰ توان چهارم ماتریس زیر را محاسبه کنید

$$A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ -1 & 0\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{حل}}A^2=\begin{bmatrix}1 & -2\\ -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2\\ -1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1(1)+(-2)(-1) & 1(-2)+(-2)(0)\\ -1(1)+0(-1) & -1(-2)+(0)(0)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}3 & -2\\ -1 & 2\end{bmatrix}\rightarrow A^4=A^2A^2=\begin{bmatrix}3 & -2\\ -1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & -2\\ -1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}11 & -10\\ -5 & 6\end{bmatrix}$$

نکته مهم: اگر $A^m=A$ (A خودتوان باشد)، رابطه زیر برقرار است

$$(I+A)^n=I+(2^n-1)A,\quad n\in\mathbb{N}$$

با استقرا قابل اثبات است

شماره: ....
تاریخ: ....
پیوست: ....

شرکت سی ای دی
C I D CO.
همدان، هنرستان، شماره ۲۸۰ طبقه سوم
تلفن و فکس ۳۰۱۴۰

ماتریس های متقارن:

ترانهاده ماتریس: جابجایی جای سطرها و ستون های ماتریس — transpose

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ -8 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 2 & -8 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -7 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow B^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ -7 & 6 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow C^T = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$A_{m\times n} \rightarrow A^T_{n\times m}$$

خواص:

① $(A+B)^T = A^T + B^T$ ② $(AB)^T = B^T A^T$ ③ $(cA)^T = cA^T$

④ $(A^T)^T = A$

خواص بالا برای تعداد بیشتر ماتریس ها نیز قابل تعمیم است

پیش نیازهای جبر خطی در ماشین لرنینگ
سید امیرحسین حسینی جبلی

نکته: اگر $u_{n\times 1}$ و $v_{n\times 1}$ باشد ضرب داخلی برای $u^T_{1\times n} . v_{n\times 1}$ تعریف می شود ($u.v$)

تعریف ماتریس متقارن: ماتریسی است که با ترانهاده ی خودش برابر باشد

در این ماتریس ها المان های ماتریس نسبت به قطر اصلی متقارن هستند

$a_{ij} = a_{ji} \quad \forall\, i, j$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 \\ 1 & 7 & 8 \\ -4 & 8 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 7 & 3 & 9 \\ -2 & 3 & 2 & -3 \\ 4 & 9 & -3 & 6 \end{bmatrix}$$

نکته مهم: هر ترکیب خطی از ماتریس های متقارن، متقارن است

ضرب چند ماتریس متقارن، لزوما متقارن نیست

اگر A و B متقارن باشند، اگر و تنها اگر $AB=BA \Leftarrow AB$ نیز متقارن است

trace of matrix

مجموع المان های قطری ماتریس های مربعی را trace می گویند

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33} + \dots + a_{nn}$$

خواص:

① $tr(A+B) = tr(A) + tr(B)$ ② $tr(AB) = tr(BA)$ ③ $tr(cA) = c\,tr(A)$ ④ $tr(A^T) = tr(A)$

نکته مهم: همواره رابطه ی $tr(S^{-1}AS) = tr(A)$ برقرار است

معکوس ماتریس ها: معکوس یک ماتریس، ماتریسی است که اگر در ماتریس اولیه ضرب شود، ماتریس همانی به دست آید

$$AB = BA = I_n$$

نکته: اگر نتوانیم B ای را پیدا کنیم که رابطه بالا را برقرار سازد، می گوییم A معکوس ناپذیر است

اگر فقط $AB = I_n$ برقرار شود $\Rightarrow$ ماتریس دارای معکوس سمت راست است

" " $BA = I_n$ " " $\Rightarrow$ " " " " معکوس سمت چپ است

نکته: معکوس هر ماتریس در صورت وجود، یکتاست

محاسبه معکوس ماتریس با روش حذفی گاوس - جردن:

ستون های ماتریس A

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \cdots & X_n \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad I_n = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & \cdots & C_n \end{bmatrix}$$

ستون های I_n

$$\boxed{AA^{-1} = I_n} \longrightarrow A\begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \cdots & X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & \cdots & C_n \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} AX_1 & AX_2 & \cdots & AX_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & \cdots & C_n \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} AX_1 = C_1 \\ AX_2 = C_2 \\ \vdots \\ AX_n = C_n \end{cases}$$

① هر کدام از معادلات یک دستگاه n معادله n مجهول است

② ماتریس ضرایب، کلاً A و ثابت است و فقط بردار مقادیر ثابت، یعنی C_1 تا C_n تغییر می کند

$$\Longrightarrow \begin{bmatrix} A : C_1 C_2 \cdots C_n \end{bmatrix} \approx \cdots \approx \begin{bmatrix} I_n : X_1 \cdots X_n \end{bmatrix}$$

$$\text{if } B = A^{-1} \Longrightarrow \boxed{\begin{bmatrix} A : I_n \end{bmatrix} \approx \cdots \approx \begin{bmatrix} I_n : B \end{bmatrix}}$$

در صورتی که A قابل تبدیل به I_n نباشد (با استفاده از عملیات های سطری مقدماتی)، A معکوس ناپذیر است

سؤال ۳۱: معکوس ماتریس روبه رو را محاسبه کنید

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{حل}} \Delta_0 = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & -5 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow[R_3+R_1]{R_2-2R_1} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{-R_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow[R_3-2R_2]{R_1+R_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 2 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow[R_2-R_3]{R_1+R_3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \underbrace{-3}_{} & \underbrace{2}_{A^{-1}} & \underbrace{1}_{} \end{array}\right]$$

$$\longrightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 5 & -3 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

سؤال ۳۲ حل در کلاس: نشان دهید ماتریس زیر معکوس ناپذیر است

راهنمایی: با گاوس جردن نشان دهید که A قابل تبدیل به I_3 نیست

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

شماره:..........................

تاریخ:..........................

پیوست:..........................

شرکت سی ای دی

C I D CO.

همدان، هنرستان، شماره ۲۸۰ طبقه سوم

تلفن وفکس ۳۰۱۴۰

خواص معکوس ماتریس ها:

① $(A^{-1})^{-1} = A$ ② $(cA)^{-1} = \frac{1}{c}A^{-1}$ ③ $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

$(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$

④ $(A^n)^{-1} = (A^{-1})^n$ ⑤ $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$

---

* یکی از کاربردهای پایه ای معکوس ماتریس ها، حل دستگاه معادلات خطی است

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 3 \\ -x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -2 \end{cases} \Longrightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}}_{Y}$$

پیشنیازهای جبر خطی / سید امیرحسین حسینی جیلی

← برای حل، A^{-1} را از سمت چپ در معادله ی بالا ضرب می کنیم

$$\underbrace{A^{-1}A}_{I_n}X = A^{-1}Y \Longrightarrow \boxed{X = A^{-1}Y}$$

نکته: اگر دستگاه، بی نهایت یا صفر جواب داشته باشد، ماتریس ضرایب معکوس ناپذیر است

ماتریس های مقدماتی: ماتریسی که با اعمال فقط یک عملیات سطری مقدماتی، بر روی ماتریس همانی حاصل می شود ← می توان گفت: ماتریس های مقدماتی، عملگرهای سطری مقدماتی را به شکل ماتریس نشان می دهند

← همواره معکوس پذیر هستند

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Big/ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Big/ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

← استفاده از این ماتریس ها باعث می شه پیاده سازی الگوریتم گاوس-جردن در کامپیوترها ساده تر شود

← مثلاً برای تعویض جای سطر ۲ با ۳، کافی است در ماتریس اولیه، ماتریس مقدماتی $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ضرب شود (اگر بخواهیم جای سطر اول را عوض کنیم باید در I_n جای سطرها را عوض کنیم و ماتریس به دست آمده را در ماتریس اولیه ضرب کنیم)

← مثلاً برای ضرب کردن سطر دوم یک ماتریس در ۵، کافی است ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ در ماتریس اولیه ضرب شود

← و یا می خواهیم ۲ برابر ردیف اول را به ردیف دوم اضافه کنیم، کافیست در I_n، ۲ برابر سطر اول را به سطر دوم اضافه کرده و ماتریس حاصله را در ماتریس مان ضرب کنیم $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$