

题目

你拿两个完全相同的鸡蛋站在一有100层高的楼前。最坏情况下，最少试几次才可以找出鸡蛋丢下不会被摔碎的最高楼层？

比如：50层鸡蛋丢下没碎51层碎了，那么最高不会碎就是50层。

如果有三个鸡蛋呢？

解答

两个鸡蛋

首先是两个鸡蛋。

我们可以先假设，如果尝试x次，最多可以确定到h楼（h楼会碎）——反过来就是h楼至少需要x次尝试才能确定哪一层会碎（鸡蛋有限，所以最后一个鸡蛋只能从下往上尝试，因此中间碎比顶楼碎要省次数，最糟糕的情况就是最后一个鸡蛋从下往上尝试，直到最顶楼）。

假设最少尝试次数为x，那么，第一个鸡蛋必须要从第x层扔下，因为：如果碎了，前面还有x-1层楼可以尝试；如果没碎，后面还有x-1次机会。

同样，对于这x-1次机会，可以从x+x-1楼开始尝试，如果碎了，那剩下的x-2次机会刚好够从x+1楼扔到x+x-2楼；如果没碎，后面还有x-3次机会，继续叠加楼层。

因此x次机会最多可以确定到x+x-1+x-2+x-3+.....+2+1楼，列出方程：

$$x+x-1+x-2+x-3+.....+2+1 \geq 100$$

可以算出 $x \geq 14$ ，即确定100楼至少要尝试14次。

三个鸡蛋

用动态规划的角度来看，可以列出状态方程——dp是在最坏情况下，用K个鸡蛋确定N楼中哪一层会碎所用的最少次数（x指一开始扔的楼层，由于需要找到最少次数，因此要在1-N中枚举x）：

$$dp[K][N] = \min_{(1 \leq x \leq N)} (\max(dp[K-1][x-1], dp[K][N-x]) + 1)$$

可以算出3个鸡蛋最少需要8次尝试