(I) Le funzioni elementari

&4.5 - La funzione lineare

La prima funzione elementare è la funzione *lineare*

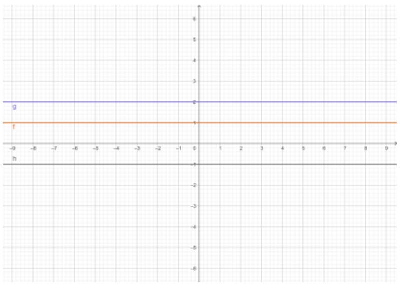
$$f(x) = mx + q,$$

dove m e q sono numeri reali, il cui dominio è: $D = R$.

Casi particolari

1) Se $m = 0$, la funzione lineare è la funzione costante $f(x) = q$: è la funzione che ad ogni x di $\mathcal{R}$ associa sempre lo stesso valore q.

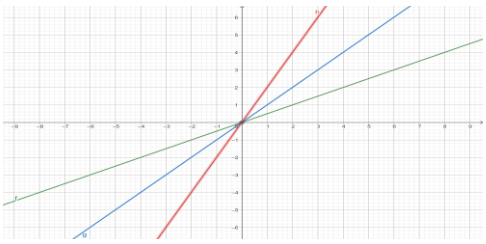
Il grafico è:



2) Se $q = 0$, la funzione lineare diventa $f(x) = mx$.

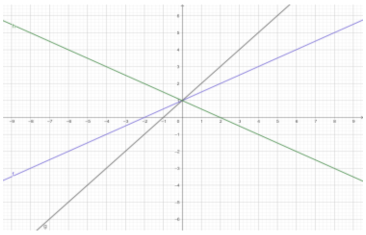
È questa la legge della proporzionalità diretta in cui al variare di x varia y in modo tale che $\frac{y}{x} = m$ sia costante $\Leftrightarrow$ se x raddoppia, triplica,…, anche y raddoppia, triplica, …

Il grafico è una retta passante per l'origine:



3) *Se m e q sono entrambi diversi da zero, la relazione* $y = mx + q$ *mostra che al variare di x anche la y varia, ma non c'è proporzionalità diretta fra x e y.*

Il grafico di $y = mx + q$ *è una retta r non passante per l'origine.*



- *Il coefficiente m si dice* ***coefficiente angolare*** *o* ***pendenza*** *della retta r e rappresenta il valore della tangente goniometrica dell'angolo orientato* $\vartheta = \widehat{xr}$:
  - $m = tg(\vartheta)$;

4) *il coefficiente q si dice* ***ordinata all'origine*** *e rappresenta l'ordinata del punto in cui la retta interseca l'asse y.*

Proprietà della funzione lineare

Prop.4.5.1 – Data la funzione $f(x) = mx + q$, *con* $m \neq 0$, *si dimostra che:*

1. f è $\begin{cases} \text{strettamente crescente se } m > 0 \\ \text{strettamente decrescente se } m < 0 \end{cases}$
2. f *è iniettiva e invertibile in* $\mathcal{R}$;
3. f *è continua in* $\mathcal{R}$

&4.6 - La funzione potenza con esponente naturale

La funzione potenza con esponente intero naturale n *è la funzione*

$$f_n: R \longrightarrow R \ \ \ni' \forall x \in R: f_n(x) = x^n.$$

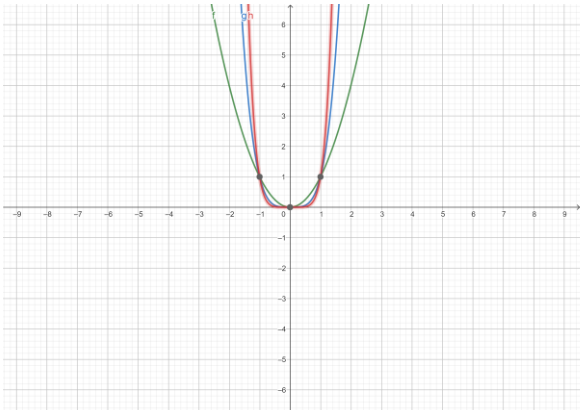
$\forall n \in \mathbb{N}$, *il dominio è:*

$$D_f = R.$$

Proprietà della funzione $y = x^n$.

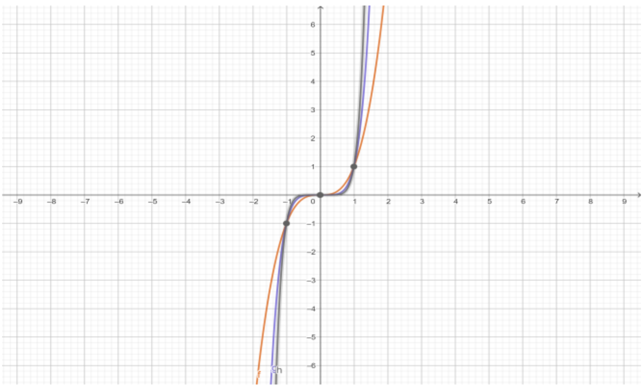
a) *Se n è pari:*

1. *Il dominio è $\mathcal{D} = \mathcal{R}$;*
2. *il codominio è $R_+ = [0, +\infty[$;*
3. *è strettamente decrescente in R_-, strettamente crescente in R_+;*
4. *non è iniettiva nel suo dominio $\mathcal{D} = \mathcal{R}$*
5. *il suo grafico è:*



5) *Se n è dispari:*

1. ***il dominio è $\mathcal{D} = \mathcal{R}$;***
2. *il codominio è $\mathcal{R}$;*
3. *è iniettiva;*
4. *il suo grafico è:*



&4.7 - La funzione radice n-sima (= potenza con esponente fratto 1/n)

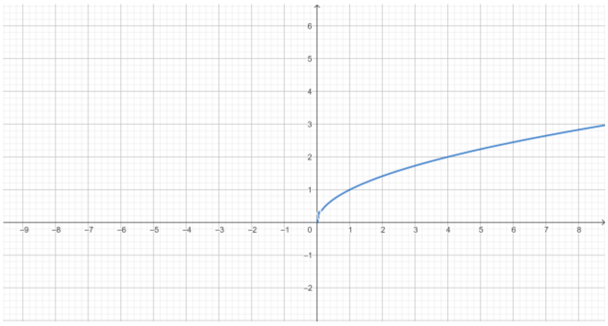
È la funzione

$$f: D \longrightarrow R \ \ni' \forall x \in D: f(x) = x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}, \text{ con } n \in N - \{0\}.$$

Si distinguono due casi:

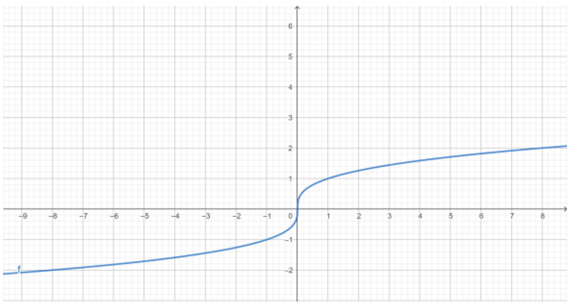
a) Se n è pari:

1. *il dominio è* $D = R_+$;
2. *il codominio è* $Im(f) = R_+$;
3. *è strettamente crescente;*
4. *è iniettiva;*
5. *il suo grafico è:*



b) Se n è dispari:

1. *il dominio è* $\mathcal{D} = \mathcal{R}$;
2. *Il codominio è* $Im(f) = \mathcal{R}$;
3. *è strettamente crescente in* $\mathcal{D} = \mathcal{R}$;
4. *il grafico è:*



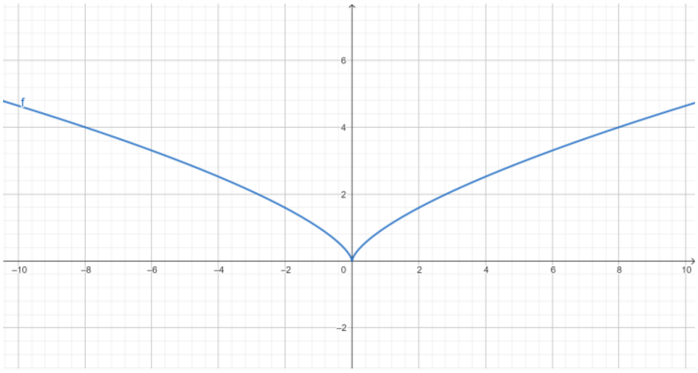
&4.8 - La funzione potenza con esponente razionale ($q = \frac{m}{n}$)

È la funzione

$$f: D \longrightarrow R \ \ni' \forall x \in D: f(x) = x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}, \ \ \boldsymbol{y = x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[x]{x^{m}}}.$$

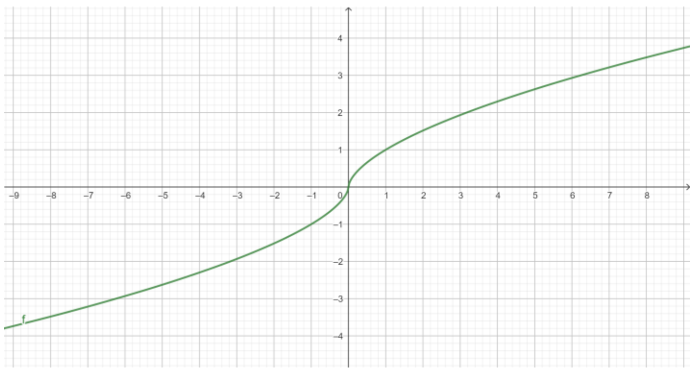
Il dominio e il grafico dipendono da m e n. Ad esempio:

1. $y = x^{\frac{2}{3}}$ ha dominio $\mathcal{D} = \mathcal{R}$ e grafico



2. $y = x^{\frac{3}{2}}$ ha dominio $D = [0, +\infty[$ e grafico

3. $y = x^{\frac{3}{5}}$ ha dominio $D = R$ e grafico



&4.9 - La funzione potenza con esponente α reale

È la funzione $f: D \longrightarrow R \;\; \ni' \forall x \in D: f(x) = x^{\alpha}$, con $\alpha \in R$.

Il dominio, la crescenza e il grafico della funzione $y = x^{\alpha}$ dipendono da α.

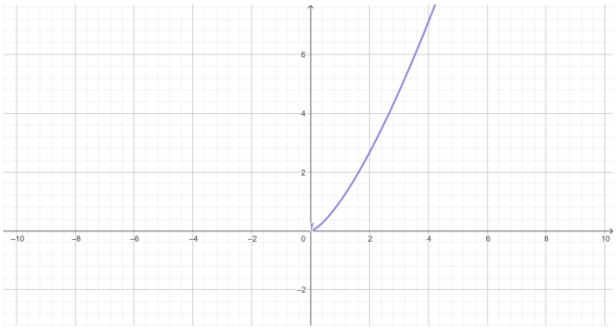
1. Se $\alpha > 0$:
   - il dominio è $D = R_{+} = [0, +\infty[$;
   - il codominio è $Im(f) = R_{+}$;

- *è strettamente crescente;*
- *è iniettiva.*

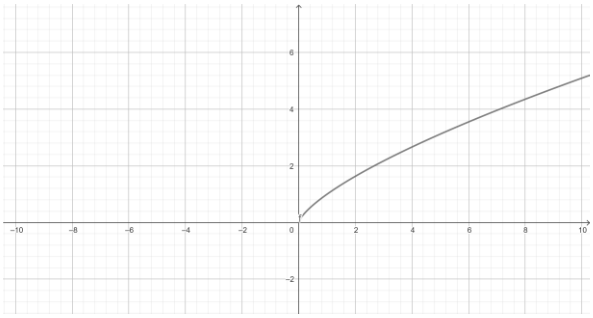
2. *Se* $\alpha < 0$:
   - *il dominio è* $D = R_+ - \{0\} =]0, +\infty[$;
   - *il codominio è* $R_+ - \{0\} =]0, +\infty[$;
   - *è strettamente decrescente;*
   - *iniettiva.*

I grafici sono:

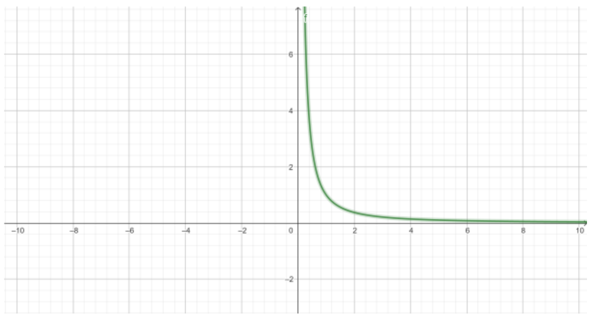
- *Se* $\alpha > 1$, *ad esempio* $y = x^{\sqrt{2}}$, *il grafico è:*



- *Se* $0 < \alpha < 1$, *ad esempio* $y = x^{\sqrt{\frac{2}{2}}} = x^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$, *il grafico è:*



- *Se* $\alpha < 0$, *ad esempio* $y = x^{-\sqrt{2}}$, *il grafico è:*



&4.10 - La funzione razionale intera (funzione polinomiale)

E' la funzione

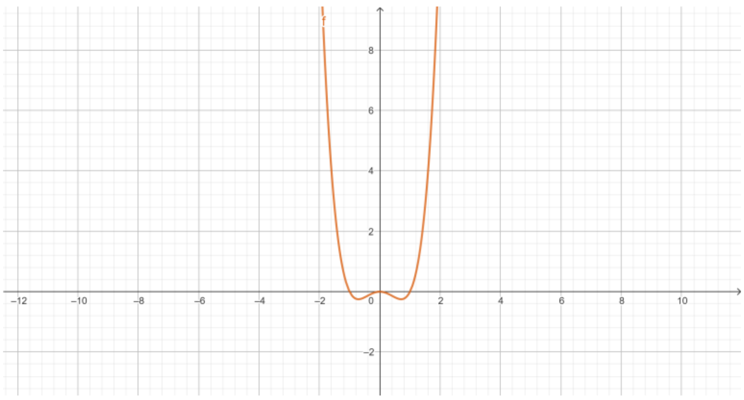
$$f: R \longrightarrow R \ni' \ \forall x \in R: f(x) = P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0,\ con\ a_n \neq 0.$$

Il dominio è: D = R.

Il grafico dipende dal grado n del polinomio e dai coefficienti.

Esempio 1 – Il grafico di $y = x^3 - x^2 - 1$ *è:*

Esempio 2 - Il grafico di $y = x^3 - x^2$ *è:*



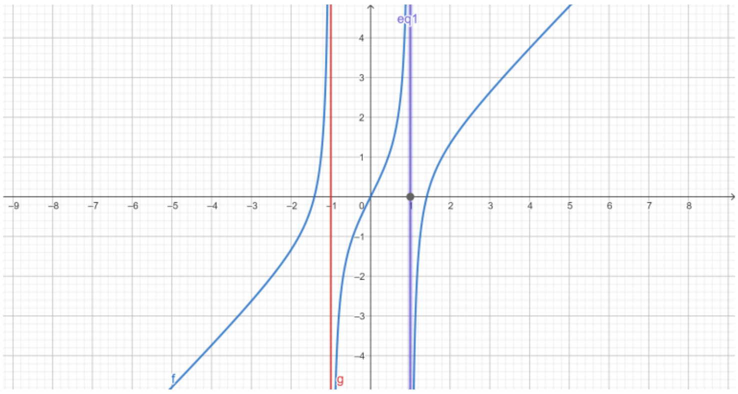
&4.11 - La funzione razionale fratta

È la funzione

$$f: D \longrightarrow R \ni' \ \forall x \in D: \boldsymbol{f(x)} = \frac{\boldsymbol{P(x)}}{\boldsymbol{Q(x)}} = \frac{\boldsymbol{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0}}{\boldsymbol{b_m x^m + b_{m-1}x^{m-1} + \cdots + b_1 x + b_0}}.$$

il cui dominio è: D = {x ∈ R|Q(x) ≠ 0}.

Esempio - $y = \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 1}$ *ha dominio* $D = R - \{\pm 1\}$ *e grafico:*



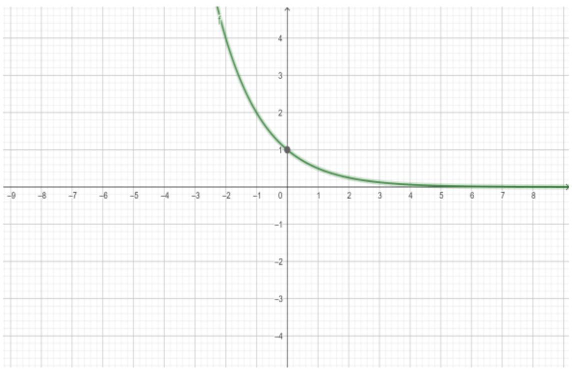
&4.12 - La funzione esponenziale

È la funzione

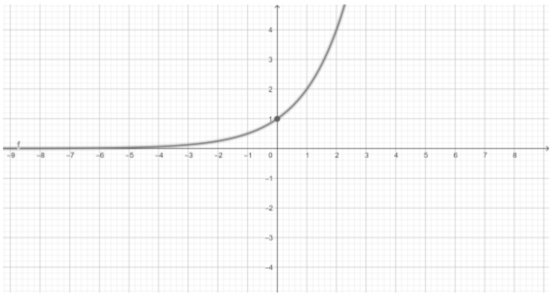
$$f: R \longrightarrow R \ni' \ \forall x \in R: f(x) = \boldsymbol{a^x},\ dove\ 0 < a \neq 1.$$

- Il dominio della funzione è: $\mathcal{D} = \mathcal{R}$;
- il codominio è $Im(f) = f(D) = (0, +\infty)$;
- Monotonia: $\begin{cases} se\ a > 1: a^x \text{ è } strettamente\ crescente \\ se\ 0 < a < 1: a^x \text{è } strettamente\ decrescente \end{cases}$
- è iniettiva;
- il grafico è:

1. Se $0 < a < 1$, ad esempio $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$:



2. Se $a > 1$, ad esempio $y = 2^x$:



Un caso notevole è la funzione $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{x}}$, dove $\boldsymbol{e}$ è il numero di Nepero.

&4.13 - La funzione logaritmo

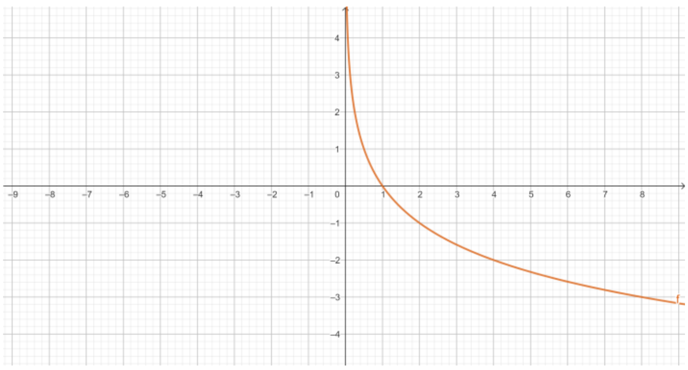
È la funzione

$$f: R^{+}\setminus\{0\} \longrightarrow R \ni' \ \forall x > 0: f(x) = log_a(x), \ con \ 0 < a \neq 1.$$

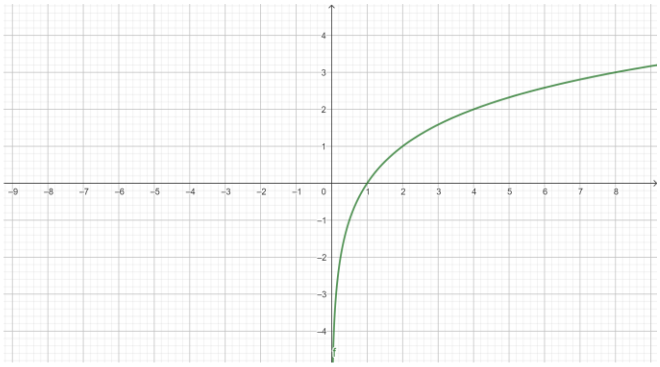
3. $y = log_a(x)$ è l'inversa della funzione esponenziale $y = a^x$.
4. Il dominio è $D = (0, +\infty)$;
5. il codominio è Im(f) = f(D) = R;

- monotonia: $\begin{cases} se\ a > 1: log_a(x) \text{ è } strettamente\ crescente \\ se\ 0 < a < 1: log_a(x) \text{ è } strettamente\ decrescente \end{cases}$
- è iniettiva
- Il grafico dipende dal valore di a:

1. Se $0 < a < 1$, ad esempio $y = log_{\frac{1}{2}}(x)$:



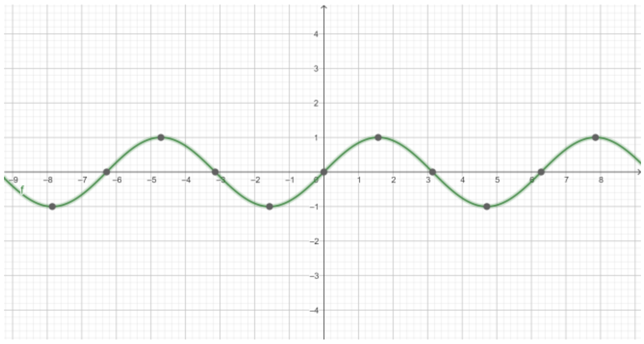
2. Se $a > 1$, ad esempio $y = log_2(x)$:



&4.14 - Le funzioni trigonometriche dirette

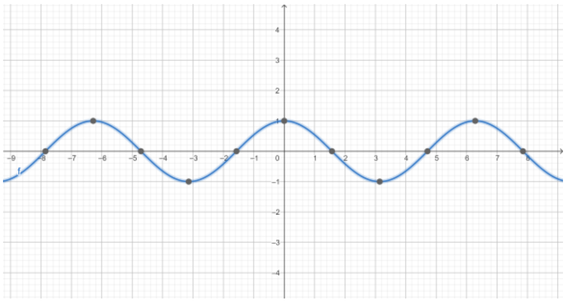
(a) $y = sen(x)$:

3. *Il dominio è* $\mathcal{D} = \mathcal{R}$;
4. *il codominio è* $Im(f) = f(D) = [-1,1]$;
5. *ha periodo è* $T = 2\pi \Longrightarrow$ *l'intervallo minimo di studio:*$[0,2\pi]$ *o* $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right]$;
6. *Strettamente crescente in* $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, *strettamente decrescente in* $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right]$
7. *Il grafico è:*



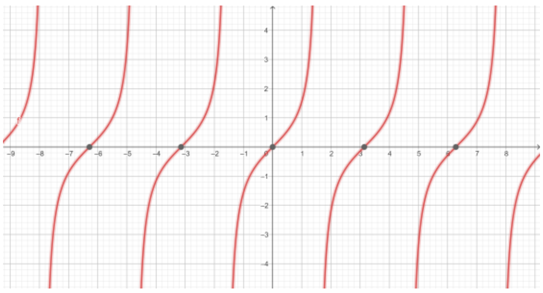
(b) $y = \cos(x)$

8. *Il dominio è* $\mathcal{D} = \mathcal{R}$;
9. *Il codominio è* $Im(f) = f(D) = [-1,1]$;
10. *Il periodo è* $T = 2\pi \Longrightarrow$ *l'intervallo minimo di studio:*$[0,2\pi]$;
11. *Strettamente decrescente in* $[0, \pi]$, *strettamente crescente in* $[\pi, 2\pi]$;
12. *Il grafico è:*



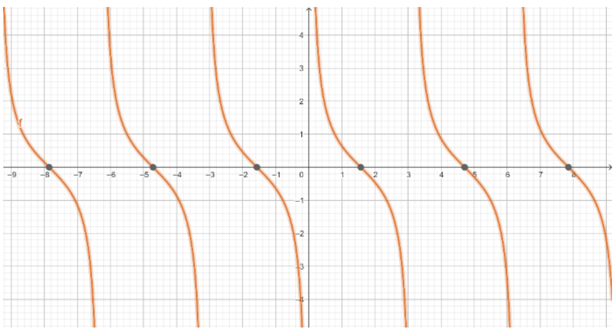
(c) $y = tag(x)$

- *Il dominio è* $D = R - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$.
- *Il codominio è* $\mathcal{R}$;
- *Ha periodo* $T = \pi \Rightarrow$ *l'intervallo minimo di studio è* $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ *o* $[0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$;
- *È strettamente crescente nell'intervallo* $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$;
- *Il grafico è:*



(d) $y = cotg(x)$

- *Il dominio è:* $D = R - \{k\pi\}$;
- *Il codominio è* $\mathcal{R}$;
- *Il periodo è* $T = \pi \Leftrightarrow$ *l'intervallo minimo di studio è* $(0, \pi)$;
- *È strettamente decrescente in* $(0, \pi)$;
- *Il grafico è:*



&4.15 - Le funzioni trigonometriche inverse

1. *La funzione arcoseno*

La funzione $y = sen(x): R \longrightarrow R$ *non è invertibile non essendo bigettiva. Se però consideriamo la ridotta della sua restrizione all'intervallo* $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$,

$$sen_{\#\#} \; : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \longrightarrow [-1,1],$$

tale funzione è invertibile e la sua inversa è la funzione $arcsen =$

$$sen^{-1}: [-1,1] \longrightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

così definita: $\forall y \in [-1,1]$ $arcsen(y) = x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \ni' \; sen(x) = y$.

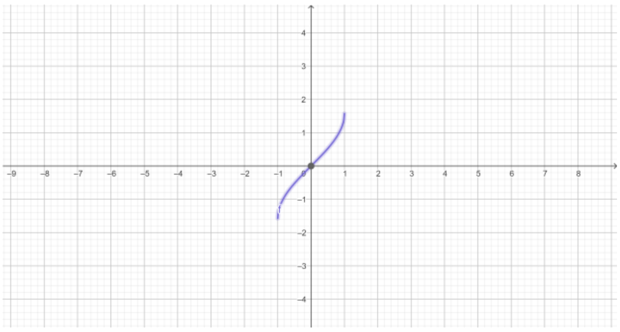
Prop.4.15.1 – (Proprietà dell'arcoseno)

a) $arcsen(sen(x)) = x; sen(arcsen(y)) = y;$

b) è monotona strettamente crescente in $[-1,1]$;

c) è positiva in $]0,1]$, *è negativa in* $[-1,0[$.

Il grafico è:



2. *La funzione arcocoseno*

La funzione $y = cos(x): R \longrightarrow R$ *non è invertibile non essendo bigettiva. Se però consideriamo la ridotta della sua restrizione all'intervallo* $[0\;\pi]$,

$$cos_{\#\#} \; : [0\;\pi] \longrightarrow [-1,1]$$

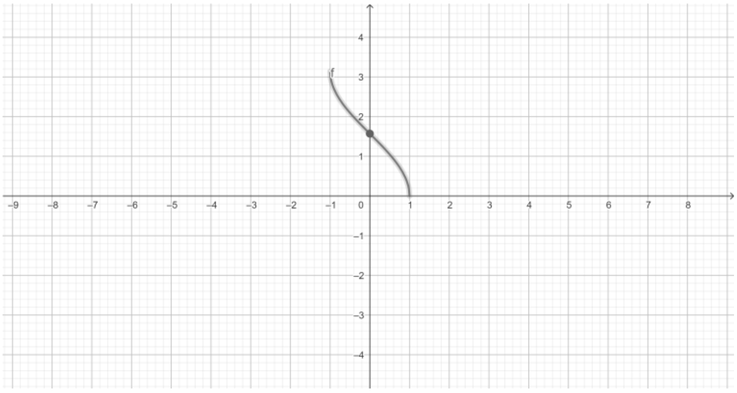
tale funzione è invertibile e la sua inversa è la funzione

$$arccos = cos^{-1}: [-1,1] \longrightarrow [0\;\pi]$$

così definita

$$\forall y \in [-1,1] \ arccos(y) = x \in [0\ \pi] \ \ni' \ cos(x) = y.$$

Il cui grafico è:



Propri. 4.15.2 - (Proprietà dell'arcocoseno)

a) $arccos\big(cos(x)\big) = x; cos\big(arccos(y)\big) = y;$

b) *è monotona strettamente decrescente in* $[-1,1]$;

c) *è sempre positiva in* $[-1,1]$.

d) *La funzione arcotangente*

3. *La funzione arcotangente*

La funzione $y = tg(x){:}\, R\backslash\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\} \longrightarrow R$ *non è invertibile non essendo bigettiva. Se però consideriamo la restrizione all'intervallo* $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$,

$$tg \ : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \longrightarrow R$$

tale funzione è invertibile e la sua inversa è la funzione

$$arctg = tg^{-1}{:}\, R \longrightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

così definita

$$\forall y \in R \ arctg(y) = x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \ni' \ tg(x) = y.$$

4. La funzione arcotangente

La funzione $y = tg(x) \colon R \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\} \longrightarrow R$ *non è invertibile non essendo bigettiva. Se però consideriamo la restrizione all'intervallo* $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$,

$$tg \ \colon \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \longrightarrow R$$

tale funzione è invertibile e la sua inversa è la funzione

$$arctg = tg^{-1} \colon R \longrightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

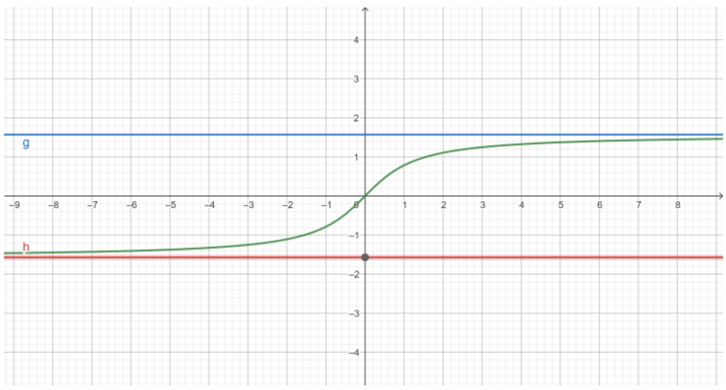
così definita

$$\forall y \in R \ arctg(y) = x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \ni' \ tg(x) = y.$$

Prop. 4.15.3 - (Proprietà dell'arcotangente)

a) $arctg\big(tg(x)\big) = x; tg\big(arctg(y)\big) = y;$
b) *è monotona strettamente crescente in* R;
c) *è positiva in* $[0, +\infty]$, *negativa in* $]-\infty, 0]$.

Il grafico è:



- $y = -\frac{\pi}{2}$ è un asintoto orizzontale a sinistra (a $-\infty$) per la curva;
- $y = \frac{\pi}{2}$ è un asintoto orizzontale a destra (a $+\infty$) per la curva.

5. La funzione arcocotangente

La funzione $y = cotg(x): R\backslash\{0 + k\pi\} \longrightarrow R$ non è invertibile non essendo bigettiva. Se però consideriamo la sua restrizione all'intervallo $]0, \pi[$,

$$cotg_{\#} \ :]0, \pi[\longrightarrow R$$

tale funzione è invertibile e la sua inversa è la funzione

$$arccotg = tg^{-1}: R \longrightarrow]0, \pi[$$

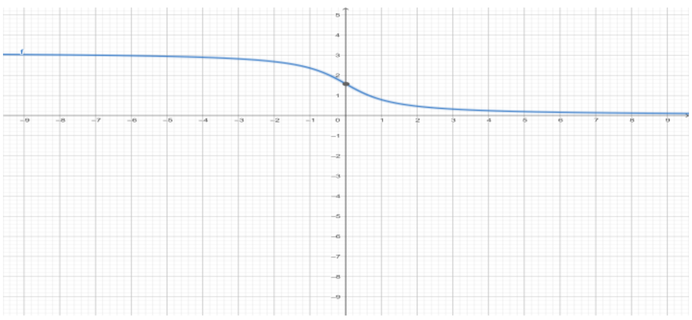
così definita

$$\forall y \in R \ arccotg(y) = x \in]0, \pi[\ \ni' \ cotg(x) = y.$$

Prop. 4.15.4 - (Proprietà dell'arcocotangente)

a) $arccotg\big(cotg(x)\big) = x; cotg\big(arctcotg(y)\big) = y;$
b) è monotona strettamente decrescente in R;
c) è sempre positiva in R.

Il grafico è:



La curva ha due asintoti orizzontali:

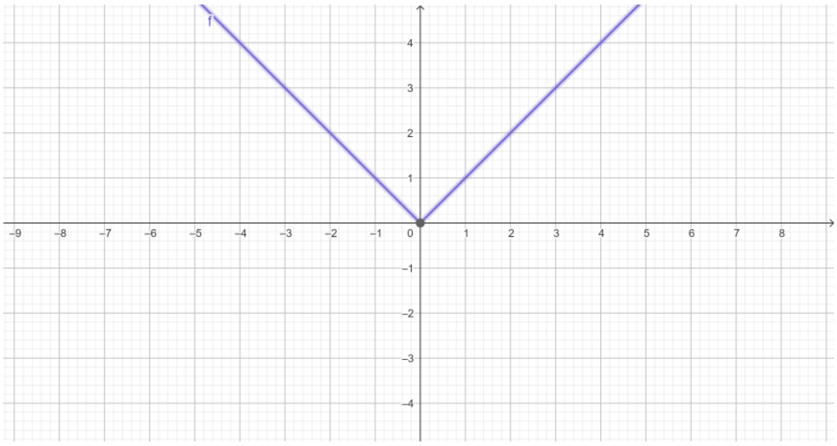
$$y = \pi \text{ a sinistra } (-\infty) \text{ e } y = 0 \text{ a destra } (a + \infty).$$

&4.16 - La funzione valore assoluto

È la funzione

$$f: R \longrightarrow R \ \ni' \forall x \in R: f(x) = |x|.$$

- *Ha dominio:* $D = R$;
- *ha codominio* $Im(f) = f(D) = [0, +\infty)$; *(sempre positiva)*
- *è strettamente decrescente in* $(-\infty, 0)$, *crescente in* $(0, +\infty)$;
- *ha grafico:*

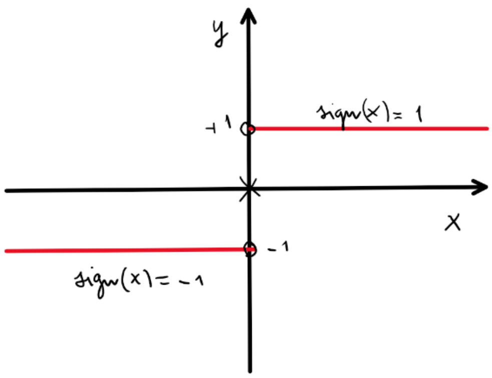


&4.17 - La funzione segno

È la funzione così definita:

$$sign: R\backslash\{0\} \longrightarrow R \ \ni' \forall x \in R: sign(x) = \begin{cases} 1, se\ x > 0 \\ -1, se\ x < 0 \end{cases}$$

ha dominio $D = R\backslash\{0\}$ *e grafico:*

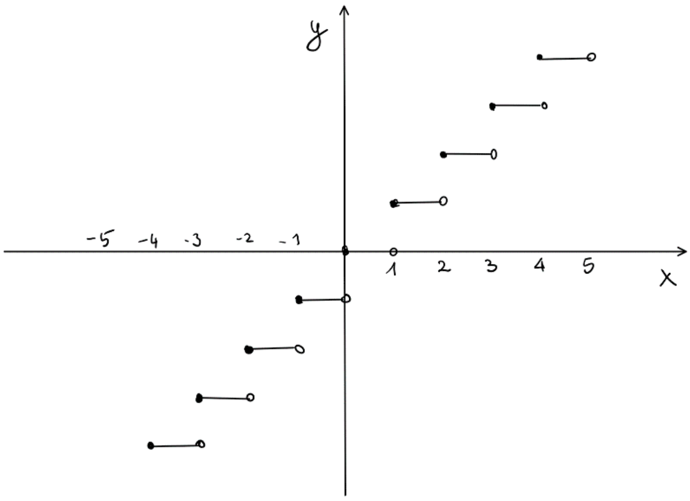


&4.18 - La funzione parte intera

È la funzione che ad ogni numero reale x associa il più grande numero intero minore o uguale a x:

$$[x]: R \longrightarrow R \ \ \ni' \forall x \in R: [x] = max\{z \in Z | z \leq x\}.$$

Il dominio è $D = R$ e il grafico è:



Ad esempio: $[2] = 2; \ [-2.1] = -3; \ [2.1] = 2.$

Calcolo del dominio naturale di una funzione non elementare

Vediamo alcuni esempi di calcolo del dominio naturale di una funzione qualsiasi.

Esempio 1 - Date le funzioni $f(x) = x^2$ e $g(x) = \sqrt{x-1}$, calcolare l'espressione e il dominio delle seguenti funzioni:

a) $f + g$
b) $f - g$
c) $f \cdot g$
d) f/g
e) g/f
f) $f \circ g$

g) $g \circ f$

Soluzione

a) $(f+g)(x) = f(x) + g(x) = x^2 + \sqrt{x-1}$.

Dominio: $D_{f+g} = D_f \cap D_g = \begin{cases} \forall x \in R \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1 \Leftrightarrow D_{f+g} = [1, +\infty[$.

b) $(f-g)(x) = f(x) - g(x) = x^2 - \sqrt{x-1}$.

Dominio: $D_{f-g} = D_f \cap D_g = \begin{cases} \forall x \in R \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1 \Leftrightarrow D_{f-g} = [1, +\infty[$.

c) $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = x^2 \cdot \sqrt{x-1}$.

Dominio: $D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = \begin{cases} \forall x \in R \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1 \Leftrightarrow D_{f \cdot g} = [1, +\infty[$.

d) $(f/g)(x) = f(x)/g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x-1}}$.

Dominio: $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g = \begin{cases} \forall x \in R \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \Leftrightarrow D_{\frac{f}{g}} =]1, +\infty[$.

e) $(g/f)(x) = g(x)/f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2}$.

Dominio: $D_{\frac{g}{f}} = D_g \cap D_f \backslash \{f(x) = 0\} = \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1 \Leftrightarrow D_{\frac{g}{f}} = [1, +\infty[$.

f) $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big) = f\big(\sqrt{x-1}\big) = \big(\sqrt{x-1}\big)^2 = |x-1|$;

Dominio: $D_{f \circ g} = [1, +\infty[$.

g) $(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big) = g(x^2) = \sqrt{x^2-1}$;

Dominio: $D_{g \circ f} = x^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -1 \vee x \geq 1 \Leftrightarrow D_{g \circ f} =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.

Esempio 2 - (Appello del 9 novembre 2023)

Determinare il dominio naturale della funzione

$$f(x) = log_{10}(\arctan(1-x^2) + x^{-\frac{1}{e}}.$$

Soluzione

$$D: \begin{cases} \arctan(1-x^2) > 0 \\ \forall x \in R \\ \forall x \in R \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow D =]0,1[.$$

Esempio 3 - (Appello del 16 gennaio 2024)

Determinare il dominio naturale della funzione

$$f(x) = \frac{1}{3^{\sqrt{x-1}}} + log_{\frac{1}{3}}(x^4 - \frac{1}{16}).$$

Soluzione

$$D: \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x^4 - \dfrac{1}{16} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ (x^2 + \dfrac{1}{4})(x^2 - \dfrac{1}{4}) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - \dfrac{1}{4} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x < -\dfrac{1}{2} \vee x > \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x \geq 1.$

Quindi, il dominio naturale della funzione è: $D = [1, +\infty[$.

Esempio 4 - (Appello del 31 gennaio 2024)

Determinare il dominio naturale della funzione

$$f(x) = e^{-\sqrt[3]{x}} \cdot \arccos(2x+1).$$

Soluzione

$$D: \begin{cases} \forall x \in R \\ -1 < 2x + 1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 > -1 \\ 2x + 1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > -2 \\ 2x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 0.$$

Quindi, il dominio naturale della funzione è: $D =]-1,0[$.

(II) Le funzioni quasi - elementari

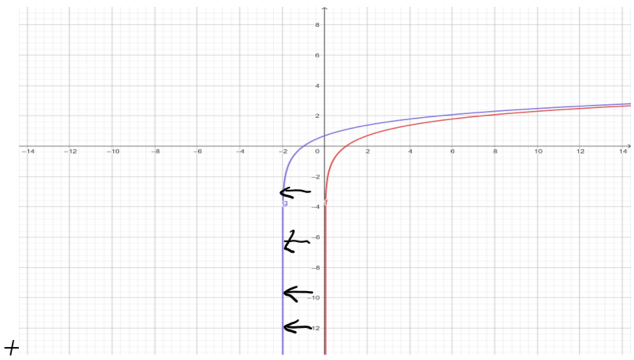
&4.19 – Le funzioni quasi-elementari

Le funzioni quasi-elementari sono funzioni il cui grafico si può ottenere dal grafico di una funzione elementare mediante opportune trasformazioni quali sono le traslazioni, le dilatazioni e le simmetrie.

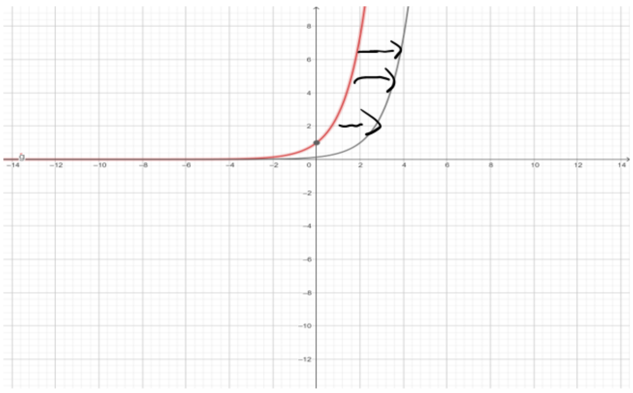
(1) Traslazioni

a) Traslazione orizzontale

1. *Il grafico di $y = f(x+a)$ si ottiene dal grafico di $y = f(x)$ con una traslazione orizzontale verso sinistra di a;*

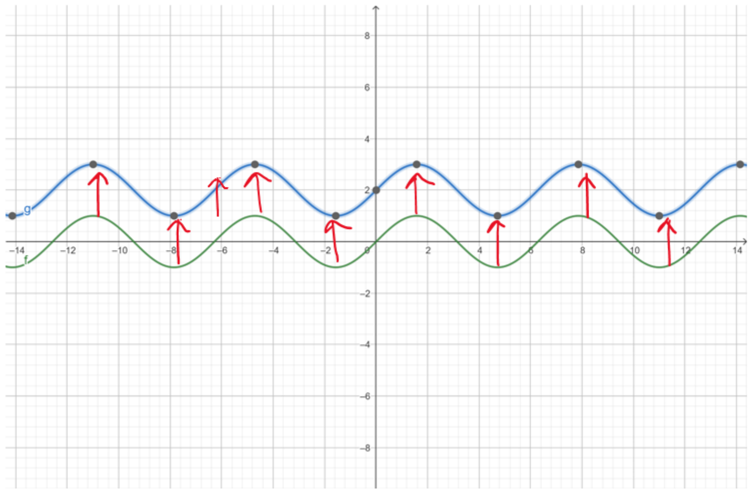


oIl grafico di $y = f(x-a)$ si ottiene dal grafico di $y = f(x)$ con una traslazione orizzontale verso destra di a;

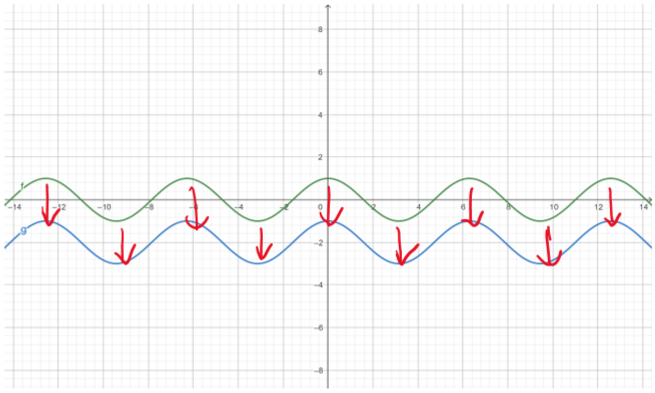


b) -Traslazione verticale

1. Il grafico di $y = f(x) + b$ si ottiene dal grafico di $y = f(x)$ con una traslazione verticale verso l'alto di b;

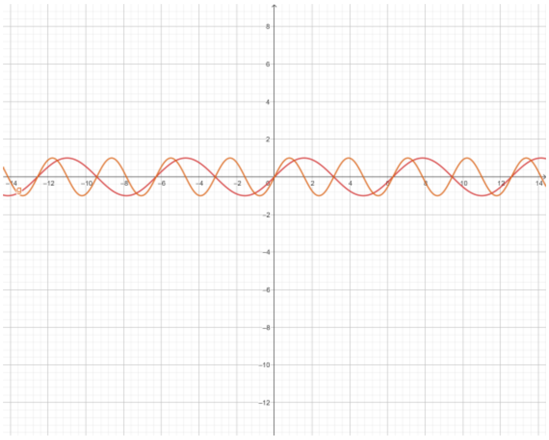


2. Il grafico di $y = f(x) - b$ si ottiene dal grafico di $y = f(x)$ con una traslazione verticale verso il basso di b;

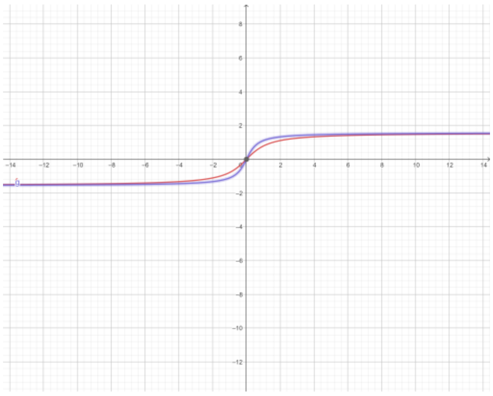


(2) Dilatazione/Contrazione orizzontale

a) Il grafico di $y = f(\frac{x}{m})$ si ottiene dal grafico di $y = f(x)$ con una dilatazione delle x di un fattore m: ad esempio, per m = 2, si raddoppiano le ascisse e si lasciano inalterate le ordinate y;

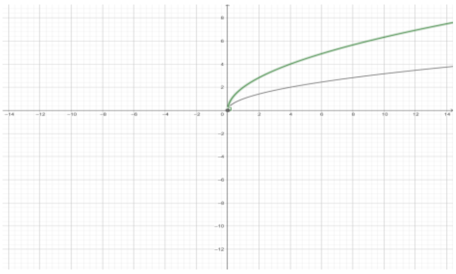


b) Il grafico di $y = f(mx)$ si ottiene dal grafico di $y = f(x)$ con una contrazione delle x di un fattore m: ad esempio, per m = 2, si dimezzano le ascisse e si lasciano inalterate le ordinate y.

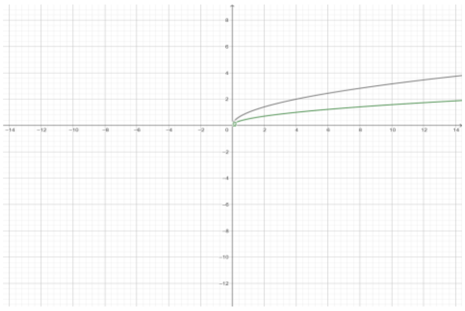


(3) Dilatazione/Contrazione verticale

a) Il grafico di $y = mf(x)$ si ottiene dal grafico di $y = f(x)$ con una dilatazione delle y di un fattore m: ad esempio, per m = 2, si raddoppiano le ordinate y e si lasciano inalterate le ascisse x.



b) *Il grafico di* $y = \frac{1}{m} f(x)$ *si ottiene dal grafico di* $y = f(x)$ *con una contrazione delle y di un fattore m: ad esempio, per m = 2, si dimezzano le ordinate y e si lasciano inalterate le ascisse x.*

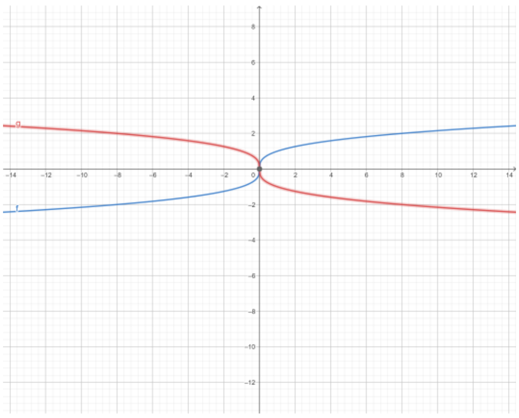


---

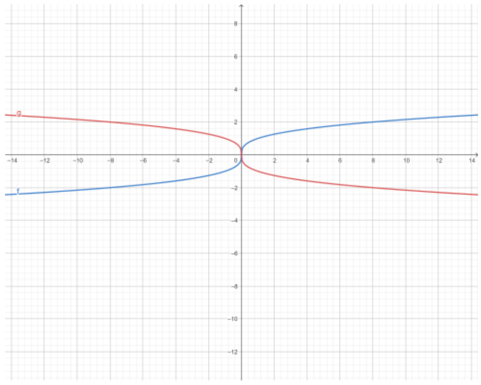
(4) Simmetrie

---

a) *Il grafico di* $y = f(-x)$ *è il simmetrico del grafico di* $y = f(x)$ *rispetto all'asse y:*

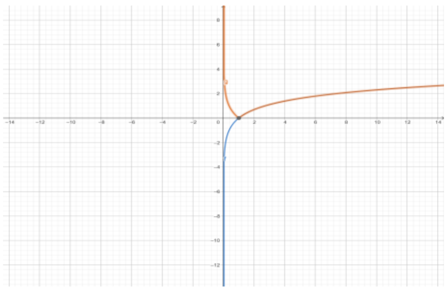


b) *Il grafico di* $y = -f(x)$ *è il simmetrico del grafico di* $y = f(x)$ *rispetto all'asse x:*



(5) Funzioni con valore assoluto

a) *Il grafico di* $y = |f(x)|$ *si ottiene dal grafico di* $y = f(x)$ *lasciando inalterato la parte di grafico in cui f(x) è positiva e ribaltando rispetto a x la parte di grafico in cui f(x) è negativa:*



b) *Il grafico di* $y = f(|x|)$ *si ottiene dal grafico di* $y = f(x)$ *lasciando inalterato la parte di grafico corrispondente alle x positive e ribaltando rispetto a y la parte di grafico corrispondente alle x negative:*