Dimostrazione della derivata della funzione inversa

lunedì 14 ottobre 2024 12:31

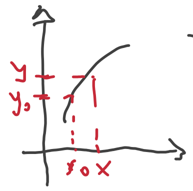
Sia f una funzione invertibile e derivabile in $x_0 \in X \cap D(X)$ con $f'(x_0) \neq 0$.
Dimostriamo che f^{-1} è derivabile in $y_0 = f(x_0)$ e che

$$Df^{-1}(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}.$$

Infatti:

$$Df^{-1}(y_0) = \lim_{y \to y_0} \frac{f^{-1}(y) - f^{-1}(y_0)}{y - y_0} =$$

[poiché $y \to y_0 \Rightarrow x \to x_0$:



]

$$= \lim_{x \to x_0} \frac{x - x_0}{f(x) - f(x_0)} = \lim_{x \to x_0} \frac{1}{\underbrace{\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}}_{f'(x_0) \neq 0}} = \frac{1}{f'(x_0)}.$$