Def. 1 - (Definizione di punto di flesso)

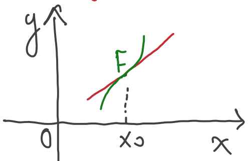
Se $f: X \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è una funzione definita in X intervallo e se $x_0 \in \mathring{X}$, si dice che:

$\big(x_0$ è un punto di flesso per $f\big) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ 1) f è derivabile in x_0

2) $\exists\, J(x_0) \ni' \forall x \in J(x_0) \cap X: \begin{cases} f \text{ convessa in } [x, x_0] & (\text{risp. concava}) \\ f \text{ concava in } [x_0, x] & (\text{risp. convessa}) \end{cases}$

Osservazione: La tangente nei punti di flesso attraversa il grafico della funzione f:



L'equazione della tangente in $F(x_0, f(x_0))$ è

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0).$$

Esempio - Calcolare i punti di flesso e la tangente in tali punti della funzione

$$f(x) = x^4 - 2x^2$$

Soluzione.

Il dominio è $X_f = \mathbb{R}$.

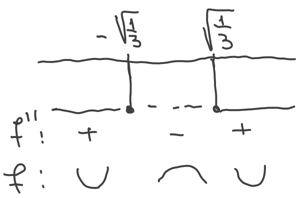
1) $f'(x) = 4x^3 - 4x \Rightarrow f''(x) = 12x^2 - 4$; $X_{f'} = \mathbb{R}$.

$D(x^4 - 2x^2) = Dx^4 - D(2x^2) =$
$= 4x^{4-1} - 2Dx^2 =$
$= 4x^3 - 4x$

2) $f''(x) \geq 0 \Leftrightarrow \cancel{12}^{\,3} x^2 - \cancel{4}^{\,1} \geq 0 \Rightarrow 3x^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \leq -\sqrt{1/3} \ \vee\ x \geq \sqrt{1/3}$.

$y'' = Dy' = D(4x^3 - 4x) = D4x^3 - D4x$
$= 4 \cdot Dx^3 - 4 = 4 \cdot 3x^2 - 4 = 12x^2 - 4$



$x_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}$ sono punti di flesso per f.