# Teoremi fondamentali delle funzioni derivabili

domenica 13 ottobre 2024 08:27

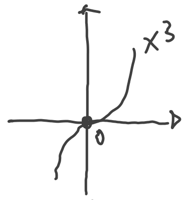
**Teorema 1** – (1° Teorema di Fermat: C.N. per i min/max)

Se $f: X \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e se $x_0 \in \mathring{X} \cap DX \ni' f$ sia derivabile in $x_0$

si dimostra che se:

$$\left( x_0 \text{ è un punto di min/max relativo per } f \right) \Rightarrow \left( f'(x_0) = 0 \right).$$

Oss. – Non vale il viceversa:




$y'(0) = 0 \not\Rightarrow x_0 = 0$ min/max.

## I teoremi di Rolle e di Lagrange.

**Teorema 2** – (Teorema di Rolle)

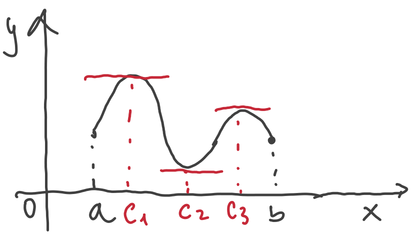
Se $f: X \to \mathbb{R}$, con $X = [a, b]$ intervallo chiuso e limitato,

si dimostra che se:

$$\begin{pmatrix} (1)\ f \text{ è continua in } X = [a,b], \\ (2)\ f \text{ è derivabile in } \mathring{X} = ]a,b[, \\ (3)\ f(a) = f(b) \end{pmatrix} \Rightarrow \left( \exists c \in \mathring{X} = ]a,b[ \ni' f'(c) = 0 \right).$$

### Significato geometrico

Se $\Gamma$ è un arco di curva continuo in un intervallo, dotato di tangente in ogni punto interno e tale che negli estremi dell'intervallo ha la stessa quota $y$, allora esiste almeno un punto interno all'arco in cui la tangente è orizzontale:




**Teorema 3** – (Teorema di Lagrange)

Se $f: X \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, con $X = [a, b]$ intervallo, chiuso e limitato,

si dimostra che se:

(1) $f$ è continua in $X = [a, b]$,

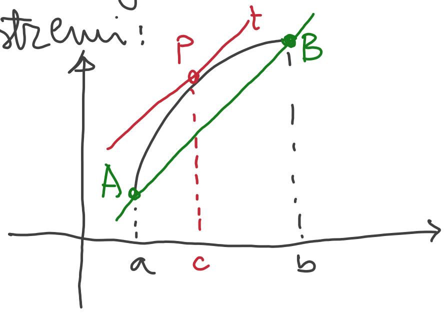
(2) $f$ è derivabile in $\mathring{X} = ]a, b[$,

allora:

$$\exists\, c \in \mathring{X} = ]a,b[ \ \ni' \ \underset{m_t}{\underset{\uparrow}{f'(c)}} = \underset{m = s_{a,b}}{\underset{\uparrow}{\frac{f(b)-f(a)}{b-a}}} .$$

## Significato geometrico

Se $\Gamma$ è un arco di curva continuo nell'intervallo $[a,b]$, dotato di tangente in ogni punto interno, allora esiste almeno un punto interno all'arco in cui la tangente è parallela alla secante passante per gli estremi:




$f'(c) = m_{t_P}$;

$\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a} = m_{s(A,B)}$;