0.0.1. Medida

- Por *espacio medible* entendemos un par ordenado (Ω, B) que consta de un conjunto Ω y un σ -álgebra B de subconjuntos de Ω-. Un subconjunto A de Ω se llama *medible* si $A \in B$.
- Una *medida* Ω en un espacio medible (Ω, B) es una función $\mu : B \mapsto [0, \infty]$ que satisface:

$$\mu(\phi) = 0$$
$$\mu(\bigcup_{i}^{\infty} E_i) = \sum_{i}^{\infty} \mu(E_i)$$

  para cualquier sucesión $\{E_i\}$ de conjuntos medibles disjuntos, es decir: $E_i \bigcap E_j = \emptyset$, $E_i \in B$, $i \neq j$.
- (Ω, B, μ) se llama *espacio de medida*.

Teorema 1. *Las siguientes afirmaciones son ciertas para un grupo G.*

1. $P(G) = 1$.
2. *G es abeliano.*
3. $Z(G) = G$.
4. $G' = \{1\}$.
5. *$C_G(a) = G$ para todo $a \in G$.*
6. $G/G' \cong G$.

Demostración. Si $P(G) = 1$, entonces $|L(G)| = |G|^2$. Luego $L(G) = G^2$, y esto significa que $xy = yx$ para todo $x \in G$ y para todo $y \in G$. Así, G es un grupo abeliano. Es una observación inmediata que el razonamiento inverso también es cierto, lo que prueba que 1 es equivalente a 2. ■

Según este resultado, para tener grupos de conmutatividad diferentes de 1, debemos analizar grupos no abelianos.