Б. С. КАСАТКИН
В. М. ПРОХОРЕНКО
И. М. ЧЕРТОВ

НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ ПРИ СВАРКЕ

*Допущено
Министерством высшего и среднего
специального образования УССР
в качестве учебного пособия
для студентов вузов,
обучающихся по специальности
«Оборудование и технология
сварочного производства»*

КИЕВ
ГОЛОВНОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ
«ВИЩА ШКОЛА»
1987

30.61я73
К28

УДК 621.791(07)

Напряжения и деформации при сварке / Б. С. Касаткин, В. М. Прохоренко, И. М. Чертов.— К. : Вища шк. Головное изд-во, 1987.— 246 с.

В учебном пособии рассмотрены вопросы образования сварочных напряжений и деформаций, расчетные и экспериментальные методы их определения, влияние на прочность и способы уменьшения. Приведены примеры решения некоторых типовых задач.

Для студентов вузов, обучающихся по специальности «Оборудование и технология сварочного производства».

Табл. 2. Ил. 158. Библиогр.: 14 назв.

Рецензенты: заведующий кафедрой сварочного производства кандидат технических наук *А. И. Гедрович* (Ворошиловградский машиностроительный институт), заведующий кафедрой сопротивления материалов кандидат технических наук *В. В. Бортовой* (Харьковский политехнический институт)

Редакция учебной и научной литературы по машиностроению и приборостроению

Зав. редакцией *О. А. Добровольский*

К $\frac{2704060000-161}{М211(04)-87}$ 224-87

ПРЕДИСЛОВИЕ

В центре экономической политики партии всегда будет находиться всемерное повышение технического уровня и качества продукции. Одной из важных задач в совершенствовании изготовления сварных конструкций является улучшение их технологичности, повышение надежности и долговечности. Решение этих вопросов связано с совершенствованием расчетов и проектирования конструкций, улучшением технологии их изготовления.

Поскольку сварные конструкции выпускаются ежегодно в больших объемах, задача повышения их качества, надежности, работоспособности и долговечности приобрела особо важное значение для народного хозяйства.

При сварке в конструкциях возникают сварочные деформации и напряжения, которые в большинстве случаев существенным образом влияют на их эксплуатационно-технологические показатели.

Задача инженера-сварщика состоит в том, чтобы на основе глубокого и всестороннего понимания сущности сложных деформационно-силовых процессов, протекающих при сварке в конструкции, разработать систему мероприятий, которая обеспечила бы снижение отрицательного влияния сварочных напряжений и деформаций. В связи с этим вопросы, связанные с образованием напряжений и деформаций при сварке, на протяжении уже многих лет в большем или меньшем объеме изучаются студентами сварочных специальностей вузов.

Опыт преподавания данной дисциплины показывает, что она является достаточно сложной для усвоения студентами. Поэтому, не умаляя ценности имеющихся в данное время учебных пособий и других литературных источников, в которых рассматриваются отдельные вопросы сварочных напряжений и деформаций, авторы считают, что данное пособие принесет определенную пользу читателю.

Дисциплина «Напряжения и деформации при сварке» сформировалась и развивалась, прежде всего, на основе фундаментальных представлений и положений механики деформируемой среды и, в частности, таких дисциплин, как «Теория упругости» и «Теория пластичности», а также «Линейная механика разрушения».

В учебных планах сварочных специальностей вузов отсутствуют курсы по теории упругости и пластичности. Сведений о напряженно-деформированном состоянии, полученных при изучении сопротивления материалов, как показывает опыт, недостаточно.

Глубокое изучение и исследование сварочных задач о напряжениях и деформациях требует твердых и устойчивых представлений по теории напряженного и деформированного состояний в точке сплошной среды.

вления совокупности основных уравнений теории упругости, постановки и основных идей решения задач. По этим вопросам имеется литература в виде учебников, учебных пособий и монографий. Однако обращение к ней студентов-сварщиков затруднительно в основном по причинам методического характера и различного уровня изложения материала. Поэтому в первой главе данного пособия излагаются исходные необходимые сведения по теории деформируемой среды, и тем самым читатель подготавливается к более осмысленному изучению последующего материала.

Во второй главе рассматривается образование и расчет остаточных напряжений в симметричных одномерных задачах. Под симметричными одномерными задачами понимаются задачи, у которых напряженное состояние является практически одноосным и, кроме того, отсутствует изгиб от действия внутренних остаточных напряжений. Достаточно узкое и длинное симметричное сварное стыковое соединение — общепринятый классический представитель задач с одноосным напряженным состоянием.

В процессе сварки и последующего охлаждения в сварном соединении протекают сложные термодеформационные процессы, обусловливающие образование временных напряжений, которые, в конечном итоге, после полного охлаждения переходят в остаточные.

Одним из важнейших в теории сварочных напряжений и деформаций является вопрос о причине образования остаточных напряжений в сварном соединении (конструкции). Инженер-сварщик должен понимать прежде всего именно этот вопрос из всей области сварочных напряжений и деформаций. От этого зависит многое: эффективность дальнейшего изучения дисциплины, формирование будущего инженера-сварщика как высококвалифицированного специалиста по технологии сварки, по конструированию эффективной сборочно-сварочной оснастки, наконец, как инженера-исследователя или будущего научного работника в области прочности и деформаций сварных конструкций. Данный вопрос рассматривается в первой части главы.

Во второй части главы рассмотрены два расчетных метода определения остаточных сварочных напряжений в сварных соединениях — метод Г. А. Николаева и метод И. П. Трочуна.

Разработка расчетных методов для решения одномерных задач была начата еще в 30-е годы. Наибольший вклад в решение этого вопроса внесли Г. А. Николаев, Н. О. Окерблом, В. П. Вологдин, И. П. Трочун, Г. Б. Талыпов. В методическом отношении в данной главе рассмотрены только методы Г. А. Николаева и И. П. Трочуна, после изучения которых читатель при необходимости сможет самостоятельно разобраться и в других аналогичных методах.

Новый расчетный метод определения остаточных напряжений в двумерных задачах изложен в третьей главе. Двумерные или плоские задачи об остаточном напряженном состоянии в сварных соединениях имеют наибольшее распространение на практике. Двумерное напряженное состояние обычно возникает во всех листовых конструкциях. Двумерные задачи об остаточных напряжениях при сварке являются существенно более сложными, чем одномерные. Поэтому до недавнего времени и не было предложено достаточно удобных общих аналитических методов их решения. В основном разрабатывались и совершенствовались численные методы решения таких задач, ориентированные на использование мощных быстродействующих вычислительных машин. В данной главе рассмотрен новый приближенный аналитический расчетный метод для двумерных задач, в основу которого положены так называемые дислокационные представления об остаточных напряжениях при сварке.

Сведения о наиболее распространенных экспериментальных методах определения сварочных деформаций и напряжений приведены в четвертой главе. К определению сварочных деформаций и напряжений экспериментальным путем прибегают в самых различных случаях. Чаще всего это обусловлено сложностью геометрической формы конструкции и ожидаемыми в связи с этим значительными погрешностями расчетных методов, наличием структурных превращений в металле при сварке и др. Наибольшее внимание в главе уделено механическим методам, как наиболее распространенным. Физические методы применяются более ограниченно, но необходимые сведения о них также приведены.

В пятой главе рассмотрены вопросы расчетного определения остаточных сварочных деформаций коробления. Процесс сварки сопровождается возникновением не только остаточных напряжений, но также и остаточных деформаций коробления, искажающих геометрические размеры и форму конструкций, ухудшающих внешний вид и эксплуатационно-технологические свойства сварных изделий, затрудняющих их изготовление. Дана классификация сварочных деформаций коробления. Рассмотрены основные вопросы количественного определения этих деформаций, имеющие важное значение при проектировании конструкций и технологии их изготовления, что позволяет своевременно и правильно разрабатывать мероприятия по снижению величины остаточных деформаций.

Шестая глава посвящена вопросу влияния остаточных сварочных напряжений на хрупкое разрушение сварных соединений. Анализ выполнен на основе определения в силовом поле остаточных напряжений плоских стыковых сварных соединений параметров напряженно-деформированного состояния у вершины трещины K_1 и δ, называемых соответственно коэффициентом интенсивности напряжений и раскрытием трещины в ее вершине.

В седьмой главе изложены вопросы уменьшения сварочных напряжений и деформаций, имеющие практически важное значение для производства сварных конструкций.

В приложении приведены по каждой главе контрольные вопросы для самопроверки, способствующие более успешному и глубокому усвоению изложенного в учебном пособии материала.

Глава 1 и § 4.1...4.3, 4.5, 4.6 написаны Б. С. Касаткиным, главы 2, 3, 6 и приложение — В. М. Прохоренко, главы 5, 7 и § 4.4, 4.7...4.9 — И. М. Чертовым.

Глава 1

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

1.1. ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ КАК НАУКА

Теория упругости является одним из основных разделов механики сплошной среды — обширной части механики, посвященной движению газообразных, жидких и твердых деформируемых тел.

Задача теории упругости — определение напряжений и деформаций в твердом теле, когда деформация материала не выходит за пределы упругости. Такими же вопросами занимается и сопротивление материалов. Различие состоит лишь в методах и строгости решения задач. Сопротивление материалов часто использует различные дополнительные гипотезы при решении задач, а теория упругости обычно свободна от них, кроме тех, которые касаются свойств упругого твердого тела. В связи с этим области применения зависимостей и формул, полученных в сопротивлении материалов, как правило, существенно ограничены. Например, формулы, выведенные на основе гипотезы плоских сечений, оправдываются лишь с необходимой точностью для тел в форме брусьев, у которых два размера не менее чем в 6...8 раз меньше третьего.

Назначение теории упругости: давать решение задач, не решаемых в сопротивлении материалов; оценивать точность и предел применимости решения задач по формулам сопротивления материалов. Принято различать *математическую* и *прикладную теорию упругости*. Математическая теория упругости определяет напряженное состояние с учетом также каких-либо дополнительных предпосылок. Исходя из характера (линейный, нелинейный) зависимости между напряжениями и деформациями соответственно различают *линейную* и *нелинейную теорию упругости*. К нелинейной теории упругости относятся и задачи с геометрической нелинейностью (когда тела не обладают достаточной жесткостью).

Несмотря на более широкие возможности, теория упругости все же не может обойтись без абстрагирования изучаемого объекта. Реальные твердые тела рассматриваются в идеализированном виде: сплошными; идеально упругими; с линейной зависимостью между напряжениями и деформациями (классическая теория упругости); достаточно жесткими (геометрическая линейность); однородными; изотропными. Это так называемые *основные гипотезы механики твердого тела*.

К абстрагированию в процессе своего развития прибегают многие науки. Важно только, чтобы в процессе идеализации удачно сохранились основные и наиболее существенные в данном случае свойства реального объекта.

Что предполагают гипотезы однородности и сплошности среды и зачем они нужны? Нам хорошо известно, что все реальные тела неоднородны и состоят из отдельных частиц в виде атомов или молекул, образующих в большинстве случаев конгломераты со множеством включений, так или иначе отличающихся определенными свойствами. Однако в достаточно больших объемах тела обладают практически одинаковыми свойствами. Гипотеза однородности упрощает построение теории. Под сплошностью тела понимают заполненность материалом всего объема, ограниченного его поверхностью. Согласно этой гипотезе, тело, будучи непрерывным до деформации, остается таковым и после нее (без образования пустот и разрывов в виде трещин). В связи с этим деформации и перемещения точек тела считаются непрерывными и дифференцируемыми функциями координат точек. Следовательно, однородность и сплошность тела позволяют применять методы анализа бесконечно малых величин, а это упрощает построение теории. Попытки создания теории упругости исходя из дискретного строения тел предпринимались, но исключительные математические трудности такого подхода заставили впоследствии от него отказаться и перейти к рассмотрению сплошной непрерывной среды (континуум, механика континуума). Причем континуумом можно считать не только обычные материальные тела, но и различные поля, например электромагнитное поле. Вполне очевидно, что назначение и других, упомянутых выше, гипотез связано с упрощением анализа при разработке различных расчетных методов.

Принцип Сен-Венана (по имени известного ученого в области теории упругости) о локальности эффекта самоуравновешенных нагрузок утверждает, что если в какой-либо малой части тела приложена уравновешенная система сил, то она вызывает в теле напряжения, очень быстро (по экспоненте) убывающие по мере удаления от этой части тела (другое название — *принцип локальности*).

Часто указанный принцип формулируют иначе: в точках твердого тела, достаточно удаленных от мест приложения внешних нагрузок, напряжения мало зависят от детального способа осуществления этих нагрузок. Изучение закона распределения напряжений вблизи мест приложения нагрузок составляет задачу специальных разделов (контактные задачи) теории упругости. Однако принцип локальности не всегда применим. Например, он не применим к тонкостенным стержням, у которых толщина в сечении значительно меньше длины контура поперечного сечения, а длина контура значительно меньше длины стержня.

Принцип Сен-Венана играет большую роль в построении приближенных решений задач теории упругости, позволяя заменять сложные граничные условия более простыми, статически эквивалентными.

Начало развитию теории упругости было положено в 20-х годах XIX века работами Навье, Коши, Пуассона и Остроградского. Дальнейший вклад внесли Ляме и Клапейрон. В последующие годы в области теории упругости работали многие выдающиеся отечественные и зарубежные ученые, трудами которых в основном завершено формирование данной науки в ее современном виде.

1.2. ТЕОРИЯ НАПРЯЖЕНИЙ

В зависимости от расположения точек приложения сил к телу все силы разделяют на объемные и поверхностные. *Объемные силы* непрерывно распределены по всему объему тела (силы веса, инерции, магнитные и др.). *Поверхностные силы* приложены к поверхности тела и являются следствием воздействия на него другого тела. В реальных деформируемых телах все силы являются распределенными. Если площадка, где действует сила, очень мала по сравнению с размерами тела, то обычно говорят о сосредоточенной силе.

Рассмотрим произвольное тело, находящееся в равновесии при действии на него произвольной системы сил. Можно это тело рассечь плоскостью на две части. Далее будем рассматривать одну из этих частей. Чтобы она продолжала оставаться в равновесии, к сечению необходимо приложить какую-то распределенную нагрузку, заменяющую действие другой отсеченной части тела. Возьмем в плоскости сечения точку A и рассмотрим в ее окрестности некоторую площадку ΔF, на которую действует часть Δp главного вектора p приложенной распределенной нагрузки. Если площадку ΔF будем стягивать в точку (ΔF стремится к нулю), то, рассматривая отношение $\Delta p/\Delta F$ в пределе, получим понятие о векторе полного напряжения p_ν на данной площадке с внешней нормалью ν в точке A:

$$p_\nu = \lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta p}{\Delta F}.$$

Через точку в теле можно провести бесчисленное множество площадок, на каждой из которых будет действовать свой вектор полного напряжения.

По отношению к площадке вектор полного напряжения в общем случае направлен произвольно под некоторым углом и не совпадает ни с нормалью к площадке, ни с площадкой. Его можно разложить на нормальную σ и касательную τ составляющие.

Всякий анализ напряженного и деформированного состояния необходимо проводить в какой-то произвольной координатной системе. Поэтому введем прямоугольную систему декартовых координат XOY. В этой системе вектор p_ν можно разложить на составляющие $p_{\nu x}$, $p_{\nu y}$, $p_{\nu z}$ по осям. Тогда

$$p_\nu = \sqrt{p_{\nu x}^2 + p_{\nu y}^2 + p_{\nu z}^2}.$$

Как видно, для обозначения составляющих вектора полного напряжения использованы двойные индексы. Первый индекс указывает направление нормали к площадке, а второй — направление данной составляющей напряжения.

В системе координат XOY можно рассмотреть сечение тела через точку A плоскостями, перпендикулярными к координатным осям. Таких сечений будет три. В каждом сечении в точке будет действовать свой вектор полного напряжения, который можно разложить по осям. Тогда будем иметь:

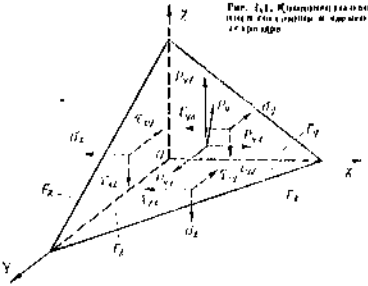


Рис. 1.1. Компоненты напряженного состояния в элементарном тетраэдре

а) на площадке, перпендикулярной к оси X,

$$\sigma_{xx},\ \tau_{xy},\ \tau_{xz};$$

б) на площадке, перпендикулярной к оси Y,

$$\tau_{yx},\ \sigma_{yy},\ \tau_{yz};$$

в) на площадке, перпендикулярной к оси Z,

$$\tau_{zx},\ \tau_{zy},\ \sigma_{zz}.$$

Первый индекс в обозначении напряжений указывает, к какой оси перпендикулярна площадка, в которой действует данное напряжение, а второй индекс — вдоль какой оси действует данное напряжение. Поскольку в обозначении нормальных напряжений оба индекса одинаковы, то условились их обозначать одним индексом (σ_x, σ_y, σ_z).

Нормальное напряжение считается положительным (растяжение), если его вектор совпадает с направлением внешней нормали к площадке. Положительное касательное напряжение направлено в сторону положительной координатной оси, если внешняя нормаль к площадке также совпадает с положительным направлением параллельной ей координатной оси. При другом противоположном направлении внешней нормали положительным считается и другое направление касательного напряжения.

Составляющие векторов полных напряжений на трех взаимно перпендикулярных площадках полностью определяют напряженное состояние в рассматриваемой точке, потому что если они известны, то по определенному правилу можно определить любую составляющую напряжений на произвольной площадке, проведенной через данную точку. Легко получить зависимости для напряжений на произвольной наклонной площадке.

Рассмотрим равновесие элементарного тетраэдра (рис. 1.1), мысленно выделенного из тела. Три взаимно перпендикулярные грани его перпендикулярны к осям, а четвертая наклонная грань имеет внешнюю нормаль ν с направляющими косинусами $l = \cos(\widehat{\nu x})$, $m = \cos(\widehat{\nu y})$, $n = \cos(\widehat{\nu z})$. Соответствующие площади граней F_x, F_y, F_z, F_ν. На площадках, перпендикулярных к осям, действуют составляющие векторов полных напряжений в виде нормальных и касательных компонентов, а на наклонной площадке вектор полного напряжения разложен на составляющие в осях.

Составим условия равновесия тетраэдра, проектируя силы на координатные оси:

$$
\begin{aligned}
\sum X &= -\sigma_x F_x - \tau_{yx} F_y - \tau_{zx} F_z + P_{\nu x} F_\nu = 0;\\
\sum Y &= -\sigma_y F_y - \tau_{xy} F_x - \tau_{zy} F_z + P_{\nu y} F_\nu = 0;\\
\sum Z &= -\sigma_z F_z - \tau_{xz} F_x - \tau_{yz} F_y + P_{\nu z} F_\nu = 0.
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

Поскольку $F_x/F_\nu = l$, $F_y/F_\nu = m$, $F_z/F_\nu = n$, из (1.1) получим:

$$
\begin{aligned}
P_{\nu x} &= \sigma_x l + \tau_{yx} m + \tau_{zx} n;\\
P_{\nu y} &= \tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{zy} n;\\
P_{\nu z} &= \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n.
\end{aligned}
\tag{1.2}
$$

Тогда полное напряжение на наклонной площадке

$$
P_\nu = \sqrt{P_{\nu x}^2 + P_{\nu y}^2 + P_{\nu z}^2}.
\tag{1.3}
$$

Нормальное напряжение на площадке

$$
\begin{aligned}
\sigma_\nu = P_{\nu x} l + P_{\nu y} m + P_{\nu z} n = (\sigma_x l^2 + \tau_{yx} lm + \tau_{zx} ln) +\\
+ (\tau_{xy} lm + \sigma_y m^2 + \tau_{zy} mn) + (\tau_{xz} ln + \tau_{yz} mn + \sigma_z n^2).
\end{aligned}
\tag{1.4}
$$

Касательное напряжение на площадке

$$
\tau_\nu = \sqrt{P_\nu^2 - \sigma_\nu^2}.
\tag{1.5}
$$

На поверхности тела $P_{\nu x}$, $P_{\nu y}$ и $P_{\nu z}$ определяются заданной нагрузкой, и тогда выражения (1.2) являются условиями равновесия на поверхности тела, т. е. граничными условиями.

Таким образом, девять составляющих в координатных осях векторов полных напряжений на трех взаимно перпендикулярных площадках, проведенных через данную точку, полностью определяют напряженное состояние в этой точке. Расположенные определенным образом в виде матрицы третьего порядка, они образуют так называемый тензор напряжений

$$
\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}, \quad i, j = x, y, z.
\tag{1.6}
$$

Запись σ_{ij} представляет собой символ напряженного состояния в точке, под которым может пониматься любой компонент матрицы в зависимости от того, какие буквы из набора x, y, z присвоить бегущим индексам i, j. Данная матрица представляет собой тензор второго ранга, симметричный относительно главной диагонали, на которой расположены нормальные напряжения. Симметрия следует из закона парности касательных напряжений, о котором еще будет идти речь ниже. Согласно этому закону, $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$.

В тензоре напряжений (1.6) компоненты расставлены таким образом, чтобы по законам тензорной алгебры при заданном тензоре можно было получить напряжения на любой другой площадке, проведенной через данную точку, если известны направляющие косинусы нормали к этой площадке. Это действительно легко понять, если вспомнить выражения (1.2) для напряжений на наклонной площадке, которые можно представить в виде

$$\begin{pmatrix} P_{\nu x} \\ P_{\nu y} \\ P_{\nu z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix}. \tag{1.7}$$

Меняя направление площадок, т. е. l, m, n, будем получать для каждой из них $P_{\nu x}$, $P_{\nu y}$, $P_{\nu z}$, что в свою очередь, дает возможность найти любые напряжения для этих площадок.

Следовательно, тензор напряжений полностью раскрывает напряженное состояние в данной точке.

В теории упругости строго доказывается, что через любую точку напряженного тела всегда можно провести хотя бы три взаимно перпендикулярные площадки, на которых касательные напряжения отсутствуют, а есть только нормальные, называемые в этом случае *главными нормальными напряжениями*. Они обозначаются σ_1, σ_2, σ_3, причем $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. *Площадки*, на которых касательных напряжений нет, называются *главными*. Если взять новую произвольную координатную систему с осями, параллельными главным нормальным напряжениям, то такие оси будут называться *главными осями*. Они обозначаются не X, Y, Z, а соответственно 1, 2, 3.

Выше был приведен тензор напряжений в произвольных осях X, Y, Z, но его можно записать и в главных осях 1, 2, 3:

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix}, \quad i, j = 1, 2, 3. \tag{1.8}$$

При этом записи (1.6) и (1.8), очевидно, эквивалентны

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix}. \tag{1.9}$$

Главные нормальные напряжения в точке определяются геометрией тела, характером и величиной нагрузки и не зависят от выбора координатной системы X, Y, Z.

В теории упругости получено *кубическое уравнение* для определения главных нормальных напряжений. Оно имеет вид

$$\sigma^3 - \sigma^2 (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) + \sigma (\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2) -$$
$$-(\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2) = 0.$$

Корнями этого уравнения являются σ_1, σ_2, σ_3. Поскольку они не зависят от выбора координатной системы, коэффициенты при неизвестном вместе со свободным членом в уравнении также не зависят от выбора координатной системы, т. е. являются *инвариантными величинами*. Обычно они имеют следующие обозначения и формы записи: первый инвариант (*линейный*)

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 3\sigma_{окт} = \mathrm{const};$$

второй инвариант (*квадратичный*)

$$I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1;$$

третий инвариант (*кубический*)

$$I_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3.$$

Перечисленные инварианты называют *базисными*. Они часто используются в экспериментальных и теоретических исследованиях.

В плоскостях, разделяющих углы между главными направлениями пополам, действуют касательные напряжения

$$\tau_{12} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2; \quad \tau_{23} = (\sigma_2 - \sigma_3)/2; \quad \tau_{31} = (\sigma_3 - \sigma_1)/2. \qquad (1.10)$$

Как видно, τ_{31} будет максимальным, а одно из двух других — минимальным. Такие напряжения называются *экстремальными касательными напряжениями*. Нормальные напряжения на таких площадках соответственно будут иметь вид:

$$(\sigma_1 + \sigma_2)/2; \quad (\sigma_2 + \sigma_3)/2; \quad (\sigma_3 + \sigma_1)/2.$$

Кроме главных площадок в точке тела известный интерес представляют и *октаэдрические площадки*, имеющие одинаковый наклон ко всем трем главным осям. Через каждую точку может быть проведено четыре такие площадки. Все другие плоскости, проведенные параллельно указанным четырем площадкам, также являются октаэдрическими, но они уже не будут проходить через данную точку. Название октаэдрических они получили по той причине, что если на трех главных осях от начала координат отложить одинаковые отрезки в положительном и отрицательном направлениях, а затем концы отрезков соединить прямыми, то получится многогранник, называемый октаэдром, так как он будет иметь восемь граней.

Напряжения $\sigma_{окт}$ и $\tau_{окт}$, действующие на октаэдрических площадках, называются *октаэдрическими* и широко используются в дальнейшем, например, в теории пластичности и др. Эти напряжения нетрудно представить на основании приведенных выше зависимостей.

Для октаэдрической площадки

$$l = m = n = 1/\sqrt{3}.$$

По формулам (1.2) имеем:

$$P_{\nu 1} = \sigma_1/\sqrt{3}; \; P_{\nu 2} = \sigma_2/\sqrt{3}; \; P_{\nu 3} = \sigma_3/\sqrt{3}.$$

Полное напряжение $P_{окт}$ находим по (1.3):

$$P_{окт} = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}. \quad (1.11)$$

Далее по (1.4) и (1.5) соответственно найдем:

$$\sigma_{окт} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_{ср}; \quad (1.12)$$

$$\tau_{окт} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (1.13)$$

Зависимости (1.12) и (1.13) можно представить в произвольных осях:

$$\sigma_{окт} = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \sigma_{ср}; \quad (1.14)$$

$$\tau_{окт} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}. \quad (1.15)$$

Имеются и другие формы записи:

$$\sigma_{окт} = \frac{1}{3} I_1; \quad (1.16)$$

$$\tau_{окт} = \frac{2}{3}\sqrt{\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2} = \frac{2}{9}(I_1^2 - 3I_2). \quad (1.17)$$

В теории упругости и пластичности используется еще одно понятие, называемое *интенсивностью напряжений* σ_i, или *обобщенным (приведенным) напряжением*:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (1.18)$$

В случае линейного напряженного состояния, когда $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, из (1.18) имеем $\sigma_i = \sigma_1$. Из сравнения (1.18) и (1.13) видно, что

$$\tau_{окт} = (\sqrt{2}/3)\,\sigma_i. \quad (1.19)$$

Тензор напряжений можно разложить на два следующих тензора:

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_{ср} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{ср} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{ср} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_{ср} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_{ср} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_{ср} \end{vmatrix}. \quad (1.20)$$

Первый *тензор* в правой части (1.20) называется *шаровым*, а второй — *девиатором*.

Если элемент объема тела бесконечно малых размеров в виде куба или параллелепипеда находится в напряженном состоянии, описываемом шаровым тензором, то при таком напряженном состоянии (всестороннее растяжение или сжатие) форма данного элемента тела измениться не может. Увеличится или уменьшится только объем. Следовательно, шаровой тензор напряжений вызывает только изменение объема элемента тела в окрестности рассматриваемой точки.

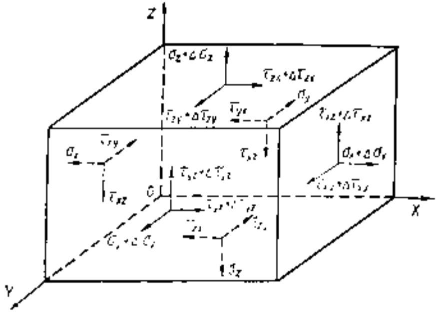


Рис. 1.2. Компоненты напряженного состояния в элементарном параллелепипеде

Девиатор напряжений вызывает только изменение формы элемента, поскольку в общем случае деформации элемента тела изменяются его объем и форма.

В заключение рассмотрим еще дифференциальные уравнения равновесия (Коши — Навье) для случая неподвижного тела и в предположении, что объемные силы отсутствуют, поскольку в большинстве случаев их не учитывают.

Выделим из тела мысленно параллелепипед с бесконечно малыми размерами dx, dy, dz и покажем на его гранях действующие напряжения с учетом их изменения на противоположных гранях в связи с изменением соответствующей координаты (рис. 1.2). Например, на площадке, перпендикулярной к оси X, слева действует нормальное напряжение σ_x. Очевидно,

$$\sigma_x = f(x, y, z).$$

Тогда это напряжение на правой площадке, для которой координата x получила приращение dx, имеет вид:

$$\sigma_x + d\sigma_x = f(x + dx,\ y,\ z).$$

Поскольку

$$f(x + dx,\ y,\ z) = f(x,\ y,\ z) + \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{dx^2}{2!} + \ldots,$$

то

$$\sigma_x + d\sigma_x = \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} \frac{dx^2}{2!} + \ldots$$

Пренебрегая бесконечно малыми высших порядков, получим для линейной теории упругости

$$\sigma_x + d\sigma_x = \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx.$$

Поскольку все тело под действием сил находится в равновесии, каждый его элемент будет также в равновесии. Поэтому для выделенного элемента можно составить следующие условия равновесия: 1) $\sum X = 0$; 2) $\sum Y = 0$; 3) $\sum Z = 0$; 4) $\sum M_x = 0$; 5) $\sum M_y = 0$; 6) $\sum M_z = 0$.

Для первого условия равновесия

$$\sum X = -\sigma_x dydz + \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx\right) dydz - \tau_{yx} dxdz +$$
$$+ \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy\right) dxdz - \tau_{zx} dxdy + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz\right) dxdy = 0. \quad (1.21)$$

После преобразований получим

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0. \quad (1.22)$$

Индексы у касательных напряжений можно поменять местами в силу закона парности, и тогда в (1.22) будут записаны напряжения из первой строки тензора напряжений:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0. \quad (1.23)$$

Аналогично, записывая второе и третье условия равновесия, получим еще два уравнения. В конечном итоге всех уравнений будет три:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0; \\ &\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0; \\ &\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0. \end{aligned} \quad (1.24)$$

Из условий $\sum M_x = 0$, $\sum M_y = 0$, $\sum M_z = 0$, получим упоминающийся выше закон парности касательных напряжений:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \ \tau_{yz} = \tau_{zy}, \ \tau_{zx} = \tau_{xz}. \quad (1.25)$$

1.3. ТЕОРИЯ ДЕФОРМАЦИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Всякая деформация тела в общем связана с изменением его формы и размеров без изменения массы. При деформации меняется взаимное положение отдельных точек тела. Линия, соединяющая две точки тела, называется *линейным элементом* данного направления.

Отношение изменения длины бесконечно малого линейного элемента к его первоначальной длине называется *относительной линейной деформацией* ε в точке по данному направлению.

Изменение прямого угла между двумя бесконечно малыми линейными элементами, выходящими из одной точки, называется *сдвигом* γ в этой точке в плоскости линейных элементов.

Изменение положения (координат) точки тела при деформации называется *перемещением*. Перемещение определяется вектором, проведенным из начального положения точки в конечное.

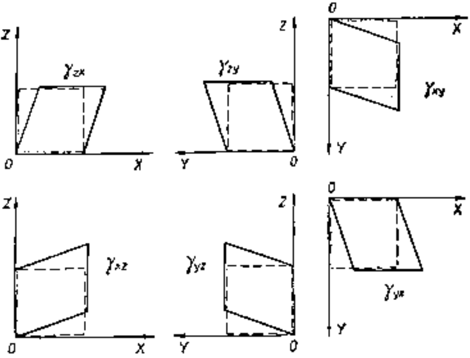


Рис. 1.3. Сдвиговые деформации в точке

Деформированным состоянием в точке тела называется совокупность деформаций всех линейных элементов, проходящих через данную точку. Деформированное состояние в точке полностью определяется относительными линейными деформациями трех взаимно перпендикулярных линейных элементов тела, проходящих через данную точку, и тремя углами сдвига этих линейных элементов в трех взаимно перпендикулярных плоскостях.

В произвольных осях линейные деформации обозначаются ε_x, ε_y, ε_z, а сдвиговые γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx}. Индексы возле линейных деформаций указывают, вдоль какой оси произошла деформация. Первый индекс возле сдвиговых деформаций показывает, к какой оси перпендикулярна плоскость, в которой произошел сдвиг, второй индекс — вдоль какой оси произошел сдвиг. Все возможные виды сдвиговых деформаций элемента тела приведены на рис. 1.3. Сдвиговые деформации с одинаковыми индексами, например γ_{xy} и γ_{yx}, равны между собой, так как деформированный элемент из положения γ_{xy} можно повернуть относительно начала координат в положение γ_{yx}, как жесткое целое без изменения его деформированного состояния (углы сдвига не меняются). То же самое относится и к деформациям сдвига в других плоскостях. Таким образом, $\gamma_{xy} = \gamma_{yx}$, $\gamma_{yz} = \gamma_{zy}$, $\gamma_{zx} = \gamma_{xz}$.

Запишем без вывода формулу для относительной линейной деформации по направлению нормали ν к произвольной площадке с направляющими косинусами l, m, n:

$$\varepsilon_\nu = \varepsilon_x l^2 + \varepsilon_y m^2 + \varepsilon_z n^2 + \gamma_{xy} lm + \gamma_{yz} mn + \gamma_{zx} nl. \qquad (1.20)$$

При сопоставлении этого выражения с выражением (1.4) для нормального напряжения на той же площадке видно их формальное сходство (подобие), если в выражении (1.4) заменить σ_x, σ_y, σ_z соответственно на ε_x, ε_y, ε_z, а τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{zx} — на $\gamma_{xy}/2$, $\gamma_{yz}/2$, $\gamma_{zx}/2$.

Углы сдвигов γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx} образуются при равноправном участии напряжений $\tau_{xy}=\tau_{yx}$, $\tau_{yz}=\tau_{zy}$, $\tau_{zx}=\tau_{xz}$, каждое из которых вошло в выражение (1.4), чем и объясняется то, что в аналогии (1.26) сдвиговые деформации записаны без множителя два. Следовательно, из зависимостей в теории напряжений формально можно получить аналогичные зависимости в теории деформаций. Тензор деформаций имеет вид

$$\varepsilon_{ij}=\begin{vmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{vmatrix}, \tag{1.27}$$

где ε_1, ε_2, ε_3 — главные линейные деформации вдоль главных осей 1, 2, 3.

Инварианты деформированного состояния:

$$\theta_1=\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3=3\varepsilon_{\text{ср}}=\text{const};$$

$$\theta_2=\varepsilon_x\varepsilon_y+\varepsilon_y\varepsilon_z+\varepsilon_z\varepsilon_x-\frac{1}{4}\gamma_{xy}^2-\frac{1}{4}\gamma_{zx}^2=\varepsilon_1\varepsilon_2+\varepsilon_2\varepsilon_3+\varepsilon_3\varepsilon_1;$$

$$\theta_3=\varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z+\frac{1}{4}\gamma_{xy}\gamma_{yz}\gamma_{zx}-\frac{1}{4}\varepsilon_x\gamma_{yz}^2-\frac{1}{4}\varepsilon_y\gamma_{zx}^2-\frac{1}{4}\gamma_{zx}^2=\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3.$$

Октаэдрические деформации:

$$\varepsilon_{\text{окт}}=\frac{1}{3}(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)=\varepsilon_{\text{ср}};$$

$$\gamma_{\text{окт}}=\frac{2}{3}\sqrt{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2+(\varepsilon_2-\varepsilon_3)^2+(\varepsilon_3-\varepsilon_1)^2}.$$

Вектор перемещения точки из одного положения в другое при деформации тела имеет проекции u, v, w соответственно на координатные оси X, Y, Z.

Между перемещениями вдоль координатных осей u, v, w и деформациями имеются следующие дифференциальные зависимости, называемые *геометрическими уравнениями* (Коши):

$$\varepsilon_x=\frac{\partial u}{\partial x};\ \varepsilon_y=\frac{\partial v}{\partial y};\ \varepsilon_z=\frac{\partial w}{\partial z};$$

$$\gamma_{xy}=\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x};\ \gamma_{yz}=\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y};\ \gamma_{zx}=\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}. \tag{1.28}$$

Деформируемое тело до приложения нагрузок является сплошным, неразрывным. Таким же оно должно остаться и после приложения нагрузок. Это означает, что бесконечно малые элементы тела должны быть так деформированы, чтобы из них можно было сложить деформированное тело без образования в нем разрывов. Иначе говоря, деформации элементов тела не могут быть произвольными, а должны быть как-то между собой согласованы. Эта согласованность определяется дифференциальными уравнениями неразрывности (совместности) деформаций (Сен-Венана). Приведем уравнения без вывода, который является достаточно сложным. Число таких уравнений равно шести, и они делятся на две группы: группа I — зависимости между составляющими деформации в одной плоскости и группа II — зависимости между составляющими деформации в разных плоскостях.

Итак, имеем:

группа I

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}; \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z}; \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x}; \end{aligned} \qquad (1.29)$$

группа II

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}\right) &= 2\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z}; \\ \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}\right) &= 2\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x}; \\ \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}\right) &= 2\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y}. \end{aligned}$$

Энергетический смысл уравнений неразрывности деформаций состоит в том, что если они выполняются, то в теле при данных нагрузках накапливается минимальное количество потенциальной энергии деформации.

Уравнения неразрывности необходимы и достаточны только для тел с односвязной областью, в пределах которой всякая замкнутая линия непрерывной деформацией может быть стянута в точку, не пересекая области тела. Для многосвязных областей эти уравнения только необходимы, но, как правило, недостаточны для сплошности тела, когда перемещения точек могут определяться неоднозначно. Примером многосвязной области является замкнутое кольцо (двухсвязная область).

1.4. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ЗАДАЧИ И ПУТИ ИХ РЕШЕНИЯ В ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Выше было показано, что в каждой точке нагруженного тела в общем случае имеется 15 неизвестных: шесть напряжений σ_x, σ_y, σ_z, $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$; шесть деформаций ε_x, ε_y, ε_z, $\gamma_{xy} = \gamma_{yx}$, $\gamma_{yz} = \gamma_{zy}$, $\gamma_{zx} = \gamma_{xz}$ и три перемещения u, v, w. Для решения этой задачи необходимо иметь 15 уравнений. Рассмотрим эти уравнения.

1. Статические, или равновесия (три уравнения):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \qquad (1.30)$$

2. Геометрические (шесть уравнений):

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x};\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x};$$
$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y};\ \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; \qquad (1.31)$$
$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z};\ \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z}.$$

3. Физические уравнения, или закон Гука (шесть уравнений):

$$\sigma_x = 2G\varepsilon_x + \lambda\theta;\ \tau_{xy} = G\gamma_{xy};$$
$$\sigma_y = 2G\varepsilon_y + \lambda\theta;\ \tau_{yz} = G\gamma_{yz}; \qquad (1.32)$$
$$\sigma_z = 2G\varepsilon_z + \lambda\theta;\ \tau_{zx} = G\gamma_{zx},$$

где $\lambda = 2\nu G/(1 - 2\nu)$ — постоянная Ляме;

$$\theta = 3\varepsilon_{ср} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z;$$
$G = E/[2(1 + \nu)]$ — модуль сдвига;
E — модуль упругости.

Поскольку статические и геометрические уравнения дифференциальные, то общий подход к их решению состоит в интегрировании этих уравнений. Принципиально можно найти бесчисленное множество решений, каждое из которых обратит в тождество все перечисленные уравнения. Однако каждое такое решение будет соответствовать каким-то своим статическим условиям на границе тела, а нам нужно иметь решение для рассматриваемых граничных условий задачи, т. е. входящие в решение произвольные постоянные (функции) должны быть найдены из заданных граничных условий:

$$P_{\nu x} = \sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n;$$
$$P_{\nu y} = \tau_{yx} l + \sigma_y m + \tau_{yz} n; \qquad (1.33)$$
$$P_{\nu z} = \tau_{zx} l + \tau_{zy} m + \sigma_z n.$$

При прямом решении задачи, когда используются все 15 уравнений, не нужны уравнения неразрывности деформаций:

$$\frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\gamma_{xy}}{\partial x\partial y};$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots \qquad (1.34)$$
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial\gamma_{yz}}{\partial x}\right) = 2\frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial y\partial z};$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

В теории упругости различают *прямую* и *обратную задачи*. *Прямой* называется задача, в которой заданы размеры и форма тела (уравнение поверхности, а следовательно, и функции l, m, n), материал тела (т. е. постоянные E, G и ν), объемные силы и граничные условия на всей поверхности тела. Требуется определить все напряжения, деформации и перемещения тела.

Обратной называется задача, в которой кроме размеров, формы тела и материала заданы для всего объема тела какие-то из 15 функций, характеризующие напряженно-деформированное состояние, или комбинации этих функций. Требуется определить остальные функции из пятнадцати, а также объемные и поверхностные силы, приложенные к телу. Обратная задача значительно менее интересна для инженера, чем прямая. Прямая задача существенно сложнее обратной.

Граничные условия в теории упругости могут быть *статические* (чаще всего), *кинематические* и *смешанные*.

Статические граничные условия имеют место в том случае, когда в каждой точке поверхности тела задана интенсивность поверхностной нагрузки, составляющие которой есть P_{vx}, P_{vy}, P_{vz}.

Кинематическими называются граничные условия, при которых в каждой точке поверхности тела заданы перемещения или температура.

Смешанными называются такие граничные условия, когда на части поверхности заданы поверхностные нагрузки, а на остальной части — перемещения или температура.

Прямая задача, по Н. И. Мусхелишвили, называется *первой основной задачей* теории упругости. Прямая задача при кинематических граничных условиях по той же терминологии называется *второй основной задачей* теории упругости. Прямая задача при смешанных граничных условиях называется *смешанной задачей* теории упругости.

Известны два пути решения (в напряжениях и в перемещениях) прямой задачи. Первый путь состоит в использовании разрешающей системы уравнений (три уравнения равновесия и шесть уравнений неразрывности). Уравнения неразрывности деформаций должны быть выражены через напряжения. При этом необходимо заменить в них деформации напряжениями, используя закон Гука. Приведем их без вывода для случая отсутствия или постоянства объемных сил (уравнения Бельтрами):

$$
\begin{aligned}
&(1+\nu)\,\Delta^2\sigma_x + \frac{\partial^2 I_1}{\partial x^2} = 0;\\
&(1+\nu)\,\Delta^2\sigma_y + \frac{\partial^2 I_1}{\partial y^2} = 0;\\
&(1+\nu)\,\Delta^2\sigma_z + \frac{\partial^2 I_1}{\partial z^2} = 0;\\
&(1+\nu)\,\Delta^2\tau_{xy} + \frac{\partial^2 I_1}{\partial x\partial y} = 0;\\
&(1+\nu)\,\Delta^2\tau_{yz} + \frac{\partial^2 I_1}{\partial y\partial z} = 0;\\
&(1+\nu)\,\Delta^2\tau_{zx} + \frac{\partial^2 I_1}{\partial z\partial x} = 0,
\end{aligned}
\qquad (1.55)
$$

где $I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$;

$$\Delta^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \text{— оператор Лапласа.}$$

Таким образом, необходимо проинтегрировать девять уравнений, а входящие в общие решения произвольные функции определить из граничных условий (1.33). После отыскания напряжений по закону Гука можно найти деформации. Чтобы отыскать перемещения, необходимо проинтегрировать геометрические уравнения. Данная задача всегда может быть сведена к отысканию квадратур.

Второй путь решения прямой задачи состоит в том, что в качестве основных неизвестных функций принимаются три функции: u, v, w. При этом используются уравнения равновесия и граничные условия, выраженные в перемещениях:

1. Уравнения равновесия (Ляме) при отсутствии объемных сил и движения:

$$
\begin{aligned}
&(\lambda + G)\frac{\partial\theta}{\partial x} + G\Delta^2 u = 0;\\
&(\lambda + G)\frac{\partial\theta}{\partial y} + G\Delta^2 v = 0;\\
&(\lambda + G)\frac{\partial\theta}{\partial z} + G\Delta^2 w = 0.
\end{aligned}
\tag{1.36}
$$

2. Граничные условия:

$$
\begin{aligned}
P_{\nu x} &= \lambda\theta l + G\left(\frac{\partial u}{\partial x} l + \frac{\partial u}{\partial y} m + \frac{\partial u}{\partial z} n\right) + G\left(\frac{\partial u}{\partial x} l + \frac{\partial v}{\partial x} m + \frac{\partial w}{\partial x} n\right);\\
P_{\nu y} &= \lambda\theta m + G\left(\frac{\partial v}{\partial x} l + \frac{\partial v}{\partial y} m + \frac{\partial v}{\partial z} n\right) + G\left(\frac{\partial u}{\partial y} l + \frac{\partial v}{\partial y} m + \frac{\partial w}{\partial y} n\right);\\
P_{\nu z} &= \lambda\theta n + G\left(\frac{\partial w}{\partial x} l + \frac{\partial w}{\partial y} m + \frac{\partial w}{\partial z} n\right) + G\left(\frac{\partial u}{\partial z} l + \frac{\partial v}{\partial z} m + \frac{\partial w}{\partial z} n\right).
\end{aligned}
\tag{1.37}
$$

В первую очередь находят перемещения, поэтому нет необходимости в решении геометрических уравнений. Деформации легко найти дифференцированием перемещений, а напряжения по деформациям — согласно закону Гука. Поскольку деформации определяются дифференцированием функций перемещений, уравнения неразрывности удовлетворяются автоматически. Иначе говоря, они превращаются в тождества относительно перемещений, так как непрерывным функциям u, v, w соответствуют всегда совместные деформации.

Возможны смешанные схемы решения прямой задачи.

Основные затруднения при решении прямой задачи заключаются в точном удовлетворении решения граничным условиям. Этих трудностей нет при решении обратной задачи, так как оно связано только с дифференцированием функций. Например, задаются перемещениями как функциями координат и разыскивают из геометрических уравнений деформации, а затем, по закону Гука — напряжения. Далее по статическим условиям находят внешние нагрузки, которым соответствуют заданные перемещения.

Довольно просто можно показать [6], что перемещения и напряжения являются бигармоническими функциями, а объемное расширение θ — гармонической функцией. Эти свойства указанных параметров облегчают задачу их нахождения.

1.5. ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Под плоской понимается такая задача, когда на напряженно-деформированное состояние тела наложены два условия:

1) касательные напряжения (а значит, и сдвиговые деформации согласно закону Гука) в плоскости, перпендикулярной к одной из осей (например, к оси Z), равны нулю ($\tau_{xz} = \tau_{yz} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$). Тогда, по закону парности касательных напряжений и деформаций, $\tau_{zx} = \tau_{zy} = \gamma_{zx} = \gamma_{zy} = 0$;

2) остальные компоненты напряжений и деформаций являются функциями только двух координат x и y (поэтому и задача называется плоской).

Следовательно, для плоской задачи тензоры напряжений и деформаций имеют вид:

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_x(x, y) & \tau_{xy}(x, y) & 0 \\ \tau_{yx}(x, y) & \sigma_y(x, y) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z(x, y) \end{vmatrix}; \qquad (1.38)$$

$$\varepsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \varepsilon_x(x, y) & \frac{1}{2}\gamma_{xy}(x, y) & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx}(x, y) & \varepsilon_y(x, y) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z(x, y) \end{vmatrix}. \qquad (1.39)$$

В зависимости от некоторых дополнительных условий плоская задача распадается на две разновидности: *плоское напряженное состояние*, когда $\sigma_z = 0$, и *плоское деформированное состояние*, когда $w = 0$. Значит, для плоского напряженного состояния

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}; \qquad (1.40)$$

$$\varepsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{vmatrix}, \qquad (1.41)$$

а для плоского деформированного состояния

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{vmatrix}; \qquad (1.42)$$

$$\varepsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \qquad (1.43)$$

Проанализируем перемещения u, v, w в общем случае плоской задачи. Шесть уравнений неразрывности деформаций сводятся к следующим четырем:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}; \qquad (1.44)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} = 0. \qquad (1.45)$$

Остальные два уравнения удовлетворяются тождественно. Из (1.45) следует, что ε_z может быть только линейной функцией x и y:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = Ax + By + C, \qquad (1.46)$$

где A, B и C — постоянные. Отсюда перемещение w по оси Z

$$w = (Ax + By + C) z + f(x, y), \qquad (1.47)$$

где $f(x, y)$ — произвольная функция. Согласно данному выше определению плоской задачи,

$$\gamma_{xz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) = 0; \; \gamma_{yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) = 0 \qquad (1.48)$$

Это означает, что компоненты перемещений u и v должны представляться в виде:

$$u = -A\frac{z^2}{2} - f'_x(x, y) z + \omega_1(x, y);$$

$$v = -B\frac{z^2}{2} - f'_y(x, y) z + \omega_2(x, y), \qquad (1.49)$$

где $\omega_1(x, y)$ и $\omega_2(x, y)$ — произвольные функции.

Далее, так как

$$\varepsilon_x(x, y) = \frac{\partial u}{\partial x}; \; \varepsilon_y(x, y) = \frac{\partial v}{\partial y}; \; \gamma_{xy}(x, y) = \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right), \qquad (1.50)$$

то с учетом (1.49) получим:

$$\varepsilon_x(x, y) = \frac{\partial \omega_1}{\partial x} - f''_{xx}(x, y) z;$$

$$\varepsilon_y(x, y) = \frac{\partial \omega_2}{\partial y} - f''_{yy}(x, y) z;$$

$$\gamma_{xy}(x, y) = \left(\frac{\partial \omega_1}{\partial y} + \frac{\partial \omega_2}{\partial x}\right) - f''_{xy}(x, y) z. \qquad (1.51)$$

Поскольку левые части (1.51) — функции только x и y, то

$$f''_{xx} = f''_{yy} = f''_{xy} = 0. \qquad (1.52)$$

Таким образом, произвольная функция $f(x, y)$ в (1.47) должна быть линейной функцией x и y:

$$f(x, y) = ax + bx + c, \qquad (1.53)$$

где a, b, c — постоянные. Легко убедиться дифференцированием, что $f(x, y)$ соответствует перемещениям тела как жесткого целого и на деформации не влияет. Поэтому ее можно принять равной нулю.

Окончательно для плоской задачи будем иметь:

$$
\begin{aligned}
u &= -A\frac{z^2}{2} + \omega_1(x, y);\\
v &= -B\frac{z^2}{2} + \omega_2(x, y);\\
w &= (Ax + By + C)z.
\end{aligned}
\tag{1.54}
$$

Функции $\omega_1(x, y)$ и $\omega_2(x, y)$ представляют собой перемещения u и v в плоскости $z = 0$. Это видно из (1.54).

Проведенный анализ показывает, что для плоского деформированного состояния, когда $w = 0$, имеем $A = B = C = 0$, и, значит, $u = \omega_1(x, y)$ и $v = \omega_2(x, y)$, а также $\varepsilon_x = \partial u/\partial x$, $\varepsilon_y = \partial v/\partial y$, $\gamma_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$ и соответствующие им напряжения σ_x, σ_y, $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$ будут функциями координат x и y. Иначе говоря, для плоского деформированного состояния указанные в самом начале параграфа условия выполняются точно. В то же время для плоского напряженного состояния они не выполняются. Однако для очень тонких пластин с практически приемлемой точностью их можно принять.

Если пластина нагружена по контуру силами с неравномерным распределением их по толщине, то эти силы можно усреднить, и тогда в пластинке будет плоское обобщенное напряженное состояние. Все уравнения и зависимости для плоского напряженного состояния в этом случае остаются в силе.

Количество основных уравнений теории упругости в плоской задаче существенно уменьшается. Запишем их для случая отсутствия объемных сил.

Уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0; \ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0. \tag{1.55}$$

Эти уравнения одинаковы для плоского напряженного и для плоского деформированного состояний, так как в последнем случае третье уравнение вырождается в равенство $0 = 0$ вследствие независимости σ_z от z.

Геометрические уравнения:

Для плоского напряженного состояния из шести уравнений Коши сохраняем только четыре:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \ \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \ \gamma_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right), \tag{1.56}$$

а остальные два γ_{yz} и γ_{zx} не рассматриваем ввиду малости этих деформаций, что было принято условиями плоской задачи;

для плоского деформированного состояния строго сохраняются только три уравнения:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x};\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y};\ \gamma_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right). \tag{1.57}$$

Три других уравнения в связи с тождественным равенством нулю w и независимостью u и v от z обращаются в тождества $0 = 0$.

Физические уравнения:

для плоского напряженного состояния $\sigma_z = 0$ и тогда

$$\begin{gathered}\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y);\ \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x);\\ \varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y);\ \gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy};\\ \gamma_{yz} = 0;\ \gamma_{zx} = 0;\end{gathered} \tag{1.58}$$

при плоской деформации $w = 0$ и поэтому

$$\begin{gathered}\varepsilon_x = \frac{1}{E}[(1-\nu^2)\sigma_x - \nu(1+\nu)\sigma_y];\\ \varepsilon_y = \frac{1}{E}[(1-\nu^2)\sigma_y - \nu(1+\nu)\sigma_x];\\ \varepsilon_z = 0;\ \gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy};\\ \gamma_{yz} = 0;\ \gamma_{zx} = 0.\end{gathered} \tag{1.59}$$

Уравнения неразрывности деформаций:

для плоского напряженного состояния из шести уравнений в общем случае сохранятся только четыре:

$$\frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\gamma_{xy}}{\partial x\partial y};\quad \frac{\partial^2\varepsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2\varepsilon_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\varepsilon_z}{\partial x\partial y} = 0; \tag{1.60}$$

для плоской деформации из шести уравнений остается только одно:

$$\frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\gamma_{xy}}{\partial x\partial y}. \tag{1.61}$$

Граничные условия:

$$\begin{gathered}P_{\nu x} = \sigma_x l + \tau_{xy} m;\\ P_{\nu y} = \tau_{yx} l + \sigma_y m.\end{gathered} \tag{1.62}$$

Для третьего слагаемого в третьем уравнении в общем случае $n = 0$ к элементу боковой поверхности пластины, а для остальных слагаемых во всех уравнениях касательные напряжения равны нулю.

1.6. РЕШЕНИЕ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ В НАПРЯЖЕНИЯХ ПРИ ПОМОЩИ ФУНКЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ ЭРИ

Запишем уравнения равновесия для случая отсутствия объемных сил:

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} = 0; \tag{1.63}$$

$$\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_y}{\partial y} = 0. \tag{1.64}$$

Перепишем эти уравнения в другом виде:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = -\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}; \tag{1.65}$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = -\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x}. \tag{1.66}$$

Уравнение (1.65) можно удовлетворить, если введем функцию $F_1(x, y)$. При этом

$$\sigma_x = \frac{\partial F_1}{\partial y}; \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial F_1}{\partial x}. \tag{1.67}$$

Аналогично уравнение (1.66) можно удовлетворить, если ввести функцию $F_2(x, y)$ так, чтобы

$$\sigma_y = \frac{\partial F_2}{\partial x}; \quad \tau_{yx} = -\frac{\partial F_2}{\partial y}. \tag{1.68}$$

По закону парности касательных напряжений

$$\frac{\partial F_1}{\partial x} = \frac{\partial F_2}{\partial y}. \tag{1.69}$$

С этим равенством поступаем подобным образом. Его можно удовлетворить, если ввести еще одну функцию U (функция напряжений Эри) так, чтобы

$$F_1 = \frac{\partial U}{\partial y}; \quad F_2 = \frac{\partial U}{\partial x}. \tag{1.70}$$

Теперь, подставляя (1.70) в (1.67) и (1.68), получим:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}. \tag{1.71}$$

Итак, задача свелась к отысканию функции напряжений U. Формулы (1.71) являются следствием только универсальности уравнений равновесия. Поэтому они верны в случае плоских задач в сплошных средах с произвольными (упругими, пластическими и др.) свойствами. Вспомним, что U должна еще удовлетворять уравнению неразрывности, выраженному в данном случае через напряжения. Его можно получить, если в уравнение

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \tag{1.72}$$

подставить деформации по закону Гука:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y); \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x);$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy}. \tag{1.73}$$

Тогда будем иметь

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}(\sigma_x - \nu\sigma_y) + \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sigma_y - \nu\sigma_x) = 2(1+\nu)\frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} \tag{1.74}$$

Далее уравнения равновесия (1.63) продифференцируем по x, а (1.64) — по y и сложим. Отсюда найдем

$$2\frac{\partial^2\tau_{xy}}{\partial x\partial y} = -\frac{\partial^2\sigma_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\sigma_y}{\partial y^2}. \tag{1.75}$$

Подставляя (1.75) в (1.74), получим

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(\sigma_x + \sigma_y) = 0. \tag{1.76}$$

Если учесть выражение напряжений σ_x и σ_y через функцию U согласно (1.71), то в конечном итоге будем иметь следующее бигармоническое уравнение:

$$\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 U}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0. \tag{1.77}$$

В более коротком виде

$$\Delta^4 U = 0, \tag{1.78}$$

где под операцией Δ^4 понимается следующая:

$$\Delta^4 U = \Delta^2\Delta^2 U = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)U\right].$$

Таким образом, решение плоской задачи сводится к решению бигармонического уравнения (1.77), удовлетворяющего граничным условиям. Уравнения равновесия и неразрывности будут удовлетворяться автоматически, так как бигармоническое уравнение из них получено.

В ряде случаев решают подобные задачи, задавая U в виде целых полиномов, коэффициенты которых находят из граничных условий. Обычно это можно осуществить достаточно успешно для тел в виде прямоугольных пластин с несложной по характеру нагрузкой. Примеры таких решений можно найти в литературе по теории упругости. Для областей, отличных от прямоугольных, возникают чрезвычайно большие, практически непреодолимые математические трудности.

Можно показать, что функция Эри U однозначна, если тело является односвязным и система внешних поверхностных сил статически эквивалентна нулю. Для многосвязных тел однозначность U будет при соответствующем обходе один раз всех контуров и не обязательна при обходе отдельных контуров.

1.7. РЕШЕНИЕ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ ПРИ ПОМОЩИ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

От обычных переменных x и y перейдем к комплексным переменным $z = x + iy$ и $\bar{z} = x - iy$. Тогда бигармоническое уравнение преобразуется к виду

$$\Delta^4 U = 16\frac{\partial^4 U}{\partial z^2\partial \bar{z}^2} = 0. \tag{1.79}$$

Общее решение такого уравнения можно представить формулой

$$2U(z, \bar{z}) = \bar{z}\varphi_1(z) + z\varphi_2(\bar{z}) + \chi_1(z) + \chi_2(\bar{z}). \tag{1.80}$$

Для класса вещественных функций необходимо положить, что

$$\varphi_2(\bar{z}) = \overline{\varphi_1(z)};\ \chi_2(\bar{z}) = \overline{\chi_1(z)},$$

где $\overline{\varphi_1(z)}$ и $\overline{\chi_1(z)}$ — функции, сопряженные с $\varphi_1(z)$ и $\chi_1(z)$, т. е. получающиеся из них путем замены z на $\bar{z}$ и всех входящих в них постоянных комплексных коэффициентов на сопряженные с ними величины.

Индекс 1 можно опустить и записать вещественное решение бигармонического уравнения в форме Гурса:

$$2U(x, y) = \bar{z}\varphi(z) + z\overline{\varphi(z)} + \chi(z) + \overline{\chi(z)}. \tag{1.81}$$

Непосредственное физическое значение имеют выражения для частных производных U:

$$2\frac{\partial U}{\partial x} = \varphi(z) + \bar{z}\varphi'(z) + \overline{\varphi(z)} + z\overline{\varphi'(z)} + \chi(z) + \overline{\chi'(z)};$$

$$2\frac{\partial U}{\partial y} = i[-\varphi(z) + z\varphi'(z) + \overline{\varphi(z)} - z\overline{\varphi'(z)} + \chi'(z) - \chi'(z), \tag{1.82}$$

а также их комбинация

$$f(x, y) = \frac{\partial U}{\partial x} + i\frac{\partial U}{\partial y} = \varphi(z) + z\overline{\varphi'(z)} + \overline{\psi(z)}. \tag{1.83}$$

Следовательно, проблема отыскания U сводится к определению двух функций комплексного переменного $\varphi(z)$ и $\psi(z)$, регулярных в области, занятой телом, и удовлетворяющих определенным граничным условиям. Для этого необходимо решать соответствующие краевые задачи. С методами решения таких задач можно подробно познакомиться в литературе [9].

Для компонентов напряжений и перемещений известны следующие представления, установленные Г. В. Колосовым:

$$\begin{gathered}\sigma_x + \sigma_y = 2[\varphi'(z) + \overline{\varphi'(z)}];\\ \sigma_y - \sigma_x + i\,2\tau_{xy} = 2(\bar{z}\varphi''(z) + \psi'(z));\\ 2G(u + iv) = \varkappa\varphi(z) - z\overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)};\end{gathered} \tag{1.84}$$

для плоского напряженного состояния $\varkappa = \frac{3-\nu}{1+\nu}$;

для плоского деформированного состояния $\varkappa = 3 - 4\nu$.

В заключение рассмотрим выражения функций $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ для нескольких простых классических задач, которые, как будет показано ниже, могут быть использованы для решения сварочных задач о напряженно-деформированном состоянии:

1. Задача о напряженно-деформированном состоянии в бесконечной пластине с круговым отверстием радиуса R, к контуру которого приложено равномерное давление p (начало координат в центре отверстия):

$$\varphi(z) = 0;\ \ \psi(z) = -(pR^2)/z. \tag{1.85}$$

Если к контуру отверстия будет приложено не давление, а растягивающая нагрузка, то в выражении для $\psi(z)$ необходимо взять знак плюс.

2. Задача о напряженно-деформированном состоянии в круговом диске радиуса R, по контуру которого приложено нормальное давление p (начало координат в центре диска):

$$\varphi(z) = -(pz)/2; \quad \psi(z) = 0. \tag{1.86}$$

3. Задача о напряженно-деформированном состоянии в круговом кольце с внутренним радиусом R_1, внешним радиусом R_2 и давлениями на внутреннем и внешнем контурах соответственно p_1 и p_2 (начало координат в центре кольца):

$$\varphi(z) = -\frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{2(R_2^2 - R_1^2)} z;$$

$$\psi(z) = \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \frac{1}{z}, \tag{1.87}$$

4. Задача о напряженно-деформированном состоянии в бесконечной пластине с круговым отверстием радиуса R при всестороннем растяжении на бесконечности напряжениями p (начало координат в центре отверстия):

$$\varphi(z) = (pz)/2; \quad \psi(z) = -(pR^2)/z. \tag{1.88}$$

5. Задача о напряженно-деформированном состоянии в бесконечной пластине с круговым отверстием радиуса R при одностороннем (вдоль оси X) растяжении на бесконечности напряжениями P (начало координат в центре отверстия):

$$\varphi(z) = \frac{p}{4}\left(z + \frac{2R^2}{z}\right); \quad \psi(z) = -\frac{p}{2}\left(z + \frac{R^2}{z} - \frac{R^4}{z^3}\right). \tag{1.89}$$

Для областей, ограниченных контуром, отличающимся от кругового, целесообразно воспользоваться конформным отображением данной области на внешность или внутренность единичной окружности $\zeta = 1$ другой плоскости комплексной переменной $\zeta = \xi + i\eta$ и получить решение с помощью этой переменной. Такой прием существенно упрощает решение. Для этого необходимо знать отображающую функцию

$$z = \omega(\zeta). \tag{1.90}$$

Для многих кривых отображающая функция известна, а если нет, то ее необходимо получить согласно [8, 9].

Если с декартовой системой координат $\xi O \eta$ совместить полярную систему (ρ, θ), то формулы для компонентов напряжений и вектора перемещений будут иметь вид:

$$\sigma_\rho + \sigma_\theta = 2[\varphi'(\zeta) + \overline{\varphi'(\zeta)}];$$

$$\sigma_\theta - \sigma_\rho + i\,2\tau_{\rho\theta} = \frac{2\zeta^2}{\rho^2\,\overline{\omega'(\zeta)}}[\overline{\omega(\zeta)}\,\varphi''(\zeta) + \omega'(\zeta)\,\psi'(\zeta)];$$

$$2G(u_\rho + iu_\theta) = \frac{\bar{\zeta}}{\rho}\frac{\overline{\omega'(\zeta)}}{|\omega'(\zeta)|}\left[\varkappa\varphi(\zeta) - \frac{\omega(\zeta)}{\overline{\omega'(\zeta)}}\overline{\varphi'(\zeta)} - \overline{\psi(\zeta)}\right].$$

Приведем выражения для $\varphi(\zeta)$ и $\psi(\zeta)$ в случае областей, ограниченных эллиптическим контуром (начало координат совпадает с центром эллипса):

1. Бесконечная плоскость с эллиптическим отверстием с полуосями a и b растягивается на бесконечности напряжениями p под углом α к оси ξ:

$$\varphi(\zeta) = \frac{pR}{4}\left(\zeta + \frac{2e^{i2\alpha} - m}{\zeta}\right);$$

$$\psi(\zeta) = -\frac{pR}{2}\left[e^{-i2\alpha}\zeta + \frac{e^{i2\alpha}}{m\zeta} - \frac{(1+m^2)(e^{i2\alpha} - m)\zeta}{m(\zeta^2 - m)}\right]. \qquad (1.91)$$

В данном случае отображающая функция $z = \omega(\zeta)$ имеет вид

$$Z = \omega(\zeta) = R(\zeta + m/\zeta), \; R > 0, \; 0 \leqslant m \leqslant 1;$$
$$a = R(1+m); \; b = R(1-m); \; R = (a+b)/2. \qquad (1.92)$$

Если $m = 0$, то эллипс обращается в окружность радиуса R, а если $m = 1$ — отрезок оси x длины $4R$ между точками $x = \pm 2R$ и плоскость с эллиптическим отверстием превращается в плоскость с прямолинейным разрезом.

2. Бесконечная плоскость с эллиптическим отверстием в случае всестороннего растяжения напряжениями p на бесконечности:

$$\varphi(\zeta) = \frac{pR}{2}\left(\zeta - \frac{m}{\zeta}\right);$$

$$\psi(\zeta) = -\frac{pR\zeta(1+m^2)}{\zeta^2 - m}. \qquad (1.93)$$

3. Бесконечная плоскость с эллиптическим отверстием, по контуру которого приложено равномерное давление p:

$$\varphi(\zeta) = -\frac{pRm}{\zeta}; \quad \psi(\zeta) = -\frac{pR}{\zeta} - \frac{pRm(1+m\zeta^2)}{\zeta(\zeta^2 - m)}. \qquad (1.94)$$

Для некоторых других задач вид функций $\varphi(\zeta)$ и $\psi(\zeta)$ можно найти в работе [9].

1.8. СЕМЕЙСТВА ЛИНИЙ В ПЛОСКОЙ ЗАДАЧЕ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ

В некоторых экспериментальных методах исследования напряжений и деформаций используют определенные свойства ряда семейств линий. Эти линии являются геометрическими местами точек с одинаковыми значениями различных параметров, определяющих поле напряжений и деформаций.

Изобары — линии одинаковых значений главных нормальных напряжений σ_1 и σ_2. Имеется два семейства изобар, соответствующих каждому из главных напряжений.

Изотены — линии одинаковых значений главных линейных деформаций ε_1 и ε_2 (два семейства).

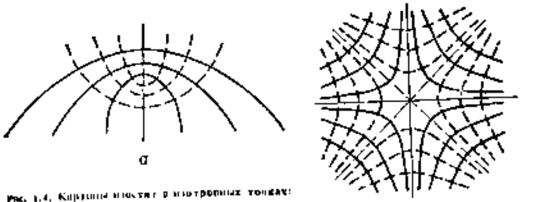


Рис. 1.4. Картины изостат в изотропных точках: а — замкнутого типа, б — асимптотического типа

Изопахи — линии одинаковых значений суммы главных или произвольных нормальных напряжений ($\sigma_1 + \sigma_2$).

Изохромы — линии одинаковых значений наибольших касательных напряжений или разности главных нормальных напряжений ($\sigma_1 - \sigma_2$).

Изоклины — линии одинаковых направлений главных нормальных напряжений.

Изостаты или *траектории главных нормальных напряжений* — линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением в данной точке одного из главных нормальных напряжений σ_1 или σ_2 в данной точке. Очевидно, что семейство траекторий для σ_1 и σ_2 является семейством ортогональных линий.

Траектории наибольших касательных напряжений — линии, касательные к которым дают направления наибольших касательных напряжений в точках касания.

Изотропные точки (иногда их называют сингулярными, или особыми) — точки, в которых оба главных нормальных напряжения равны по величине и знаку. В изотропной точке все направления главные. Поэтому в ней пересекаются изоклины различных параметров. Если изотропная точка расположена не на контуре, то около нее могут быть картины изостат двух типов: замкнутого и асимптотического (рис. 1.4). Соответственно изотропные точки называются *замкнутого* и *асимптотического типа*.

Изоэнтаты — линии, соединяющие концы трещин в хрупком покрытии, нанесенном на изделие и растрескавшемся под действием напряжений.

Отметим некоторые свойства перечисленных выше линий и их семейств.

Изоклина параметра θ (угол против часовой стрелки от положительного направления оси X) совпадает с изоклиной параметра $\theta \pm \pi/2$. На контуре, где нет касательных напряжений, параметр изоклины совпадает с углом наклона контура в рассматриваемой точке.

Прямолинейный контур, свободный от касательных напряжений, совпадает с изоклиной. Ось симметрии по нагрузкам является одновременно изостатой и изоклиной.

Вдоль свободного контура всегда располагается одна из изостат. На свободном контуре картина изохром дает непосредственную величину главного напряжения, и здесь же изопахи, изохромы и изобары совпадают.

По специальным методикам по картинам изопах и изохром могут быть построены изобары, а по картине изоклин—траектории главных напряжений.

Глава 2

ОБРАЗОВАНИЕ И РАСЧЕТ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СИММЕТРИЧНЫХ ОДНОМЕРНЫХ ЗАДАЧАХ

2.1. МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АНАЛИЗА РАЗВИТИЯ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ В МОДЕЛЯХ СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Принципиальные и наиболее важные в качественном отношении особенности развития сложных деформационно-силовых процессов при сварке можно рассмотреть применительно к малоуглеродистым и низколегированным сталям при следующих упрощающих предположениях:

1) в сварном соединении имеет место линейное напряженное состояние с равномерным распределением по поперечному сечению деформаций и напряжений обоих знаков;

2) полные продольные деформации в соединении подчиняются гипотезе плоских сечений;

3) зависимость предела текучести от температуры соответствует схематизированной диаграмме (рис. 2.1);

4) зависимость от температуры относительной упругой деформации на уровне предела текучести повторяет в соответствующем масштабе диаграмму $\sigma_т$ (T) (рис. 2.2);

5) коэффициент температурного расширения материала не зависит от температуры;

6) диаграмма растяжения материала соответствует идеальному упругопластическому телу (рис. 2.3);

7) сварной шов заварен одновременно по всей длине соединения;

8) начальная температура сварного соединения — нулевая.

Сварное соединение с известной степенью условности можно разделить на три зоны (рис. 2.4): высоконагретую среднюю, включающую сварной шов и прилегающие участки основного металла, и две ненагретые крайние зоны. При этом будем считать, что при нагреве и ох-

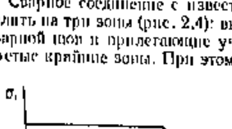


Рис. 2.1. Диаграмма $\sigma_т$ (T)

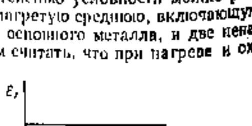


Рис. 2.2. Зависимость $\varepsilon_т$ (T)

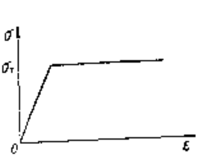


Рис. 2.3. Диаграмма растяжения для идеального упругопластичного тела

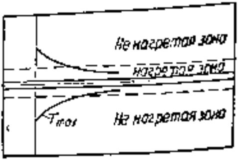


Рис. 2.4. Разделение сварного соединения на три зоны по степени нагрева

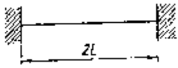


Рис. 2.5. Жесткозакрепленный стержень

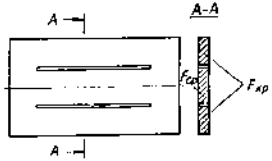


Рис. 2.6. Пластина с прорезями

лаждении средней зоны температура в ней распределена равномерно. Таким образом, средняя нагреваемая зона представляет собой своего рода стержень прямоугольного сечения, на деформации которого при его нагреве и охлаждении наложены определенные связи со стороны крайних ненагретых зон. Для приближенного качественного анализа деформационно-силовых процессов в нагреваемой средней зоне сварного соединения условно можно принять простейшую модель в виде прямолинейного стержня с жестко защемленными концами (рис. 2.5), подвергаемого равномерному нагреву и охлаждению.

После анализа деформаций (напряжений) в стержне целесообразно перейти к более сложной модели сварного соединения — пластине с прорезями (рис. 2.6). Средняя полоса пластины соответствует средней нагреваемой зоне сварного соединения, а крайние полосы пластины — крайним ненагретым зонам соединения. В пластине с прорезями нагреву и охлаждению подвергается средняя полоса, причем распределение температуры считается равномерным. Предполагается отсутствие передачи тепла из средней полосы в крайние как через концевые связи полос пластины, так и через прорези. Таким образом, в процессе нагрева и охлаждения средней полосы крайние полосы остаются ненагретыми. Свободное деформирование средней полосы при ее нагреве и охлаждении невозможно из-за наличия связей со стороны крайних полос. По этой причине в полосах пластины будут возникать временные напряжения и деформации, а также остаточные. Процесс развития деформаций и напряжений в пластине с прорезями при нагреве и охлаждении средней полосы в качественном отношении подобен такому же процессу в сварном соединении. В этом смысле пластина с прорезями и рассматривается как модель сварного соединения.

Как известно, полная линейная деформация $\varepsilon_{пол}$ в точке состоит из суммы деформаций температурной: ε_T, упругой $\varepsilon_{упр}$ и пластической $\varepsilon_{пл}$. Будем анализировать развитие полной деформации и всех ее составляющих в полосах пластины с прорезами, а также в стержне в продольном направлении. Анализ удобно проводить путем построения термомеханических диаграмм в координатах $\varepsilon - T$.

2.2. ДЕФОРМАЦИИ ПРИ НАГРЕВЕ И ОХЛАЖДЕНИИ СТЕРЖНЯ

Рассмотрим жесткозакрепленный стержень длиной l, который будем нагревать от нулевой температуры до какой-то конечной $T_к$, большей, чем температура перехода металла в пластическое состояние (для стали ~ 600 °С), с последующим охлаждением до нуля. Построим для такого стержня термомеханическую диаграмму в координатах $\varepsilon - T$ (рис. 2.7). Если бы стержень был свободен от закреплений, то при нагреве его на T градусов он получил бы приращение длины $\Delta l_t = \alpha l T$. Относительная температурная деформация стержня

$$\varepsilon_t = \Delta l_t / l = \alpha T.$$

На диаграмме ε_t представляется прямой линией. Стрелками показано изменение ε_t при нагреве и охлаждении. При наличии связей в виде жесткого защемления свободная температурная деформация удлинения Δl_t не может быть реализована и целиком превращается в упругую деформацию $\varepsilon_{упр} = -\alpha T$ сжатия, если $T \leqslant T_1$.

На диаграмме упругая деформация сжатия в стержне также представляется прямой линией, направленной вниз в область отрицательных деформаций. Углы наклона прямых для температурной и упругой деформаций к оси температур одинаковы. Прямая упругой деформации является зеркальным отображением прямой температурной деформации относительно горизонтальной оси температур. Если бы наложенные на стержень связи были не абсолютно жесткими, а обладали некоторой податливостью, то угол наклона прямой для упругой деформации был бы меньше и уменьшался бы с увеличением податливости. Упругая деформация сжатия в стержне будет увеличиваться по мере роста температуры до T_1, при которой она достигнет уровня $\varepsilon_т$. Поскольку для материала стержня принята модель идеального упругопластического тела, дальнейшее увеличение $\varepsilon_{упр}$ при росте T выше T_1 невозможно. Упругая деформация будет оставаться на уровне $-\varepsilon_т$ до температуры 500 °С. В интервале температур 500...600 °С деформация $\varepsilon_т$, как это видно из диаграммы (тонкая линия), уменьшается по линейному закону до нуля. Значит, упругая деформация сжатия в стержне в этом интервале температур будет изменяться по тому же закону. В точке $T = 600$ °С материал стержня

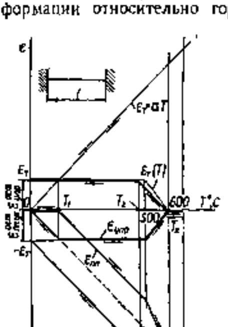


Рис. 2.7. Термомеханическая диаграмма для жесткозакрепленного стержня

теряет упругие свойства, в связи с чем в интервале температур 600...T_2 упругая деформация будет равна нулю на стадии нагрева (стрелка вправо) и на стадии охлаждения (стрелка влево). При охлаждении от 600 °С температурное укорочение, пропорциональное падению температуры, из-за наличия связей не может быть реализовано так же, как и аналогичное удлинение на стадии нагрева. Если падение температуры от 600 °С не превысит точку T_2, то вся температурная деформация укорочения превратится в упругую деформацию растяжения, которая будет возрастать по мере снижения температуры по прямой линии, параллельной начальному участку для $\varepsilon_{упр}$ в интервале от нуля до T_1. При T_2 упругая деформация растяжения в стержне достигает уровня $+\varepsilon_т$ и в процессе всего дальнейшего охлаждения от T_2 до нуля останется без изменений в силу тех же причин (модель идеального упругопластического тела), которые имели место при нагреве свыше T_1. Таким образом, после полного охлаждения будем иметь в стержне остаточные упругие деформации растяжения на уровне $\varepsilon_т$, а значит, и остаточные напряжения растяжения, равные пределу текучести материала $\sigma_т$. В любой момент цикла нагрева и охлаждения стержня напряжения в нем будут пропорциональны упругой деформации. Поэтому дополнительное построение диаграммы изменения напряжений не требуется.

Почему же в стержне появились остаточные напряжения? Для ответа достаточно проанализировать после полного охлаждения выражение для полной деформации в стержне

$$\varepsilon_{пол} = \varepsilon_t + \varepsilon_{упр} + \varepsilon_{пл}. \tag{2.1}$$

Поскольку стержень жестко закреплен, в любой момент нагрева и охлаждения, в том числе и в остаточном состоянии, $\varepsilon_{пол} = 0$. Для остаточного состояния $\varepsilon_t = \alpha T = 0$, так как $T = 0$. Из диаграммы $\varepsilon - T$ видно, что после охлаждения $\varepsilon_{упр}^{ост} = +\varepsilon_т$. Из (2.1) следует, что для остаточного состояния

$$\varepsilon_{пл}^{ост} = -\varepsilon_т. \tag{2.2}$$

Следовательно, остаточная упругая деформация в стержне появляется из-за образования в нем остаточной пластической (необратимой) деформации.

Появление в стержне остаточной пластической деформации за цикл его нагрева и охлаждения несложно уяснить, анализируя развитие в нем пластической деформации.

Прежде всего заметим, что анализируя ход построения $\varepsilon_{пл}(T)$, необходимо параллельно наблюдать за изменением $\varepsilon_{упр}(T)$. Во многих случаях это облегчает анализ.

В интервале от 0 до T_1 упругая деформация сжатия меньше $-\varepsilon_т$. Это означает, что в данном интервале пластическая деформация в стержне не протекает. Если бы стержень был свободен от связей, то повышение температуры в нем от T_1 на ΔT привело бы его к удлинению на $\Delta l = \alpha l \Delta T$. В закрепленном состоянии эта дефомация удлинения реализоваться не может. Куда она будет деваться? В упругую дефор-

2*

мацию превратиться она не может, так как упругая деформация сжатия уже достигла уровня предела текучести. Остается единственная возможность — превратиться ей в пластическую деформацию сжатия. Значит, в интервале температур на стадии нагрева от T_1 до 500 °С пластическая деформация сжатия в стержне будет представляться прямой, являющейся зеркальным отражением относительно оси температур прямой для ε_t, проведенной из точки T_1. В рассмотренном интервале температур пластическая деформация сжатия в стержне развивается только за счет действия одного фактора — роста температуры. В интервале температур от 500 до 600 °С вклад в пластическую деформацию сжатия в стержне вносит наряду с первым еще и второй фактор — релаксации упругой деформации (постепенное превращение упругой деформации в пластическую). На диаграмме видно, что при 500 °С $\varepsilon_{упр} = -\varepsilon_т$, а затем она линейно падает до нуля при 600 °С. Происходит процесс постепенного превращения упругой деформации сжатия в пластическую деформацию сжатия в условиях постоянства полной деформации. К моменту 600 °С вся упругая деформация сжатия превращается (релаксирует) в пластическую деформацию сжатия. В связи с этим линия для $\varepsilon_{пл}(T)$ на диаграмме начиная с момента T_1 получает излом вниз. Так процесс развития пластической деформации будет продолжаться до $T = 600$ °С. Свыше 600 °С снова действует только один фактор, а именно, рост температуры. Поэтому в интервале температур от 600 °С до $T_к$ пластическая деформация сжатия в стержне будет возрастать по прямой, параллельной аналогичной прямой в интервале T_1...500 °С.

На стадии охлаждения в интервале от $T_к$ до 600 °С (пока материал стержня не обладает упругими свойствами и стержень закреплен) всякое понижение температуры будет приводить к образованию в стержне пластической деформации, но уже не сжатия, а удлинения. Ход линии $\varepsilon_{пл}$ в этом интервале при охлаждении будет совпадать с ходом той же линии на стадии нагрева. При дальнейшем охлаждении от 600 °С до T_2 упругая деформация растяжения меньше уровня $+\varepsilon_т(T)$. Значит, в данном интервале пластическая деформация в стержне не протекает (горизонтальная прямая на диаграмме) и остается на том же уровне, что и при 600 °С. Начиная с T_2 и до 0 в стержне развивается пластическая деформация удлинения (за счет понижения температуры при постоянстве $\varepsilon_{упр} = +\varepsilon_т$), которая компенсирует имеющееся пластическое сжатие (подъем линии $\varepsilon_{пл}(T)$ на диаграмме). После полного охлаждения $\varepsilon_{пл} = -\varepsilon_т$. Как видим, полной компенсации пластического сжатия, достигнутого на стадии нагрева, не произошло. На диаграмме видно, что пластическое сжатие (укорочение) на стадии нагрева, которое обусловлено действием первого фактора (ростом температуры), полностью компенсируется пластическим удлинением на стадии охлаждения, которое обусловлено действием того же температурного фактора. Иначе говоря, суммарная пластическая деформация в теле, протекающая за счет изменения температуры при нагреве и охлаждении тела в интервалах температур, когда сохраняется неизменным напряженное состояние (упругая деформация), равна нулю и участия в формировании остаточного напряженного состояния не принимает. Таким образом, в стержне остается пластическая деформация, обусловленная протеканием процесса релаксации в ходе которого напряженное состояние в стержне изменилось.

Проведенный анализ развития деформаций в стержне позволяет сделать еще один важный вывод, состоящий в том, что величина остаточной пластической, а значит, и упругой деформации в таком стержне не зависит от характера кривой $\varepsilon_т\,(T)$.

В заключение приведем формулы, вытекающие из термомеханической диаграммы для полной деформации и ее составляющих в любой момент нагрева и охлаждения стержня. Стрелкой в нижнем индексе деформации указано направление изменения температуры в стержне для данного температурного интервала:

$$\varepsilon_{пол(0\rightleftarrows T_к)} = 0; \quad \varepsilon_{t(0\rightleftarrows T_к)} = \alpha T;$$

$$\varepsilon_{упр(0\to T_1)} = -\alpha T; \quad \varepsilon_{упр(T_1\to 500)} = -\varepsilon_т;$$

$$\varepsilon_{упр(500\to 600)} = -\varepsilon_т\,(T) = -(6 - 0{,}01\,T)\,\varepsilon_т;$$

$$\varepsilon_{упр(600\to T_к)} = 0;$$

$$\varepsilon_{упр(T_1\to 0)} = \alpha\,(600 - T); \quad \varepsilon_{упр(0\to T_2)} = \varepsilon_т;$$

$$\varepsilon_{пл(0\to T_1)} = 0; \quad \varepsilon_{пл(T_1\to 500)} = -\alpha\,(T - T_1);$$

$$\varepsilon_{пл(500\to 600)} = -\alpha\,(T - T_1) - (0{,}01T - 5)\,\varepsilon_т;$$

$$\varepsilon_{пл(600\rightleftarrows T_к)} = -\alpha\,(T - T_1) - \varepsilon_т;$$

$$\varepsilon_{пл(T_2\to 600)} = -\alpha\,(600 - T_1) - \varepsilon_т;$$

$$\varepsilon_{пл(0\to T_2)} = -\alpha T - \varepsilon_т.$$

Температура T_1 определяется из условия

$$\varepsilon_{упр}\,(T_1) = -\alpha T_1 = -\varepsilon_т.$$

Следовательно,

$$T_1 = \varepsilon_т/\alpha.$$

Тогда, согласно диаграмме,

$$T_2 = 600 - T_1 = 600 - (\varepsilon_т/\alpha).$$

2.3. ДЕФОРМАЦИИ И НАПРЯЖЕНИЯ В ПЛАСТИНЕ С ПРОРЕЗАМИ

Площадь поперечного сечения F пластины с прорезами состоит из суммы площадей $F_{ср}$ и $F_{кр}$ соответственно средней и двух вместе взятых крайних полос пластины. Принципиально можно рассматривать анализ развития деформаций и напряжений в пластине с прорезами при различном отношении $F_{ср}/F_{кр}$. С точки зрения применимости проведенного анализа к реальным сварным соединениям интерес представляет случай $F_{ср} < F_{кр}$, поскольку практически почти всегда в сварном соединении ширина высоконагретой области меньше ширины остальной части соединения. В то же время целесообразно также рассмотреть случай $F_{ср} > F_{кр}$.

Выполним построение термомеханической диаграммы и проведем анализ развития деформаций сначала для случая $F_{ср} < F_{кр}$.

Если бы средняя полоса не была связана с крайними полосами, то при равномерном ее нагреве до температуры $T < T_1$ она получи-

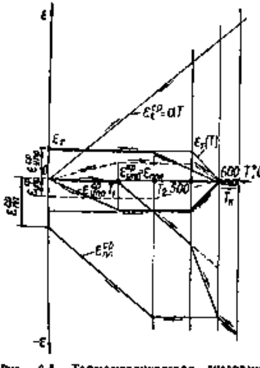


Рис. 2.8. Термомеханическая диаграмма для пластины с прорезями при $F_{ср} < F_{кр}$

ла бы приращение длины $\Delta l = \alpha l T$. Значит, ее температурная деформация $\varepsilon_t^{ср} = \alpha T$ во всем интервале нагрева и охлаждения. На диаграмме (рис. 2.8) температурная деформация средней полосы показана прямой ε_t так же, как это было и при нагреве стержня. Стрелками указано направление изменения температурной деформации при нагреве и охлаждении. Крайние полосы не нагреваются, и поэтому для них $\varepsilon_t^{кр} = 0$. Свободное увеличение длины средней полосы при ее нагреве невозможно из-за наличия связей со стороны крайних полос. Поэтому в средней полосе возникают упругие деформации сжатия, а в крайних полосах в противовес этому — упругие деформации растяжения. Таким образом, можно говорить о внутренних усилиях сжатия в средней полосе:

$$P_{ср} = \varepsilon_{упр}^{ср} E F_{ср}$$

и растяжения в двух крайних вместе взятых полосах:

$$P_{кр} = \varepsilon_{упр}^{кр} E F_{кр}.$$

Если провести произвольное поперечное сечение ab и отбросить например, правую часть, то для поддержания в равновесии оставшейся левой части к сечению необходимо приложить указанные выше усилия $P_{ср}$ и $P_{кр}$.

Сумма проекций этих двух усилий на горизонтальную ось

$$P_{ср} + P_{кр} = 0. \tag{2.3}$$

Это условие равновесия внутренних усилий в пластине с прорезями, которое должно выполняться в любой момент нагрева и охлаждения средней полосы. Его можно записать в виде

$$\varepsilon_{упр}^{ср} F_{ср} = -\varepsilon_{упр}^{кр} F_{кр}. \tag{2.4}$$

По какому закону должны изменяться при нагреве средней полосы в интервале от нуля до T_1 упругие деформации сжатия в средней полосе и растяжения в крайних полосах? Во-первых, должно выполняться условие равновесия (2.4), а во-вторых, согласно гипотезе плоских сечений, полная деформация в средней полосе $\varepsilon_{пол}^{ср}$ всегда должна быть равна полной деформации в крайних полосах $\varepsilon_{пол}^{кр}$:

$$\varepsilon_{пол}^{ср} = \varepsilon_{пол}^{кр}. \tag{2.5}$$

Равенство (2.5) запишем в развернутом виде:

$$\varepsilon_t^{\text{ср}} + \varepsilon_{\text{упр}}^{\text{ср}} + \varepsilon_{\text{пл}}^{\text{ср}} = \varepsilon_t^{\text{кр}} + \varepsilon_{\text{упр}}^{\text{кр}} + \varepsilon_{\text{пл}}^{\text{кр}}. \tag{2.6}$$

В средней полосе $\varepsilon_t^{\text{ср}} = \alpha T$, а в крайних $\varepsilon_t^{\text{кр}} = 0$, так как они не нагреваются. В средней и в крайних полосах при $T \leqslant T_1$ пластические деформации заведомо отсутствуют, т. е. $\varepsilon_{\text{пл}}^{\text{ср}} = 0$, $\varepsilon_{\text{пл}}^{\text{кр}} = 0$. Формула (2.6) преобразуется к виду

$$\alpha T + \varepsilon_{\text{упр}}^{\text{ср}} = \varepsilon_{\text{упр}}^{\text{кр}}. \tag{2.7}$$

Подставим выражение (2.7) для $\varepsilon_{\text{упр}}^{\text{кр}}$ в (2.4) и после преобразований получим

$$\varepsilon_{\text{упр}(0-T_1)}^{\text{ср}} = -\alpha T \frac{F_{\text{кр}}}{F}. \tag{2.8}$$

Учитывая (2.8) из (2.7), получим

$$\varepsilon_{\text{упр}(0-T_1)}^{\text{кр}} = \alpha T \frac{F_{\text{ср}}}{F}. \tag{2.9}$$

Таким образом, из (2.8) и (2.9) видно, что при $T \leqslant T_1$ упругие деформации в полосах пластины изменяются по линейному закону, причем сумма абсолютных значений этих упругих деформаций равна αT, т. е. температурной деформации средней полосы. На диаграмме изменение упругих деформаций в полосах пластины в данном температурном интервале показано наклонными прямыми линиями. Угол наклона к оси температур линии для упругой деформации в средней полосе меньше, чем это было в случае со стержнем, поскольку крайние полосы не являются абсолютно жесткими связями, а обладают определенной податливостью, с увеличением которой данный угол уменьшается. Угол наклона к той же оси T линии для $\varepsilon_{\text{упр}}^{\text{кр}}$ будет еще меньше, чем это было для $\varepsilon_{\text{упр}}^{\text{ср}}$, так как $F_{\text{кр}} > F_{\text{ср}}$. При $T = T_1$ упругое сжатие в средней полосе достигает $-\varepsilon_{\text{т}}$, а растяжение в крайних полосах равно $\varepsilon_{\text{т}} F_{\text{ср}}/F_{\text{кр}}$. Температуру T_1 можно определить из условия $\varepsilon_{\text{упр}}^{\text{ср}} = -\varepsilon_{\text{т}}$ согласно (2.8):

$$T_1 = (\varepsilon_{\text{т}} F)/(\alpha F_{\text{кр}}). \tag{2.10}$$

При дальнейшем увеличении температуры свыше T_1 в средней полосе возрастание упругой деформации в ней невозможно из-за принятой модели идеального упругопластического тела. Поэтому от T_1 до 500 °С $\varepsilon_{\text{упр}}^{\text{ср}} = -\varepsilon_{\text{т}} = \text{const}$. Следовательно, должны оставаться без изменения упругие деформации растяжения в крайних полосах:

$$\varepsilon_{\text{упр}}^{\text{кр}} = \varepsilon_{\text{т}} F_{\text{ср}}/F_{\text{кр}}.$$

В интервале от 500 до 600 °С деформация $\varepsilon_{\text{т}}(T)$ снижается по линейному закону. Так же будет изменяться и упругая деформация сжатия в средней полосе. По условию равновесия внутренних продольных усилий должны снижаться по линейному закону в этом температурном интервале и упругие деформации растяжения в крайних полосах.

В точке $T = 600$ °С упругие свойства материала средней полосы исчезают и поэтому в интервале 600 °...$T_к$ упругих деформаций в полосах пластины на стадиях нагрева и охлаждения не будет. Снижение температуры в средней полосе от 600 °С должно было бы приводить к укорочению средней полосы на величину, пропорциональную перепаду температур. Однако в полной мере это температурное укорочение не может быть реализовано, так как имеются связи со стороны крайних полос. В связи с этим в средней полосе возникают упругие деформации растяжения, а в крайних — упругие деформации сжатия. Эти упругие деформации будут нарастать по такому же закону, как это было на стадии нагрева в пределах от 0 до T_1. Так процесс будет продолжаться до T_2, при котором в средней полосе упругие деформации растяжения достигают уровня $+\varepsilon_т$. При этой температуре в крайних полосах упругое сжатие достигает величины $-\varepsilon_т F_{ср}/F_{кр}$. Дальнейшее охлаждение средней полосы от T_2 до 0 не вызовет изменения упругих деформаций в полосах пластины по причинам, которые указывались выше для стадии нагрева в интервале от T_1 до 600 °С. Таким образом, в остаточном состоянии после полного охлаждения средняя полоса будет растянутой напряжениями $\sigma_т$, а крайние полосы сжаты до величины

$$\sigma_{кр} = -\varepsilon_т E F_{ср}/F_{кр}.$$

Почему цикл нагрева и охлаждения средней полосы от 0 до $T_к > 600$ °С обусловил появление в пластине с прорезями остаточного напряженного состояния? Для любой точки поперечного сечения пластины с прорезями в остаточном состоянии

$$\varepsilon_{пол} = \varepsilon_{упр} + \varepsilon_{пл}. \tag{2.11}$$

Проинтегрируем левую и правую части (2.11) по ширине пластины:

$$\int \varepsilon_{пол} = \int \varepsilon_{упр} + \int \varepsilon_{пл}. \tag{2.12}$$

Первое слагаемое в правой части (2.12) равно нулю, поскольку упругие деформации в сечении уравновешены. Следовательно,

$$\int \varepsilon_{пол} = \int \varepsilon_{пл}, \tag{2.13}$$

и, значит, напряженное состояние в пластине появляется в остаточном состоянии в результате остаточных пластических деформаций в средней полосе, так как в крайних полосах, как это видно из диаграммы, в течение всего цикла нагрева и охлаждения упругие деформации не достигали уровня предела текучести.

Проанализируем развитие пластической деформации в средней полосе пластины при ее нагреве и охлаждении. В интервале от 0 до T_1 имеем $\varepsilon_{упр}^{ср} < -\varepsilon_т$ и поэтому здесь $\varepsilon_{пл}^{ср} = 0$. Пластическая деформация сжатия начнет развиваться от температуры T_1 и выше. Всякое приращение температуры ΔT создает приращение длины всей средней полосы, которое полностью превращается в пластическое сжатие, так как упругая деформация остается без изменений. Поэтому деформация пластического сжатия будет возрастать по прямой линии.

проведенной вниз из точки T_1 под углом к оси T таким же, как и для прямой ε_T. Так, процесс увеличения пластической деформации сжатия будет протекать до температуры 500 °С. В интервале 500...600 °С пластическая деформация сжатия будет определяться действием трех факторов: ростом температуры в полосе (так же, как и в интервале T_1 — 500 °С), релаксацией упругой деформации сжатия в средней полосе (см. диаграмму) и уменьшением упругих деформаций растяжения в крайних полосах (см. диаграмму). Этот процесс уменьшения упругих деформаций растяжения в крайних полосах релаксацией назвать нельзя, так как упругая деформация в них не превращается в пластическую, а просто уменьшается по величине согласно условию равновесия с упругой деформацией в средней полосе. При уменьшении упругого растяжения крайних полос они будут укорачиваться и на величину своего укорочения пластически сжимать среднюю полосу, поскольку она не сопротивляется. Таким образом, линия $\varepsilon^{ср}_{пл}$ в точке 500 °С получает дополнительный излом вниз. При $T >$ > 600 °С действует только температурный фактор, и поэтому линия $\varepsilon^{ср}_{пл}$ пойдет по прямой, параллельной участку в пределах $T_1 \ldots 500$ °С.

При охлаждении от $T_{\max}$ до 600 °С возвращаемся обратно по той же прямой, что и при нагреве. В точке 600 °С материал средней полосы приобретает упругие свойства, и в нём начинают увеличиваться упругие деформации растяжения $\varepsilon^{ср}_{упр} < \varepsilon_т$. В связи с этим в интервале от 600 °С до T_2 пластические деформации в средней полосе не протекают и остаются постоянными на том же уровне, что и при $T = 600$ °С. На диаграмме это представлено горизонтальной линией. От T_2 и ниже $\varepsilon^{ср}_{упр} = \varepsilon_т$, и поэтому в средней полосе протекают пластические деформации удлинения, обусловленные действием только одного температурного фактора. Пластическое удлинение постепенно компенсирует пластическое укорочение (сжатие), которое возникло на стадии нагрева. Однако, как видно из диаграммы, полной компенсации пластического укорочения не происходит. Определенная величина пластической деформации укорочения остается после полного охлаждения. Эту величину можно определить из следующих соображений. Согласно гипотезе плоских сечений,

$$\varepsilon^{ср}_{пол} = \varepsilon^{кр}_{пол}. \tag{2.14}$$

Для остаточного состояния равенство (2.14) можно записать в виде

$$\varepsilon^{ср}_{упр} + \varepsilon^{ср}_{пл} = \varepsilon^{кр}_{упр}. \tag{2.15}$$

Отсюда с учетом величины упругих деформаций

$$\varepsilon^{ср}_{пл.ост} = \varepsilon^{кр}_{упр} - \varepsilon^{ср}_{упр} = -\varepsilon_т (F/F_{кр}). \tag{2.16}$$

Величина остаточной пластической деформации укорочения в средней полосе равна по абсолютному значению сумме упругих деформаций в полосах пластины при $T = 500$ °С, которые превратились в деформацию пластического сжатия средней полосы. Из этого следует, что пластическая деформация в средней полосе, обусловленная дейстением температурного фактора, не влияет на остаточное напряженно-деформированное состояние. В температурных интервалах, когда протекала такая пластическая деформация, напряженное состояние пластины не изменялось. На формирование остаточного напряженно-деформированного состояния пластины влияла пластическая деформация, которая протекала в условиях изменения напряженного состояния и была связана с переходом упругой деформации в пластическую. Таким образом, анализ развития пластической деформации в средней полосе можно закончить.

В крайних полосах пластины была только упругая деформация, которая одновременно представляла собой и полную деформацию для крайних полос, а в силу применимости гипотезы плоских сечений — и для средней полосы.

Температуру T_2 можно определить по формуле

$$T_2 = 600 - T_1 = 600 - \frac{\varepsilon_т F}{\alpha F_{кр}}. \qquad (2.17)$$

Приведем зависимости для всех деформаций в полосах пластины:

$$\varepsilon^{ср}_{упр\,(0\to T_1)} = -\alpha T\frac{F_{кр}}{F};\ \ \varepsilon^{ср}_{упр(T_1\to 500)} = \varepsilon_т;$$

$$\varepsilon^{ср}_{упр\,(500\to 600)} = -\varepsilon_т(6 - 0{,}01T);\ \ \varepsilon^{ср}_{упр\,(600\rightleftarrows T_к)} = 0;$$

$$\varepsilon^{ср}_{упр\,(T_2\to 600)} = \alpha(600 - T)\frac{F_{кр}}{F};\ \ \varepsilon^{ср}_{упр\,(0\to T_2)} = \varepsilon_т;$$

$$\varepsilon^{кр}_{упр(0\to T_1)} = \alpha T\frac{F_{ср}}{F};\ \ \varepsilon^{кр}_{упр(T_1\to 500)} = \varepsilon_т\frac{F_{ср}}{F_{кр}};$$

$$\varepsilon^{кр}_{упр(500\to 600)} = \varepsilon_т(6 - 0{,}01T)\frac{F_{ср}}{F_{кр}};\ \ \varepsilon^{кр}_{упр\,(600\rightleftarrows T_к)} = 0;$$

$$\varepsilon^{кр}_{упр(T_2\to 600)} = -\alpha(600 - T)\frac{F_{ср}}{F};\ \ \varepsilon^{кр}_{упр\,(0\to T_2)} = -\varepsilon_т\frac{F_{ср}}{F_{кр}};$$

$$\varepsilon^{ср}_{пл(T_1\to 500)} = \varepsilon_т\frac{F}{F_{кр}} - \alpha T;\ \ \varepsilon^{ср}_{пл(0\to T_1)} = 0;$$

$$\varepsilon^{ср}_{пл(500\to 600)} = \varepsilon_т(6 - 0{,}01T)\frac{F}{F_{кр}} - \alpha T;$$

$$\varepsilon^{ср}_{пл\,(600\rightleftarrows T_к)} = -\alpha T;\ \ \ \varepsilon^{ср}_{пл\,(T_2\to 600)} = -\alpha 600;$$

$$\varepsilon^{ср}_{пл(0\to T_2)} = -\left(\varepsilon_т\frac{F}{F_{кр}} + \alpha T\right);\ \ \varepsilon^{кр}_{пл\,(0\rightleftarrows T_к)} = 0;$$

$$\varepsilon^{ср}_{t\,(0\rightleftarrows T_к)} = \alpha T;\ \ \varepsilon^{кр}_{t(0\rightleftarrows T_к)} = 0;$$

$$\varepsilon_{пол} = \varepsilon^{кр}_{пол} = \varepsilon^{ср}_{пол} = \varepsilon^{ср}_{упр} + \varepsilon^{ср}_{пл} + \varepsilon^{ср}_{t}.$$

Эпюры продольных напряжений в полосах пластины в различные моменты нагрева и охлаждения средней полосы показаны на рис. 2.9.

Рассмотрим закономерности изменения деформаций в пластине с прорезями *в случае* $F_{ср} > F_{кр}$. Термомеханическая диаграмма для

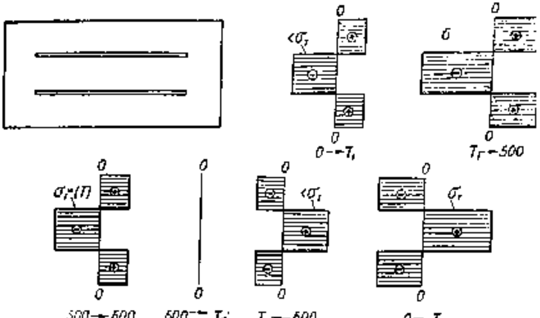


Рис. 2.9. Изменение напряжений в пластине с прорезами при нагреве и охлаждении средней полосы (случай $F_{ср} < F_{кр}$)

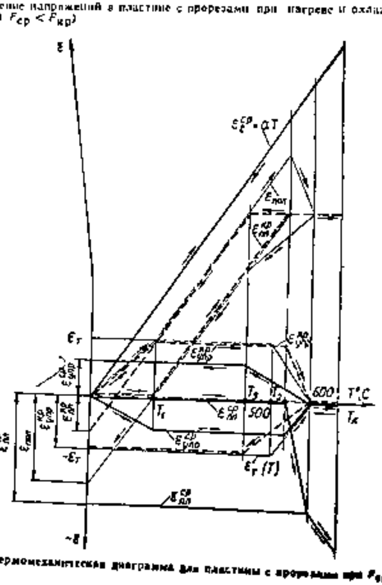


Рис. 2.10. Термомеханическая диаграмма для пластины с прорезями при $F_{ср} > F_{кр}$

этого случая приведена на рис. 2.10. При таком соотношении площадей поперечного сечения полос пластины упругие деформации растяжения в крайних полосах будут возрастать быстрее, чем упругие деформации сжатия в средней полосе. При T_1 растяжение крайних полос достигает уровня $+\varepsilon_т$. В дальнейшем при нагреве средней полосы от T_1 до T_2 значения упругих деформаций в полосах пластины не изменяются, так как в крайних полосах развиваются пластические деформации удлинения (жирная пунктирная линия). При T_2 упругие деформации сжатия в средней полосе достигают уровня $-\varepsilon_т(T)$ и при дальнейшем нагреве понижаются, следуя по линии $-\varepsilon_т(T)$ до 0 при $T = 600$ °С. В этом промежутке (T_2 — 600 °С) в соответствии с условием равновесия будут понижаться и упругие деформации растяжения в крайних полосах. При нагреве от 600 °С до $T_к$ упругие деформации в пластине равны нулю. То же самое будем иметь и на стадии охлаждения в этом интервале. Ниже 600 °С при охлаждении в средней полосе возникают упругие деформации растяжения, а в крайних полосах — упругие деформации сжатия. Сжатие в крайних полосах возрастает быстрее, чем растяжение в средней полосе. При T_x имеем $\varepsilon^{кр}_{упр} = -\varepsilon_т$, которая и сохраняется без изменений до полного охлаждения. Величина $\varepsilon^{ср}_{упр}$ также не изменяется от T_x до нуля. Пластическая деформация удлинения в крайних полосах не изменяется от T_2 до $T_к$ при нагреве и от $T_к$ до T_1 при охлаждении, так как при этом $\varepsilon^{кр}_{упр} < \varepsilon_т$. В дальнейшем от T_3 до 0 пластическое удлинение в крайних полосах уменьшается за счет развивающейся в этом интервале температур пластической деформации сжатия. В остаточном состоянии имеем пластическое сжатие определенной величины.

В средней полосе от 0 до T_2 пластическая деформация не протекает, так как $\varepsilon^{ср}_{упр} < \varepsilon_т$. В точке T_2 линия $\varepsilon^{ср}_{пл}$ резко идет вниз, что обусловлено действием трех факторов: ростом температуры в средней полосе; релаксацией в ней упругой деформации сжатия; уменьшением упругих деформаций растяжения в крайних полосах. Свыше 600° С пластическая деформация сжатия растет только за счет увеличения температуры. От 600°С и до 0 при охлаждении пластическая деформация в средней полосе остается без изменений на уровне, соответствующем 600° С. Таким образом, в остаточном состоянии имеем пластическую деформацию укорочения в средней и крайних полосах. Однако поскольку пластическая деформация по поперечному сечению распределена неравномерно, в пластине возникли остаточные напряжения.

Температурная деформация для средней полосы представляется прямой $\varepsilon_t = \alpha T$. Полная деформация в полосах пластины может быть более просто получена при суммировании упругих и пластических деформаций в крайних полосах. На диаграмме полная деформация показана тонкой сплошной линией.

Эпюры продольных напряжений в полосах пластины для различных моментов нагрева и охлаждения средней полосы показаны на рис. 2.11.

Зависимости для определения полной деформации и всех ее составляющих в полосах пластины в любой момент нагрева и охлаждения

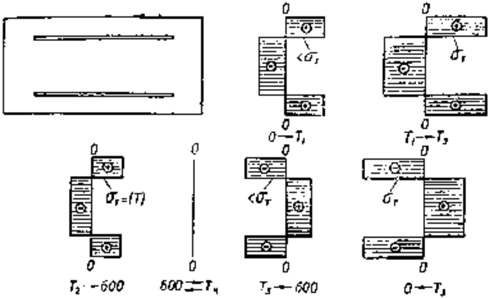


Рис. 2.11. Изменение напряжений в пластине с прорезами при нагреве и охлаждении средней полосы (случай $F_{ср} > F_{кр}$)

средней полосы приведены ниже:

$$\varepsilon^{ср}_{упр(0\to T_1)} = -\alpha T\frac{F_{кр}}{F};\ \varepsilon^{ср}_{упр(T_1\to T_2)} = -\varepsilon_т\frac{F_{кр}}{F_{ср}};$$

$$\varepsilon^{ср}_{упр(T_2\to 600)} = -\varepsilon_т(6-0{,}01T);\ \varepsilon^{ср}_{упр(600\rightleftarrows T_4)} = 0;$$

$$\varepsilon^{ср}_{упр(T_5\to 600)} = \alpha(600-T)\frac{F_{кр}}{F};\ \varepsilon^{ср}_{упр(0\to T_3)} = \varepsilon_т\frac{F_{кр}}{F_{ср}};$$

$$\varepsilon^{кр}_{упр(0\to T_1)} = \alpha T\frac{F_{ср}}{F};\ \varepsilon^{кр}_{упр(T_1\to T_2)} = \varepsilon_т;$$

$$\varepsilon^{кр}_{упр(T_2\to 600)} = \varepsilon_т(6-0{,}01T)\frac{F_{ср}}{F_{кр}};$$

$$\varepsilon^{кр}_{упр(600\rightleftarrows T_4)} = 0;\ \varepsilon^{кр}_{упр(T_5\to 600)} = -\alpha(600-T)\frac{F_{ср}}{F};$$

$$\varepsilon^{кр}_{упр(0\to T_3)} = -\varepsilon_т;\ \varepsilon^{ср}_{пл(0\to T_1)} = 0;$$

$$\varepsilon^{ср}_{пл(T_1\to 600)} = \alpha\left(600-T-100\frac{F_{кр}}{F_{ср}}\right)+\varepsilon_т(6-0{,}01T)\frac{F}{F_{кр}}-\varepsilon_т\frac{F}{F_{ср}};$$

$$\varepsilon^{ср}_{пл(600\rightleftarrows T_4)} = -\left[\varepsilon_т+\alpha(T-600)+(100\alpha+\varepsilon_т)\frac{F_{кр}}{F_{ср}}\right];$$

$$\varepsilon^{ср}_{пл(0\to 600)} = -\left[\varepsilon_т+(100\alpha+\varepsilon_т)\frac{F_{кр}}{F_{ср}}\right];$$

$$\varepsilon^{кр}_{пл(0\to T_1)} = 0;\ \varepsilon^{кр}_{пл(T_1\to T_2)} = \alpha T-\varepsilon_т\frac{F}{F_{ср}};$$

$$\varepsilon^{кр}_{пл(T_2\to T_4)} = \alpha 600-100\alpha\frac{F_{кр}}{F_{ср}}-\varepsilon_т\frac{F}{F_{ср}};$$

$$\varepsilon^{кр}_{пл(T_5\to T_4)} = \alpha 600-100\alpha\frac{F_{кр}}{F_{ср}}-\varepsilon_т\frac{F}{F_{ср}};$$

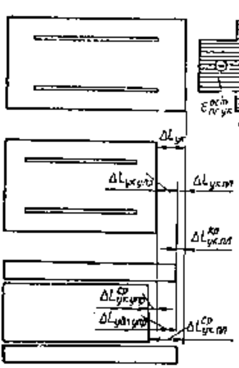


Рис. 2.12. Деформации пластины с прорезями при $F_{ср} < F_{кр}$

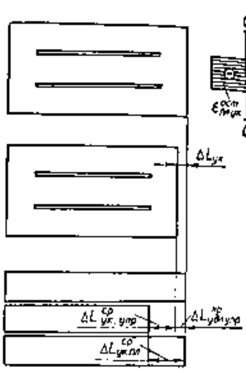


Рис. 2.13. Деформации пластины с прорезями при $F_{ср} > F_{кр}$

$$\varepsilon^{кр}_{пл(0\to T_3)} = \alpha\left(T - 100\frac{F_{кр}}{F_{ср}}\right);$$

$$\varepsilon^{ср}_{t(0\rightleftarrows T_к)} = \alpha T;$$

$$\varepsilon^{кр}_{t(0\rightleftarrows T_к)} = 0;\ \ \varepsilon_{пол} = \varepsilon^{кр}_{пол} = \varepsilon^{кр}_{упр} + \varepsilon^{кр}_{пл} = \varepsilon^{ср}_{пол} = \varepsilon^{ср}_{упр} + \varepsilon^{ср}_{пл};$$

$$\varepsilon_{пол(0\to T_1)} = \alpha T\frac{F_{ср}}{F};\ \ \varepsilon_{пол(T_1\to T_2)} = \alpha T + \varepsilon_т\frac{F_{кр}}{F_{ср}};$$

$$\varepsilon_{пол(T_2\to 600)} = \varepsilon_т\left[(6 - 0{,}01T)\frac{F_{ср}}{F_{кр}} - \frac{F}{F_{ср}}\right] + 100\alpha\left(6 - \frac{F_{кр}}{F_{ср}}\right);$$

$$\varepsilon_{пол(600\rightleftarrows T_к)} = \alpha 600 - 100\alpha\frac{F_{кр}}{F_{ср}} - \varepsilon_т\frac{F}{F_{ср}};$$

$$\varepsilon_{пол\,(T_3\to 600)} = \alpha\left(T\frac{F_{ср}}{F} - 100\frac{F_{кр}}{F_{ср}}\right) - \varepsilon_т\frac{F}{F_{ср}};$$

$$\varepsilon_{пол(0\to T_3)} = \alpha\left(T - 100\frac{F_{кр}}{F_{ср}}\right) - \varepsilon_т.$$

Характер деформации пластины после завершения цикла нагрева и охлаждения средней полосы, а также отдельно средней и крайних полос после разрезки охлажденной пластины для рассмотренных случаев соотношения $F_{ср}/F_{кр}$ показан на рис. 2.12 и 2.13. Там же штриховкой показана эпюра остаточных пластических деформаций укорочения в поперечном сечении пластины. Из рис. 2.12 видно, что из эпюры $\varepsilon^{ост}_{пл.ук}$ можно исключить постоянную составляющую $\varepsilon_{пл.ук}^{пр}$, которая не влияет на формирование остаточных напряжений, а лишь создает равномерное по ширине пластическое укорочение всей пластины.

2.4. ОБРАЗОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ В СВАРНОМ СОЕДИНЕНИИ

Рассмотрим процесс образования напряжений и деформаций в сварном соединении в условиях соблюдения гипотезы плоских сечений для полных продольных деформаций и допущений об одновременности заварки шва по всей длине и линейности возникающего напряженного состояния, ориентированного вдоль соединения.

Представим себе, что перед сваркой пластины были разрезаны на узкие продольные полоски и нижним торцом оперты на какое-то основание (рис. 2.14, *а*). Наметим ряд поперечных сечений *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, отстоящих на различных расстояниях от нижнего торца (основания), включая и верхний торец (сечение *5*). Учитывая известный характер распределения максимальных температур при сварке в поперечном сечении соединения, отметим, что каждая свободная полоска получит температурное удлинение, пропорциональное температуре нагрева полоски. Тогда верхний торец соединения (сечение *5*) примет вид, показанный на рис. 2.14, *а*. Температурная деформация других поперечных сечений показана соответствующими кривыми. Чем ближе к нижнему торцу расположено поперечное сечение, тем меньше будет удлинение полосок, так как уменьшается длина (расстояние от нижнего торца), на которой определяется это удлинение. Положение нижнего торцевого сечения остается без изменений. Следует отметить, что величина абсолютной деформации сечения зависит от места расположения линии отсчета, которую можно расположить в любом поперечном сечении, и тогда будет равна нулю абсолютная деформация этого выбранного в качестве начала отсчета сечения. Однако, если оперировать относительной температурной деформацией, то она будет одинаковой во всех поперечных сечениях соединения и тогда место расположения линии отсчета не имеет никакого значения.

Между тем реальное сварное соединение, как известно, не состоит из отдельных не связанных между собой полосок. Все полоски друг с другом связаны и деформируются в соответствии с общими для всего соединения закономерностями. Такой общей закономерностью, как было обусловлено выше, является гипотеза плоских сечений. В соответствии с данной гипотезой каждое поперечное сечение должно переместиться вверх на соответствующую величину параллельно первоначальному своему положению. В том числе и крайнее верхнее сечение *5* (верхний торец) переместится в положение 5′, определяемое штриховой линией. Таким образом, все сварное соединение при нагреве получает некоторое удлинение. Сравнение абсолютных (на всей длине соединения) полных и температурных деформаций в различных точках верхнего поперечного сечения показывает их несоответствие друг другу, за исключением двух точек, в которых соответствующие линии пересекаются. Чтобы привести отдельные полоски в то состояние, в котором они должны находиться в реальном неразрезанном соединении

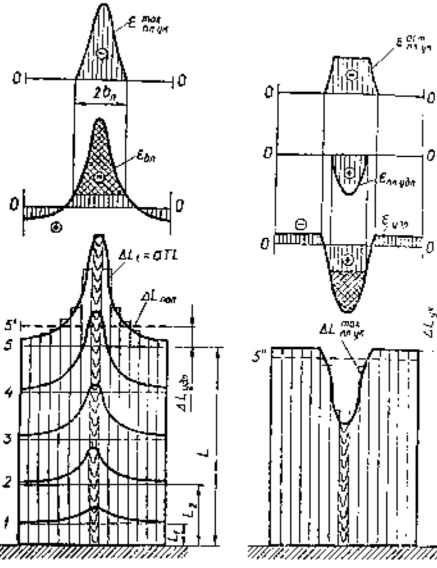


Рис. 2.14. Механизм образования деформаций и напряжений при сварке

(в положение штриховой линии), необходимо центральные полоски сжать, а крайние растянуть на соответствующую величину. На стадии нагрева в сварном соединении в продольном направлении возникают напряжения сжатия в средней высоконагретой зоне и растяжения — в остальной малонагретой зоне. Для центральных полосок соединения разница между температурной и полной деформациями настолько большая, что если сжимать эти полоски до уровня пунктирной линии $5'$ (полной деформации), то можно довести в них напряжения сжатия до уровня предела текучести, а до положения штриховой линии еще будет очень далеко. Чтобы дойти до положения штриховой линии $5'$, необходимо большинство центральных полосок пластически сжать. Значит, на стадии нагрева в средней высоконагретой области соединения в продольном направлении протекают пластические деформации сжатия (укорочения) и формируется так называемая зона пластических деформаций, ширина которой для такого симметричного соединения обычно обозначается как $2b_п$.

В относительных деформациях разница между полной и температурной деформациями показана на рис. 2.14, *а* линией $\varepsilon_н$ (внутренняя деформация). Прямой штриховкой отмечены уравновешенные по сечению упругие деформации $\varepsilon_{упр}$ и косой — пластические деформации сжатия (укорочения). Таким образом, можно говорить об эпюре максимальных пластических деформаций укорочения $\varepsilon^{max}_{пл.ук}$, которая на рисунке показана отдельно. На этом рассмотрение стадии нагрева заканчивается.

Если в момент максимального нагрева снова соединение расчленить на отдельные полоски, то после полного охлаждения верхний торец соединения примет форму, показанную на рис. 2.14, *б*. Средние полоски будут короче остальных на величину пластического сжатия их на стадии нагрева. Однако в реальном нерасчлененном соединении все полоски связаны друг с другом, и их полная деформация подчинена гипотезе плоских сечений. Сечение переместится вниз в положение штриховой линии 5". В результате будем иметь общее равномерное по ширине продольное укорочение стыкового соединения после сварки. Для приведения отдельных полосок соединения в положение штриховой линии 5" необходимо часть средних полосок растянуть, а остальные средние (в небольшом числе) и все крайние — сжать. Из этих рассуждений видно, что на стадии охлаждения в соединении формируются напряжения, противоположные по знаку тем, которые были на стадии нагрева. Постепенно временные напряжения на стадии охлаждения переходят в остаточные, которые являются растягивающими в средней и сжимающими в остальной части соединения. Существенным является тот факт, что величина пластической деформации укорочения центральных полосок на стадии нагрева очень большая, поэтому в процессе их удлинения на стадии охлаждения до уровня 5" напряжения растяжения достигают предела текучести задолго до выхода полосок на уровень 5". Чтобы достичь положения штриховой линии 5", центральные полоски необходимо пластически удлинить на некоторую величину. Итак, на стадии охлаждения в средней части соединения протекают продольные пластические деформации удлинения, которые в значительной мере компенсируют пластическое сжатие, возникшее на стадии нагрева. Тем не менее, компенсация происходит лишь частично. В конечном итоге в средней части соединения (пластической зоне) остаются пластические деформации укорочения определенной величины. Деформации пластического удлинения при охлаждении показаны на рис. 2.14, *б* косой штриховкой. Упругие остаточные деформации уравновешены по поперечному сечению и отмечены прямой штриховкой. Эпюры пластических деформаций удлинения $\varepsilon_{пл.удл}$ и остаточных пластических деформаций укорочения показаны на том же рисунке отдельно. Именно остаточные пластические деформации укорочения в поперечном сечении и такой неравномерный характер их распределения по сечению являются причиной образования в сварном соединении остаточных напряжений.

Приведенные выше рассуждения в принципиальном отношении остаются верными и в случае несоблюдения гипотезы плоских сечений для полных продольных деформаций. В этом случае сечения 5' и 5", а также другие поперечные сечения будут деформироваться с некоторой выпуклостью (при нагреве) или вогнутостью (при охлаждении), что приведет к некоторому уменьшению по высоте эпюр максимальных пластических деформаций укорочения при нагреве и пластических деформаций удлинения при охлаждении. Эпюра остаточных пластических деформаций укорочения, по-видимому, останется практически без изменений.

2.5. РАСЧЕТНЫЙ МЕТОД НИКОЛАЕВА

Метод построен на следующих допущениях: выполнимость гипотезы плоских сечений; линейность напряженного состояния; схематизированная зависимость предела текучести и относительной упругой деформации на уровне предела текучести от температуры; модель идеально упругопластического тела; независимость теплофизических свойств металла от температуры в широком интервале температур; равномерность распределения температур, деформаций и напряжений по толщине пластины.

Цель метода — определение параметров $\varepsilon^{\text{ост}}_{\text{пл}}$, $b_{\text{п}}$, y_* (рис. 2.15, *г*), которые позволяют построить эпюру остаточных упругих $\varepsilon^{\text{ост}}_{\text{упр}}$ деформаций (напряжений) в поперечном сечении сварного стыкового соединения. Чтобы определить указанные параметры, необходимо рассмотреть продольные дефораций в поперечном сечении на двух стадиях — нагрева и в остаточном состоянии после полного охлаждения. В каком именно поперечном сечении по длине соединения рассматривать деформации после охлаждения — не имеет значения, поскольку считается, что все поперечные сечения в смысле напряженно-деформированного состояния одинаковы. Что же касается стадии нагрева, то в этом состоянии далеко не безразлично, какое поперечное сечение необходимо рассматривать. Г. А. Николаев предлагает рассматривать деформации в поперечном сечении, в котором при нагреве в процессе движения источника тепла достигается максимальная ширина изотермы 600 °С. К изотерме 600 °С проводятся с двух сторон параллельно шву две касательные. Через точки касания проводится поперечное сечение *I—I* (рис. 2.15, *а*). На стадии нагрева должно быть рассмотрено поперечное сечение, в котором ширина зоны пластических деформаций укорочения (сжатия) достигает наибольшей величины. Именно такое состояние достигается в сечении *I—I*. Однако это не совсем точно, так как в точках сечения *I—I*, где в данный момент температура ниже 600 °С, в последующие моменты времени, когда источник нагрева продвинется вперед, температура несколько будет повышаться, достигая для каждой точки своего максимума. Это приведет к некоторому увеличению ширины зоны пластических деформаций, хотя и незначительному. В связи с этим в сечении *I—I* рекомендуется рассматривать не кривую $T(y)$, а кривую (условную) $T_{\max}(y)$, отнесенную к данному сечению. Дальнейшее изложение расчетного метода будет проведено с учетом этой рекомендации.

Итак, если температурная кривая $T_{\max}(y)$ в сечении *I—I* известна, то, значит, известна в данном сечении и кривая температурных де-

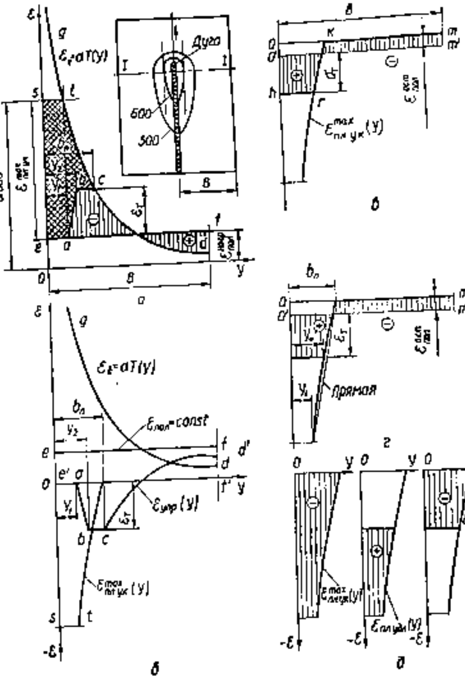


Рис. 2.15. Метод Николаева (продольные деформации при сварке)

формаций $\varepsilon_t = \alpha T_{max}(y)$ (рис. 2.15, *а*). Полные деформации $\varepsilon_{пол}^{нагр}$ на стадии нагрева, согласно гипотезе плоских сечений, будут определяться горизонтальной линией. Сравнение этих двух деформаций в сечении показывает их несоответствие друг другу, кроме точки их пересечения. Видно, что продольные волокна вблизи боковых кромок соединения имеют полную (наблюдаемую, действительную, формоизменения) деформацию большей величины, чем свободная температурная. Это означает, что в сварном соединении эти волокна являются растянутыми. Рассуждая аналогично, легко уяснить, что для волокон, расположенных в более высоконагретой зоне за точкой пересечения линий ε_t и $\varepsilon_{пол}^{нагр}$, будет иметь место упругое сжатие, возрастающее по мере приближения рассматриваемого волокна к оси шва. В некоторой точке c на удалении $b_п$ от оси шва упругие деформации сжатия достигают уровня предела текучести $\varepsilon_т$ и остаются таковыми до точки b, расположенной на расстоянии y_2 от оси шва (соответствует температуре 500 °С). Далее от точки b до точки a упругие деформации сжатия уменьшаются по линейному закону (согласно диаграмме $\varepsilon_т(T)$). Точка a расположена от оси шва на расстоянии y_1, соответствующем температуре 600 °С. Уравновешенная по сечению эпюра упругих деформаций заштрихована на рис. 2.15, a прямой штриховкой. Левее точки c, как это видно из рисунка, в продольных волокнах будет не только упругая, но и пластическая деформация сжатия. Левее точки a температура точек сечения свыше 600 °С, и металл в этой области не обладает упругими свойствами. Для этих точек упругая деформация равна нулю, а разница между ε_t и $\varepsilon_{упр}^{нагр}$ будет представлять собой пластические деформации укорочения. Пластические деформации в сечении $I—I$ показаны на рисунке косой штриховкой. Величина пластических деформаций укорочения на рисунке ограничена горизонтальной линией $s — l$, поскольку пластические деформации при $T > 600$ °С не влияют на формирование в соединении напряженного состояния. Все составляющие полной деформации в сечении $I—I$ показаны на рис. 2.15, $б$. Ниже приведены формулы для компонентов полной деформации, которые нужны для дальнейших расчетов:

$$\varepsilon_t = \alpha T_{max}(y), \ 0 \leqslant y \leqslant B; \tag{2.18}$$

$$\varepsilon_{упр}^{нагр}(y) = \begin{cases} 0, & 0 \leqslant y \leqslant y_1; \\ -\varepsilon_т (y - y_1)/(y_2 - y_1), & y_1 \leqslant y \leqslant y_2; \\ -\varepsilon_т, & y_2 \leqslant y \leqslant b_п; \\ \varepsilon_{пол}^{нагр} - \alpha T_{max}(y), & b_п \leqslant y \leqslant B; \end{cases} \tag{2.19}$$

$$\varepsilon_{пл}^{нагр}(y) = \begin{cases} \varepsilon_{пол}^{нагр} - \alpha \cdot 600, & 0 \leqslant y \leqslant y_1; \\ \varepsilon_{пол}^{нагр} - \alpha T_{max}(y) + \varepsilon_т (y - y_1)/(y_2 - y_1), & y_1 \leqslant y \leqslant y_2; \\ \varepsilon_{пол}^{нагр} - \alpha T_{max}(y) + \varepsilon_т, & y_2 \leqslant y \leqslant b_п; \\ 0, & b_п \leqslant y \leqslant B. \end{cases} \tag{2.20}$$

Для максимальных температур примем известную формулу Рыкалина:

$$T_{max}(y) = \frac{0{,}484q}{2v\delta c\gamma y}, \tag{2.21}$$

где $q = IU\eta$, Вт; I — сварочный ток, А; U — напряжение на дуге, В; η — к. п. д. дуги; v — скорость сварки, м/с; δ — толщина свариваемых пластин, м; $c\gamma$ — объемная теплоемкость, Дж/(см$^3 \cdot$ с); y — расстояние от оси шва до данной точки, м.

Чтобы достичь конечной цели (определение $\varepsilon_{пол}^{ост}$, $b_п$, y_*), необходимо на стадии нагрева найти $b_п$ и $\varepsilon_{пол}^{нагр}$. Эти два параметра можно найти из следующих двух условий:

$$\int_0^B \varepsilon_{\text{упр}}^{\text{нагр}}(y)\,dy = 0;$$

$$\varepsilon_{\text{упр}}^{\text{нагр}}(y = b_{\text{п}}) = -\varepsilon_{\text{т}}. \tag{2.22}$$

Условия (2.22) можно переписать в более развернутом виде:

$$-\frac{1}{2}\,\varepsilon_{\text{т}}(y_2 - y_1) - \varepsilon_{\text{т}}(b_{\text{п}} - y_2) + \int_{b_{\text{п}}}^{B} [\varepsilon_{\text{пол}}^{\text{нагр}} - \alpha T_{\max}(y)]\,dy = 0;$$

$$\varepsilon_{\text{пол}}^{\text{нагр}} - \alpha T_{\max}(y = b_{\text{п}}) = -\varepsilon_{\text{т}}. \tag{2.23}$$

Здесь $y_1 = \frac{0{,}484q}{2\cdot 6c\gamma 600}$; $y_2 = \frac{0{,}484q}{2\cdot 6c\gamma 300}$.

Решив систему (2.23), получим:

$$\varepsilon_{\text{пол}}^{\text{нагр}} = \frac{\alpha A}{b_{\text{п}}} - \varepsilon_{\text{т}};\ b_{\text{п}} = \frac{B\rho}{\rho - \varepsilon_{\text{т}}}; \tag{2.24}$$

$$\rho = \frac{0{,}484\alpha q}{2\cdot 6c\gamma\,(y_1 + y_2 - 2B)}; \tag{2.25}$$

где $\alpha A = \frac{0{,}484\alpha q}{2\cdot 6c\gamma}$.

Пластические деформации укорочения на стадии нагрева вблизи шва большие. Поэтому возникающая при охлаждении в зоне $b_{\text{п}}$ упругая деформация удлинения достигает $\frac{1}{2}\varepsilon_{\text{т}}$. Чтобы удовлетворить гипотезе плоских сечений, необходимо центральные волокна пластически удлинить на некоторую величину (рис. 2.15, *д*). Эпюра остаточных пластических деформаций укорочения показана на рис. 2.15, *д*, а остаточных упругих — на рис. 2.15, *е*. Кривая $\varepsilon_{\text{пл.ук}}^{\text{ост}}$ на этом рисунке имеет сложную зависимость, не очень удобную при последующем интегрировании. Поэтому кривую *sck* заменяем прямой, как показано на рис. 2.15, *г* (наше предложение). Вносимая таким образом погрешность незначительна.

Для эпюры других деформаций $\varepsilon_{\text{упр}}^{\text{ост}}(y)$ на рис. 2.15, *г* можно составить следующие условия:

$$\int_0^B \varepsilon_{\text{упр}}^{\text{ост}}(y)\,dy = 0;\quad \varepsilon_{\text{упр}}^{\text{ост}}(y = y_*) = \varepsilon_{\text{т}}. \tag{2.26}$$

В различных точках по сечению *I—I* упругая деформации

$$\varepsilon_{\text{упр}}^{\text{ост}}(y) = \begin{cases} \varepsilon_{\text{т}}, & 0 \leqslant y \leqslant y_*; \\ \varepsilon_{\text{пол}}^{\text{ост}} - \alpha 600\,(y - b_{\text{п}})/(b_{\text{п}} - y_1), & y_* \leqslant y \leqslant b_{\text{п}}; \\ \varepsilon_{\text{пол}}^{\text{ост}}, & b_{\text{п}} \leqslant y \leqslant B. \end{cases} \tag{2.27}$$

С учетом (2.27) условия (2.26) можно представить в виде

$$\varepsilon_{\text{т}} y_* + \int_{y_*}^{b_{\text{п}}} \left[\varepsilon_{\text{пол}}^{\text{ост}} - \frac{\alpha 600\,(y - b_{\text{п}})}{(b_{\text{п}} - y_1)}\right] dy + \varepsilon_{\text{пол}}^{\text{ост}}(B - b_{\text{п}}) = 0;$$

$$\varepsilon_{\text{пол}}^{\text{ост}} - \frac{\alpha 600\,(y_* - b_{\text{п}})}{(b_{\text{п}} - y_1)} = \varepsilon_{\text{т}}. \tag{2.28}$$

Решив систему (2.28), имеем

$$\varepsilon_{\text{пол}}^{\text{ост}} \approx -\frac{\varepsilon_т b_п}{B-b_п};\tag{2.29}$$

$$y_* \approx \frac{\varepsilon_т (b_п - y_3)}{\varepsilon_{\text{пол}}^{\text{ост}} - \alpha 600} + b_п.\tag{2.30}$$

Из (2.29) видно, что выражение для $\varepsilon_{\text{пол}}^{\text{ост}}$ практически совпадает с результатом, вытекающим из метода Трочуна, который будет рассмотрен в § 2.6. Таким образом, определены все параметры, позволяющие построить эпюру остаточных продольных упругих деформаций (напряжений) в поперечном сечении сварного соединения.

Если рассматривать не низкоуглеродистую сталь, а другой материал, то в приведенных выше зависимостях необходимо заменить температуры 500 и 600 °С на соответствующие температуры для данного материала.

2.6. РАСЧЕТНЫЙ МЕТОД ТРОЧУНА

В данном расчетном методе принимаются все допущения, которые были использованы в расчетном методе Николаева, и, кроме того, дополнительно предполагается, что по ширине пластической зоны $2b_п$ остаточные напряжения распределены равномерно и равны пределу текучести металла $\sigma_т$. Таким образом, из этого дополнительного допущения следует, что в методе Трочуна эпюра остаточных пластических деформаций укорочения $\varepsilon_{\text{пл.ук}}^{\text{ост}}$ принимается не в виде криволинейной трапеции, как это было в методе Николаева, а в виде прямоугольника, как показано на рис. 2.16.

Условие равновесия внутренних продольных усилий в поперечном сечении соединения имеет вид

$$\sigma_т F_{\text{пл}} + \sigma_р (F - F_{\text{пл}}) = 0,\tag{2.31}$$

где $F_{\text{пл}}$ — площадь поперечного сечения пластической зоны; $\sigma_р$ — продольные напряжения вне пластической зоны (реактивные); F — площадь поперечного сечения соединения (элемента, конструкции).

Условие (2.31) можно представить в другой форме через относительные деформации:

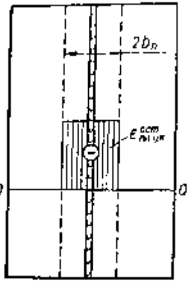
$$\varepsilon_т F_{\text{пл}} + \varepsilon_р (F - F_{\text{пл}}) = 0.\tag{2.32}$$

Из условий (2.31) и (2.32) следуют расчетные параметры $\sigma_р$ или $\varepsilon_р$ напряженно-деформированного состояния:

$$\sigma_р = -\frac{\sigma_т F_{\text{пл}}}{F - F_{\text{пл}}};\quad \varepsilon_р = -\frac{\varepsilon_т F_{\text{пл}}}{F - F_{\text{пл}}}.\tag{2.33}$$

Следовательно, для определения $\sigma_р$ или $\varepsilon_р$ необходимо знать (определить) площадь поперечного сечения пластической зоны $F_{\text{пл}}$. Если ширина пластической зоны $2b_п$, а толщина пластин δ, то $F_{\text{пл}} = 2b_п\delta$. Задача сводится к определению размера $b_п$.

Рис. 2.16. Принимаемое в методе Трочуна распределение остаточных продольных пластических деформаций укорочения при сварке



Первый способ определения $b_п$. По методу Трочуна $b_п = b_1 + b_2$. Зона b_1 ограничена температурой T^*, при которой теряются упругие свойства металла (для низкоуглеродистых сталей 600 °С; для алюминиевых сплавов ≈ 300 °С и т. д.). В зоне b_2 при достижении максимальных температур полная продольная деформация рассматриваемой точки состоит из температурной, упругой и пластической составляющих. Пластические деформации сжатия здесь обусловлены, главным образом, жесткостью свариваемых листов. В зоне b_1 на стадии нагрева упругих деформаций сжатия нет, так как все они трансформировались в пластические деформации того же знака.

Размер b_1 можно определить по формуле Рыкалина для максимальных температур T_{max} в околошовной зоне на расстоянии y от оси шва без учета потерь на поверхностную теплоотдачу:

$$T_{max} = \frac{0{,}484\, q}{v\delta_0 c\gamma y}. \qquad (2.34)$$

Если под y понимать b_1, а под T_{max} температуру T^*, то из (2.34) следует, что

$$b_1 = \frac{0{,}484\, q}{v\delta_0 c\gamma T^*} = \frac{0{,}484\, q_0}{c\gamma T^*}, \qquad (2.35)$$

где δ_0 — приведенная толщина свариваемых пластин, т. е. сумма толщин, в которые распространяется тепло источника нагрева, см; v — скорость сварки, см/с; $q = IU\eta$ — мощность источника нагрева, Вт; $q_0 = q/v\delta_0$ — удельная энергия сварочного нагрева, Дж/см²; I — сварочный ток, А; U — напряжение на дуге, В; η — к. п. д. дуги; $c\gamma$ — объемная теплоемкость, Дж/(см³ · °С) (для сталей $c\gamma = 5{,}2$, алюминиевых сплавов — 2,7, титановых сплавов — 2,3).

Размер $b_2 = f(h, \sigma_т, q_0)$. При сварке двух пластин одинаковой ширины h размер $b_2 = k_2(h - b_1)$. Если свариваются пластины различной ширины, например справа ширина пластины $h_{пр}$, а слева — $h_{лев}$, то с различных сторон будем иметь различное b_2:

$$b_{2пр} = k_2(h_{пр} - b_1); \; b_{2лев} = k_2(h_{лев} - b_1).$$

По мере увеличения h размер b_2 увеличивается не беспредельно. Насыщение наступает примерно при $h \approx 30$ см. Поэтому если $h > 30$ см, то $b_2 = k_2\,(30 - b_1)$. Сечение угловых швов включается в площадь сечения пластической зоны. Коэффициент k_2 зависит от предела текучести металла $\sigma_т$ (рис. 2.17) для заданного предела текучести металла $\sigma_т$. Поскольку химический состав металла и структура

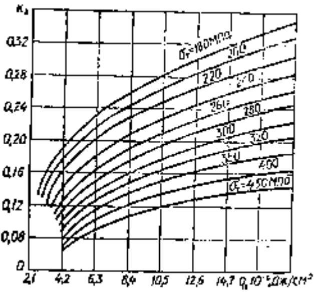


Рис. 2.17. Зависимость $k_2 = f(q_0)$

для различных конструкционных сталей почти не влияют на распространение тепла при сварочном нагреве, методом приведения и подобия можно просто перейти от значений k_2 для стали одной марки к значениям k_2^1 для стали другой марки при помощи зависимости

$$k_2^1 = k_2 \sigma_т / \sigma_т^1, \qquad (2.36)$$

где $\sigma_т^1$ — предел текучести стали другой марки.

Второй способ определения $b_п$. В основу этого способа положена формула для упругих деформаций сжатия в средней полосе пластины с прорезами при ее нагреве в интервале температур от 0 до T_1. Умножая правую часть формулы на модуль упругости, получим формулу для температурных напряжений, которые при T_{max} в граничном для пластической зоны волокне достигают предела текучести $\sigma_т$. Таким образом,

$$\sigma_т = \alpha T_{max} E (F_{кр}/F). \qquad (2.37)$$

Поскольку

$$F_{кр} = F - F_{ср} = 2\delta (h - b_п), \text{ а } F = 2\delta h,$$

запишем (2.37) в виде

$$\sigma_т = \alpha E T_{max} [1 - (b_п/h)]. \qquad (2.38)$$

Максимальную температуру для волокна на расстоянии y, т. е. в рассматриваемом случае $b_п$ с учетом потерь на поверхностную теплоотдачу, определим по формуле

$$T_{max} = \frac{0{,}484\, q}{v \delta_0 c\gamma b_п} \left(1 - \frac{k_m b_п^2}{\lambda \delta}\right), \qquad (2.39)$$

где q — эффективная мощность источника нагрева, Дж; v — скорость сварки, см/с; δ_0 — приведенная толщина свариваемых пластин, см; $c\gamma$ — объемная теплоемкость, Дж/(см³ · °С); $b_п$ — полуширина пластической зоны, см; k_m — коэффициент поверхностной теплоотдачи, Дж/(см² · °С); λ — коэффициент теплопроводности, Дж/(см · °С) δ — толщина пластины, см.

Если множитель в скобках в (2.39), учитывающий потери на поверхностную теплоотдачу, обозначить через m и принять во внимание, что $q/(v\delta_0) = q_0$, то зависимость (2.39) можно записать в более сокращенном виде:

$$T_{max} = \frac{0{,}484 q_0 m}{c\gamma b_п}. \qquad (2.40)$$

Решая совместно (2.38) и (2.39) относительно $b_п$, получаем

$$b_п = 1\Big/\left(\frac{1}{h} + \frac{\sigma_т c\gamma}{0{,}484 q_0 \alpha E m}\right). \quad (2.41)$$

При сварке сталей рекомендуется применять для практических расчетов следующие значения теплофизических коэффициентов: $c\gamma = 5{,}2$ Дж/(см^3 · °С); $k/\lambda = 0{,}008$ 1/см; $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ 1/°С. С учетом их, а также принимая $E = 2 \cdot 10^5$ МПа формула (2.41) приобретает вид:

$$b_п = h\Big/\left(1 + \frac{\sigma_т h}{0{,}43 q_0 m}\right), \quad (2.42)$$

где $m = 1 - 0{,}008\,(b_п^2/\delta)$; ($b_п$ и δ брать в сантиметрах).

Для определения $b_п$ по зависимости (2.42) необходимо сначала принять $m \approx 0{,}6$, вычислить $b_п$, затем по данному $b_п$ найти m и сравнить его с принятым m. Если расхождение будет значительным, то принять новое уточненное m и расчет повторить.

В случае пренебрежения потерями тепла на поверхностную теплоотдачу $m = 1$ и значение $b_п$ можно вычислить по формуле

$$b_п = h\Big/\left(1 + \frac{\sigma_т h}{0{,}43 q_0}\right). \quad (2.43)$$

По данным И. П. Трочуна (14), различие в $b_п$, определенном указанными двумя способами, не столь существенное. При сварке очень широких пластин ($h \to \infty$) формулы (2.42) и (2.43) упрощают:

$$b_п = 0{,}43 q_0 m/\sigma_т; \quad (2.44)$$

$$b_п = 0{,}43 q_0/\sigma_т. \quad (2.45)$$

Глава 3

РАСЧЕТНЫЙ АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСТАТОЧНЫХ СВАРОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В УСЛОВИЯХ ПЛОСКОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

3.1. ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЕТНОГО МЕТОДА

Известно, что остаточные напряжения при сварке возникают вследствие неравномерности распределения в сварном соединении составляющих тензора остаточных пластических деформаций. Применительно к плоскому напряженному состоянию необходимо рассматривать неравномерность распределения остаточных пластических деформаций продольного (по отношению к шву) ε' и поперечного ε'' направлений, а также соответствующих сдвиговых пластических деформаций.

Проанализируем возможное влияние на напряженное состояние в сварном стыковом соединении указанных выше составляющих остаточной пластической деформации, предполагая, что ширина зоны пластических деформаций по длине соединения не изменяется. Под дейстнием сдвиговой пластической деформации прямоугольные в плане элементы объема бесконечно малых размеров, на которые можно рассечь зону пластических деформаций параллельными и перпендикулярными к шву плоскостями, искажаются и принимают форму параллелограмма. Для квазистационарных условий сварки, исключая небольшие концевые участки соединения, можно считать сдвиговую остаточную пластическую деформацию распределенной по длине соединения равномерно. В поперечном направлении такая деформация распределена неравномерно. Характер этой неравномерности для данных рассуждений значения не имеет. Если выделить мысленно до сварки двумя сечениями, перпендикулярными к шву, бесконечно малой ширины поперечный элемент соединения, то в результате образования остаточной пластической сдвиговой деформации он получит искривление в плоскости сварного соединения. Из таких искривленных поперечных элементов можно сложить сварное соединение без образования в нем каких-либо несплошностей. Уравнения неразрывности деформаций будут соблюдены, остаточных напряжений не будет, остаточные пластические деформации будут иметь место, и это проявится в одинаковом искривлении всех поперечных сечений в области сварного шва, включая и торцевые сечения. В общем за счет сдвиговой пластической деформации осуществляется остаточное направленное перемещение металла в высоконагретой области соединения в продольном направлении, определенным образом распределенное по ширине сварного соединения. Такое перемещение не может быть зафиксировано измерениями продольных деформаций в поперечном сечении на какой-либо базе. Здесь необходимо регистрировать перемещения точек поперечного сечения в неподвижной системе координат. Остаточные продольные перемещения металла в высоконагретой зоне при сварке, обусловленные сдвиговыми пластическими деформациями, неоднократно наблюдались различными исследователями в экспериментах и описаны в литературе.

Таким образом, в рамках принятых допущений остаточные сдвиговые пластические деформации не влияют на остаточное напряженное состояние и их можно не рассматривать.

Поперечные остаточные пластические деформации считаем равномерно распределенными в сечениях, параллельных шву вдоль всей длины соединения, и неравномерно распределенными в поперечном направлении. В этом случае они приведут к остаточному поперечному укорочению соединения, а на напряженное состояние влияния не окажут. Иначе говоря, поперечные остаточные пластические деформации можно не рассматривать для соединения ограниченных размеров, заваренного по всей длине. В других случаях, например, при сварке круговых швов на плоскости, заварке швов ограниченной длины и др., вклад остаточных поперечных пластических деформаций в напряженное состояние иногда должен учитываться.

В конечном итоге, из тензора остаточных пластических деформаций для плоской задачи остался один компонент — продольные остаточные пластические деформации, которые вносят основной вклад в остаточное напряженное состояние благодаря резко неравномерному распределению их по поперечному сечению соединения. Эпюру остаточных продольных пластических деформаций укорочения будем считать одинаковой во всех поперечных сечениях соединения в пределах длины шва вне зависимости от того, одновременно или неодновременно по длине заваривался шов. На современном уровне развития представлений по данному вопросу не рассматривается идея об анализе остаточного напряженного состояния исходя из предположения о различной эпюре ε' в разных поперечных сечениях по длине шва. Экспериментальным путем с учетом погрешностей существующих способов измерений получают практически одинаковую эпюру ε' во всех поперечных сечениях, за исключением концевых участков небольшой протяженности, чем, по-видимому, можно пренебречь.

Физическая основа предлагаемого расчетного метода упругих решений состоит в *компенсации объемов укорочения дифференциальных элементов в зоне пластических деформаций*, обусловленных остаточной продольной пластической деформацией, за счет упругих деформаций от внешнего воздействия, переходящего в разряд внутренних сил в виде напряжений по сопрягаемым поверхностям после установления между ними межатомных связей. Физической основой любого метода упругих решений является компенсация пластических деформаций упругими. Суть вопроса состоит только в полноте и степени точности учета пластических остаточных деформаций, что, в свою очередь, определяется возможностями расчетных схем метода и его математическими основами.

Расчетные схемы предлагаемого метода, обеспечивающие реализацию его физических основ, базируются на теории хрупких трещин в пластинах и методе комплексных потенциалов для решения плоской задачи теории упругости.

Математической основой предлагаемого *метода* является *теория аналитических функций комплексного переменного*.

Интеграл по ширине пластической зоны произведения остаточных пластических продольных деформаций укорочения на длину $2L$ и толщину δ сварного соединения определяет собой объем V продольного укорочения при сварке:

$$V = 2 \cdot 2L\delta \int_0^{b_п} \varepsilon'(x)\,dx. \tag{3.1}$$

Далее рассмотрим пластину таких же размеров, как и сварное соединение, в средней части которой в направлении оси Y расположено достаточно много вырезов-трещин. Расстояние между противоположными берегами одного выреза

$$2v(x) = -\varepsilon'(x)\Delta, \tag{3.2}$$

где Δ — расстояние между вырезами-трещинами.

Суммарный объем всех вырезов-трещин для соединения длиной $2L$ равен объему V продольного укорочения при сварке.

Продольное укорочение металла при сварке получается рассредоточенным указанным образом вдоль всей пластины (сварного соединения) в границах зоны пластических деформаций $2b_п$.

Закрытие вырезов-трещин путем приложения к их берегам соответствующей нагрузки, чтобы между берегами установились межатомные связи, приводит при $\Delta \to 0$ к возникновению в пластине такого же напряженного состояния, как и в сварном соединении. Поэтому такой подход к определению остаточного напряженного состояния при сварке является наиболее естественным и правильным.

Поскольку каждый закрытый вырез-трещину можно рассматривать как совокупность пар краевых дислокаций некоторой мощности, распределенных вдоль отрезка $[-b_п, b_п]$ оси X с заданной плотностью, возникающее при этом в пластине *напряженное состояние* часто называют *дислокационным*. В связи с этим совокупность представленного расчетного метода и конкретных результатов, полученных с его помощью, можно назвать *дислокационными представлениями* об остаточных напряжениях при сварке.

Может показаться, что такой подход к определению остаточного напряженного состояния является трудно реализуемым и несовершенным, так как неизвестны эпюры остаточных пластических деформаций укорочения ε' для каждого соединения с конкретными размерами. Однако этого и не нужно знать. Решение для сварных соединений ограниченных размеров будет получено исходя из решения задачи о напряженном состоянии в бесконечной плоскости с бесконечным швом, обладающего, как будет показано ниже, свойством локальности. Это свойство позволяет получить достаточно эффективное решение для сварного соединения ограниченных размеров, автоматически учитывающее изменение эпюры ε' в связи с влиянием на нее ограниченности размеров соединения. Решения для бесконечной и ограниченной областей должны переходить друг в друга при изменении ограниченности области в ту или другую сторону.

Вопрос об определении эпюры деформаций ε' для сварного соединения конечных размеров в данном расчетном методе не ставится, так как в этом нет необходимости. При решении задачи о напряженном состоянии в конкретном соединении необходимо знать ширину $2b_п$ зоны пластических деформаций в данном соединении, которая может быть определена какими-либо расчетными методами или экспериментальным путем, а также эпюру деформаций ε' при таком же размере $2b_п$ для сварного соединения бесконечных размеров с бесконечным швом из такого же материала. Эпюра деформаций ε' для бесконечной плоскости со швом может быть установлена для данного материала, например, экспериментальным путем при сварке достаточно больших образцов ($b_п/B < 0{,}1$, $2B$ — ширина соединения). Для широко применяемых в сварных конструкциях материалов обобщение известных экспериментальных данных различных авторов дает основание принять для ε' зависимость

$$\varepsilon'(x) = -\frac{k\varepsilon_т}{b_п}\sqrt{b_п^2 - x^2}\quad (|x| \leqslant b_п), \tag{3.3}$$

где $\varepsilon_т$ — деформация, соответствующая пределу текучести $\sigma_т$; k — коэффициент, учитывающий отклонение продольных остаточных напряжений в бесконечном шве от предела текучести в связи с особенностями материала и применяемого способа сварки (для низкоуглеродистых и большинства низколегированных сталей $k = 1$, алюминиевых и титановых сплавов — $\sim 0{,}6 \ldots 0{,}8$, ниобиевых сплавов — $\sim 0{,}4 \ldots$

..., 0,6, некоторых легированных упрочняемых сталей — $k \geq 1$ и т. д.).

Чтобы найти суммарное напряженное состояние в бесконечной плоскости от множества закрытых вырезов-трещин, необходимо воспользоваться суммированием напряженных состояний, возникающих в бесконечной плоскости при закрытии одного выреза-трещины при приложении к его берегам соответствующей нагрузки. Для обобщенного плоского напряженного состояния задача о напряженно-деформированном состоянии в бесконечной плоскости с прямолинейным вырезом-трещиной профиля

$$v(x) = -\frac{1}{2}\,\Delta e'(x), \tag{3.4}$$

к берегам которого приложена нормальная нагрузка $g(\xi)$ в локальной системе координат $\xi O \eta$, связанной с центром выреза, закрывающая вырез во всех точках по его длине, в принципиальном отношении является решенной в теории трещин. Компоненты напряженно-деформированного состояния $\bar{\sigma}_{ij}(\xi, \eta)$, перемещения $u(\xi, \eta)$ и $v(\xi, \eta)$ определяются зависимостями (ν и E — коэффициент Пуассона и модуль упругости):

$$\bar{\sigma}_\xi(\xi, \eta) = \operatorname{Re} Z_I(\xi, \eta) - \eta \operatorname{Im} Z_I'(\xi, \eta); \tag{3.5}$$

$$\bar{\sigma}_\eta(\xi, \eta) = \operatorname{Re} Z_I(\xi, \eta) + \eta \operatorname{Im} Z_I'(\xi, \eta); \tag{3.6}$$

$$\bar{\tau}_{xy}(\xi, \eta) = -\eta \operatorname{Re} Z_I'(\xi, \eta); \tag{3.7}$$

$$U(\xi, \eta) = \frac{1}{E}\left[(1-\nu)\operatorname{Re} Z_I^0(\xi, \eta) - \eta(1+\nu)\operatorname{Im} Z_I(\xi, \eta)\right]; \tag{3.8}$$

$$v(\xi, \eta) = \frac{1}{E}\left[2\operatorname{Im} Z_I^0(\xi, \eta) - \eta(1+\nu)\operatorname{Re} Z_I(\xi, \eta)\right]; \tag{3.9}$$

$$Z_I(\zeta) = \frac{1}{\pi\sqrt{\zeta^2 - b_n^2}} \int_{-b_n}^{b_n} \frac{g(\xi)\sqrt{b_n^2 - \xi^2}}{\zeta - \xi}\, d\xi; \tag{3.10}$$

$$Z_I'(\zeta) = dZ_I(\zeta)/d\zeta; \quad Z_I^0(\zeta) = \int Z_I(\zeta)\, d\zeta; \quad \zeta = \xi + i\eta.$$

Если профиль выреза определяется согласно (3.3), то его можно закрыть во всех точках по длине, приложив к берегам равномерно распределенную нагрузку $g(\xi) = \text{const} = \sigma_*$. В этом легко убедиться, если определить по формуле (3.9) перемещение берегов трещины $v(\xi, \eta = 0)$ после предварительного нахождения функции $Z_I(\zeta)$ согласно (3.10).

Итак, найдем и проанализируем функцию $Z_I(\zeta)$. На основании (3.10)

$$Z_I(\zeta) = \frac{\sigma^*}{\pi\sqrt{\zeta^2 - b_n^2}} \int_{-b_n}^{b_n} \frac{\sqrt{b_n^2 - \xi^2}}{\zeta - \xi}\, d\xi. \tag{3.11}$$

С помощью теоремы о вычетах вычислим в (3.11) интеграл и получим

$$Z_I(\zeta) = \sigma^*\left(\frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - b_n^2}} - 1\right). \tag{3.12}$$

Аналитическая функция $Z_I(\zeta)$ является двузначной и заданной на двухлистной римановой поверхности с особыми точками второго порядка $|\zeta| = \pm b_n$, в которых она разветвляется. После выполнения разреза по отрезку $[-b_n, b_n]$ действительной оси риманова поверхность для данной функции распадается на две отдельные плоскости с разрезами по отрезку прямой, и, таким образом, происходит выделение регулярных ветвей функции. В дальнейшем под $Z_I(\zeta)$ будем понимать одну из ветвей, например, ту, у которой значение корня берется положительным.

Дифференцируя (3.12) по комплексной переменной ζ, получаем

$$Z_I'(\zeta) = -\sigma_* \frac{b_n^2}{\sqrt{(\zeta^2 - b_n^2)^3}}. \tag{3.13}$$

Величина нагрузки σ_* и расстояние Δ между вырезами-трещинами в пластической зоне связаны между собой определенным соотношением, которое будет установлено ниже.

3.2. РАЗРАБОТКА ИНТЕГРАЛЬНОЙ ФОРМУЛИРОВКИ ЗАДАЧИ

Положение о том, что суммарное напряженное состояние в сварном соединении необходимо получать при суммировании напряженных состояний в бесконечной плоскости от отдельно взятых закрытых вырезов-трещин (расстояние между ними стремится к нулю), понятно из самой физической идеи расчетного метода, однако пока не ясно, как это сделать. Здесь возникает необходимость в переводе основной идеи метода на язык математики в интегральной форме.

Бесконечный шов в бесконечной плоскости. В этом сварном соединении напряженное состояние в любом поперечном сечении можно представить в следующей интегральной форме в системе координат $\xi O \eta$, связанной с данным сечением и осью η, которая направлена вдоль шва:

$$\sigma_{kl}' = \lim_{\Delta \to 0} \frac{1}{\Delta} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\sigma}_{kl}' \, d\eta, \tag{3.14}$$

где $\overline{\sigma}_{kl}'$ — напряженное состояние в бесконечной плоскости с одним закрытым вырезом-трещиной, расположенным в пластической зоне в том поперечном сечении, в точках которого определяются напряжения σ_{kl}'. Это представление требует доказательства. Докажем справедливость (3.14) следующим образом.

Пусть напряженное состояние σ_{kl}' определяется в сечении $\eta = 0$. Тогда вклад в напряжения σ_{kl}' в точках данного сечения, вносимый закрытыми вырезами, расположенными выше и ниже данного сечения, будет определяться отрезками a, b, c, ..., в соответствующим напряжениям $\overline{\sigma}_{kl}'(\xi, \eta)$ от отдельно расположенных по длине шва единичных закрытых вырезов. Иначе говоря, напряженное состояние σ_{kl}' пропорционально заштрихованной на рис. 3.1 площади, огра-

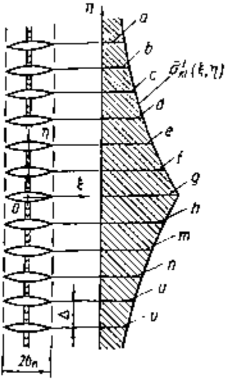


Рис. 3.1. Определение напряжений в сечении $\eta = 0$ сварного соединения с бесконечным швом в плоскости

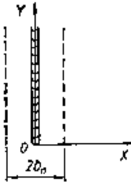


Рис. 3.2. Полубесконечный шов в плоскости

ниченной кривой $\bar{\sigma}'_{kl}(\xi, \eta)$ и осью η в пределах длины шва, т. е. от $-\infty$ до ∞ для одиночного выреза в сечении $\eta = 0$.

Таким образом, можно ввести понятие о закрытом главном вырезе-трещине с нормальной нагрузкой на берегах σ_{φ}, создающем в пластине напряжения, интеграл которых в пределах длины шва, по линии, ему эквидистантной, определяет искомые напряжения в сварном соединении, где расположен главный вырез.

Напряженное состояние $\bar{\sigma}'_{kl}(\xi, \eta)$ в бесконечной плоскости с одним закрытым вырезом является самоуравновешенным и исчезающим на бесконечности. Поэтому

$$\sigma'_{\xi}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\sigma}'_{\xi}(\xi, \eta)\, d\eta = 0; \tag{3.15}$$

$$\tau'_{\xi\eta}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\tau}'_{\xi\eta}(\xi, \eta)\, d\eta = 0. \tag{3.16}$$

Тогда на основании выражения (3.5) имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{Re}\, Z_l(\xi, \eta)\, d\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \eta\, \mathrm{Im}\, Z'_l(\xi, \eta)\, d\eta. \tag{3.17}$$

Следовательно,

$$\sigma'_{\eta}(\xi) = \lim_{\Delta \to 0} \frac{2}{\Delta} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{Re}\, Z_l(\xi, \eta)\, d\eta. \tag{3.18}$$

Полубесконечный шов в бесконечной плоскости. Напряженное состояние в рассматриваемой задаче представляет научный и практический интерес, так как на ее основе можно получить распределение напряжений в сварном соединении с Т-образным расположением швов,

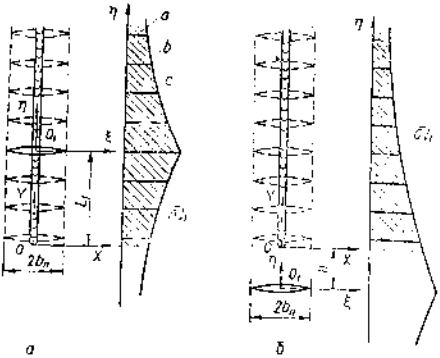


Рис. 3.3. Определение напряжений в сечении $x = 0$ в пределах длины шва (*а*) и ниже (*б*) сварного соединения с полубесконечным швом в плоскости

которое очень широко распространено в сварных листовых конструкциях.

Введем центральную систему координат XOY, связанную с началом шва, как показано на рис. 3.2. Пусть главный вырез расположен в сечении $y = L_1$ (рис. 3.3, *а*). Вклад в напряженное состояние в точках данного сечения от закрытых вырезов, расположенных ниже и выше сечения, определяется отрезками *a*, *b*, *c*,... . При учете бесконечной малости расстояния между вырезами суммарное напряженное состояние в точках сечения $y = L_1$ пропорционально заштрихованной площади на рис. 3.3, *а*, ограниченной кривой σ'_{kl} и осью η. Поэтому

$$\sigma'_{kl} = \lim_{\Delta \to 0} \frac{1}{\Delta} \int_{-L_1}^{\infty} \bar{\sigma}'_{kl}\, d\eta. \tag{3.19}$$

Если напряжения σ'_{kl} определяют в сечении $y = H$ ниже шва (рис. 3.3, *б*), то в результате аналогичных рассуждений имеем выражение

$$\sigma'_{kl} = \lim_{\Delta \to 0} \frac{1}{\Delta} \int_{H}^{\infty} \bar{\sigma}'_{kl}\, d\eta. \tag{3.20}$$

Шов ограниченной длины в бесконечной плоскости. Эта задача также представляет большой интерес, так как позволяет выявить закономерности изменения напряженного состояния при изменении длины шва, что очень важно с точки зрения оптимизации напряженного состояния при решении различных прочностных задач.

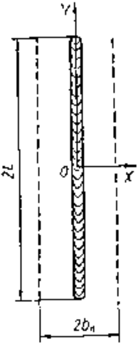


Рис. 3.4. Шов ограниченной длины в бесконечной плоскости

Так же как и в предыдущем случае, введем центральную систему координат XOY, но центр ее поместим в центре шва (рис. 3.4).

На рис. 3.5 показан подход к определению суммарного напряженного состояния в сечении $\eta = 0$, где расположен главный вырез, для трех возможных случаев, когда сечение $\eta = 0$ находится в пределах длины шва, а также вне этих пределов в верхней или нижней части плоскости.

Таким образом, справедливы следующие выражения:

$$\sigma'_{kl} = \lim_{\Delta \to 0} \frac{1}{\Delta} \int\limits_{-L_1}^{L_2} \bar{\sigma}'_{kl}\, d\eta; \tag{3.21}$$

$$\sigma'_{kl} = \lim_{\Delta \to 0} \frac{1}{\Delta} \int\limits_{S}^{(2L+S)} \bar{\sigma}'_{kl}\, d\eta; \tag{3.22}$$

$$\sigma'_{kl} = \lim_{\Delta \to 0} \frac{1}{\Delta} \int\limits_{-(2L+S)}^{-S} \bar{\sigma}_{kl}\, d\eta. \tag{3.23}$$

Как будет показано ниже, в рассматриваемой задаче при малой длине шва необходимо учитывать вклад в напряженное состояние поперечной остаточной пластической деформации ε''. Вопрос о распределении в сварных соединениях ε'' мало изучен. Однако исходя из имеющихся экспериментальных данных можно дать верхнюю оценку вклада ε'' в напряженное состояние, полагая ее распределение в пластической зоне подобным распределению ε' и рассматривая длину шва как ши-

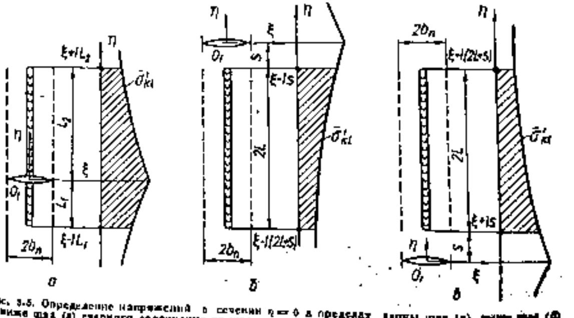


Рис. 3.5. Определение напряжений в сечении $\eta = 0$ в пределах длины шва (а), выше шва (б) и ниже шва (в) сварного соединения со швом ограниченной длины в бесконечной плоскости

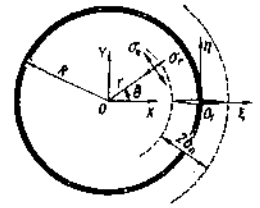


Рис. 3.6. Круговой шов в бесконечной плоскости

рину $2b_п$, а ширину пластической зоны как длину шва. При таком подходе вклад ε'' в напряженное состояние будет определяться аналогично вкладу ε'.

Круговой шов в бесконечной плоскости. Предлагаемый расчетный метод можно обобщить для случая сварки круговых швов в бесконечной плоскости.

Рассматриваемая задача относится к классическим задачам о напряженном состоянии в сварных соединениях и имеет большое теоретическое и практическое применение в различных вариантах. Результаты отдельных частных случаев исследования напряженного состояния при сварке круговых швов изложены в ряде работ. Однако, как показывает анализ этих результатов, рассматриваемую задачу в настоящее время никак нельзя считать в полной мере изученной.

Напряженное состояние σ_{ij} в бесконечной плоскости с круговым швом будет определяться суммой напряженных состояний σ'_{ij} и σ''_{ij} от действия остаточной пластической деформации укорочения в пластической зоне $2b_п$ соответственно продольного (окружного) ε' и поперечного (радиального) ε'' по отношению к шву направлений.

Вначале рассмотрим вопрос об определении напряженного состояния ε'_{ij}. Идея представления суммарного напряженного состояния, вызванного продольной остаточной пластической деформацией укорочения, путем суммирования напряженных состояний от закрытых вырезов-трещин, расположенных определенным образом в пластической зоне, вполне может быть распространена и на круговые швы. В этом случае вырезы должны быть равномерно расположены в радиальных сечениях по окружности C_R, соответствующей положению кругового шва на плоскости. Длина выреза равна ширине пластической зоны. Вырезы закрываются приложением к их берегам равномерно распределенной нагрузки σ_*. Форма вырезов такова, что суммирование их раскрытий по окружности дает объем окружного укорочения в пластической зоне, а приложение к их берегам нагрузки σ_* обеспечивает их закрытие во всех точках по длине.

Для решения задачи введем две декартовы системы координат XOY и $\xi O_1 \eta$ и полярную систему (r, θ), показанные на рис. 3.6. Рассматриваемую задачу считаем осесимметричной, что подтверждается известными расчетными и экспериментальными данными, за исключением небольшой области в месте встречи начала и конца шва. В связи с этим напряженное состояние от угла θ не зависит.

Для решения задачи потребуется переход из декартовой системы координат $\xi O_1 \eta$ в полярную систему (r, θ), связанную с центром окружности C_R. В полярной системе координат должны рассматриваться в произвольной точке вместо σ_ξ, σ_η, $\tau_{\xi\eta}$ напряжения σ_r, σ_θ и $\sigma_{r\theta}$. Компоненты напряжений в полярной системе координат имеют определенную связь с компонентами напряжений в декартовой системе.

Эта связь определяется зависимостями для напряжений на наклонной площадке, проходящей через заданную точку.

Из общих зависимостей для компонент напряжений на наклонной площадке в системе $\xi O_1 \eta$ применительно к нашему случаю двумерной задачи получим выражения напряжений на этой площадке в полярной системе (r, θ):

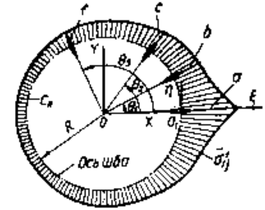


Рис. 3.7. Определение напряжений в сечении $\eta = 0$ сварного соединения с круговым швом в бесконечной плоскости

$$\bar{\sigma}'_r = \bar{\sigma}'_\xi \cos^2\theta + \bar{\sigma}'_\eta \sin^2\theta + \bar{\tau}'_{\xi\eta} \sin 2\theta;$$

$$\bar{\sigma}'_\theta = \bar{\sigma}'_\xi \cos^2\theta + \bar{\sigma}'_\eta \sin^2\theta - \\ - \tau'_{\xi\eta} \sin 2\theta;$$

$$\bar{\tau}'_{r\theta} = \frac{1}{2}(\bar{\sigma}'_\xi - \bar{\sigma}'_\eta)\sin 2\theta - \bar{\tau}'_{\xi\eta}\cos 2\theta. \qquad (3.24)$$

Подставим в (3.24) выражения (3.5)...(3.7) с учетом того, что в полярной системе $y = r \sin\theta$:

$$\bar{\sigma}'_r = \operatorname{Re} Z_I(r, \theta) - r[\sin\theta\cos 2\theta \operatorname{Im} Z'_I(r, \theta) + \\ + \sin\theta \sin 2\theta \operatorname{Re} Z_I(r, \theta)];$$

$$\bar{\sigma}'_\theta = \operatorname{Re} Z_I(r, \theta) + r[\sin\theta\cos 2\theta \operatorname{Im} Z'_I(r, \theta) + \\ + \sin\theta\sin 2\theta \operatorname{Re} Z'_I(r, \theta)];$$

$$\bar{\tau}'_{r\theta} = r\sin\theta\cos 2\theta \operatorname{Re} Z'_I(r, \theta) - r\sin\theta\sin 2\theta \operatorname{Im} Z'_I(r, \theta). \qquad (3.25)$$

Возможность интегрального представления суммарного напряженного состояния $\sigma'_{ij}(r)$, как последовательной суммы напряженных состояний в рассматриваемой точке от периодической системы закрытых вырезов-трещин, расположенных в радиальных сечениях по окружности C_R, схематично показано на рис. 3.7. Например, закрытые вырезы, расположенные в сечениях $\theta = 0, \theta_1, \ldots, \theta_3$, создают в точке $(r = R, \theta = 0)$ напряжения, определяемые соответствующими отрезками $a, b, c, \ldots, f$.

Так определяется вклад от вырезов, расположенных на верхней полуокружности шва. Такой же вклад дает и нижняя полуокружность шва. Таким образом, суммарные напряжения в точке с радиусом r будут пропорциональны заштрихованной на рис. 3.7 площади, ограниченной окружностью C_R и кривой $\bar{\sigma}'_{ij}$ для главного выреза, расположенного в сечении $\theta = 0$ или в любом другом сечении. Следовательно, справедливо выражение

$$\bar{\sigma}'_{ij}(r) = \lim_{\Delta_r \to 0} \frac{1}{\Delta_r} \int_{C_r} \bar{\sigma}'_{ij}(r)\, r\, d\theta, \qquad (3.26)$$

где $\Delta_r = 2\pi r/n$ (n — число закрытых вырезов в кольце пластической зоны $(R - b_n) \leqslant r < (R + b_n)$.

Решение задачи о напряженном состоянии для кругового шва радиуса R при $R \to \infty$ должно переходить в решение для бесконечного шва в бесконечной плоскости. Из этих соображений ясно, что и в круговом шве на радиусе R должно быть $\Delta_r = \Delta$, а при переходе на другой радиус r величина Δ_r должна изменяться пропорционально отношению r/R. Итак, будем иметь

$$\sigma_{ij}^{*}(r) = \lim_{\Delta_r \to 0} \frac{1}{\Delta_r} \int_{C_r} \cdots = \lim_{\Delta \to 0} \frac{R}{\Delta r} \int_{C_r} \bar{\sigma}_{ij}(r)\, r\, d\theta. \tag{3.27}$$

В зависимостях (3.14), (3.18) ... (3.23) за знак интеграла можно вынести нагрузку σ_*, действующую на берега единичного элементарного закрытого выреза, которая определенным образом связана с расстоянием Δ между вырезами так, что при $\Delta \to 0$ имеем $\sigma_* \to 0$. Если в бесконечной плоскости в некоторой прямоугольной области длиной $2b_n$ и бесконечной малой шириной Δ имеется в направлении Δ остаточная пластическая деформация укорочения ε' согласно (3.3), то при образовании в этой области в среднем сечении разреза длиной $2b_n$ его берега раскроются по закону

$$2v(x) = -\Delta\varepsilon'(x) = \frac{\Delta k \varepsilon_{т}}{b_n} \sqrt{b_n^2 - x^2}. \tag{3.28}$$

При таком законе перемещения берегов выреза его можно закрыть приложением к берегам равномерной закрывающей нагрузки σ^* и тогда на основании (3.9)

$$2v(x) = \frac{4}{E} \operatorname{Im} Z_I^0 = -\frac{4\sigma_*}{E} \sqrt{b_n^2 - x^2}. \tag{3.29}$$

Приравнивая правые части (3.28) и (3.29), получим

$$\sigma_* = -(k\sigma_{т}\Delta)/4b_n. \tag{3.30}$$

Тогда

$$\lim_{\Delta \to 0} \sigma_*/\Delta = -(k\sigma_{т})/4b_n \tag{3.31}$$

и, следовательно, все приведенные выше выражения для напряжений в рассмотренных соединениях могут быть записаны с учетом данного предела.

Далее рассмотрим вопрос об определении напряженного состояния в соединении с круговым швом, обусловленного остаточной пластической деформацией радиального направления ε''.

Бесконечную плоскость с круговым швом разрежем по окружности C_r, лежащей в пределах пластической зоны. За счет ε'' в данном кольцевом сечении будем иметь зазор $\bar{\Delta}$ между полученным диском и плоскостью с отверстием, который можно определить по формуле

$$\bar{\Delta} = \varepsilon''(\bar{r})\, d\bar{r}. \tag{3.32}$$

Приложим к диску и пластине с отверстием по контуру равномерно распределенную растягивающую нагрузку p, которая могла бы закрыть имеющийся зазор $\bar{\Delta}$. Нагрузку p определяем исходя из уравнения

$$v_{r/r=\bar{r}}^{\text{диска}} - v_{r/r=\bar{r}}^{\text{отв}} = \bar{\Delta}, \tag{3.33}$$

в левой части которого записаны радиальные перемещения контурных точек соответственно для диска и плоскости с отверстием.

Воспользуемся методом комплексных потенциалов для определения напряжений и перемещений в диске и пластине с отверстием. Основные зависимости данного метода имеют вид:

$$\sigma_r + \sigma_\theta = 2\,[\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}]; \tag{3.34}$$

$$\sigma_\theta - \sigma_r + i2\tau_{r\theta} = 2\,[\bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z)]\,e^{i2\theta}; \tag{3.35}$$

$$2G\,(v_r + iv_\theta) = [\varkappa\varphi(z) - \overline{z\varphi'(z)}) - \overline{\psi(z)}]\,e^{-i\theta}; \tag{3.36}$$

$$G = E/2(1+\nu);\ \varkappa = 3 - 4\nu.$$

Правые части (3.34)...(3.36) записаны через комплексные потенциалы, зависящие от формы и размеров рассматриваемой области, а также приложенных к ней нагрузок. Согласно [9] будем иметь:

а) для диска

$$\varphi(z) = pz/2 = pr/2;\ \Phi(z) = \overline{\Phi(z)} = \varphi'(z) = \overline{\varphi'(z)} = p/2;$$

$$\Phi'(z) = \Psi(z) = \Psi(z) = \overline{\psi(z)} = 0;$$

б) для плоскости с отверстием

$$\Psi(z) = \psi'(z) = -p\,(\bar{r} + \bar{\Delta})^2/z^2 = -p\,(\bar{r} + \bar{\Delta})^2/r^2 \approx -p\bar{r}^2/r^2\ (\bar{\Delta} \ll \bar{r});$$

$$\psi(z) = \overline{\psi(z)} = p\,(\bar{r} + \bar{\Delta})^2/z = p\,(\bar{r} + \bar{\Delta})^2/r \approx p\bar{r}^2/r;$$

$$\Phi(z) = \overline{\Phi(z)} = \Phi'(z) = \varphi(z) = \varphi'(z) = \overline{\varphi'(z)} = 0.$$

Таким образом

$$v_{r/r=\bar{r}}^{\text{диска}} = \frac{p\bar{r}}{4G}(\varkappa - 1);\quad v_{r/r=\bar{r}}^{\text{отв}} = -\frac{2p\bar{r}}{4G}. \tag{3.37}$$

Подставляя (3.37) в (3.33), получаем

$$\frac{p\bar{r}}{4G}(\varkappa + 1) = \varepsilon^*(\bar{r})\,d\bar{r},$$

откуда

$$p = \frac{2E}{(\varkappa + 1)(1 + \nu)}\,\frac{\varepsilon^*(\bar{r})}{\bar{r}}\,d\bar{r}. \tag{3.38}$$

Полученная зависимость для p позволяет предложить принципиально новый подход в определении напряжений σ_{ij}'' в различных областях сварного соединения с круговым швом от действия ε^*.

Составим исходные определяющие зависимости для напряжений в каждой области сварного соединения:

I. Внутренняя область $0 \leqslant r \leqslant (R - b_n)$. Любое кольцевое сечение $C_{\bar{r}}$ в пределах пластической зоны разделяет плоскость на диск и плоскость с отверстием. При этом рассматриваемая внутренняя область всегда будет находиться в диске радиуса $\bar{r}$ с нагрузкой по контуру p согласно (3.38). Поэтому в диске от этой нагрузки возникнут в соответствии с (3.34) и (3.35) следующие напряжения:

$$d\sigma_r'' = d\sigma_\theta'' = \frac{2E}{(\varkappa + 1)(1 + \nu)}\,\frac{\varepsilon^*(\bar{r})}{\bar{r}}\,d\bar{r}. \tag{3.39}$$

Суммируя вклад от всех кольцевых сечений в пределах ширины пластической зоны, имеем

$$\sigma_r'' = \sigma_\theta'' = \frac{2E}{(\varkappa+1)(1+\nu)} \int\limits_{R-b_п}^{R+b_п} \frac{\varepsilon^*(\bar r)}{\bar r}\, d\bar r. \tag{3.40}$$

2. Область пластической зоны $(R-b_п) \leqslant r \leqslant (R+b_п)$. Рассмотрим напряжения в кольцевом произвольном сечении C_r, по отношению к которому аналогичные кольцевые сечения $C_{\bar r}$ с нагрузкой p могут быть расположены с внутренней и с внешней стороны. Если сечение $C_{\bar r}$ расположено с внутренней стороны, то в сечении C_r напряжения будем определять как в пластине с отверстием. В случае внешнего расположения $C_{\bar r}$ напряжения в C_r должны определяться как в диске. В соответствии с этими замечаниями имеем

$$\sigma_{r,\theta}'' = \frac{2E}{(\varkappa+1)(1+\nu)} \left\{ \pm \int\limits_{R-b_п}^{r} \frac{\bar r\varepsilon^*(\bar r)}{r^2}\, d\bar r + \int\limits_{r}^{R+b_п} \frac{\varepsilon^*(\bar r)}{\bar r}\, d\bar r \right\}. \tag{3.41}$$

Здесь и далее верхние знаки перед слагаемыми будут относиться к σ_r'', а нижние — к σ_θ''.

3. Внешняя область $((R+b_r) \leqslant r \leqslant \infty)$. Для данной области в любом кольцевом сечении C_r напряжения $\sigma_{r,\theta}''$ необходимо определять как для пластины с отверстием, поскольку все сечения $C_{\bar r}$ в пластической зоне по отношению к сечению C_r будут внутренними. Следовательно,

$$\sigma_{r,\theta}'' = \pm \frac{2E}{(\varkappa+1)(1+\nu)} \int\limits_{R-b_п}^{R+b_п} \bar r\varepsilon^*(\bar r)\, d\bar r. \tag{3.42}$$

3.3. РЕШЕНИЕ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ИНТЕГРАЛОВ

В § 3.2 было показано, что определение напряженного состояния в сварных соединениях с прямолинейными швами должно осуществляться на основе интегрирования в пределах длины шва распределения заданного компонента тензора напряжений, возникающего вдоль контура интегрирования при закрытии главного выреза в данном поперечном сечении. В связи с этим решение задачи сводится к решению следующих трех типов интегралов:

$$I_1 = \int \operatorname{Re} Z_1(\xi,\ \eta)\, d\eta; \tag{3.43}$$

$$I_2 = \int \eta \operatorname{Im} Z_1'(\xi,\ \eta)\, d\eta; \tag{3.44}$$

$$I_3 = \int \eta \operatorname{Re} Z_1'(\xi,\ \eta)\, d\eta. \tag{3.45}$$

Несмотря на относительно простой вид функций $Z_1(\zeta)$ и $Z_1'(\zeta)$, определяемых выражениями (3.12) и (3.13), выполнить непосредственное аналитическое интегрирование их действительных и мнимых частей, как это требуется для решения интегралов I_1, I_2 и I_3, не представляется возможным в результате возникающих математических трудностей. Поэтому разработан эффективный косвенный обобщенный метод решения указанных интегралов для функций Z_i и Z_i' любого вида, принадлежащих классу аналитически интегрируемых функций.

Решение интеграла I_1. Если контур интегрирования Γ является произвольным, целиком лежит в области аналитичности функции F, не пересекает разреза и соединяет точки начала ζ_1 и конца ζ_2 интегрирования, то

$$\int\limits_{\Gamma} F\,d\zeta = \int\limits_{\zeta_1}^{\zeta_2} F\,d\zeta = \int \operatorname{Re} F\,d\xi - \int \operatorname{Im} F\,d\eta + $$
$$+ i\int \operatorname{Im} F\,d\xi + i\int \operatorname{Re} F\,d\eta. \tag{3.46}$$

Если контур интегрирования представляет собой прямую линию, параллельную шву (оси η), то $d\xi = 0$ и выражение (3.46) существенно упрощается:

$$\int\limits_{\zeta_1}^{\zeta_2} F\,d\zeta = -\int \operatorname{Im} F\,d\eta + i\int \operatorname{Re} F\,d\eta. \tag{3.47}$$

Нетрудно видеть, что (3.47) определяет собой решение интеграла I_1. Итак,

$$I_1 = \operatorname{Im} \int\limits_{\zeta_1}^{\zeta_2} F\,d\zeta. \tag{3.48}$$

Решение интегралов I_2 и I_3. Данные интегралы являются более сложными, и их решение можно найти на основе анализа следующего интеграла:

$$\int\limits_{\Gamma} \zeta F\,d\zeta = \int \xi \operatorname{Re} F\,d\xi + i\int \eta \operatorname{Re} F\,d\xi + i\int \xi \operatorname{Im} F\,d\xi -$$
$$- \int \eta \operatorname{Im} F\,d\xi + i\int \xi \operatorname{Re} F\,d\eta - \int \eta \operatorname{Re} F\,d\eta -$$
$$- \int \xi \operatorname{Im} F\,d\eta - i\int \eta \operatorname{Im} F\,d\eta. \tag{3.49}$$

Для рассматриваемого случая, когда контур Γ параллелен оси η, из (3.49) имеем

$$\int\limits_{\zeta_1}^{\zeta_2} \zeta F\,d\zeta = i\xi \int F\,d\eta - \int \eta \operatorname{Re} F\,d\eta - i\int \eta \operatorname{Im} F\,d\eta. \tag{3.50}$$

При $\xi = \text{const}$, как в случае интегрирования по η, имеем $d\zeta = i d\eta$. Поэтому для первого слагаемого в (3.50) будем иметь

$$i\xi \int\limits_{\zeta_1}^{\zeta_2} F\,d\eta = \xi \int\limits_{\zeta_1}^{\zeta_2} F\,d\zeta. \tag{3.51}$$

Перенесем это слагаемое в (3.50) из правой части в левую:

$$\int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \zeta F\,d\zeta - \xi \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} F\,d\zeta = -\int \eta \operatorname{Re} F\,d\eta - i \int \eta \operatorname{Im} F\,d\eta. \quad (3.52)$$

Таким образом, видно, что (3.52) определяет собой решение интегралов I_2 и I_3:

$$I_2 = -\operatorname{Im}\left\{\int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \zeta F\,d\zeta - \xi \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} F\,d\zeta\right\}; \quad (3.53)$$

$$I_3 = -\operatorname{Re}\left\{\int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \zeta F\,d\zeta - \xi \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} F\,d\zeta\right\}. \quad (3.54)$$

Вычисление интегралов в правых частях (3.48), (3.53) и (3.54) принципиальных затруднений не встречает. Под функцией F следует понимать в (3.48) функцию Z_I, а в (3.53) и (3.54) — функцию Z_I'. Для сварного соединения с круговым швом определяющие интегралы имеют иной вид. Подставляя (3.25) в (3.27), получаем в развернутом виде:

$$\sigma_r'(r) = \lim_{\Delta\to 0} \frac{R}{\Delta r}\left\{\int_{C_r} \operatorname{Re} Z_I r\,d\theta - \int_{C_r} r(\sin\theta\cos 2\theta \operatorname{Im} Z_I' + \sin\theta\sin 2\theta \operatorname{Re} Z_I')\,r\,d\theta\right\}; \quad (3.55)$$

$$\sigma_\theta'(r) = \lim_{\Delta\to 0} \frac{R}{\Delta r}\left\{\int_{C_r} \operatorname{Re} Z_I r\,d\theta + \int_{C_r} r(\sin\theta\cos 2\theta \operatorname{Im} Z_I' + \sin\theta\sin 2\theta \operatorname{Re} Z_I')\,r\,d\theta\right\}; \quad (3.56)$$

$$\tau_{r\theta}'(r) = \lim_{\Delta\to 0} \frac{R}{\Delta r}\{r(\sin\theta\cos 2\theta \operatorname{Re} Z_I' - \sin\theta\sin 2\theta \operatorname{Im} Z_I')\,r\,d\theta\} = 0. \quad (3.57)$$

Таким образом, задача сводится к решению двух типов интегралов:

$$I_4 = \int_{C_r} \operatorname{Re} Z_I r\,d\theta; \quad (3.58)$$

$$I_5 = \int_{C_r} r(\sin\theta\cos 2\theta \operatorname{Im} Z_I' \ \sin\theta\sin 2\theta \operatorname{Re} Z_I')\,r\,d\theta \quad (3.59)$$

для трех различных зон сварного соединения:

$$0 \leqslant r \leqslant (R - b_n);\ \ (R - b_n) \leqslant r \leqslant (R + b_n);\ \ (R + b_n) \leqslant r \leqslant \infty.$$

Решение интеграла I_1. В плоскости комплексной переменной $z = x + iy$ интеграл от $F(z)$ по некоторому контуру Γ

$$\int_\Gamma F\,dz = \int \operatorname{Re} F\,dx - \int \operatorname{Im} F\,dy + i\int \operatorname{Im} F\,dx + i\int \operatorname{Re} F\,dy. \quad (3.60)$$

Чтобы решить задачу, необходимо представить данный интеграл в полярной системе координат (r, θ). Учитывая, что в полярной системе координат $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, $dz = (\cos\theta\, dr - r\sin\theta\, d\theta) + i(\sin\theta\, dr + r\cos\theta\, d\theta)$, можно преобразовать (3.60) к виду

$$\int_\Gamma F\,dz = \int \operatorname{Re} F\cos\theta\, dr - \int r\sin\theta \operatorname{Re} F\, d\theta - \int \sin\theta \operatorname{Im} F\, dr -$$
$$- \int r\cos\theta \operatorname{Im} F\, d\theta + i\int \cos\theta \operatorname{Im} F\, d\theta - i\int r\sin\theta \operatorname{Im} F\, d\theta +$$
$$+ i\int \sin\theta \operatorname{Re} F\, dr + i\int r\cos\theta \operatorname{Re} F\, d\theta. \tag{3.61}$$

Если интегрирование выполняется по окружности с фиксированным r, то $dr = 0$ и (3.61) упрощается:

$$\int_{C_r} F\,dz = -\int_{C_r} r\operatorname{Re} F\sin\theta\, d\theta - \int_{C_r} r\operatorname{Im} F\cos\theta\, d\theta -$$
$$- i\int_{C_r} r\operatorname{Im} F\sin\theta\, d\theta + i\int_{C_r} r\operatorname{Re} F\cos\theta\, d\theta. \tag{3.62}$$

Рассмотрим следующий интеграл

$$\int_{C_r} \frac{F(z)}{z}\,dz = \frac{1}{r}\int_{C_r} e^{-i\theta}(\operatorname{Re} F + i\operatorname{Im} F)(ir\cos\theta\, d\theta -$$
$$- r\sin\theta\, d\theta) = \frac{i}{r}\int_{C_r} \operatorname{Re} F r\, d\theta - \frac{1}{r}\int_{C_r} \operatorname{Im} F r\, d\theta. \tag{3.63}$$

Из (3.63) следует, что

$$I_4 = \operatorname{Im}\left\{r\int_{z_1}^{z_2} \frac{F(z)}{z}\,dz\right\};\quad z_1,\ z_2 \in C_r. \tag{3.64}$$

Решение интеграла I_5. Данное решение является существенно более сложным. Покажем, что оно следует из рассмотрения интеграла

$$\int_{C_r} (z^2 - r^2)\,F\,dz, \tag{3.65}$$

который можно преобразовать к виду

$$\int_{C_r} (z^2 - r^2)\,F\,dz = \int_{C_r} r^2(\cos 2\theta + i\sin 2\theta)(\operatorname{Re} F + i\operatorname{Im} F) \times$$
$$\times (ir\cos\theta\, d\theta - r\sin\theta\, d\theta) - \int_{C_r} r^2(\operatorname{Re} F + i\operatorname{Im} F)(ir\cos\theta\, d\theta -$$
$$- r\sin\theta\, d\theta) = r^2\int_{C_r} [i\cos\theta\cos 2\theta \operatorname{Re} F - \sin\theta\cos 2\theta\operatorname{Re} F +$$
$$+ \sin\theta\sin 2\theta\operatorname{Im} F - i\cos\theta\sin 2\theta\operatorname{Im} F - \cos\theta\sin 2\theta\operatorname{Re} F -$$
$$- \cos\theta\cos 2\theta\operatorname{Im} F - i\sin\theta\sin 2\theta\operatorname{Re} F - i\sin\theta\cos 2\theta\operatorname{Im} F +$$
$$+ \sin\theta\operatorname{Re} F + i\sin\theta\operatorname{Im} F - i\cos\theta\operatorname{Re} F + \cos\theta\operatorname{Im} F]\,r\,d\theta =$$
$$= \int_{C_r} r^3[\sin\theta\sin 2\theta\operatorname{Im} F - \sin\theta\cos 2\theta\operatorname{Re} F - \cos\theta\sin 2\theta\operatorname{Re} F -$$

$$-\cos\theta\cos 2\theta\,\mathrm{Im}\,F + \sin\theta\,\mathrm{Re}\,F + \cos\theta\,\mathrm{Im}\,F]\,r\,d\theta -$$
$$- i2r\int\limits_{C_r} r\,[\sin\theta\sin 2\theta\,\mathrm{Re}\,F + \sin\theta\cos 2\theta\,\mathrm{Im}\,F]\,r\,d\theta. \qquad (3.66)$$

Следовательно,

$$I_6 = -\,\mathrm{Im}\left\{\frac{1}{2r}\int\limits_{z_1}^{z_2}(z^2 - r^2)\,F(z)\,dz\right\};\; z_1 z_2 \in C_r. \qquad (3.67)$$

Под функцией $F(z)$ в (3.64) понимается $Z_I(z)$, а в (3.67) — $Z_I'(z)$.

На случай возможного перспективного обобщения предлагаемого расчетного метода определения остаточных напряжений, когда возникает необходимость вместо $\sigma_* = \mathrm{const}$ принять переменное по длине шва $\sigma_*(\eta) = A_n\eta^n$ (n — целое число), приведем здесь полученные формулы для определения интегралов типа I_1, I_2, I_3 в общем виде:

$$\int \eta^n\,\mathrm{Re}\,F(\xi,\eta)\,d\eta = \mathrm{Im}\left\{i^{-n}\int(\zeta-\xi)^n F(\zeta)\,d\zeta\right\};$$
$$\int \eta^n\,\mathrm{Im}\,F(\xi,\eta)\,d\eta = -\,\mathrm{Re}\left\{i^{-n}\int(\zeta-\xi)^n F(\zeta)\,d\zeta\right\}.$$

Расчетный метод допускает возможность учета изменения ширины зоны пластических деформаций по длине шва. При этом в функциях Z_I и Z_I' изменится подкоренное выражение, что приведет к существенному усложнению конечных зависимостей для напряжений, но принципиальные затруднения здесь не возникнут. Кроме того, возможно также и численное вычисление интегралов.

3.4. К ВОПРОСУ О ВЫЧИСЛЕНИИ КОНТУРНЫХ ИНТЕГРАЛОВ

Приведенные в предыдущем разделе 3.3 зависимости (3.48), (3.53) и (3.54) для решения определяющих (т. е. таких, которые определяют суммарное напряженное состояние в сварном соединении) интегралов I_1, I_2 и I_3 выражаются через контурные интегралы следующего вида:

$$\int\limits_{\zeta_1}^{\zeta_2} Z_I(\zeta)\,d\zeta;\quad \int\limits_{\zeta_1}^{\zeta_2}\zeta Z_I'(\zeta)\,d\zeta;\quad \int\limits_{\zeta_1}^{\zeta_2} Z_I'(\zeta)\,d\zeta.$$

Учитывая вид функций Z_I и Z_I' согласно (3.12) и (3.13), можно получить решения соответствующих неопределенных интегралов:

$$\int Z_I(\zeta)\,d\zeta = \sigma_*(\sqrt{\zeta^2 - b_n^2} - \zeta);$$
$$\int \zeta Z_I'(\zeta)\,d\zeta = \sigma_* b_n^2\,\frac{1}{\sqrt{\zeta^2 - b_n^2}};$$
$$\int Z_I'(\zeta)\,d\zeta = \sigma_*\,\frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - b_n^2}}.$$

Последующее вычисление определенных интегралов, указанных выше, связано с подстановкой пределов интегрирования, которые могут быть расположены: оба в нижней полуплоскости ($\mathrm{Im}\,\zeta < 0$); оба

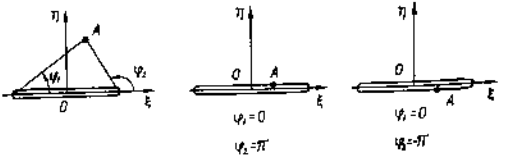


Рис. 3.8. Определяющие углы для функции $f(\zeta) = \sqrt{\zeta^2 - b_n^2}$ в произвольной точке плоскости $\zeta = \xi + i\eta$

в верхней полуплоскости ($\operatorname{Im}\zeta > 0$) или верхний предел в верхней полуплоскости, а нижний — в нижней полуплоскости. Именно здесь возникают трудности, связанные с правильным выбором знака аргумента комплексных чисел под квадратным корнем. Рассмотрим более подробно данный вопрос.

Прежде всего отметим, что функция $f(\zeta) = \sqrt{\zeta^2 - b_n^2}$ комплексного переменного $\zeta = \xi + i\eta$ принимает разные знаки на берегах разреза длиной $2b_n$ на отрезке $[-b_n, b_n]$ действительной оси ξ. На верхнем берегу имеем знак плюс, а на нижнем — минус. В этом легко убедиться, если представить $f(\zeta)$ в показательной форме:

$$f(\zeta) = \sqrt{\zeta^2 - b_n^2} = \sqrt{(\zeta - b_n)(\zeta + b_n)} = \sqrt{re^{i\varphi_1} re^{i\varphi_2}} = re^{\frac{i(\varphi_1 + \varphi_2)}{2}}.$$

Если $f(\zeta)$ определяется в некоторой точке A, расположенной в верхней или нижней полуплоскости, то углы φ_1 и φ_2 находят так, как показано на рис. 3.8. Если точка A расположена на верхнем берегу разреза, то

$$f(\zeta) = re^{\frac{i(0+\pi)}{2}} = re^{i\pi/2} = r\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right) = ir.$$

В случае расположения точки A на нижнем берегу разреза будем иметь

$$f(\zeta) = re^{\frac{i(0-\pi)}{2}} = re^{-i\pi/2} = r\left(\cos\frac{\pi}{2} - i\sin\frac{\pi}{2}\right) = -ir.$$

Эти же результаты на берегах разреза должны получаться и из общего представления функции $f(\zeta)$ для точки A, расположенной в верхней или нижней полуплоскости. Пусть в нижней полуплоскости в точке $A_1(\xi - iL_1)$, а в верхней — в точке $A_2(\xi + iL_2)$ функция $f(\zeta)$ представляется следующими соответствующими зависимостями:

$$f_1(\zeta) = \sqrt{(\xi - iL_1)^2 - b_n^2};$$
$$f_2(\zeta) = \sqrt{(\xi + iL_2)^2 - b_n^2}.$$

После преобразований будем иметь:

$$f_1(\zeta)=\sqrt{(\xi^2-b_n^2-L_1^2)-i2\xi L_1}=\sqrt{le^{i\lambda}}=\sqrt{l}\left(\cos\frac{\lambda}{2}+i\sin\frac{\lambda}{2}\right);$$

$$f_2(\zeta)=\sqrt{\xi^2-b_n^2-L_2^2)+i2\xi L_2}=\sqrt{Te^{i\delta}}=\sqrt{T}\left(\cos\frac{\delta}{2}+i\sin\frac{\delta}{2}\right).$$

Неясность состоит в том, какие углы следует понимать под λ и δ.

В рассматриваемых случаях под корнями имеем какие-то комплексные числа соответственно

$$\Delta_1=(\xi^2-b_n^2-L_1^2)-i2\xi L_1=M-iN;$$
$$\Delta_2=(\xi^2-b_n^2-L_2^2)+i2\xi L_2=P+iQ$$

в новой плоскости $z=x+iy$. В этой новой плоскости z числа Δ_1 и Δ_2 будут изображаться соответствующими точками A_1' и A_2'. Действительные M и P, а также мнимые N и Q части могут быть положительными и отрицательными. Возможны следующие варианты:

1. $\xi>0,\ L_1\neq 0,\ L_2\neq 0$. Тогда $N>0,\ Q>0$;

а) $M<0$ при $\xi<\sqrt{b_n^2+L_1^2}$;

б) $M=0$ при $\xi=\sqrt{b_n^2+L_1^2}$;

в) $M>0$ при $\xi>\sqrt{b_n^2+L_1^2}$;

г) $P<0$ при $\xi<\sqrt{b_n^2+L_2^2}$;

д) $P=0$ при $\xi=\sqrt{b_n^2+L_2^2}$;

е) $P>0$ при $\xi>\sqrt{b_n^2+L_2^2}$.

2. $\xi<0,\ L_1\neq 0,\ L_2\neq 0$. Тогда $N<0,\ Q<0$;

а) $M<0$ при $\xi<\sqrt{b_n^2+L_1^2}$;

б) $M=0$ при $\xi=\sqrt{b_n^2+L_1^2}$;

в) $M>0$ при $\xi>\sqrt{b_n^2+L_1^2}$;

г) $P<0$ при $\xi<\sqrt{b_n^2+L_2^2}$;

д) $P=0$ при $\xi=\sqrt{b_n^2+L_2^2}$;

е) $P>0$ при $\xi>\sqrt{b_n^2+L_2^2}$.

3. $\xi=0,\ L_1\neq 0,\ L_2\neq 0$. Тогда $N=Q=0$; $M=-(b_n^2+L_1^2)<0$; $P=-(b_n^2+L_2^2)<0$.

4. ξ — любое, $L_1=L_2=0$. Тогда $N=Q=0$; $M=P=\xi^2-b_n^2$;

а) $M,\ P<0$ при $b_n<\xi<b_n$;

б) $M,\ P=0$ при $\xi=\pm b_n$;

в) $M,\ P>0$ при $b_n<\xi<-b_n$.

Анализ приведенных вариантов показывает, что если точка A_1 находится в нижней полуплоскости, то, чтобы получить отрицательное значение $f_1(\zeta)$, когда точка A_1 попадает на нижний берег разреза в процессе своего движения при изменении M и N, необходимо, чтобы угол λ был отрицательным. Это означает, что его можно найти по формулам:

$$\lambda = \begin{cases} \operatorname{arctg}\dfrac{-2\xi L_1}{\xi^2 - b_n^2 - L_1^2} - \pi; & -\sqrt{b_n^2 + L_1^2} < \xi < \sqrt{b_n^2 + L_1^2}; \\ \dfrac{-\pi}{2}; & \xi = \sqrt{b_n^2 + L_1^2}; \\ -\dfrac{3\pi}{2}; \quad \text{при} & \xi = -\sqrt{b_n^2 + L_1^2}; \\ \operatorname{arctg}\dfrac{-2\xi L_1}{\xi^2 - b_n^2 - L_1^2}; & \xi > \sqrt{b_n^2 + L_1^2}; \\ \operatorname{arctg}\dfrac{-2\xi L_1}{\xi^2 - b_n^2 - L_1^2} - 2\pi; & \xi < -\sqrt{b_n^2 + L_1^2}. \end{cases}$$

Аналогично в случае расположения точки A_2 в верхней полуплоскости для получения положительного значения $f_2(\xi)$ при попадании A_2 на верхний берег разреза необходимо, чтобы угол δ был положительным, т. е. он должен определяться зависимостями:

$$\delta = \begin{cases} \operatorname{arctg}\dfrac{2\xi L_2}{\xi^2 - b_n^2 - L_2^2} + \pi; & \sqrt{b_n^2 + L_2^2} < \xi < \sqrt{b_n^2 + L_2^2}; \\ \dfrac{\pi}{2}; & \xi = \sqrt{b_n^2 + L_2^2}; \\ \dfrac{3\pi}{2}; \quad \text{при} & \xi = -\sqrt{b_n^2 + L_2^2}; \\ \operatorname{arctg}\dfrac{2\xi L_2}{\xi^2 - b_n^2 - L_2^2}; & \xi > \sqrt{b_n^2 + L_2^2}; \\ \operatorname{arctg}\dfrac{2\xi L_2}{\xi^2 - b_n^2 - L_2^2} + 2\pi; & \xi < -\sqrt{b_n + L_2^2}. \end{cases}$$

Сделанные замечания относительно знака углов λ и δ должны использоваться при вычислении контурных интегралов в различных областях сварного соединения.

3.5. БАЗОВОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРИ СВАРКЕ ПЛАСТИН

Под *базовым напряженным состоянием* при сварке тонких пластин будем понимать остаточное напряженное состояние, которое возникает при выполнении прямолинейного шва бесконечной длины в бесконечной плоскости. На практике такое напряженное состояние возникает при сварке технологически больших листов (полотнищ), исключая концевые области, прилегающие к торцам соединения. Технологически большие листы можно выразить через отношение a ширины зоны пластических деформаций $2b_n$ к ширине соединения $2B$ ($a = b_n/B$). Как будет показано ниже, при $a \leqslant 0{,}1$ практически уже можно принимать модель бесконечной плоскости.

Рассматриваемое *напряженное состояние* называется *базовым* по двум причинам. Во-первых, к нему стремятся всякие напряженные состояния в плоских стыковых соединениях при увеличении их габаритных размеров, длины швов, а также диаметра для круговых швов,

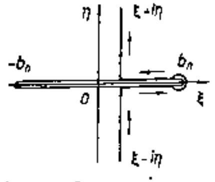


Рис. 3.9. Линия интегрирования функции $Z_I(\zeta)$

а во-вторых, на основе особенностей данного напряженного состояния можно строить решения различных других задач об остаточном напряженном состоянии, например, для сварных соединений ограниченных размеров.

Согласно интегральному представлению (3.18) для определения суммарных продольных напряжений в рассматриваемом соединении необходимо проинтегрировать в бесконечных пределах действительную часть функции $Z_I(\zeta)$ комплексной переменной $\zeta = \xi + i\eta$.

Решение данной задачи определяется решением интеграла I_1 в соответствии с (3.48). Применительно к данной задаче (3.48) запишем в виде

$$I_1 = \mathrm{Im}\left\{\int_{\xi-i\infty}^{\xi+i\infty} \sigma_*\left(\frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2-b_n^2}} - 1\right) d\zeta\right\}. \quad (3.68)$$

При $-b_n \leqslant \xi \leqslant b_n$ контур интегрирования в виде прямой, параллельной оси η, будет пересекать разрез по отрезку $[-b_n, b_n]$ действительной оси ξ, что не допускается. В связи с этим, а также учитывая, что данный интеграл не зависит от формы кривой, соединяющей точки начала и конца интегрирования, возьмем ее в виде ломаной (рис. 3.9), состоящей из двух лучей, параллельных оси η, верхнего и нижнего берегов разреза и замыкающей окружности $C_\rho\,|\zeta - b_n| = \rho$. Вычислим интеграл в (3.68):

$$\int_{\xi-i\infty}^{\xi+i\infty} \sigma_*\left(\frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2-b_n^2}} - 1\right) d\zeta = \lim_{\eta\to+\infty} \sigma_*\left(\sqrt{\zeta^2-b_n^2} - \zeta\right)\Big|_{\xi-i\eta}^{\xi+i\eta} = 0 \quad (3.69)$$

Дадим оценку интеграла от $Z_I(\zeta)$ по окружности C_ρ при $\rho \to 0$. Известно, что

$$\left|\int_{C_\rho} Z_I(\zeta)\, d\zeta\right| \leqslant \max_{\zeta\in C_\rho} |Z_I(\zeta)|\, 2\pi\rho. \quad (3.70)$$

В данном случае

$$|Z_I(\zeta)| = \sigma_*\sqrt{(M\cos\theta_2 - 1)^2 + (M\sin\theta_2)^2},$$

где

$$M = \sqrt{P/(\rho^2\sqrt{Q^2+R^2})};$$
$$P = (\rho^2\cos\theta + b_n)^2 + \rho^2\sin^2\theta;$$
$$Q = \cos 2\theta + \frac{2b_n}{\rho}\cos\theta;\ R = \sin 2\theta + \frac{2b_n}{\rho}\sin\theta;$$
$$\theta = \mathrm{arctg}\,\frac{\eta}{\xi - b_n};\ \theta_1 = \mathrm{arctg}\,\frac{\rho\sin\theta}{\rho\cos\theta + b_n};$$

$$\theta_2 = \operatorname{arctg} \frac{\rho^2 \sin 2\theta + 2\rho b_п \sin \theta}{\rho^2 \cos 2\theta + 2\rho b_п \cos \theta};$$

$$\theta_0 = \frac{1}{2} (2\theta_1 - \theta_2).$$

Анализ соотношения (3.70) показывает, что при любом θ

$$\lim_{\rho \to 0} |Z_I(\zeta)| \, 2\pi\rho = 0.$$

Значит, при стягивании окружности C_ρ в точку интеграл по ней от $Z_I(\zeta)$ обращается в нуль.

Таким образом, интеграл I от $Z_I(\zeta)$ по прямой, параллельной оси η, при $-b_п \leqslant \xi \leqslant b_п$ в пределах от $-\infty$ до $+\infty$ равен с обратным знаком интегралу I^* от той же функции по берегам разреза в пределах от ξ до $b_п$. Вычислим I^*:

$$I^* = \int\limits_{\xi}^{b_п} Z_I^+(\zeta)\, d\zeta + \int\limits_{b_п}^{\xi} Z_I^-(\zeta)\, d\zeta. \tag{3.71}$$

Знаками «+» и «—» при $Z_I(\zeta)$ в выражении (3.71) отмечено, что $\sqrt{\zeta^2 - b_п^2}$ на верхнем и нижнем берегах разреза меняет знак. С учетом этого

$$I^* = i 2\sigma_* \sqrt{b_п^2 - \xi^2}. \tag{3.72}$$

Поэтому

$$I = \int\limits_{\Gamma \parallel \eta} Z_I(\zeta)\, d\zeta = -i 2\sigma_* \sqrt{b_п^2 - \xi^2}. \tag{3.73}$$

Если прямая Γ расположена вне разреза ($|\xi| > b_п$), то $I = 0$. Значит,

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Re} Z_I(\xi, \eta)\, d\eta = \begin{cases} -2\sigma_* \sqrt{b_п^2 - \xi^2}; & (|\xi| < b_п); \\ 0; & (|\xi| > b_п). \end{cases} \tag{3.74}$$

Подставляя (3.74) в (3.18), находим

$$\sigma'_\eta(\xi) = \lim_{\Delta \to 0} \frac{\sigma_*}{\Delta} \begin{cases} -4 \sqrt{b_п^2 - \xi^2}; & (|\xi| < b_п); \\ 0; & (|\xi| > b_п). \end{cases} \tag{3.75}$$

Поскольку

$$\lim_{\Delta \to 0} \frac{\sigma_*}{\Delta} = -\frac{k\sigma_т}{4 b_п}, \tag{3.76}$$

(3.75) перепишем в окончательном виде:

$$\sigma'_\eta(\xi) = \begin{cases} \frac{k\sigma_т}{b_п} \sqrt{b_п^2 - \xi^2}; & (|\xi| < b_п); \\ 0; & (|\xi| > b_п). \end{cases} \tag{3.77}$$

Таким образом, на основании проведенного анализа можно сделать вывод о том, что при выполнении бесконечного шва в бесконечной

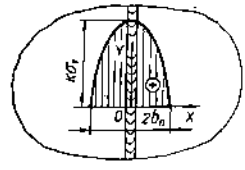


Рис. 3.10. Эпюра остаточных продольных напряжений в соединении бесконечных размеров с бесконечным швом

плоскости возникает напряженное состояние (названное выше базовым), характеризующееся наличием только продольных напряжений растяжения в зоне пластических деформаций, эпюра которых (рис. 3.10) в определенном масштабе повторяет эпюру остаточных продольных пластических деформаций укорочения с обратным знаком. Другие составляющие тензора напряжений в любой точке соединения при данном выборе координатных осей равны нулю в соответствии с (3.15) и (3.16). Продольные напряжения, определяемые выражением (3.77), являются главными и единственными, поэтому напряженное состояние будет линейным.

Установленный здесь факт, состоящий в том, что в таком соединении эпюра остаточных продольных напряжений в точности повторяет эпюру остаточных продольных пластических деформаций укорочения с обратным знаком, не является случайным в связи с принятой зависимостью (3.3) для $\varepsilon'(x)$. Здесь имеет место существенно более сильный результат, согласно которому такое положение будет соблюдаться всегда при любом законе для $\varepsilon'(x)$, если нагрузка $g(\xi)$ на берега выреза-трещины является рациональной функцией.

Если в окрестности точки $\zeta = \infty$ т. е. при достаточно больших $|\zeta|$, функция

$$f(\zeta) = G(\zeta) + f_0(\zeta),$$

где $f_0(\zeta)$ — функция, голоморфная в окрестности точки $\zeta = \infty$ и исчезающая при $\zeta = 0$, а функция

$$G(\zeta) = A_0 + A_1\zeta + \cdots + A_k\zeta^k$$

($A_0, A_1, \ldots, A_k$ — постоянные), то говорят, что $f(\zeta)$ имеет в точке $\zeta = \infty$ полюс порядка k с главной частью $G(\zeta)$. Пусть L — простой замкнутый гладкий контур в плоскости комплексного переменного ζ, разделяющий ее на области S^+ и S^-. Пусть S^+ — та часть плоскости, которая остается слева при заданном направлении обхода контура. Тогда если функция $f(\zeta)$ голоморфна в S^+ и непрерывна в $(S^+ + L)$, за исключением точек $a_1, a_2, \ldots, a_m$ области S^+, где она имеет полюсы с главными частями $G_1(\zeta), G_2(\zeta), \ldots, G_m(\zeta)$, то

$$\frac{1}{2\pi i}\int \frac{f(t)\,dt}{t-\zeta} = \begin{cases} f(\zeta) - \sum\limits_{n=1}^{m} G_n(\zeta) \text{ при } \zeta \in S^+; \\ -\sum\limits_{n=1}^{m} G_n(\zeta) \text{ при } \zeta \in S^-. \end{cases} \qquad (3.78)$$

Воспользуемся согласно [10] соотношениями (3.78) для вычисления сингулярных интегралов вида

$$I(\zeta) = \int\limits_{-l}^{l} \frac{g(\xi)\sqrt{l^2-\xi^2}}{\zeta-\xi}\,d\xi, \qquad (3.79)$$

определяющих собой функцию $Z_1(\zeta)$ по выражению (3.10). Рассмотрим вспомогательный интеграл

$$\int_{\Lambda} \frac{g(z)\sqrt{l^2 - z^2}}{\zeta - z} dz, \ (z = x + iy). \quad (3.80)$$

Контур интегрирования Λ может быть выбран так, как показано на рис. 3.11. Возьмем при больших ζ ветвь $\sqrt{l^2 - \zeta^2}$ со знаком минус:

Рис. 3.11. Расположение и направление обхода контура интегрирования Λ

$$\sqrt{l^2 - \zeta^2} = -i\sqrt{\zeta^2 - l^2} = -i\zeta(1 - l^2/2\zeta^2 + \cdots). \quad (3.81)$$

Стягивая контур интегрирования Λ к прямолинейному отрезку $|z| = |\xi + i0| \leqslant l$, на основании формул (3.78) и (3.79) находим

$$I(\zeta) = \int_{-l}^{l} \frac{g(\xi)\sqrt{l^2 - \xi^2}}{\zeta - \xi} d\xi = \pi\left[\sum_n G_n(\zeta) - g(\zeta)\sqrt{\zeta^2 - l^2}\right], \quad (3.82)$$

где $G_n(\zeta)$ — главные части функции $g(\zeta)\sqrt{\zeta^2 - l^2}$ в ее полюсах.

Тогда выражение (3.10) для функции $Z_I(\zeta)$ запишем в виде

$$Z_I(\zeta) = \frac{\sum\limits_n G_n(\zeta)}{\sqrt{\zeta^2 - l^2}} - g(\zeta). \quad (3.83)$$

Можно показать, что и в этом случае интеграл от $Z_I(\zeta)$, определяемой согласно (3.83) для $-b_n \leqslant \xi \leqslant b_n$ по $\Gamma \parallel \eta$ в пределах от $\xi - i\infty$ до $\xi + i\infty$ от $Z_I(\zeta)$, равен интегралу от той же функции по берегам разреза от ξ до b_n, который будет состоять только из слагаемых, содержащих в числителе $\sqrt{\xi^2 - l^2}$ в силу двузначности данного корня на берегах разреза.

С другой стороны, перемещение берега разреза $v(\xi)$ определяется формулой [11]

$$v(\xi, \eta = 0) = \frac{2}{E}\,\mathrm{Im}\, Z_I^0(\xi) = \frac{2}{E}\,\mathrm{Im}\int Z_I(\xi)\, d\xi. \quad (3.84)$$

Из (3.84) видно, что при $\eta = 0$ перемещение $v(\xi)$ определяется точно такими же слагаемыми, что и интеграл по берегам разреза, указанный выше.

Следовательно, доказано, что эпюра остаточных продольных напряжений всегда повторяет в определенном масштабе эпюру остаточных продольных пластических деформаций укорочения с обратным знаком.

Кажущаяся неуравновешенность эпюры продольных напряжений $\sigma_\eta'(\xi)$ в поперечном сечении объясняется тем, что в действительности положительная часть эпюры уравновешивается ее отрицательной частью, представляющей собой бесконечно малые напряжения сжатия (в пределе равные нулю), но действующие на бесконечно большой ширине. Иными словами, это тот случай, когда

$$0 \cdot \infty = \int_{-b_n}^{b_n} \sigma'_n(\xi)\, d\xi. \qquad (3.85)$$

3.6. УЧЕТ ВЛИЯНИЯ НА ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ОГРАНИЧЕННОСТИ РАЗМЕРОВ СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ И ПРОДОЛЬНОЙ ЖЕСТКОСТИ СБОРОЧНО-СВАРОЧНОЙ ОСНАСТКИ

3.6.1. Сварка в абсолютно жестком приспособлении

Напряженное состояние в сварном стыковом соединении ограниченных размеров, сваренном в абсолютно жестком приспособлении и пока остающемся в нем, будет таким же, как и для соединения с бесконечным швом в бесконечной плоскости. Соединение в силовом отношении работает совместно с приспособлением, составляя с ним единое целое, и, поскольку жесткость приспособления максимально возможная, оно моделирует собой бесконечную пластину.

Однако в реальном, освобожденном от приспособления соединении, граничные условия на торцах нулевые. Поэтому, чтобы получить напряженное состояние в реальном сварном соединении, необходимо просуммировать напряженное состояние в соединении до снятия его с приспособления (базовое напряженное состояние) с напряженным состоянием в прямоугольной пластине таких же размеров, как и сварное соединение, с нагрузкой на торцах, равной напряжениям в соединении, вырезанном из бесконечной пластины, но только обратного знака (сжатие). Напряженное состояние σ^k_{ij} в прямоугольной пластине, сжимаемой по торцам, является корректирующим, и его учет связан с необходимостью выполнения граничных условий в реальном сварном соединении, освобожденном из приспособления.

В основном задача сводится к определению корректирующего напряженного состояния σ^k_{ij}. Эту двумерную задачу в рамках теории упругости можно решить при помощи рядов Фурье.

Рассмотрим сначала *вспомогательную задачу о напряженном состоянии* в прямоугольной пластине $2L \times 2B$, загруженной на противоположных торцах $y = \pm L$ по всей длине произвольной косинусоидальной нагрузкой, симметричной относительно оси Y:

$$\bar{p}(x) = A \cos[m\pi x/B], \qquad (3.86)$$

где m — любое целое число.

Таким образом, граничные условия в данной задаче будут следующие:

$$\bar{\sigma}_y = -A \cos[(m\pi x/B], \; \bar{\tau}_{xy} = 0 \text{ при } y = \pm L; \qquad (3.87)$$
$$\bar{\sigma}_x = 0, \; \tau_{xy} = 0 \text{ при } x \pm B.$$

Как известно, решение плоской задачи теории упругости сводится к отысканию функции φ, удовлетворяющей битармоническому уравнению

$$\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^2\,\partial y^2} + \frac{\partial^4\varphi}{\partial y^4} = 0. \tag{3.88}$$

Поскольку в данной задаче нагрузка симметрична относительно оси Y, возьмем φ в виде

$$\varphi = f(y)\cos[(m\pi x)/B], \tag{3.89}$$

где функция $f(y)$ зависит только от y.

Функция напряжений φ будет удовлетворять уравнению (3.88) только при определенном виде $f(y)$. Этот вид $f(y)$ необходимо найти.

Обозначая $\alpha = m\pi/B$, продифференцируем (3.89) по x и y. Тогда

$$\begin{gathered}\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4} = f(y)\,\alpha^4\cos(\alpha x);\\ \frac{\partial^4\varphi}{\partial x^2\,\partial y^2} = f^{II}(y)\,[-\alpha^2\cos(\alpha x)];\\ \frac{\partial^4\varphi}{\partial y^4} = f^{IV}(y)\cos(\alpha x).\end{gathered} \tag{3.90}$$

После подстановки (3.90) в (3.88) будем иметь линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами:

$$\alpha^4 f(y) - 2\alpha^2 f^{II}(y) + f^{IV}(y) = 0. \tag{3.91}$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$f(y) = C_1\operatorname{ch}(\alpha y) + C_2\operatorname{sh}(\alpha y) + C_3 y\operatorname{ch}(\alpha y) + C_4 y\operatorname{sh}(\alpha y). \tag{3.92}$$

В силу симметрии задачи относительно оси X функция $f(y)$ не должна иметь антисимметричных членов. Поэтому коэффициенты $C_2 = C_3 = 0$. Следовательно,

$$f(y) = C_1\operatorname{ch}(\alpha y) + C_4 y\operatorname{sh}(\alpha y) \tag{3.93}$$

и тогда

$$\varphi = \cos(\alpha x)\,[C_1\operatorname{ch}(\alpha y) + C_4 y\operatorname{sh}(\alpha y)]. \tag{3.94}$$

Таким образом, компоненты напряжений в пластине от такой нагрузки можно найти по формулам:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = \cos(\alpha x)\,\{C_1\alpha^2\operatorname{ch}(\alpha y) + C_4\alpha\,[2\operatorname{ch}(\alpha y) + \alpha y\operatorname{sh}(\alpha y)]\}; \tag{3.95}$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = -\alpha^2\cos(\alpha x)\,[C_1\operatorname{ch}(\alpha y) + C_4 y\operatorname{sh}(\alpha y)]; \tag{3.96}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\,\partial y} = \alpha\sin(\alpha x)\,\{C_1\alpha\operatorname{sh}(\alpha y) + C_4\,[\operatorname{sh}(\alpha y) + \alpha y\operatorname{ch}(\alpha y)]\}. \tag{3.97}$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_4 необходимо определить из граничных условий (3.87).

Подставляя в (3.97) $y = L$ и приравнивая к нулю выражение в фигурных скобках, получаем

$$C_1 = -C_4\,\frac{\operatorname{sh}(\alpha L) + \alpha L\cdot\operatorname{ch}(\alpha L)}{\alpha\cdot\operatorname{sh}(\alpha L)}. \tag{3.98}$$

Подставим $y = L$ в (3.96) и приравниваем его (3.86) с обратным знаком. Тогда

$$C_1 = \frac{A}{\alpha^2 \operatorname{ch}(\alpha L)} - C_4 \frac{L \operatorname{sh}(\alpha L)}{\operatorname{ch}(\alpha L)}. \tag{3.99}$$

Приравнивая (3.98) и (3.99), находим

$$C_4 = -\frac{A \quad \operatorname{sh}(\alpha L)}{\alpha^2 L + \alpha \cdot \operatorname{sh}(\alpha L) \cdot \operatorname{ch}(\alpha L)}. \tag{3.100}$$

Подставляя (3.98) в (3.100), определяем

$$C_1 = \frac{A\,[\operatorname{sh}(\alpha L) + \alpha L \cdot \operatorname{ch}(\alpha L)]}{\alpha^2\,[\alpha L + \operatorname{sh}(\alpha L) \cdot \operatorname{ch}(\alpha L)]}. \tag{3.101}$$

С учетом найденных выражений для C_1 и C_4 компоненты напряжений во вспомогательной задаче принимают вид:

$$\bar{\sigma}_x = 2A \cos(mb\pi)\,(B_m - C_m - D_m); \tag{3.102}$$

$$\bar{\sigma}_y = 2A \cos(mb\pi)\,(C_m - B_m - D_m); \tag{3.103}$$

$$\bar{\tau}_{xy} = 2A \sin(mb\pi)\,(E_m - F_m), \tag{3.104}$$

где

$$B_m = \frac{mc\pi \cdot \operatorname{ch}(mc\pi) \cdot \operatorname{ch}(mcd\pi)}{2mc\pi + \operatorname{sh}(2mc\pi)};$$

$$C_m = \frac{mcd\pi \cdot \operatorname{sh}(mcd\pi) \cdot \operatorname{sh}(mc\pi)}{2mc\pi + \operatorname{sh}(2mc\pi)};$$

$$D_m = \frac{\operatorname{sh}(mc\pi) \cdot \operatorname{ch}(mcd\pi)}{2mc\pi + \operatorname{sh}(2mc\pi)};$$

$$E_m = \frac{mc\pi \cdot \operatorname{sh}(mcd\pi) \cdot \operatorname{ch}(mc\pi)}{2mc\pi + \operatorname{sh}(2mc\pi)};$$

$$F_m = \frac{mcd\pi \cdot \operatorname{ch}(mcd\pi) \cdot \operatorname{sh}(mc\pi)}{2mc\pi + \operatorname{sh}(2mc\pi)},$$

$$b = x/B;\ c = L/B;\ d = y/L.$$

Анализ выражений (3.102)...(3.104) показывает, что на верхней и нижней кромках пластины ($y = \pm L$) граничные условия удовлетворяются полностью, а на продольных ($x = \pm B$) — в интегральном смысле как для $\bar{\tau}_{xy}$, так и для $\bar{\sigma}_x$. Такое решение задачи со смягченными граничными условиями на продольных кромках вполне допустимо и часто применяется в теории упругости, если не интересоваться распределением напряжений вблизи этих кромок.

На основе решения вспомогательной задачи теперь можно рассмотреть *задачу о напряженном состоянии в пластине* $2L \times 2B$, сжимаемой по торцам нагрузкой $p(x)$, соответствующей напряжениям $\sigma_y'(x)$:

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{k\sigma_\tau}{b_n}\sqrt{b_n^2 - x^2}, & 0 \leqslant |x| \leqslant b_n; \\ 0, & |x| > b_n. \end{cases} \tag{3.105}$$

Данная нагрузка $p(x)$ симметрична относительно оси y. Поэтому целесообразно разложить ее в ряд Фурье по косинусам:

$$p(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos\left(\frac{m\pi x}{B}\right), \tag{3.106}$$

где

$$a_m = \frac{2}{B} \int_{0}^{b_n} p(x) \cos\left(\frac{m\pi x}{B}\right) dx, \; m = 0, 1, 2, 3 \ldots . \tag{3.107}$$

Подставим в (3.107) выражение для $p(x)$ из (3.106):

$$a_m = \frac{2\sigma_т}{Bb_n} \int_{0}^{b_n} \sqrt{b_n^2 - x^2} \cos\left(\frac{m\pi x}{B}\right) dx. \tag{3.108}$$

Заменой $\lambda = x/b_n$ преобразуем (3.108) к виду

$$a_m = \frac{2\sigma_т b_n}{B} \int_{0}^{1} \sqrt{1 - \lambda^2} \cos\left(\frac{m b_n \pi}{B} \lambda\right) d\lambda. \tag{3.109}$$

Интеграл в (3.109) имеет решение и выражается через функцию Бесселя первого порядка $J_1[(mb_n\pi)/B]$. Тогда

$$a_m = (\sigma_т/m) J_1[(m\pi b_n/B)]. \tag{3.110}$$

При $m = 0$

$$a_0 = (\sigma_т \pi b_n)/2B. \tag{3.111}$$

Член $a_0/2$ в разложении (3.106) представляет собой однородное сжатие пластины в направлении оси Y, т. е. он влияет только на напряжения σ_y^k. Напряженное состояние от суммы косинусоидальных нагрузок (3.106) на торцах пластины теперь можно определить на основе зависимостей (3.102)...(3.104):

$$\sigma_x^k = 2\sigma_т k \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(ma\pi)}{m} \cos(mb\pi)(B_m - C_m - D_m); \tag{3.112}$$

$$\sigma_y^k = 2\sigma_т k \left[-\frac{a\pi}{8} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(ma\pi)}{m} \cos(mb\pi)(B_m - C_m + D_m)\right]; \tag{3.113}$$

$$\tau_{xy}^k = 2\sigma_т k \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(ma\pi)}{m} \sin(mb\pi)(E_m - F_m), \tag{3.114}$$

где $a = b_n/B$.

Полученные выражения для компонентов напряженного состояния σ_{ij}^k позволяют записать в безразмерных параметрах зависимости для составляющих напряженного состояния $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}' + \sigma_{ij}^k$ в реальном сварном соединении ограниченных размеров, сваренном в абсолютно жестком приспособлении и освобожденном из него после полного охлаждения. Эти зависимости имеют вид:

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_т} = 2k\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_1(ma\pi)}{m}\cos(mb\pi)(B_m - C_m - D_m); \quad (3.115)$$

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_т} = 2k\begin{cases}\dfrac{\sqrt{b_п^2 - x^2}}{2b_п} - \dfrac{a\pi}{8} - \displaystyle\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_1(ma\pi)}{m}\cos(mb\pi)(B_m - C_m - D_m), \\ \qquad\qquad 0 \leqslant |x| \leqslant b_п; & (3.116) \\ -\dfrac{a\pi}{8} - \displaystyle\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_1(ma\pi)}{m}\cos(mb\pi)(B_m - C_m - D_m), \ |x| > b_п; \end{cases}$$

(3.117)

$$\frac{\tau_{xy}}{\sigma_т} = 2k\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_1(ma\pi)}{m}\sin(mb\pi)(E_m - F_m). \quad (3.118)$$

Функция Бесселя $J_1(ma\pi)$ табулирована. Кроме того, можно воспользоваться известными для нее представлениями:

$$J_1(ma\pi) = \sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n\frac{(ma\pi/2)^{1+2n}}{n!\,(1+n)!};$$

$$J_1(ma\pi) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos[(ma\pi)\sin\varphi - \varphi]\,d\varphi;$$

$$J_1(ma\pi) = -\sqrt{\frac{2}{ma\pi^2}}\cos\left(ma\pi + \frac{\pi}{4}\right) \text{ при } ma\pi \to +\infty.$$

Если $B \to \infty$, то из зависимостей (3.115)...(3.118) следует решение задачи о напряженном состоянии в бесконечной плоскости с бесконечным швом, полученное выше (см. 3.4).

По формулам (3.115)...(3.118) были выполнены расчеты напряжений в относительных единицах для различных типоразмеров сварных соединений, определяемых параметром $c = L/B$ (c = 1/3; 1/2; 1,0; 2,0; 3,0). Такой перебор значений c при постоянном $a = b_п/B$ позволяет проследить закономерность изменения напряжений в соединении по мере увеличения его длины. При тех же значениях c за счет изменения a можно изучить влияние ширины соединения на напряженное состояние. Характерными сечениями в стыковом соединении являются продольное по оси шва ($x = 0$) и среднее поперечное ($y = 0$). Касательные напряжения в этих сечениях согласно выражению (3.118) равны нулю, что хорошо согласуется с известными экспериментальными данными и соответствует существующим представлениям по данному вопросу, если считать напряженное состояние в соединении симметричным относительно указанных сечений.

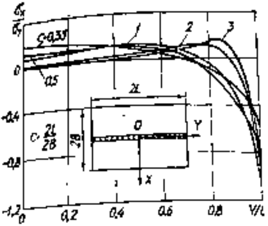
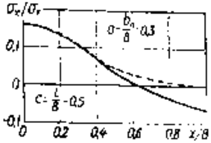


Рис. 3.12. Поперечные напряжения в шве

Рис. 3.13. Изменение поперечных напряжений по ширине стыкового соединения для среднего поперечного сечения



Характер изменения поперечных напряжений σ_x на оси шва для различных c при $a = 0{,}3$ показан на рис. 3.12. По мере увеличения длины соединения поперечные напряжения на оси шва в средней его части уменьшаются до нуля. Точки перехода кривой через нуль при этом смещаются ближе к торцам соединения ($y \to \pm L$). Для малых значений c, примерно до $c = 1{,}5$, кривая поперечных напряжений на оси шва близка к параболе и нередко в таком виде устанавливалась экспериментальным путем многими исследователями, поскольку обычно для эксперимента использовались образцы, мало отличающиеся от квадратных. При любых значениях c и a максимальные поперечные напряжения растяжения в шве остаются сравнительно небольшими и не превышают $0{,}2\ \sigma_T$. В других продольных сечениях, параллельных оси шва, характер распределения поперечных напряжений в общем сохраняется, а величина их постепенно уменьшается по мере удаления рассматриваемого сечения от оси шва. На рис. 3.13 сплошной кривой показано изменение поперечных напряжений по ширине соединения в случае $a = 0{,}3$ для среднего поперечного сечения $y = 0$, установленное предлагаемым методом. Там же штриховой кривой показан результат, полученный экспериментально. Существенное различие в ходе кривых при $x/B > 0{,}6$ объясняется, во-первых, нестрогим соблюдением в каждой точке граничных условий на боковых торцах ($x = \pm B$) и, во-вторых, недостаточным числом удерживаемых при счете членов ряда в выражении (3.115) при $x/B > 0{,}6$. Заметим, что все расчетные кривые, приведенные в данном разделе, получены при удержании в ряду трех первых членов ($m = 1, 2, 3$). В связи с неточным выполнением граничных условий на боковых торцах применение данного метода для вычисления σ_x и τ_{xy} при $x/B > 0{,}6$ не рекомендуется. В то же время неполное выполнение этих граничных условий мало влияет на результаты вычисления продольных напряжений σ_y при тех же $x/B > 0{,}6$.

Распределение продольных напряжений σ_y в среднем поперечном сечении $y = 0$ для различных c и a показано на рис. 3.14. Из сопоставления кривых на рис. 3.14 видно, что продольные напряжения на оси шва возрастают с увеличением c и уменьшением a, приближаясь к пре-

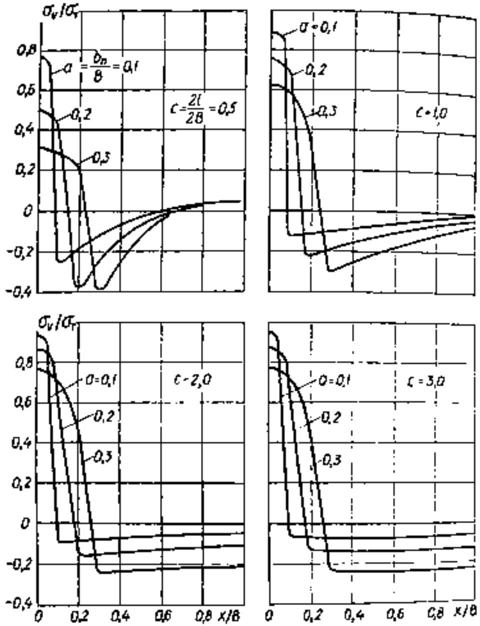


Рис. 3.14. Распределения продольных напряжений в среднем поперечном сечении по данным расчета

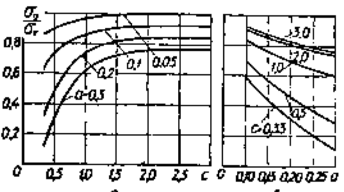


Рис. 3.15. Влияние размеров сварного соединения (а) и ширины пластической зоны (б) на продольные напряжения в шве в среднем поперечном сечении

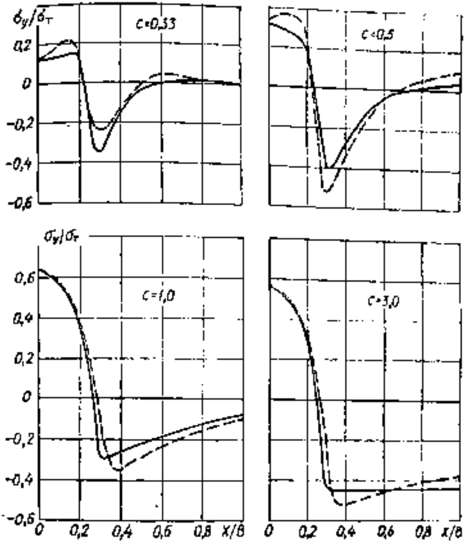


Рис. 3.16. Сравнение расчетных (сплошные кривые) и экспериментальных (штриховые кривые) данных для продольных напряжений в среднем поперечном сечении

делу текучести. Эта тенденция показана на рис. 3.15. Как следует, например, из рис. 3.15, *а*, при малом значении *а* продольные напряжения на оси шва в среднем поперечном сечении почти достигают уровня $\sigma_т$ уже в квадратном образце ($c = 1$), что также соответствует известным экспериментальным данным для стальных пластин.

Чтобы проверить основные расчетные данные, были проведены эксперименты на пластинах из стали Ст3. Размеры образцов выбирались так, чтобы сохранились указанные выше значения c. Заданный режим сварки обеспечил величину $a = 0{,}3$. Толщина пластин 5 мм, сварка осуществлялась в жестком приспособлении автоматом под флюсом проволокой СВ-08А диаметром 3 мм на режиме: $I_{св} = 400$ А, $U_д = 32$ В, $v_{св} = 18$ м/ч. Размер $b_п$ определялся на основе эпюры $\varepsilon'(x)$, построенной по известному методу гребенки. Деформации измерялись в среднем поперечном сечении механическими деформометрами на базах 25,50 и 100 мм. Результаты экспериментов в сравнении с данными расчетов приведены на рис. 3.16. Из сравнения расчетных с эксспериментальных данных следует вывод о том, что результаты расчетов вполне удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Несовпадение расчетных и экспериментальных кривых объясняется погрешностями расчета по предлагаемому методу и недостаточным количеством взятых для расчета членов ряда, особенно при $c = 1/3$ и $1/2$.

Расчетные эпюры продольных напряжений в среднем поперечном сечении соединения, построенные при удержании в ряду только первых трех членов, как это видно из рис. 2.14, практически являются уравновешенными, особенно для $c > 0{,}5$. Это свидетельствует о хорошей сходимости в общем используемых тригонометрических рядов в точках сварного соединения, достаточно удаленных от его контура.

3.6.2. Сварка в свободном состоянии

При сварке в свободном состоянии деформации пластического удлинения в зоне пластических деформаций на стадии охлаждения протекают в меньшей мере, и поэтому величина остаточных продольных пластических деформаций укорочения $\varepsilon_x^{\prime}$ в данном случае будет большей.

Чтобы получить решение данной задачи об остаточном напряженном состоянии, необходимо произвести перенормировку параметра Δ (выражение (3.30)) из условия $\bar{\sigma}_y\ (x = 0,\ y = 0) = k\sigma_\text{т}$ при $2L = \infty$ для бесконечно длинного стыкового соединения конечной ширины $2B$, в котором продольные напряжения в шве после охлаждения достигают уровня $k\sigma_\text{т}$, что следует из известной термомеханической диаграммы для модели сварного соединения — пластины с прорезями. При этом можно воспользоваться приведенным выше решением для случая сварки в жестком приспособлении, внося в него необходимые поправки. Учитывая зависимость (3.30), выражение (3.105) для $p(x)$ запишем в виде

$$p(x) = \begin{cases} -\dfrac{4\sigma_*}{\Delta}\sqrt{b_\text{п}^2 - x^2}, & 0 \leqslant |x| \leqslant b_\text{п}; \\ 0, & |x| > b_\text{п}. \end{cases} \tag{3.119}$$

Тогда зависимости (3.109)...(3.111) соответственно можно представить в виде формул:

$$a_m = -\frac{8\sigma_* b_\text{п}^2}{B\Delta}\int_0^1 \sqrt{1-\lambda^2}\cos\left(\frac{m\pi b_\text{п}}{B}\lambda\right)d\lambda; \tag{3.120}$$

$$a_m = -\frac{4\sigma_* b_\text{п}}{m\Delta} J_1\left(\frac{m\pi b_\text{п}}{B}\right); \tag{3.121}$$

$$a_0 = -\frac{2\sigma_* b_\text{п}^2\pi}{B\Delta}. \tag{3.122}$$

Следовательно,

$$\sigma_x^k = -\frac{8\sigma_* b_\text{п}}{\Delta}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_1(m\alpha\pi)}{m}\cos(mb\pi)(B_m - C_m - D_m); \tag{3.123}$$

$$\hat{\sigma}_y^k = \frac{8\sigma_* b_п}{\Delta}\left[\frac{a\pi}{8} - \sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_1(ma\pi)}{m}\cos(mb\pi)(B_m - C_m + D_m)\right]; \quad (3.124)$$

$$\tau_{xy}^k = -\frac{8\sigma_* b_п}{\Delta}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_1(ma\pi)}{m}\sin(mb\pi)(E_m - F_m). \quad (3.125)$$

На основании зависимости (3.124) с учетом (3.119) запишем

$$\sigma_y = -\frac{4\sigma_*}{\Delta}\sqrt{b_п^2 - x^2} + \frac{\sigma_* b_п^2 \pi}{B\Delta} + \frac{8\sigma_* b_п}{\Delta}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_1(ma\pi)}{m}\times$$

$$\times\cos(mb\pi)(B_m - C_m + D_m), \; 0 \leqslant |x| \leqslant b_п. \quad (3.126)$$

Удовлетворяя условию

$$\sigma_y(x = 0,\; y = 0,\; 2L = \infty) = k\sigma_т,$$

из (3.126) получим

$$k\sigma_т = -\frac{\sigma_* b_п}{\Delta}\left[4 - \frac{b_п \pi}{B}\right]. \quad (3.127)$$

Третье слагаемое в (3.126) исчезает при $2L = \infty$ в силу того, что при этом условии полностью исчезает неравномерная составляющая для $\hat{\sigma}_y^k$ в сечении $y = 0$, которая описывается слагаемым. Следовательно, при сварке в свободном состоянии параметры σ_* и Δ связаны не соотношением (3.30)

$$\sigma_* = -(k\sigma_т)/4b_п,$$

а другим, вытекающим из (3.127):

$$\sigma_* = -(k\sigma_т\Delta)\Big/\left[b_п\left(4 - \frac{b_п\pi}{B}\right)\right]. \quad (3.128)$$

Видно, что при $B \to \infty$ выражение (3.128) превращается в выражение (3.30), как это и должно быть.

Таким образом, окончательные формулы для напряжений в сварном соединении ограниченных размеров при сварке в свободном состоянии имеют вид:

$$\frac{\hat{\sigma}_x}{\sigma_т} = 2kf\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_1(ma\pi)}{m}\cos(mb\pi)(B_m - C_m - D_m); \quad (3.129)$$

$$\frac{\hat{\sigma}_y}{\sigma_т} = 2kf \times$$

$$\times\begin{cases}\dfrac{\sqrt{b_п^2 - x^2}}{2b_п} - \dfrac{a\pi}{8} - \displaystyle\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_1(ma\pi)}{m}\cos(mb\pi)(B_m - C_m + D_m), & 0 \leqslant |x| \leqslant b_п; \quad (3.130)\\[2ex] -\dfrac{a\pi}{8} - \displaystyle\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_1(ma\pi)}{m}\cos(mb\pi)(B_m - C_m + D_m), & |x| > b_п; \quad (3.131)\end{cases}$$

$$\frac{\hat{\tau}_{xy}}{\sigma_т} = 2kf \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(ma\pi)}{m} \sin(mb\pi)(E_m - F_m), \qquad (3.132)$$

где

$$f = 1 \Big/ \left(1 - \frac{\pi b_п}{4B}\right) = 1 \Big/ \left(1 - \frac{\pi a}{4}\right). \qquad (3.133)$$

При $B \to \infty$ зависимости (3.129)...(3.132) превращаются в зависимости (3.115)...(3.118) для напряжений в случае сварки в абсолютно жестком приспособлении.

При сварке в свободном состоянии остаточные напряжения в сварном соединении несколько больше, чем при сварке в абсолютно жестком приспособлении. Различие определяется величиной f. Для крайнего случая, когда $a = b_п/B = 0{,}5$, имеем $f = 1{,}647$, что составляет 64,7 %. Обычно же $a < 0{,}3$ и различие в напряженных состояниях значительно меньше.

3.6.3. Сварка в приспособлении промежуточной жесткости

Решение вопроса об определении напряженного состояния в сварных соединениях ограниченных размеров при сварке их в абсолютно жестком приспособлении и в свободном состоянии, изложенное в §§ 3.6.1 и 3.6.2, позволяет рассмотреть этот же вопрос для более общего случая сварки в приспособлении промежуточной жесткости.

Домножим на 2δ числитель и знаменатель второго слагаемого в знаменателе выражения для f (3.133) и перепишем его:

$$f = 1 \Big/ \left(1 - \frac{\pi 2b_п\delta}{4 \cdot 2B\delta}\right) = 1 \Big/ \left(1 - \frac{\pi 2b_п\delta}{4F_{соед}}\right), \qquad (3.134)$$

где $F_{соед}$ — площадь поперечного сечения сварного соединения.

При сварке в приспособлении его поперечное сечение $F_{присп}$ воспринимает силовую нагрузку от охлаждающейся зоны пластических деформаций наравне с реактивной частью соединения. Иными словами, имеем как бы новое сварное соединение, состоящее из исходного соединения и приспособления. У нового соединения поперечное сечение определяется суммой $F_{соед} + F_{присп}$. Поэтому выражение (3.134) запишем в виде

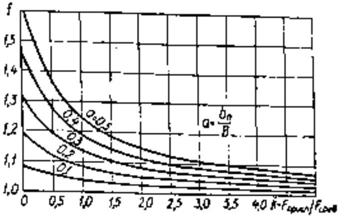
$$f = 1 \Big/ \left[1 - \frac{\pi 2b_п\delta}{4(F_{соед} + F_{присп})}\right]. \qquad (3.135)$$

После преобразований (3.135) окончательно получим

$$f(a, \bar{k}) = 1 \Big/ \left[1 - \frac{\pi a}{4(1 + \bar{k})}\right] \qquad (3.136)$$

где $\bar{k} = F_{присп}/F_{соед}$ — коэффициент жесткости сборочно-сварочного приспособления. Для сварки в абсолютном жестком приспособлении $F_{присп} = \infty$ и $\bar{k} = \infty$, а $f = 1$.

Рис. 3.17. Зависимость коэффициента f изменения напряженного состояния в сварном соединении ограниченных размеров от коэффициента $\bar{k}$ жесткости сборочно-сварочной оснастки



Для сварки в свободном состоянии $F_{\text{присп}} = 0$, $\bar{k} = 0$ и тогда f будет определяться выражением (3.133). Таким образом, $0 \leqslant \bar{k} \leqslant \infty$. Для вычисления напряжений используются зависимости (3.129) ... (3.132). Зависимость f от $\bar{k}$ для различных a показана на рис. 3.17.

3.7. УЧЕТ ВЛИЯНИЯ НА ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРОДОЛЬНОГО ВНЕШНЕГО НАГРУЖЕНИЯ ПОСЛЕ СВАРКИ

3.7.1. Влияние равномерного растяжения

Под действием внешней растягивающей нагрузки происходит уменьшение остаточных продольных пластических деформаций укорочения в сварном соединении, что приводит к снижению остаточных напряжений. Представляет большой научный и практический интерес вопрос о степени снижения остаточных напряжений в зависимости от величины приложенной внешней нагрузки. Рассмотрим этот вопрос применительно к обычному наиболее распространенному стыковому соединению. Остаточные продольные пластические деформации укорочения ε_x' для такого соединения можно представить в виде

$$\varepsilon_x' = -f(a,\ \bar{k})\,\frac{k\varepsilon_{\text{т}}}{b_{\text{п}}}\sqrt{b_{\text{п}}^2 - x^2},\quad |x| \leqslant b_{\text{п}}. \tag{3.137}$$

На рис. 3.18 схематично показана форма кривой ε_x' в произвольном поперечном сечении соединения. Элюра уравновешенных по сечению упругих деформаций заштрихована. Выделим в пределах ширины зоны пластических деформаций продольное волокно I, которое имеет упругую деформацию растяжения $\varepsilon_{\text{упр}}$. Это волокно еще может воспринять упругую деформа-

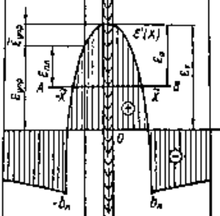


Рис. 3.18. Расчет влияния продольного растяжения после сварки на остаточные напряжения в соединении

нию растяжения $\bar{\varepsilon}_{упр}$. Таким образом, если от внешней нагрузки будем иметь деформацию ε_0, то разница $(\varepsilon_0 - \bar{\varepsilon}_{упр})$ будет представлять собой величину пластической деформации удлинения в данном волокне:

$$\varepsilon_{пл} = \varepsilon_0 - \bar{\varepsilon}_{упр}. \tag{3.138}$$

Упругую деформацию, которую может еще воспринять рассматриваемое волокно, представим согласно рисунку следующим образом:

$$\bar{\varepsilon}_{упр}(x) = \varepsilon_т \{f(a, \bar{k}) [1 - \sqrt{1 - (x/b_п)^2}] - k + 1\}. \tag{3.139}$$

Для продольных полосок, проходящих через точки $\pm\tilde{x}$, значение $\varepsilon_{пл} = 0$. Из этого условия на основании (3.138) с учетом (3.139) определим координату $\tilde{x}$:

$$\tilde{x} = \pm b_п \sqrt{f^2 - (\psi - f - 1 + k)^2}/f, \tag{3.140}$$

где $\psi = \varepsilon_0/\varepsilon_т$.

Таким образом, при равномерном внешнем растяжении ε_0 в пластической зоне $2b_п$ в пределах отрезка $-\tilde{x}\tilde{x}$ прямой AB (рис. 3.18) протекает пластическая деформация удлинения. Эпюра этих деформаций на рисунке ограничена сверху кривой ε_x и снизу отрезком $-\tilde{x}\tilde{x}$. На величину площади S_0 этой эпюры уменьшается, в конечном итоге, площадь S' эпюры остаточных продольных деформаций укорочения ε_x'. Определим S_0 путем интегрирования:

$$S_0 = 2\int_0^{\tilde{x}} \varepsilon_{пл}(x)\,dx = 2\int_0^{\tilde{x}} \left[\varepsilon_0 - \varepsilon_т(f + 1 - k) + \frac{\varepsilon_т f}{b_п}\sqrt{b_п^2 - x^2}\right] dx. \tag{3.141}$$

Вычисляя в (3.141) интеграл, получим

$$S_0 = \varepsilon_т b_п \left[\frac{\psi - f - 1 + k}{f}\sqrt{f^2 - (\psi - f - 1 + k)^2} + f\arcsin \times \right.$$
$$\left. \times \frac{\sqrt{f^2 - (\psi - f - 1 + k)^2}}{f}\right]. \tag{3.142}$$

Площадь S' эпюры $\varepsilon'(x)$

$$S' = 2\int_0^{b_п} \varepsilon'(x)\,dx = \frac{\varepsilon_т b_п \pi f k}{2}. \tag{3.143}$$

Вычитая из (3.143) выражение (3.142), получаем площадь эпюры остаточных пластических деформаций укорочения $\bar{\varepsilon}'(x)$ после внешнего нагружения:

$$\bar{S}' = S' - S_0 = \varepsilon_т b_п \left\{\frac{\pi f k}{2} - \frac{(\psi - f - 1 + k)}{f}\sqrt{f - (\psi - f - 1 + k)^2} - \right.$$
$$\left. - f\arcsin\frac{\sqrt{f^2 - (\psi - f - 1 + k)^2}}{f}\right\}. \tag{3.144}$$

Представим деформации $\bar{\varepsilon}'(x)$ приближенно зависимостью, пропорциональной $\varepsilon'(x)$:

$$\bar{\varepsilon}'(x) = A\varepsilon'(x). \tag{3.145}$$

Коэффициент пропорциональности A найдем из условия, что

$$\int_{b_{\text{п}}}^{b_{\text{п}}} \bar{\varepsilon}'(x)\,dx = A \int_{-b_{\text{п}}}^{b_{\text{п}}} \varepsilon'(x)\,dx. \tag{3.146}$$

Тогда

$$A = 1 - \frac{2(\psi - f - 1 + k)}{\pi k f^2} \sqrt{f^2 - (\psi - f - 1 + k)^2} - \\ - \frac{2}{\pi k} \arcsin \frac{\sqrt{f^2 - (\psi - f - 1 + k)^2}}{f}. \tag{3.147}$$

Коэффициент A (ψ, a, k, $\bar{k}$) определяет степень снижения остаточного напряженного состояния при равномерной растягивающей внешней нагрузке в продольном направлении. Формула (3.146) для вычисления A практически всегда пригодна и для случаев неравномерного нагружения, поскольку ε_0 в пределах $2b_{\text{п}}$ распределена почти равномерно. При неравномерно распределенной по ширине соединения внешней нагрузке ε_0 может изменяться по длине соединения, например, в случае приложения к торцам соединения сосредоточенных сил. Значит, в этом случае коэффициент A также будет изменяться по длине соединения. Зависимость коэффициента A от $\psi = \varepsilon_0/e_{\text{т}}$ для различных $a = b_{\text{п}}/B$, $\bar{k} = F_{\text{присп}}/F_{\text{соед}}$ при $k = 1$ показана на рис. 3.19. Формулы для напряжений (3.129) ... (3.132) можно переписать с учетом коэффициента A:

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_{\text{т}}} = 2kAf \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(ma\pi)}{m} \cos(mb\pi)(B_m - C_m - D_m); \tag{3.148}$$

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_{\text{т}}} = 2kAf \times$$

$$\times \begin{cases} \dfrac{\sqrt{b_{\text{п}}^2 - x^2}}{2b_{\text{п}}} - \dfrac{a\pi}{8} - \displaystyle\sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(ma\pi)}{m} \cos(mb\pi)(B_m - C_m + D_m), \\ \qquad\qquad 0 \leqslant |x| \leqslant b_{\text{п}}; & (3.149) \\ -\dfrac{a\pi}{8} - \displaystyle\sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(ma\pi)}{m} \cos(mb\pi)\ (B_m + C_m + D_m),\ |x| > b_{\text{п}}; & (3.150) \end{cases}$$

$$\frac{\tau_{xy}}{\sigma_{\text{т}}} = 2kAf \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(ma\pi)}{m} \sin mb\pi\,(E_m - F_m). \tag{3.151}$$

3.7.2. Влияние равномерного сжатия

Данную задачу наиболее просто можно решить на основе принципа суммирования напряженных состояний.

Действительно, напряженное состояние в сварном соединении, подвергнутом равномерному продольному сжатию, можно представить в виде суммы базового напряженного состояния с нагрузкой на торцах

$$\sigma_y(x) = [kf\sigma_{\text{т}}/b_{\text{п}}] \sqrt{b_{\text{п}}^2 - x^2},\ 0 \leqslant |x| \leqslant b_{\text{п}}, \tag{3.152}$$

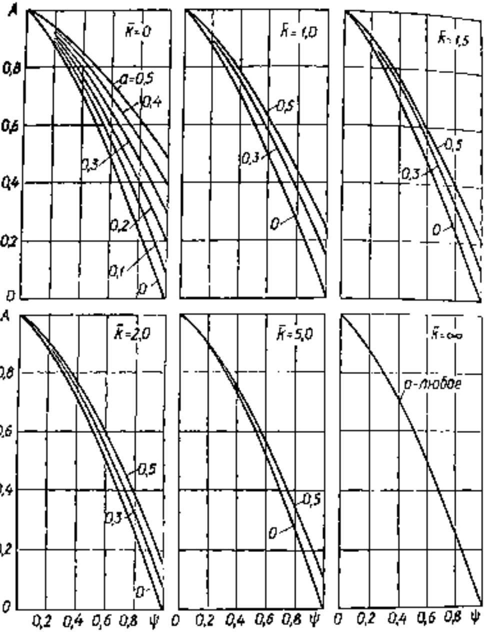


Рис. 3.19. Зависимость коэффициента A снижения остаточных напряжений в сварном соединении ограниченных размеров от коэффициента ψ внешнего продольного растяжения после сварки для различных значений a и $\bar{k}$

напряженного состояния в пластине таких же размеров, как и сварное соединение, подвергнутой равномерному сжатию по торцам напряжениями $-\sigma_0$, и напряженного состояния такой же пластины, сжимаемой по торцам нагрузкой

$$p(x) = -\sigma_0 + [k/\sigma_т/b_п]\sqrt{b_п^2 - x^2}, \quad -\tilde{x} \leqslant |x| \leqslant \tilde{x}. \tag{3.153}$$

Координату $\tilde{x} \leqslant b_п$ определим из условия

$$[k/\sigma_т/b_п]\sqrt{b_п^2 - \tilde{x}^2} = \sigma_0. \tag{3.154}$$

Решив (3.154), получим

$$\tilde{x} = \pm b_п\sqrt{1 - (\sigma_0^2/\sigma_т)/f^2k^2} \pm b_п\bar{\Delta}. \tag{3.155}$$

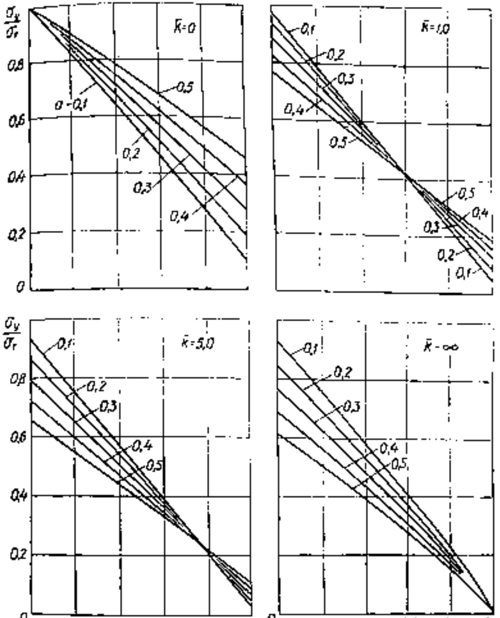


Рис. 3.20. Зависимость продольных напряжений в шве для достаточно длинного ($c > 9$) сварного соединения от коэффициента ψ внешнего равномерного продольного сжатия после сварки для различных a и $\bar{k}$

Нагрузку на торцах (3.153) без существенных погрешностей можно принять в форме (3.152), т. е.

$$p(x) = (\bar{\sigma}/\bar{x})\sqrt{\bar{x}^2 - x^2}, \quad -\bar{x} \leqslant x \leqslant \bar{x}, \tag{3.156}$$

где

$$\bar{\sigma} = kf\sigma_т - \sigma_0 = \sigma_т(kf - \psi).$$

При таком подходе для третьего слагаемого в рассматриваемой задаче сохраняется форма решения (3.112) ... (3.114), в котором необходимо заменить $a = b_п/B$ на $\bar{a} = \bar{x}/B$, а $\sigma_1 k$ на $\bar{\sigma}$. Тогда сварочное напряженное состояние в соединении будет определяться зависимостями:

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_т} = 2(kf - \psi) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(ma\pi)}{m} \cos(mb\pi)(B_m - C_m - D_m); \quad (3.157)$$

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_т} = 2(kf - \psi) \times$$

$$\times \begin{cases} \dfrac{\sqrt{b_0^2\bar{\Delta}^2 - x^2}}{2b_0\bar{\Delta}} - \dfrac{a\pi}{8} - \displaystyle\sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(ma\pi)}{m} \cos(mb\pi)(B_m - C_m + D_m), & |x| \leqslant \bar{x}; \\ \dfrac{\bar{a}\pi}{8} - \displaystyle\sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(m\bar{a}\pi)}{m} \cos(mb\pi)(B_m - C_m + D_m), & |x| > \bar{x}; \end{cases} \quad (3.159)$$

$$\frac{\tau_{xy}}{\sigma_т} = 2(kf - \psi) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(m\bar{a}\pi)}{m} \sin(mb\pi)(E_m - F_m). \quad (3.160)$$

Зависимость продольных напряжений в шве в относительных единицах $\sigma_y/\sigma_т$ для достаточно длинного сварного соединения ($c > 2$), когда можно пренебречь влиянием перпендикулярных к шву торцов, от величины внешнего нагружения при различных a и $\bar{k}$ для $k = 1$ показана на рис. 3.20.

Глава 4

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СВАРОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ

4.1. ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ МЕТОДОВ

В предыдущих главах были рассмотрены расчетные методы оценки напряженно-деформированного состояния сварных соединений. Однако при анализе напряженно-деформированного состояния конструкций сложной геометрической формы, материал которых в процессе сварочного нагрева претерпевает структурные изменения, расчетных методов часто оказывается недостаточно. Поэтому наряду с расчетными методами широко применяются экспериментальные методы определения сварочных деформаций и напряжений.

Сварочные напряжения и деформации экспериментально определяют различными методами в зависимости от особенностей сварного соединения и требуемой точности измерения.

Для экспериментального определения сварочных деформаций и напряжений наибольшее распространение получили методы, связанные с частичным или полным разрушением детали (*механические методы*) и методы, когда исследуемая конструкция остается неповрежденной (*физические методы*).

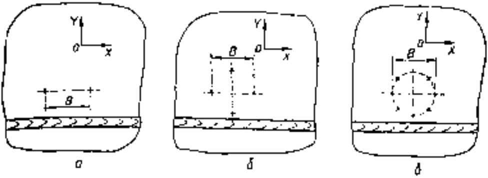


Рис. 4.1. Схема подготовки измерительных баз

В сварном соединении в зависимости от отношения его размеров в плане к толщине могут быть линейное, плоское или объемное напряженные состояния.

В соответствии с законом Гука связь между деформациями и напряжениями имеет вид:

а) для линейного напряженного состояния

$$\sigma_x = E\varepsilon_x; \tag{4.1}$$

б) для плоского напряженного состояния

$$\sigma_x = \frac{E(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)}{1-\nu^2};\ \sigma_y = \frac{E(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)}{1-\nu^2};$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy};\ G = \frac{E}{2(1+\nu)}; \tag{4.2}$$

в) для объемного напряженного состояния

$$\sigma_x = 2G\varepsilon_x + \lambda\theta;\ \tau_{xy} = G\gamma_{xy};\ \lambda = \frac{2G\nu}{1-2\nu};$$

$$\sigma_y = 2G\varepsilon_y + \lambda\theta;\ \tau_{yz} = G\gamma_{yz};$$

$$\sigma_z = 2G\varepsilon_z + \lambda\theta;\ \tau_{zx} = G\gamma_{zx};\ \theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z, \tag{4.3}$$

где ε и γ — упругие деформации.

Следовательно, для определения компонентов напряженного состояния необходимо знать соответствующие упругие деформации. При исследовании напряженно-деформированного состояния сварных соединений принято оценивать главным образом нормальные напряжения, поскольку касательные напряжения обычно имеют малую величину. Экспериментальное определение напряжений сводится к нахождению упругих деформаций ε_x, ε_y, ε_z. Чтобы найти упругие деформации, на изделии в исследуемой зоне подготавливают так называемые базы измерения. При линейном напряженном состоянии достаточно подготовить одну базу, направление которой совпадает с направлением ожидаемой деформации (рис. 4.1, *а*).

В случае плоского напряженного состояния могут быть два варианта подготовки баз. Если известно направление главных напряжений, то достаточно подготовить базы в двух главных направлениях (рис. 4.1, *б*). Если же направление главных напряжений неизвестно, то следует подготовить базы не менее чем в четырех направлениях (рис. 4.1, *в*), с тем чтобы по данным измерений построить эллипс напряжений в точке и найти направление главных нормальных напряжений.

Методика подготовки баз для исследования объемного напряженного состояния имеет ряд специфических особенностей, которые будут рассмотрены ниже.

Как было уже показано ранее, в сварном соединении могут быть две зоны: зона, где происходили только упругие деформации, и зона, где происходили упругопластические деформации (зона $2b_{п}$). В упругой зоне все измеряемые деформации после сварки являются упругими и их можно определить по формуле

$$\varepsilon = \Delta B/B', \tag{4.4}$$

где $\Delta B = B'' - B'$ — изменение базы измерения, равное разности длин баз до сварки B' и после сварки B''.

В зоне упругопластических деформаций полная деформация после сварки состоит из упругой и пластической составляющих:

$$\varepsilon_{пол} = \varepsilon_{упр} + \varepsilon_{пл}. \tag{4.5}$$

Для того чтобы выделить из полной деформации упругую составляющую $\varepsilon_{упр}$, необходимо разгрузить базу измерения от действующих напряжений. При этом база измерения изменится пропорционально снятому напряжению, и это изменение будет пропорционально значению $\bar{\varepsilon}_{упр}$. Как правило, освобождение от действующих напряжений производят механической вырезкой базы из сварного соединения.

Значит, для определения упругой составляющей достаточно измерить базу после сварки B'', затем произвести вырезку и замерить базу B'''. Тогда

$$\varepsilon_{упр} = (B'' - B''')/B'', \tag{4.6}$$

где B'' — размер базы измерения после сварки; B''' — размер базы измерения после вырезки.

При этом необходимо учитывать направление изменения базы после вырезки. Если база B'' укоротилась, это означает, что на этой базе действовали напряжения растяжения, а если удлинилась, значит, на ней действовали напряжения сжатия.

Таким образом, при изучении напряжений в упругой зоне необходимы два измерения базы: до сварки и после сварки. Если же изучению подлежат напряжения в упругопластической зоне, также необходимы два измерения базы: после сварки и после вырезки.

При этом важное значение имеет вопрос выбора величины базы измерения. Чем выше градиент определяемых напряжений в исследуемом направлении, тем меньше должна быть база измерения, так как данная методика позволяет определить величину средних напряжений, действующих на базе измерения. Практика исследования напряжений в сварных конструкциях показала, что наиболее оптимальной базой является база 5—25 мм.

Кроме того, следует иметь в виду, что в результате действия внутренних усилий может быть деформация сварного соединения из плоскости (изгиб). В этом случае деформация базы будет состоять как из деформации в плоскости, так и из деформации, вызванной изгибом. Чтобы исключить деформацию от изгиба, необходимо измерить базы на лицевой и обратной сторонах с определением среднего значения

$$\varepsilon = (\varepsilon_л + \varepsilon_{обр})/2. \tag{4.7}$$

На практике экспериментального определения деформаций наиболее распространены тензометры механические и сопротивления (электротензометрия).

4.2. МЕХАНИЧЕСКИЕ ДЕФОРМОМЕТРЫ

Механические деформометры широко применяют в практике экспериментальных исследований напряженно-деформированного состояния сварных конструкций. В зависимости от требуемой точности измерения, диапазона измеряемых величин разработаны различные типы механических деформометров

Механический деформометр состоит из двух основных узлов: корпуса с рычажной системой и преобразователя деформации. В зависимости от конструкции измерительных рычагов деформометр устанавливают на базу измерения, подготовленную на изделии в виде отверстий диаметром 0,8...1,2 мм (рис. 4.2, *а*) или в виде сферических отпечатков (рис. 4.2, *б*).

Измеряемая деформация базы с помощью рычажной системы передается на преобразователь деформации. Наиболее часто в качестве преобразователей деформации применяют индикаторы часового типа, систему зеркал, емкостные и индуктивные датчики, механотронные, пневмоконтактные и другие преобразователи.

Деформометры с индикаторами часового типа. Принципиальная схема такого деформометра показана на рис. 4.3. Деформометр имеет два рычага *1* и *3*, которые устанавливаются на базу, подготовленную на исследуемом изделии. Рычаг *1* неподвижный, а рычаг *3* подвижный. Исследуемая деформация базы ΔB воспринимается подвижным рычагом *3*, который перемещает шток индикатора *2*. Результат измерения определяется соотношением плечей *a* и *b* подвижного рычага. При многократной установке деформометра на базу измерения необходимо

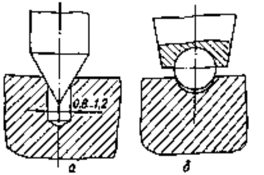


Рис. 4.2. Установка измерительных рычагов деформометров в базовые отверстия (*а*) и на сферические отпечатки (*б*)

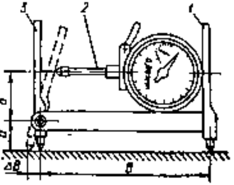


Рис. 4.3. Схема механического деформометра с индикатором часового типа

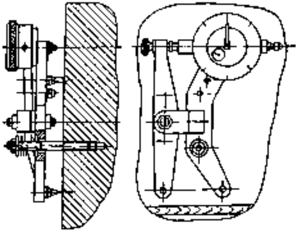


Рис. 4.4. Установка деформометра для измерения временных деформаций

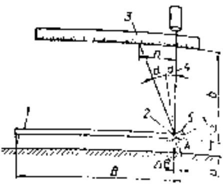


Рис. 4.5. Схема деформометра с оптическим преобразователем деформаций

постоянно контролировать правильность установки первоначального показания (нуля) индикатора. Для этого используют контрольную пластинку с нанесенной базой, равной базе деформометра.

Деформометры можно применять для измерения временных и остаточных деформаций. При исследовании временных деформаций деформометры закрепляют на исследуемой детали. Примеры закрепления деформометров показаны на рис. 4.4.

Деформометры с оптическим преобразователем. Если необходимы большие увеличения измеряемых деформаций, применяют механические деформометры с оптическим преобразователем деформаций. Принципиальная схема такого деформометра показана на рис. 4.5. Деформометр имеет неподвижный *1* и подвижный *2* рычаги. На подвижном рычаге закреплено зеркало *5*, которое в исходном состоянии находится в горизонтальном положении. При изменении базы B на величину ΔB подвижный рычаг повернется относительно точки A на угол α, что вызовет поворот на угол α зеркала *5*, $\operatorname{tg}\alpha = \Delta B/a$. Поворот зеркала *5* на угол α вызовет отклонение светового луча *4*, отраженного от зеркала, на угол 2α, в результате чего переместится световое пятно по шкале *3* на n единиц. Тогда, учитывая малость угла α, $\operatorname{tg}\alpha = \alpha$:

$$\Delta B = a\alpha = a\,(n/2b), \tag{4.8}$$

откуда увеличение прибора

$$m = n/\Delta B = 2b/a. \tag{4.9}$$

Задаваясь величиной ожидаемой деформации ΔB и учитывая конструктивный размер деформатора a и b, требуемое увеличение достигается соответствующим изменением параметра b.

На практике применяют различные конструкции оптических деформометров, описанные в литературе [5].

Деформометры с емкостными преобразователями. В качестве примера рассмотрим деформометр с емкостным преобразователем в виде цилиндрического конденсатора (рис. 4.6).

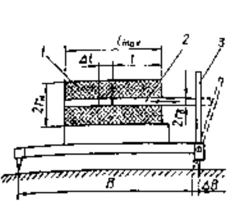


Рис. 4.6. Принципиальная схема деформометра с емкостным преобразователем

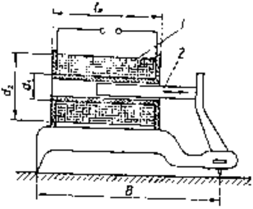


Рис. 4.7. Деформометр с индуктивным преобразователем соленоидного типа

При перемещении подвижного рычага *3*, в связи с изменением базы B на величину ΔB, происходит перемещение подвижного элемента *2* емкостного датчика *1* на величину Δl. При этом емкость цилиндрического конденсатора изменится на величину Δc:

$$\Delta c = 0{,}088\,\frac{2\pi\varepsilon\Delta l}{\ln r_н/r_в}, \tag{4.10}$$

где ε — относительная диэлектрическая проницаемость (для воздуха $\varepsilon = 1$); $r_н$, $r_в$ — наружный и внутренний диаметры цилиндрического конденсатора.

При измерении изменения емкости в пределах $\Delta c/c = 10^{4}...10^{9}$ применяется мостовой метод, а для $\Delta c/c = 10^{-5}...10^{-9}$ используется резонансный метод или метод биений [5].

На практике в зависимости от целей и величины ожидаемой деформации применяются различные емкостные преобразователи [5].

Деформометры с индуктивными преобразователями. Наиболее распространенными являются индуктивные преобразователи соленоидного типа (рис. 4.7). В основе работы преобразователя лежит зависимость индуктивного и активного сопротивления катушки *1*, питаемой переменным током, от перемещения подвижного элемента *2*, связанного с рычажной системой деформометра. При этом изменяется воздушный вазор в катушке, приводящий к изменению сопротивления магнитной цепи и индуктивности L катушки.

Преобразователи питаются переменным током различной частоты. Для повышения чувствительности и контролирования быстроизменяющихся процессов рекомендуют частоту 3...15 кГц, но при этом магнитопроводы изготовляют из специальных материалов (ферриты).

Конструкции индуктивных преобразователей, применяющихся при исследованиях, описаны в работе [5].

Механотронные преобразователи. *Механотронами* называются электровакуумные приборы, в которых управляют электронным током при механическом перемещении электродов. Схема механотронного измерительного устройства приведена на рис. 4.8.

Перемещение рычагов деформометра *6* передается на измерительный стержень *5* механотрона *3*. Перемещение стержня *5* относительно

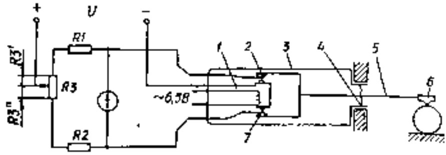


Рис. 4.8. Схема механотронного измерительного устройства

точки его закрепления *4* вызывает изменение расстояния между анодами *2* и *7* и катодом *1*. Один анод удаляется от катода, а другой — приближается к нему. При этом ток между анодами и катодами изменяется.

Чтобы измерить ток на выходе из механотрона, его подключают по схеме моста постоянного тока, двумя плечами которого являются диоды механизма, а двумя другими плечами — сопротивления *R1*, *R2* и *R3*, с помощью которых перед измерениями осуществляется балансировка моста. Точность механотронного преобразователя зависит от стабильности напряжения питания, поэтому для питания применяют стабилизаторы напряжений. Промышленность выпускает несколько типов механотронов (6МХ1С, 6МХ3С, 6МХ4С, 6МХ5С и др.).

Пневмоконтактные преобразователи. В ИЭС им. Е. О. Патона АН УССР разработаны пневмоконтактные преобразователи, принципиальная схема которых показана на рис. 4.9.

Принцип их работы основан на измерении расхода воздуха через измерительные отверстия, вызванного перемещением подвижного рычага деформометра. Преобразователь имеет камеру *1* с двумя отверстиями: входное F_1 и выходное F_2 отверстия. При подаче в камеру воздуха при постоянном давлении H вследствие разности диаметров отверстий F_1 и F_2 скорость истечения из отверстия F_2 будет отличаться от скорости подачи воздуха, и в камере установится давление h, которое зависит от соотношения эффективных площадей F_1 и F_2 проходных сечений обоих отверстий. При этом эффективная площадь F_2 зависит от зазора z, который изменяется в результате перемещения подвижного рычага деформатора.

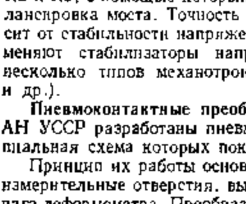


Рис. 4.9. Схема пневмоконтактного преобразователя деформаций

Для пневмоконтактных преобразователей используется подача воздуха в камеру под низким давлением ($H = 49{,}05 \cdot 10^2 \ldots 117 \cdot 10^2$). Тогда справедливо выражение [5]:

$$h = H \Big/ \left[1 + \left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2\right]. \qquad (4.11)$$

которое позволяет количественно оценивать изменение параметра z по наблюдаемому изменению давления h.

В качестве измерительных систем давления h используются манометрические и расходомерные системы. В манометрических системах в качестве чувствительного элемента используются трубка Бурдона, сильфоны, жидкостные манометры и т. д. В расходомерных системах чувствительным элементом является ротаметр, реагирующий на скорость потока.

Наиболее распространены манометрические системы с жидкостным чувствительным элементом — жидкостным манометром (водным, спиртовым, ртутным).

Отсчет показаний в жидкостных манометрах производится визуально по вертикальной линейной шкале по уровню жидкости.

Чтобы определить величину измеряемой деформации, перед измерением необходимо произвести тарировку тензометра и построить график зависимости

$$h = f(\varepsilon).$$

Разнообразие механических деформаторов позволяет в зависимости от задач исследования обеспечить требуемую точность эксперимента и необходимый диапазон измерения ожидаемых деформаций. Точность измерения зависит от конструкции деформометра, регистрирующей и преобразующей аппаратуры и должна определяться в каждом конкретном случае по принятым в приборостроении методикам.

4.3. ЭЛЕКТРОТЕНЗОМЕТРИЯ

Электротензометрию широко применяют при определении напряжений, изменяющихся во времени. Сущность метода заключается в измерении деформации базы с помощью тензорезисторов. В основу работы тензорезистора положена зависимость активного (омического) сопротивления проводника R от его длины l, сечения проводника F и удельного сопротивления ρ:

$$R = \rho\,(l/F). \tag{4.12}$$

При действии на тензорезистор растягивающих или сжимающих деформаций будут изменяться геометрические размеры проводника тензорезистора и, как результат, его сопротивление.

Относительное изменение сопротивления

$$(\Delta R)/R = (\Delta l/l)S, \tag{4.13}$$

где S — коэффициент тензочувствительности тензорезистора, определяемый экспериментально для различных материалов проводника тензорезистора.

Поскольку в выражении (4.13) отношение $\Delta l_i/l$ есть относительная упругая деформация ε, то

$$\varepsilon_{упр} = (\Delta R)/(RS). \tag{4.14}$$

Таким образом, измерение упругих деформаций $\varepsilon_{упр}$ тензорезисторами заключается в определении изменения сопротивления ΔR проводника тензорезистора.

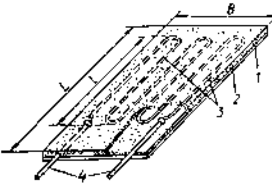


Рис. 4.10. Схема проволочного тензорезистора

В настоящее время применяются проволочные, фольговые и полупроводниковые тензорезисторы.

Проволочные тензорезисторы. Схема проволочного тензорезистора приведена на рис. 4.10. Конструктивно тензорезистор состоит из бумажной или пленочной подложки *1*, на которой при помощи клея *2* укреплен чувствительный элемент *3*. С чувствительным элементом электрически соединены выводные проводники *4*.

Основным элементом тензорезистора является чувствительный элемент. Наибольшее распространение получили чувствительные элементы из специальной константановой тензометрической проволоки диаметром 0,012...0,5 мм. Коэффициент тензочувствительности константановой проволоки практически не меняется вплоть до разрушения и $S = 2$. Чувствительный элемент тензорезистора выполняется в виде петлеобразующей решетки различной конфигурации (рис. 4.11). Одной из определяющих характеристик тензорезистора является длина чувствительного элемента, которая называется базой. По длине базы тензорезисторы можно разделить на три группы: с малой ($l <$ < 6 мм), средней ($l = 10...30$ мм) и большой ($l > 30$ мм) базами. Сопротивление чувствительного элемента составляет 50, 80, 100, 120, 150, 200, 300, 400 и 600 Ом.

Подложка или основа тензорезистора предназначена для электрической изоляции чувствительного элемента от материала испытуемой детали и для закрепления тензорезистора на детали. В качестве основы для проволочных тензорезисторов используется тонкая (0,05 мм) бумага или пленки, изготовленные из полимеризующихся клеев и лаков (БФ-2, ВС-10Т, лак ВЛ-931, циакрин и др.). Пленочная основа имеет преимущества: более высокую влагостойкость, электросопротивление изоляции, высокую стабильность показаний с течением времени и др.

Выводы предназначены для подключения чувствительного элемента к измерительной схеме.

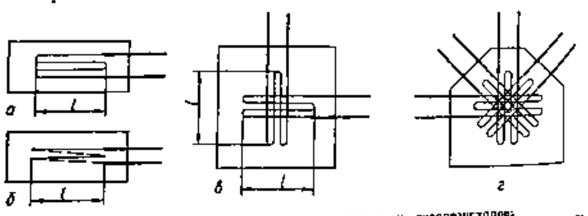


Рис. 4.11. Решетки тензочувствительных элементов проволочных тензорезисторов:
а, *б* — многопетлевая петлевая решетка; *в* — две решетки под углом 90°; *г* — четыре решетки под углом 45°

Характеристики различных отечественных тензорезисторов приведены в работе [5].

Фольговые тензорезисторы. Фольговые тензорезисторы (рис. 4.12) нашли широкое применение в последнее время благодаря высоким метрологическим характеристикам. Чувствительный элемент *1* изготавливается из тонколистового металла (фольги) толщиной 2... 10 мк штамповкой или травлением. Обычно в качестве материала для чувствительных элементов используется константан при нормальных температурах и нихром — для повышенных (до 300 °С).

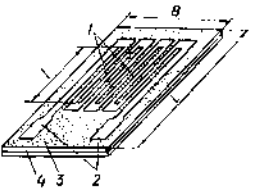


Рис. 4.12. Схема тензорезистора с фольговым чувствительным элементом

1 — чувствительный элемент; *2* — выводы; *3* — подложка; *4* — клеевой слой

Решетка чувствительного элемента, в отличие от проволочных тензорезисторов, имеет не круглое, а прямоугольное сечение, что при малой толщине увеличивает площадь контакта с поверхностью исследуемого объекта, улучшает передачу деформации с объекта на чувствительный элемент, повышает надежность и стабильность измерений. Типовые решетки чувствительных элементов тензорезисторов приведены на рис. 4.13, *а, б, в, г*.

Фольговые тензорезисторы выпускаются с базой 0,3 мм и более. В качестве подложки (основы) используется пленка из синтетической

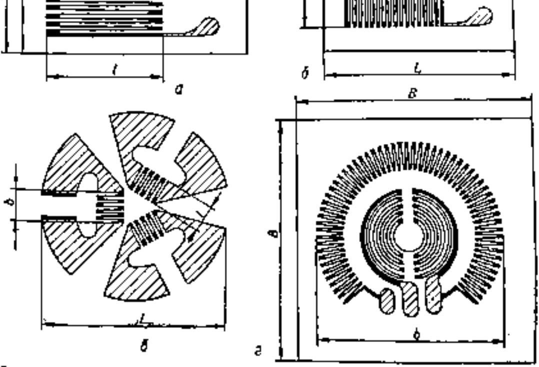


Рис. 4.13. Типовые конструкции решетки

смолы, а также бумага, пропитанная клеем. Промышленность выпускает серийно несколько марок фольговых тензорезисторов [5].

Полупроводниковые тензорезисторы. При исследованиях малых деформаций рационально применять полупроводниковые тензорезисторы вследствие большого (до 50 %) изменения их удельного сопротивления при деформации. Чувствительный элемент изготовляют из монокристаллического полупроводника толщиной 20...50 мк, шириной до 0,5 мм и длиной 2...12 мм. Наиболее пригодны для этих целей германиевые и кремниевые полупроводники, сопротивление и коэффициент тензочувствительности которых зависят от количества примесей в кристалле.

При использовании полупроводниковых тензорезисторов необходимо учитывать, что их сопротивление и чувствительность сильно зависят от температуры и что они имеют ограниченный диапазон деформирования (линейная зависимость сохраняется до $\varepsilon = \pm 10^{-3}$). Полупроводниковые тензорезисторы не имеют основы и закрепляются непосредственно на поверхности испытуемой детали.

В работе [5] приведены характеристики выпускаемых промышленностью полупроводниковых тензорезисторов.

Монтаж тензорезисторов. Монтаж тензорезисторов заключается в закреплении тензорезистора на выбранную базу измерения и состоит из следующих этапов: выбора типа тензорезистора, проверки качества тензорезистора, подготовки поверхности в месте закрепления тензорезистора, выбора клея, наклейки тензорезистора, проверки качества наклейки тензорезистора, защиты от влаги.

При выборе типа тензорезистора необходимо учитывать градиент напряжений, ожидаемую величину деформации, срок службы тензорезистора и т. д. Отобранные для наклейки тензорезисторы проверяют на целость чувствительного элемента с помощью омметра.

Поверхность для наклейки тензорезистора должна быть очищена от ржавчины, покрытия, грязи и т. п. и отшлифована наждачной шкуркой. Подготовленная поверхность перед наклейкой тензорезистора обезжиривается и затем удаляются следы влаги.

Тензорезистор закрепляется на подготовленной поверхности при помощи наклейки. Применяемые клеи можно разделить на две группы: клеи горячего отверждения (БФ-2, БФ-4, ВЛ-4, ВЛ-931, БФР-2), которые полимеризуются под действием нагрева, и клеи холодного отверждения (циакрин ЭО, 192Т и др.), полимеризующиеся при комнатной температуре.

Наклейку начинают с нанесения тонкого слоя клея на подготовленную поверхность и на тензорезистор. После просушки наносят второй слой клея, после чего тензорезистор укладывают на заранее намеченную базу, прокатывают резиновым валиком для удаления излишка клея и воздуха.

После полимеризации клея проверяют качество наклейки тензорезистора по замеру сопротивления чувствительного элемента, а также отсутствию короткого замыкания чувствительного элемента на корпус изделия.

Для защиты от воздействия окружающей среды на наклеенные тензорезисторы наносят слой защитного покрытия (лак, эмаль, краску и др.).

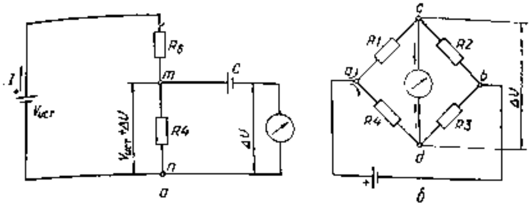


Рис. 4.14. Потенциометрическая (а) и мостовая (б) схемы включения тензорезисторов

Качество клеевого соединения тензорезистора с объектом исследования — один из важнейших факторов, определяющих достоверность полученных результатов.

Измерительные схемы. В результате деформации исследуемого объекта деформируется тензорезистор, сопротивление которого изменяется пропорционально деформации от единиц миллиом до нескольких десятых долей ома. Для измерения этих величин наиболее часто используют две схемы: потенциометрическую и мостовую (рис. 4.14).

Потенциометрическая схема включения тензорезистора в электрическую цепь состоит из источника питания $U_{ист}$, последовательно соединенных тензорезистора $R4$ и балластного сопротивления $R_б$. Если сопротивление тензорезистора изменяется, то между его крайними точками m и n кроме постоянного напряжения U появляется напряжение ΔU, пропорциональное изменению сопротивления тензорезистора $R4$. Конденсатор C включен в цепь для задержки постоянной составляющей U, поэтому на регистрирующий прибор поступает только величина ΔU.

Для мостовой схемы наиболее часто используется мост Уитстона. Он состоит из четырех сопротивлений $R1$, $R2$, $R3$, $R4$, источника питания и измерителя. К одной диагонали моста подключается источник тока, а к другой — измерительный прибор. Если сопротивления подобраны так, что $R1R3 = R2R4$, то мост будет сбалансированным и через измерительный прибор никакой ток не протекает. При изменении сопротивления $R4$ на $\Delta R4$ равновесие моста нарушается, и через измерительный прибор протекает ток разбаланса, величина которого пропорциональна изменению $\Delta R4$. Для балансировки моста перед измерениями одно из сопротивлений является переменным. Чтобы повысить чувствительность измерительной схемы, можно применить и другие мостовые схемы [5].

4.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ГЛУБИНЕ МЕТАЛЛА

Определение трехосных остаточных напряжений — наиболее сложная задача. Чтобы найти трехосные напряжения в сварных соединениях, применяют метод глубоких сверлений, разработанный в МВТУ

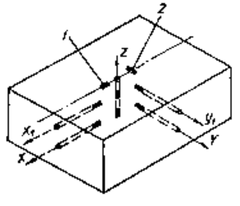


Рис. 4.15. Схема подготовки отверстий при измерении по методу глубоких сверлений: 1, 2 — тензометры

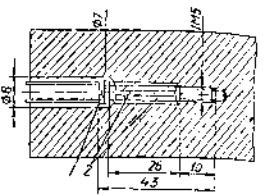


Рис. 4.16. Тензорезистор для измерения деформаций в глубине металла

им. Н. Э. Баумана, и метод, предложенный Киевским политехническим институтом.

Метод глубоких сверлений заключается в определении деформаций металла с помощью тензометров, устанавливаемых в глубине металла.

В общем случае, чтобы найти компоненты объемного напряженного состояния в точке, необходимо измерить деформации в шести направлениях. Поскольку в сварных швах направление главных осей известно (гл. 3), достаточно произвести измерение только в трех направлениях.

Для установки тензометров в изделии до сварки подготавливают отверстия диаметром 8 мм, которые располагают по возможности ближе к исследуемой точке в виде розетки для измерения объемных напряжений (рис. 4.15).

В подготовленные отверстия на резьбе устанавливают тензорезистор. Конструктивно (рис. 4.16) тензорезистор представляет собой болт *1* с двумя наклеенными по бокам проволочными датчиками сопротивления *2*, который ввинчивается с натягом в резьбовое отверстие.

Благодаря натягу тензометр реагирует как на деформации укорочения, так и на деформации удлинения, которые возникают при разрезке металла. По замеренным деформациям вычисляют остаточные напряжения.

В Киевском политехническом институте А. К. Гончаром и др. разработаны приближенная *методика и прибор для измерения напряжений в глубине металла*. Методика основана на измерении изменения диаметра отверстия на различных фиксированных уровнях по толщине металла. Используя решение теории упругости для напряженного состояния пластины с круговым отверстием, по замеренным изменениям диаметра определяются компоненты напряженного состояния. Если из пластины с отверстием радиуса a (рис. 4.17), нагруженной равномерными растягивающими напряжениями σ, вырезать концентрическое кольцо радиусом $c \geqslant 5a$, то для приведения кольца в состояние, в котором оно находилось до вырезки, необходимо по его наружной поверхности приложить нагрузку $\sigma \sin\varphi$. Тогда в пластине с отверстием до вырезки кольца

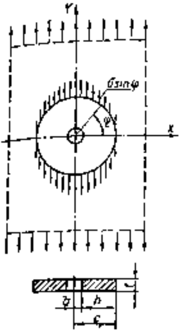


Рис. 4.17. Расчетная схема определения напряжений в пластине с отверстием

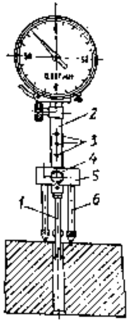


Рис. 4.18. Деформометр для измерения деформаций в глубине металла

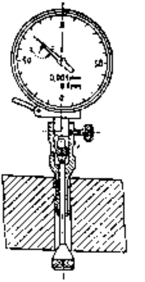


Рис. 4.19. Насадка для измерения толщины металла

$$\sigma_x = \frac{\alpha\Delta d_x + \beta\Delta d_y + 2a\nu\varepsilon_z(\alpha+\beta)}{\alpha^2 - \beta^2};$$

$$\sigma_y = \frac{\alpha\Delta d_y + \beta\Delta d_x + 2a\nu\varepsilon_z(\alpha+\beta)}{\alpha^2 - \beta^2}; \qquad (4.15)$$

$$\sigma_z = \varepsilon_z E + \nu\sigma_x + \nu\sigma_y,$$

где Δd_x, Δd_y — изменение диаметра отверстия в направлении осей X и Y в результате вырезки;

$$\alpha = \frac{c^2}{FE}\left(\frac{5c}{6l} + \frac{0{,}17h}{3l} - \frac{11{,}42h^2}{6cl} + \frac{1{,}76}{3} + \frac{2h}{3c} - \frac{2l}{c}\right);$$

$$\beta = \frac{c^2}{FE}\left(\frac{2l}{c} + \frac{8{,}6}{3} + \frac{2h}{3c} + \frac{c}{3l} + \frac{h}{2l} + \frac{h^2}{6cl}\right); \qquad (4.16)$$

$$\varepsilon_z = \Delta l/l,$$

Δl — изменение толщины кольца;

$$l = \left(c - \frac{h}{2}\right) - \frac{h}{\ln(c/(c-h))};$$

ν — коэффициент Пуассона; F — площадь поперечного сечения кольца; E — модуль упругости.

Чтобы измерить остаточные напряжения, на исследуемом участке сварного соединения сверлят сквозное отверстие диаметром $d = 8$ мм. Для устранения шероховатости поверхность отверстия развертывают разверткой $\varnothing 8A_3$.

С помощью линейки и чертилки на поверхности через центр отверстия прочерчивают направляющие риски под углом 90°, на которых засверливают углубления для опорных конусов прибора.

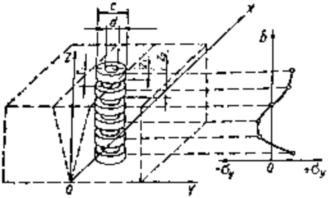


Рис. 4.20. Схема вырезки измерительного столбика

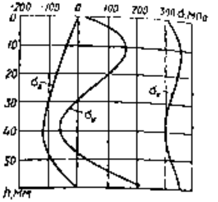


Рис. 4.21. Остаточные напряжения в многопроходном шве (толщина $\delta = 60$ мм)

Прибор (деформометр) представляет собой индикаторный нутромер *1* типа НИ (рис. 4.18). По его корпусу перемещается специальная насадка *5* с тремя одинаковой длины стержнями *6*, заканчивающимися опорными конусами. На корпусе *2* через каждые 9 мм засверлены углубления *3*. С помощью этих углублений и винта *4* насадка с опорными конусами фиксируется в определенном положении на корпусе нутромера, тем самым обеспечивая углубление измерительного устройства нутромера на фиксированную глубину. Нутромер комплектуется индикатором часового типа 1ИГМ с ценой деления 0,001 мм. Последовательно настраивая деформометр на заданные глубины, производят на этих глубинах измерение диаметра отверстия в двух взаимно перпендикулярных направлениях d_{0x} и d_{0y}. Одновременно с помощью специальной насадки (рис. 4.19) измеряется толщина металла.

Затем из сварного соединения полым сверлом вырезают ступенчато цилиндрический столбик металла, ось которого совпадает с осью базового отверстия. Радиус столбика $c = 5d$.

После высверловки полым сверлом паза на глубину z (рис. 4.20) повторно измеряют толщину металла и по разности замеров до вырезки t_0 и после вырезки t_1 определяют деформацию

$$\varepsilon_{z_1} = (t_1 - t_0)/t_0. \tag{4.17}$$

Таким же образом находят изменение толщины металла после проточки кольцевого паза на глубину $z_2(\varepsilon_{z_2})$, и так до полной вырезки столбика.

Затем столбик протачивают (рис. 4.20) на кольца равной высоты t для освобождения их от напряжений и производят замеры диаметров d_{tx} и d_{ty} на тех же расстояниях от поверхности и в тех же направлениях, что и до вырезки. Определяют изменение диаметров:

$$\Delta d_{tx} = d_{tx} + d_{0x};\ \Delta d_{ty} = d_{ty} - d_{0y}.$$

Полученные значения Δd_{tx}, Δd_{ty}, ε_z подставляют с обратным знаком в выражение (4.15) и, предположив, что напряжения распределены по высоте каждого кольца равномерно, вычисляют объемные напряжения в каждом слое на глубине металла, действовавшие в нем до вырезки столбика. Высоту каждого кольца и ширину проточки выбирают так, чтобы уровни измерения диаметров оказались на середине высоты кольца.

На рис. 4.21 показано распределение остаточных сварочных напряжений по толщине многопроходного шва при сварке встык пластин из стали 12ХМ толщиной 60 мм, определенных по описанной методике.

4.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ НЕРАЗРУШАЮЩИМ МАГНИТОУПРУГИМ МЕТОДОМ

Описанные выше экспериментальные методы исследования напряженного состояния связаны с разрушением (разрезкой) исследуемого объекта. Если при проведении экспериментальных работ такое разрушение может быть допущено, то при определении напряжений в реальных сварных конструкциях разрушение конструкции не допускается, хотя по условию изготовления или эксплуатации конструкции знание уровня напряжений необходимо, например, для оценки эффективности термообработки и т. п.

В последнее время для оценки остаточных сварочных напряжений применяют *неразрушающий магнитоупругий метод*.

Известно, что под действием механических напряжений значительно изменяются свойства ферромагнитных материалов. Это объясняется тем, что при наличии в кристаллическом теле напряжений деформируется решетка, и атомы смещаются относительно положения, которое они занимали в отсутствие напряжений, в результате чего изменяется и характер магнитного взаимодействия между атомами кристалла. Иными словами, изменяется либо магнитная проницаемость μ, либо индукция B. Связь между изменением магнитной проницаемости μ и действующим напряжением σ можно описать выражением

$$\frac{\Delta\mu}{\mu_0} = \frac{1}{\pi}\lambda_0\mu_0\sigma, \qquad (4.18)$$

где $\Delta\mu$ — относительное изменение магнитной проницаемости; μ_0 — начальная магнитная проницаемость; λ_0 — коэффициент магнитострикции.

На рис. 4.22 приведена зависимость $\varepsilon_\mu = f(\sigma)$, которая имеет нелинейный характер. Однако при значении $\sigma > 20$ МПа эта зависимость практически линейная в пределах упругих деформаций металла. Причем максимальное изменение магнитной проницаемости будет иметь место по направлению действия максимальных (главных) напряжений. В направлении действия напряжений растяжения магнитная проницаемость возрастает, а в направлении сжимающих напряжений — падает.

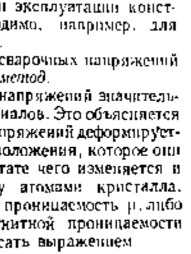


Рис. 4.22. Зависимость магнитной проницаемости от механических напряжений

Таким образом, измеряя изменение магнитной проницаемости в результате действия напряжений и пользуясь графиком

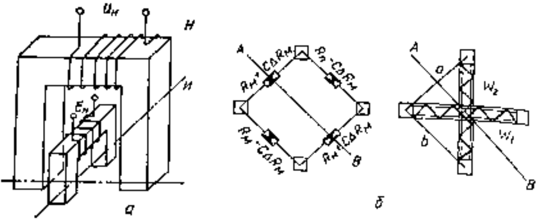


Рис. 4.23. Схема измерения четырехполюсным магнитоупругим датчиком:
а — схема датчика; б — магнитный мост; в — условное обозначение датчика

$\varepsilon_\mu = f(\sigma)$, можно определить величину действующего в теле напряжения.

Задача по определению напряжений сводится к измерению изменения магнитной проницаемости и построению графика $\varepsilon_\mu = f(\sigma)$ для данного ферромагнитного материала.

Для измерения изменений магнитной проницаемости предложены различные конструкции магнитоупругих датчиков.

На практике применяют конструкции четырехполюсных магнитоупругих датчиков Ю. А. Мехонцева и др. Датчик представляет собой дифференциальный преобразователь трансформаторного типа, первичная обмотка которого является обмоткой намагничивания, а вторичная — индикаторной обмоткой. Обе обмотки размещены под углом 90° друг к другу на П-образных сердечниках (рис. 4.23).

На поверхности испытываемого металла в зоне действия датчика образуется магнитный мост (рис. 4.23), плечами которого являются участки поверхности, заключенные между следами башмаков сердечника.

Для напряженного состояния металла магнитное сопротивление в соседних плечах будет равно $R_\mu + C\Delta R_\mu$, где R_μ — магнитное сопротивление участка без напряжений; ΔR_μ — приращение магнитного сопротивления в результате действия упругих напряжений. Поскольку ΔR_μ во взаимно перпендикулярных направлениях не равны, то произойдет разбаланс магнитного моста. Возникающая в результате разбаланса магнитного моста ЭДС в индикаторной обмотке будет соответствовать упругим напряжениям.

Как в первом, так и во втором случае полученный с датчика сигнал в виде ЭДС индикаторной обмотки поступает на вход электронного усилителя.

Усиленный сигнал — величина электрическая, поэтому для определения соответствующих этому сигналу упругих напряжений необходимо произвести тарировку прибора. Тарировку производят ступенчатым нагружением специальных образцов с одновременным отсчетом показаний нагрузочного устройства и электрического усилителя.

Образцы для тарировки подготовляют из материала изделия, подлежащего контролю уровня упругих напряжений и прошедшего аналогичную технологическую обработку.

4.6. ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКИЙ МЕТОД

Поляризационно-оптический метод, или метод фотоупругости позволяет выявить общую картину распределения напряжений в элементах конструкции, в то время как тензорезисторы дают сведения только для отдельных точек. Отмеченная особенность метода позволяет исследовать поля напряжений и определить таким образом направления и величины напряжений для всех точек. В связи с этим рассматриваемый метод особенно полезен при исследовании концентрации напряжений, а также для выбора оптимальных размеров, формы деталей и узлов сварных конструкций при их проектировании.

Поляризационно-оптический метод предусматривает применение моделей из оптически чувствительных материалов. Он основан на поляризации света и свойстве прозрачных изотропных материалов приобретать под действием нагрузки способность двойного лучепреломления.

Естественный свет (белый и монохроматический) представляет собой совокупность световых волн со всевозможными направлениями поперечных колебаний, беспорядочно сменяющими друг друга. *Поляризованным* является свет, в котором упорядочены направления колебаний световых волн. При этом поперечные колебания совершаются по определенным траекториям в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения света. Если такая траектория представляет собой прямую линию, перпендикулярную к направлению распространения света, свет является *плоскополяризованным*. Если траектория представляет собой эллипс, то свет называется *эллиптически поляризованным*. Частным случаем эллиптической поляризации является *круговая поляризация*.

Для получения поляризованного света в поляризованных приборах используют поляроиды, представляющие собой поляроидную пленку, вклеенную между стеклянными пластинками. Поток световых лучей, прошедших через поляроид, имеет колебания только в одной плоскости. Если на пути прошедших через один поляроид лучей поставить второй поляроид так, чтобы плоскости поляризации поляроидов были параллельны, то свет пройдет полностью. Если плоскости поляризаций поляроидов взаимно перпендикулярны, происходит полное погашение света. При расположении плоскостей поляризации под каким-либо углом наблюдается частичное прохождение света.

Основным необходимым свойством прозрачного изотропного материала модели является его способность к двойному лучепреломлению под действием напряжений. Двойное лучепреломление — оптическое свойство кристаллов. При прохождении света через анизотропную или через прозрачную кристаллическую среду световой луч разлагается на две плоскополяризованные составляющие, распространяющиеся с разными скоростями. Скорости компонент света, поляризованного в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, обратно пропорциональны показателям преломлений среды в этих плоскостях.

Следовательно, прозрачные изотропные материалы становятся при нагружении оптически анизотропными и ведут себя как двоякопреломляющие кристаллы. Обладающие таким свойством прозрачные материалы называются *оптически чувствительными*.

Для света, падающего перпендикулярно к плосконапряженной пластине, связь главных показателей преломления с главными напряжениями σ_1 и σ_2 выражается уравнениями:

$$n_1 - n_0 = C_1\sigma_1 + C_2\sigma_2;$$
$$n_2 - n_0 = C_1\sigma_2 + C_2\sigma_1, \qquad (4.19)$$

где n_1 и n_2 — коэффициенты преломления для двух главных направлений в нагруженной пластине; n_0 — коэффициент преломления для ненапряженного тела (находящегося в изотропном состоянии); C_1 и C_2 — оптические коэффициенты, характеризующие для данного материала зависимость между двойным лучепреломлением и напряжениями.

Из уравнений (4.19) следует, что

$$n_1 - n_2 = C(\sigma_1 - \sigma_2), \qquad (4.20)$$

где $C = C_1 - C_2$ — относительный оптический коэффициент напряжений, мм^2/кг (определяется опытным путем).

При входе в пластину, находящуюся в плосконапряженном состоянии, поляризованный луч света разлагается на два луча, которые распространяются с разными, но постоянными скоростями по толщине пластины:

$$V_1 = V_0/n_1; \quad V_2 = V_0/n_2, \qquad (4.21)$$

где V_1 и V_2 — скорости распространения двух составляющих света; V_0 — скорость света в вакууме.

Плоскости поляризации лучей, распространяющихся в нагруженной пластине, совпадают с плоскостью главных напряжений σ_1 и σ_2. Отставание одного луча от другого представляет собой линейную разность хода δ, которая пропорциональна разности коэффициентов преломления и толщине пластины d:

$$\delta = d(n_1 - n_2). \qquad (4.22)$$

Из уравнений (4.20) и (4.22) следует, что

$$\delta = cd(\sigma_1 - \sigma_2). \qquad (4.23)$$

Таким образом, при нормальном просвечивании поляризованным светом прозрачной оптически изотропной плосконапряженной модели с напряжениями в пределах упругости оптическая разность хода для двух составляющих волны света, распространяющихся в плоскостях главных напряжений σ_1 и σ_2, пропорциональна толщине модели и разности напряжений $\sigma_1 - \sigma_2$ в исследуемой точке.

Соотношение (4.23) — основной закон в поляризационнооптическом методе (закон Вертгайма), выражающий количественную связь между оптическим эффектом и разностью главных напряжений $\sigma_1 - \sigma_2$.

Оптическую разность хода δ и направления главных напряжений σ_1 и σ_2 определяют при просвечивании плоских моделей в полярископе. Полярископ — оптический прибор, принцип действия которого основан на использовании свойств поляризованного света. Для демонстрационных целей чаще используют простые по устройству плоские полярископы.

Плоский полярископ состоит из источников света, поляризатора и анализатора. Напряженную модель устанавливают в рабочем поле полярископа между поляризатором и анализатором.

Поляризатор представляет собой поляроид, после прохождения которого свет становится плоскополяризованным. Анализатор — второй поляроид, который аналогично поляризатору пропускает световые колебания только в одной плоскости. На выходе анализатора наблюдается интерференционная картина, образуемая в результате совмещения в одной плоскости со сдвигом фаз колебаний двух световых волн, выходящих из модели.

При расположении плоскостей поляризации поляризатора и анализатора под углом 90° получается картина интерференции в черном поле. Соответственно при параллельных плоскостях возникает картина интерференции в белом поле.

Интерференционные картины, наблюдаемые на изображении модели, называются *картинами полос*, или *картинами изохром*. При просвечивании модели белым светом на экране полярископа наблюдают картину цветных изохром, а при просвечивании монохроматическим светом — картину чередующихся темных и светлых полос.

Последовательность появления цветов при нагружении моделей из оптически активных материалов, а также соответствующие им разности хода лучей приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1. **Значение разности хода лучей при различных цветах интерференции**

Интерференционный цвет	Разность хода лучей, нм	Интерференционный цвет	Разность хода лучей, нм
Черный	0	Зеленовато-голубой	728
Серо-синий	158	Зеленый	747
Белый	259	Зеленовато-желтый	866
Светло-желтый	306	Оранжевый	948
Красновато-оранжевый	505	Темно-фиолетово-красный	1101
Огненно-красный	536	Светло-зеленовато-фиолетовый	1128
Темно-красный	551	Индиго (фиолетовый с зеленью)	1158
Пурпурный	565	Голубой с зеленью	1258
Фиолетовый	575	Морской волны	1334
Индиго (фиолетовый с зеленью)	589	Ярко-зеленый	1376
Небесно-голубой	664		

Однако на практике визуальным методом тяжело различить приведенные в табл. 4.1 цвета, поэтому при проведении исследований регистрируют следующие интерференционные цвета: черный, серо-синий, белый, светло-желтый, огненно-красный, фиолетовый и небесно-голубой.

В качестве оптически чувствительного материала, используемого для изготовления моделей, все более широко применяют поликарбонат. Он представляет собой полиэфир дифенилолпропана и угольной кислоты, отличающейся редким сочетанием физико-химических и оптико-механических свойств.

Для оценки напряженно-деформированного состояния методом фотоупругости применяется лабораторная поляризационная уста-

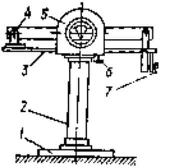


Рис. 4.24. Схема лабораторной поляризационной установки

новка, представляющая собой плоский полярископ с нагрузочным устройством (рис. 4.24). Лабораторная поляризационная установка (ЛПУ) состоит из основания 1, стойки 2, подвижной траверсы 3, перемещаемой в направляющих, двух обойм 5 с полярондами, осветительного тубуса, кронштейна 4 для шарнирного крепления исследуемой модели и винторычажного нагрузочного устройства 7.

Исследуемая модель одним концом шарнирно соединяется с винторычажным нагрузочным устройством 7, а другим — с кронштейном 4, который может устанавливаться и фиксироваться в требуемом месте траверсы с помощью двух зажимных винтов. Траверса фиксируется винтом 6.

Просвечивание модели обеспечивается белым светом через поляризатор. Осветитель установки питается от электрической сети. При нагружении модели винторычажным устройством в последней возникают напряжения, которые приводят к появлению на экране анализатора интерференционных цветов. По интерференционным цветам и соответствующим значениям разности хода лучей можно проанализировать характер распределения напряжений в любом сечении исследуемого образца.

Для разделения напряжений по полученной на модели разности $\sigma_1 - \sigma_2$ применяются различные способы.

Поскольку модель отличается от натурального изделия масштабом, упругими характеристиками и внешними нагрузками, необходимо полученные результаты перенести на натуру.

Для двумерной модели используют соотношение

$$\sigma_н = \sigma_м \frac{l_м d_м P_н}{l_н d_н P_м}, \tag{4.24}$$

где $\sigma_н$, $l_н$, $d_н$ и $P_н$ — соответственно напряжение, линейный размер, толщина и внешняя нагрузка натуры;

$\sigma_м$, $l_м$, $d_м$ и $P_м$ — то же модели.

Соотношение (4.24) справедливо в пределах упругих деформаций однородного изотропного материала.

4.7. ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИКИ СВАРОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ

Исследование кинетики сварочных деформаций и напряжений позволяет более глубоко изучить и понять механизм протекания термодеформационных процессов при сварке, произвести анализ образования сварочных напряжений и рассчитать их величину.

Возникающая при сварке внутренняя деформация

$$\varepsilon_{вн} = \varepsilon_{под} - \varepsilon_{св}. \tag{4.25}$$

С помощью тензометров, закрепленных на сварном изделии, определяется полная деформация $\varepsilon_{пол}$ практически во всех интервалах температурного цикла сварки. Свободная температурная деформация $\varepsilon_{св}$ характеризуется дилатометрической кривой для данного материала.

Таким образом, существующие экспериментальные методы исследования позволяют определить внутреннюю деформацию $\varepsilon_{вн}$, которая состоит из упругой и пластической составляющих:

$$\varepsilon_{вн} = \varepsilon_{упр} + \varepsilon_{пл}. \qquad (4.26)$$

Под воздействием температур меняются упругопластические свойства материала, поэтому с учетом этих изменений выражение (4.26) примет вид

$$\varepsilon_{вн}(T) = \varepsilon_{упр}(T) + \varepsilon_{пл}(T), \qquad (4.27)$$

где

$$\varepsilon_{пл}(T) = \sigma_т(T)/E(T);$$

T — текущая температура.

При этом значения $\sigma_т(T)$ определяются для всех температур со скоростью нагружения соответствующей скорости деформирования при сварке.

В зависимости от температуры процесс деформирования может идти в упругой стадии или в пластической.

В случае упругой деформации внутренняя деформация $\varepsilon_{вн}(T)$ должна быть меньше $\varepsilon_т(T)$, т. е.

$$\varepsilon_{вн}(T) = \varepsilon_{упр}(T) < \varepsilon_т(T). \qquad (4.28)$$

Напряжения на этом интервале температур будут непосредственно определяться величиной

$$\sigma_т(T) = \varepsilon_{вн}(T)\,E(T). \qquad (4.29)$$

Если имеет место пластическое деформирование, то внутренняя деформация $\varepsilon_{вн}(T) > \varepsilon_т(T)$ и выполняется условие

$$\varepsilon_{упр}(T) = \varepsilon_т(T). \qquad (4.30)$$

Напряжения в этом интервале температур

$$\sigma_т(T) = \varepsilon_т(T)\,E(T). \qquad (4.31)$$

Следовательно, для экспериментальной оценки кинетики сварочных деформаций и напряжений необходимо иметь следующие зависимости: $\varepsilon_{св}(T)$; $E(T)$; $\varepsilon_т(T)$; $\varepsilon_{пол}(T)$.

В качестве примера рассмотрим кинетику продольных сварочных деформаций и напряжений для точки, находящейся в пластической зоне вблизи шва.

На рис. 4.25 приведена схема развития продольных деформаций, которая строится следующим образом. По экспериментально замеренной температуре в исследуемой точке строим зависимость $T(t)$, а по замеренной полной деформации — кривую изменения $\varepsilon_{пол}(T)$. Затем рассчитывают свободную температурную деформацию $\varepsilon_{св}(T)$ по фор-

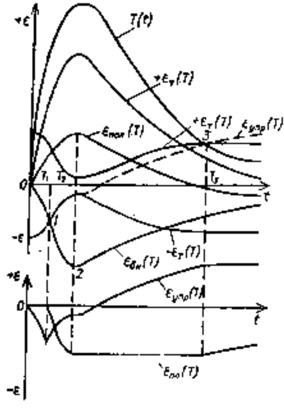


Рис. 4.25. Развитие продольных деформаций при сварке встык

муле $\varepsilon_{св}(T) = \alpha T(T)$, где α — коэффициент линейного расширения при данной температуре (в случае материала, имеющего заметные структурные превращения, в качестве $\varepsilon_{св}$ строим дилатометрическую кривую). Кривая, характеризующая изменение $\varepsilon_{вн}(T)$, получена как разность $\varepsilon_{пол}(T) - \varepsilon_{св}(T)$. Поскольку на схеме имеется зависимость $T(t)$, то остальные зависимости, которые представлены в функции от t, одновременно являются и функцией от T, т. е. $\varepsilon_{пол}(T) \to \varepsilon_{пл}(T)$:

$$\varepsilon_{св}(t) \to \varepsilon_{св}(T); \quad \varepsilon_{вн}(t) \to \varepsilon_{вн}(T).$$

На эту же схему наносим кривую относительной деформации на уровне $\sigma_т$ при растяжении и сжатии в зависимости от температуры $\varepsilon_т(T)$.

Теперь проведем анализ развития деформаций и напряжений при нагреве и охлаждении сварного соединения.

На участке 0...1 (рис. 4.25) внутренняя деформация $\varepsilon_{вн}(T) < \varepsilon_т(T)$, т. е. растет упругая деформация сжатия от нулевого значения до значения, соответствующего пределу текучести при температуре T_1. Напряжения на этом участке определяем выражением

$$\sigma(T_0 - T_1) = \varepsilon_{вн}(T_0 - T_1)\, E\,(T_0 - T_1). \qquad (4.32)$$

При температуре T_1 упругие деформации сжатия достигнут значения $\varepsilon_т(T_1)$. В дальнейшем, поскольку $\varepsilon_{вн}(T) > \varepsilon_т(T)$, деформирование будет сопровождаться развитием пластических деформаций сжатия на участке 1...2, т. е.

$$\varepsilon_{вн}(T) = \varepsilon_т(T) + \varepsilon_{пл}(T). \qquad (4.33)$$

Упругие напряжения сжатия соответствуют значению $\varepsilon_т(T)$. Такое развитие деформаций и напряжений будет до температуры T_2. Температура T_2 соответствует максимальному значению температуры в данной точке. Затем начинается охлаждение. При понижении температуры ниже T_2 упругие напряжения не могут следовать по кривой $\varepsilon_т(T)$, так как при этом должна уменьшаться пластическая деформация сжатия, а это невозможно (для уменьшения пластической деформации сжатия необходимо, чтобы протекали пластические деформации удлинения, т. е. должны быть в этот момент напряжения растяжения, превышающие $\sigma_т(T)$, а в действительности действуют напряжения сжатия). При этом нет условий для роста пластических деформаций сжатия, так как это может быть при условии, что упругая деформация сжатия остается на уровне $\varepsilon_т(T)$, что противоречит сказанкому выше. Значит кривая упругой деформации может следовать только эквидистантно кривой $\varepsilon_{вн}(T)$, которая показывает начало развития упругих напряжений растяжения при постоянной пластической деформации (рис. 4.25). На участке 2...3 упругие напряжения определяем по выражению

$$\sigma(T_2 - T_3) = [\varepsilon_{упр}(T_2 - T_3) - (\varepsilon_{упр}(T_2) - \varepsilon_т(T_2))]\, E\,(T_2 - T_3). \quad (4.34)$$

Процесс будет продолжаться до пересечения $\varepsilon_{упр}(T)$ с $\varepsilon_т(T)$ при растяжении (точка *3*, см. рис. 4.25). В дальнейшем в данном направлении будут протекать пластические деформации удлинения, так как $\varepsilon_{упр}(T) > \varepsilon_т(T)$, а напряжения будут равны σT

4.8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛНОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ СВАРКЕ

Изучение кинетики развития сварочных деформаций и напряжений требует экспериментального определения изменения полной деформации $\varepsilon_{пол}(t)$ в пределах термического цикла сварки.

В общем случае необходимо измерять полную деформацию вдоль (продольную) и поперек (поперечную) шва.

При измерении деформаций деформометры закрепляют на исследуемом объекте по одну сторону от сварного шва (рис. 4.26). Базовые отверстия подготовляют на выбранном расстоянии от оси шва и параллельно ему. Деформометр может быть закреплен сверху или снизу образца.

При исследовании поперечных деформаций измерения производят относительно оси шва, т. е. базовые отверстия располагаются симметрично по обе стороны шва. При таком расположении деформометра измеряемая деформация в поперечном направлении состоит из собственно поперечной деформации $\Delta_п^п$ и составляющей в поперечном направлении $\Delta\varphi$ от угловой деформации (рис. 4.27). При отсутствии угловой деформации точка A в результате поперечной деформации смещается в положение A' и $\Delta_п^п = l/2 - l'/2$, а при угловой деформации вследствие поворота на угол φ точка A' займет положение A'', и в измеряемом направлении появится составляющая $\Delta\varphi$, т. е. измеряемая деформометром величина

$$\Delta_{пол} = (\Delta_п^п + \Delta\varphi)\, 2. \quad (4.35)$$

Для учета деформаций, вызванных угловыми перемещениями в процессе сварки, предложена следующая методика измерения временных поперечных деформаций. Собранные под сварку пластины укладывают в специальное приспособление с подкладкой *3* (рис. 4.28). Деформометр *7* прикрепляется к подкладке *3* с помощью пружинной подвески, которая обеспечивает эластичное крепление прибора и надежное сопряжение измерительных конусов *4* с базовыми углублениями в пластинах.

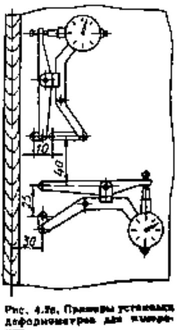


Рис. 4.26. Примеры установки деформометров для измерений

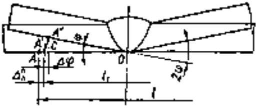


Рис. 4.27. Составляющие поперечной деформации

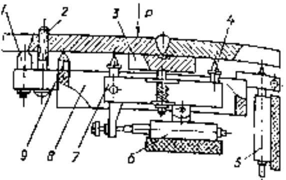


Рис. 4.28. Схема измерения поперечной деформации

Показания индикатора *6* определяют величину $\Delta_{\text{поп}}$. Одновременно в том же поперечном сечении измеряются перемещения прогибомером *8*, который с помощью винта *2*, опорной плиты *1* и призмы *9* закрепляют на одной из пластин сварного соединения. Призма *9* и измерительный стержень индикатора *5* сопрягаются с точками, симметричными относительно оси шва. По показаниям индикатора *5* определяют угол 2φ (рис. 4.27).

Поскольку угловые перемещения вызывают изменение длины базы измерения l (рис. 4.27), то для определения истинного значения поперечной деформации $\Delta_{\text{п}}^{\text{п}}$ необходимо найти величину составляющей в поперечном направлении от углового перемещения $\Delta\varphi$ при известном угле φ, т. е., учитывая (4.35),

$$\Delta_{\text{п}}^{\text{п}} = \Delta_{\text{поп}}/2 - \Delta_{\varphi}, \tag{4.36}$$

где $\Delta_{\text{поп}}$ — измеряемая деформометром деформация.

Согласно схеме (рис. 4.27) величину поправки Δ_{φ} можно определить из $\Delta A'OA''$ и $\Delta A'CA''$ по зависимости

$$\Delta_{\varphi} = (l/2 - \Delta_{\text{п}}^{\text{п}})\,\operatorname{tg}\varphi\,\operatorname{tg}\varphi/2. \tag{4.37}$$

Тогда из (4.36) и (4.37) получим

$$\Delta_{\text{п}}^{\text{п}} = \frac{0{,}5l\,\operatorname{tg}\varphi\,\operatorname{tg}\varphi/2 + \Delta_{\text{поп}}\,(1 + \operatorname{tg}\varphi\,\operatorname{tg}\varphi/2)}{1 + 2\,\operatorname{tg}\varphi\,\operatorname{tg}\varphi/2}. \tag{4.38}$$

Таким образом, при одновременном снятии показаний с индикатора *5* (угол φ) и индикатора *6* (поперечное перемещение $\Delta_{\text{поп}}$) с помощью зависимости (4.38) легко определить полную деформацию в процессе сварки и ее остаточное значение.

4.9. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ ПРОДОЛЬНЫХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ УКОРОЧЕНИЯ ПРИ СВАРКЕ

При сварке в пластической зоне образуются остаточные продольные пластические деформации укорочения, кроме случаев сварки материалов, претерпевающих структурные превращения. Характер распределения остаточных пластических деформаций укорочения по ширине пластической зоны и ширина этой зоны представляют интерес при экспериментальных и теоретических исследованиях напряженно-деформированного состояния в сварных изделиях.

Эпюру остаточных продольных пластических деформаций укорочения определяют экспериментально следующим образом.

После полного охлаждения в поперечном сечении пластической зоны пластические деформации определяют зависимостью

$$\varepsilon_{пл} = \varepsilon_{пол} - \varepsilon_{упр}, \tag{4.39}$$

где $\varepsilon_{пол}$ — полная деформация после сварки.

Если затем произвести разгрузку сварного соединения от упругих деформаций ($\varepsilon_{упр} = 0$), то в пластической зоне будут только пластические деформации

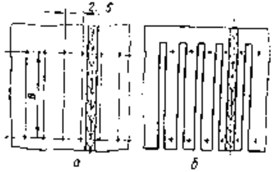


Рис. 4.29. Подготовка измерительных баз (а) и разрезка сварного соединения (б) при определении остаточных продольных пластических деформаций

$$\varepsilon_{пл} = \varepsilon^{*}_{пол}, \tag{4.40}$$

где $\varepsilon^{*}_{пол}$ — полная деформация после разгрузки.

Полную деформацию после разгрузки $\varepsilon^{*}_{пол}$ (следовательно и $\varepsilon_{пл}$) можно найти по разности замеров деформометром измерительных баз до сварки B_1 и после разгрузки B_2, т. е

$$\varepsilon^{*}_{пол} = \varepsilon_{пл} = (B_1 - B_2)/B_1. \tag{4.41}$$

Для этого в исследуемом поперечном сечении сварного соединения до сварки подготовляют в продольном направлении измерительные базы через каждые 5...10 мм, начиная с расстояния 2...5 мм от линии сплавления основного металла и металла шва (рис. 4.29, *а*). Поскольку в продольном направлении величина остаточной продольной пластической деформации практически не изменяется, как показала практика, для повышения точности измерений следует выбирать базу 50...100 мм.

После замеров баз получают значение B_1 и выполняют сварку. Затем после полного охлаждения сварного соединения производят его разгрузку от упругих деформаций, разрезав сварное соединение между измерительными базами на узкие продольные полоски, как показано на рис. 4.29, *б*. При этом каждая продольная полоска с измерительной базой освобождается от связей с остальной частью соединения, и поэтому в ней исчезает упругая деформация, что проявляется в изменении измерительной базы. Измеряя это изменение, получают значение B_2, и по формуле (4.41) рассчитывают остаточную пластическую деформацию для каждой измерительной базы. Таким образом определяют ее эпюру в поперечном сечении сварного соединения и ширину пластической зоны.

Рассмотренный метод определения остаточной продольной пластической деформации получил название *«метод гребенки»* [2].

РАСЧЕТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ СВАРОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

5.1. КЛАССИФИКАЦИЯ СВАРОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

Процесс изготовления сварных конструкций сопровождается искажением их проектных размеров и форм, которое называют *сварочными деформациями*.

Количественная оценка ожидаемых сварочных деформаций — важный этап производства сварных конструкций. Знание величины и характера ожидаемых сварочных деформаций позволяет еще на стадии проектирования сварной конструкции вносить соответствующие изменения, направленные на обеспечение требуемой точности. Не менее важно оценить сварочные деформации при проектировании технологического процесса изготовления сварной конструкции, так как на основе такой оценки производится выбор метода снижения сварочных деформаций и назначаются соответствующая технологическая оснастка, а также обоснованные технологические припуски заготовок.

Процесс формирования сварного соединения происходит в условиях неравномерного нагрева, приводящего к развитию деформаций, которые называются *временными деформациями*, изменяющими размеры и форму сварного соединения в процессе сварки.

Временные деформации предопределяют характер и величину *остаточных деформаций*, выражающихся в послесварочных изменениях геометрии сварной конструкции.

В зависимости от типа сварного соединения, его геометрических размеров и сочетания свариваемых элементов все многообразие изменения геометрии сварной конструкции можно разделить на несколько основных видов:

1. *Деформации продольного укорочения*. Они проявляются в изменении первоначальных размеров свариваемых элементов в направлении, параллельном продольной оси сварного шва. Продольное укорочение вызывается остаточными продольными пластическими деформациями укорочения (только при продольных швах), а также остаточными поперечными пластическими деформациями укорочения (при продольных и поперечных швах).

2. *Деформации поперечного укорочения*. В этом случае происходит изменение первоначальных размеров свариваемых элементов в направлении, перпендикулярном к продольной оси сварного шва. Поперечное укорочение вызывается остаточными поперечными пластическими деформациями укорочения и литейной усадкой в поперечном направлении расплавленного металла, начиная с температуры восстановления его упругих свойств.

3. *Угловые деформации*. Эти деформации проявляются при повороте свариваемых листов на некоторый угол относительно исходного положения.

Угловые деформации, например, возникают: при однопроходной или многопроходной сварке встык вследствие неравномерной по толщине поперечной пластической деформации укорочения; при сварке тавровых соединений в результате неравномерной пластической деформации по толщине поясного листа или в результате неравномерного поперечного сокращения металла углового шва.

4. *Деформации потери устойчивости листовых элементов конструкций.* Наиболее часто они встречаются при сварке тонколистовых элементов (до 3...4 мм) и проявляются в виде значительных перемещений из исходной плоскости листовых (оболочковых) элементов.

Эти деформации вызываются напряжениями сжатия, возникающими в конструкции преимущественно из-за остаточных пластических продольных деформаций укорочения.

5. *Деформации изгиба свариваемых элементов*, например, продольный изгиб сварных тавровых или двутавровых балок. Эти деформации обусловливаются несовпадением центра тяжести поперечного сечения зоны остаточных продольных и поперечных пластических деформаций укорочения с центром тяжести поперечного сечения свариваемых элементов.

6. *Деформации скручивания относительно продольной оси конструкции.* Они наиболее часто встречаются при сварке конструкций балочного типа. Деформации скручивания вызываются взаимным смещением свариваемых кромок, например, при приварке стенок балок к полкам.

В случае изготовления конструкций сложной геометрической формы, насыщенной сварными швами, изменения проектных размеров и форм конструкции вызываются не одним из перечисленных видов деформаций, а их совокупностью, однако, они могут быть дифференцированы на отдельные виды.

5.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСАДОЧНОЙ СИЛЫ

Образование в сварном соединении остаточных продольных и поперечных пластических деформаций укорочения, имеющих местный характер, вызывает в сварном соединении уравновешенную систему внутренних напряжений. Действие распределенных внутренних напряжений при решении деформационных задач заменяют статически эквивалентными сосредоточенными *силами*, называемыми *усадочными*.

Различают усадочную силу $P_{ус}^{пр}$ от продольных остаточных пластических деформаций укорочения и $P_{ус}^{поп}$ от остаточной поперечной пластической деформации укорочения, когда она распределена неравномерно в сечении, перпендикулярном к направлению ее действия.

Усадочная сила $P_{ус}^{пр}$ пропорциональна площади эпюры остаточных продольных пластических деформаций укорочения $\varepsilon'(x)$ (рис. 5.1). Она определяется зависимостью

$$P_{ус}^{пр} = \delta E \int_{-b_п}^{b_п} \varepsilon'(x)\, dx. \qquad (5.1)$$

Докажем зависимость (5.1). Полная продольная деформация после сварки в точках произвольного поперечного сечения

$$\varepsilon_{пол}(x) = \varepsilon_{упр}(x) + \varepsilon'(x). \qquad (5.2)$$

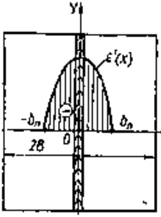


Рис. 5.1. Распределение продольных остаточных пластических деформаций укорочения ε'

Проинтегрируем (5.2) по ширине сварного соединения:

$$\int_{-B}^{B} \varepsilon_{\text{пол}}(x)\,dx = \int_{-B}^{B} \varepsilon_{\text{упр}}(x)\,dx + \int_{-B}^{B} \varepsilon'(x)\,dx. \quad (5.3)$$

Первое слагаемое в правой части (5.3) равно нулю вследствие уравновешенности по сечению упругих деформаций. Тогда

$$\int_{-B}^{B} \varepsilon_{\text{пол}}(x)\,dx = \int_{-B}^{B} \varepsilon'(x)\,dx. \quad (5.4)$$

Умножим правую и левую части (5.4) на δL:

$$\delta L \int_{-B}^{B} \varepsilon_{\text{пол}}(x)\,dx = \delta L \int_{-B}^{B} \varepsilon'(x)\,dx.$$

С учетом того, что $\varepsilon'_{(x)}$ распределена только в пределах зоны $2b_n$, данное выражение можно переписать в виде

$$\delta L \int_{-B}^{B} \varepsilon_{\text{пол}}(x)\,dx = \delta L \int_{-b_n}^{b_n} \varepsilon'(x)\,dx. \quad (5.5)$$

В левой части (5.5) имеем объем продольного укорочения $V_{\text{ук}}^{\text{пр}}$ сварного соединения, обусловленного действием сварочных напряжений. Формально объем продольного укорочения можно получить при действии на пластину, размеры которой равны сварному соединению, внешней сосредоточенной усадочной силы. Эту силу при известном объеме продольного укорочения $V_{\text{ук}}^{\text{пр}}$ определяем по закону Гука:

$$P_{\text{ус}}^{\text{пр}} = \frac{\Delta L_{\text{ук}}^{\text{пр}} FE}{L} = \frac{V_{\text{ук}}^{\text{пр}} E}{L}. \quad (5.6)$$

Подставляя в (5.6) вместо $V_{\text{ук}}^{\text{пр}}$ правую часть (5.5), получаем

$$P_{\text{ус}}^{\text{пр}} = \delta E \int_{-b_n}^{b_n} \varepsilon'(x)\,dx,$$

что и требовалось доказать.

Как следует из § 3.5, для сварного соединения произвольной ширины

$$\varepsilon' = -\frac{\varepsilon_{\text{т}} \sqrt{b_n^2 - x^2}}{b_n - [(b_n^2 \pi)/4B]}. \quad (5.7)$$

Следовательно, подставляя (5.7) в (5.1) получаем

$$P_{\text{ус}}^{\text{пр}} = 2\delta\pi\sigma_{\text{т}} [b_n/(4 - \lambda\pi)], \quad \lambda = b_n/B. \quad (5.8)$$

При выполнении шва на бесконечной плоскости ($B = \infty$) из (5.8) следует, что

$$P_{\text{ус}}^{\text{пр}} = \delta\pi\sigma_{\text{т}} (b_n/2). \quad (5.9)$$

В некоторых случаях необходимо определить продольную усадочную силу при сварке пластин различной ширины. Тогда усадочную силу исходя из (5.8) можно найти как сумму усадочных сил, возникающих при выполнении шва по кромкам отдельных пластин, т. е.

$$P_{\text{ус}}^{\text{пр}} = \delta n \sigma_{\text{т}} \left(\frac{b_{\text{п}_1}}{4\lambda_1 \pi} + \frac{b_{\text{п}_2}}{4\lambda_2 \pi} \right), \quad (5.10)$$

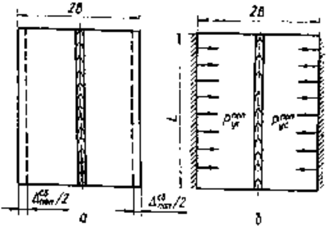


Рис. 5.2. Поперечные деформации при сварке свободных пластин (*а*) и образование поперечной усадочной силы при сварке закрепленных пластин (*б*)

где $\lambda_1 = b_{\text{п}_1}/B_1$; $\lambda_2 = b_{\text{п}_2}/B_2$.

Если представить ε' в виде прямоугольника (метод Трочуна), то

$$P_{\text{ус}}^{\text{пр}} = (\varepsilon_{\text{т}} + |\varepsilon_{\text{р}}|)\, E\delta 2b_{\text{п}}, \quad (5.11)$$

где $|\varepsilon_{\text{р}}|$ — абсолютная величина упругих деформаций сжатия вне зоны $2b_{\text{п}}$.

Известны и другие зависимости для $P_{\text{ус}}^{\text{пр}}$. Например, по данным В. А. Винокурова значение $P_{\text{ус}}^{\text{пр}}$ при стыковой сварке весьма жестких элементов, выраженное в ньютонах, может быть определено по формуле:

$$P_{\text{ус}}^{\text{пр}} = -[230000/(q_{\text{п}} + 12600) + 3{,}58]\, q/v, \quad (5.12)$$

где q — эффективная мощность, Дж/с; v — скорость сварки, см/с; $q_{\text{п}} = q/\delta_{\text{расч}}$ — удельная погонная энергия сварки, Дж/см²; $\delta_{\text{расч}}$ — расчетная толщина свариваемых элементов, см. $\delta_{\text{расч}} = 0{,}5\,(\delta_1 + \delta_2)$ в стыковых или угловых соединениях или $\delta_{\text{расч}} = 0{,}5\,(2\delta_{\text{п}} + \delta_{\text{в}})$ в тавровом или нахлесточном соединении.

Для прерывистых швов величину $P_{\text{ус}}^{\text{пр}}$ определяем по формуле

$$P_{\text{ус.пр}}^{\text{пр}} = P_{\text{ус}}^{\text{пр}}\,(l_{\text{ш}}/l),$$

где $l_{\text{ш}}$ — длина проваренного участка; l — шаг прерывистого шва.

Связь между остаточными пластическими поперечными деформациями укорочения и усадочной силой $P_{\text{ус}}^{\text{поп}}$ установим, рассмотрев процесс поперечного укорочения сварного соединения. При сварке встык свободных (незакрепленных) пластин (рис. 5.2, *а*) в результате свободной поперечной усадки пластины укоротятся в поперечном направлении на величину $\Delta_{\text{поп}}^{\text{св}}$. При этом в поперечном направлении никакие силы не возникнут.

Если же свариваются пластины, закрепленные по продольным кромкам (рис. 5.2, *б*), то в процессе охлаждения свободное поперечное укорочение $\Delta_{\text{поп}}^{\text{св}}$ не может реализоваться, и в результате реакции заделки в поперечном направлении возникнут растягивающие силы. Эти силы приведут к развитию поперечных пластических деформаций удлинения $\Delta_{\text{поп}}^{\text{пл.удл}}$ в зоне сварного соединения, где металл еще не восстановил упругих свойств. Значение $\Delta_{\text{поп}}^{\text{пл.удл}}$ зависит от жесткости заделки и в каждом конкретном случае для его определения требуется постановка соответствующего эксперимента.

Таким образом, после освобождения сваренных пластин от закреплений наблюдается поперечное укорочение

$$\Delta_{\text{поп}}^{\text{закр}} = \Delta_{\text{поп}}^{\text{св}} - \Delta_{\text{поп}}^{\text{пл.удл}}. \quad (5.13)$$

Поперечное укорочение $\Delta_{\text{поп}}^{\text{закр}}$ в условиях закрепления не может реализоваться, что приведет к возникновению в заделке реактивной силы

$$P_{\text{ус}}^{\text{поп}} = \Delta_{\text{поп}}^{\text{закр}} EL\delta/2B. \quad (5.14)$$

Определение усадочной силы представляет собой решение термомеханической задачи и является первым этапом расчета сварочных деформаций. На втором этапе методами сопротивления материалов или теории упругости определяют деформации конструкции, используя данные, полученные на первом этапе.

5.3. ДЕФОРМАЦИИ ПРОДОЛЬНОГО УКОРОЧЕНИЯ ОТ ПРОДОЛЬНЫХ ШВОВ

Деформации продольного укорочения определяются действием ε' в пластической зоне с поперечным сечением $F_{\text{пл}}$. Как было уже показано, действие ε' можно представить в виде продольной усадочной силы $P_{\text{ус}}^{\text{пр}}$, приложенной в центре тяжести зоны $F_{\text{пл}}$.

Продольное укорочение будет определяться как результат решения задачи нагружения свободного от внутренних сил тела сосредоточенной внешней сжимающей силой $P_{\text{ус}}^{\text{пр}}$. Тогда по закону Гука продольное укорочение можно найти по формуле

$$\Delta L_{\text{ук}}^{\text{пр}} = (P_{\text{ус}}^{\text{пр}} L)/EF, \quad (5.15)$$

где L — длина соединения; E — модуль упругости; F — площадь поперечного сечения соединения.

Согласно расчетному методу Трочуна (см. § 2.5), продольное укорочение можно также определить через напряжения сжатия $\sigma_{\text{р}}$ в реактивной зоне сварного соединения:

$$F_{\text{р}} = F - F_{\text{пл}}.$$

Это легко установить. Если после сварки из сварного соединения вырезать по границам $F_{\text{пл}}$ пластическую зону, то эта часть соединения будет короче остальной части (реактивной) на величину $\varepsilon' L$. Чтобы из этих отдельных частей сложить снова сварное соединение с размерами, которые были после сварки, необходимо пластическую зону удлинить на некоторую величину $(\varepsilon_{\text{т}} L)$, а реактивную часть укоротить так, чтобы совместились торцевые сечения (на величину $\varepsilon_p L$). Общее укорочение всего соединения определяется величиной $\varepsilon_p L$, т. е. напряжениями сжатия в реактивной зоне:

$$\Delta L_{ук}^{пр} = \sigma_p L/E. \qquad (5.18)$$

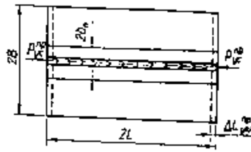


Рис. 5.3. Расчетная схема для определения продольного укорочения при сварке встык

Пример. Определить продольное укорочение при автоматической сварке свободных пластин (рис. 5.3) встык. Материал — сталь марки Ст3. Режим сварки $I_л = 800$ А; $U_л = 36$ В; $v = 36$ м/ч; к. п. д. нагрева $\eta = 0{,}85$. Размеры, соответствующие рис. 5.3: $2B = 800$ мм; $2L = 1000$ мм; $\delta = 10$ мм.

Решение. 1. Определяем ширину зоны пластических деформаций укорочения $2b_п$:

1.1. Удельная тепловая мощность сварочного нагрева

$$q_в = \frac{q}{v\delta_c} = \frac{800 \cdot 36 \cdot 0{,}85 \cdot 3600}{36 \cdot 0{,}02} = 1{,}224 \cdot 10^8 \text{ Дж/м}^2.$$

1.2. Ширина зоны, нагретой до пластического состояния,

$$b_1 = \frac{0{,}484 q_п}{c\gamma \cdot 600} = \frac{0{,}484 \cdot 1{,}224 \cdot 10^8}{5{,}2 \cdot 10^6 \cdot 600} = 1{,}8 \text{ см}.$$

1.3. Ширина зоны упругопластических деформаций

$$b_2 = k_2 (B - b_1).$$

По графику на рис. 2.17 $k_2 = f(q_0) = 0{,}22$.
Поскольку $B > 300$ мм, для расчета принимаем $B = 300$ мм:

$$b_2 = 0{,}22\,(30 - 1{,}8) = 5{,}64 \text{ см}.$$

1.4. Ширина зоны остаточных пластических деформаций укорочения

$$2b_п = 2\,(b_1 + b_2) = 2\,(1{,}8 + 5{,}64) = 15 \text{ см}.$$

2. Находим продольное укорочение через усадочную силу:
2.1. Продольная усадочная сила соответственно формуле (5.8)

$$P_{ус}^{пр} = 2\delta\pi\sigma_т \frac{b_п}{4 - \lambda\pi} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 3{,}14 \cdot 250 \cdot 75}{4 - 0{,}18 \cdot 3{,}14} = 3{,}39 \cdot 10^6 \text{ Н}.$$

2.2. По формуле (5.15) продольное укорочение

$$\Delta L_{ук}^{пр} = \frac{P_{ус}^{пр} 2L}{EF} = \frac{3{,}39 \cdot 10^6 \cdot 1000}{2 \cdot 10^5 \cdot 8 \cdot 10^3} = 0{,}21 \text{ мм}.$$

3. Определяем продольное укорочение через реактивные напряжения сжатия:
3.1. Из условия равновесия продольных внутренних сил в поперечном сечении соединения реактивные напряжения сжатия по формуле (2.33)

$$\sigma_p = -\frac{\sigma_т F_{пл}}{F - F_{пл}} = -\frac{\sigma_т b_п}{B - b_п} = -\frac{250 \cdot 75}{400 - 75} = -57 \text{ МПа}.$$

3.2. Продольное укорочение

$$\Delta L_{ук}^{пр} = \frac{\sigma_p 2L}{E} = \frac{57 \cdot 1000}{2 \cdot 10^5} = 0{,}28 \text{ мм}.$$

Как видно, расчет укорочения по методу Трочуна дает несколько завышенный результат в связи с тем, что в этом случае

$$\int\limits_{(F_{пл})} \varepsilon'(x)\, dx$$

имеет большее значение.

5.4. ДЕФОРМАЦИИ ПОПЕРЕЧНОГО УКОРОЧЕНИЯ

Поперечное укорочение $\Delta_{\text{поп}}$ при сварке наблюдается, когда отсутствуют препятствия (закрепления) свободному перемещению точек свариваемых элементов в направлении поперек шва либо когда имеется закрепление, частично ограничивающее это перемещение. Определим свободное поперечное укорочение $\Delta^{\text{сп}}_{\text{поп}}$ для двух случаев сварки: с зазором и без зазора.

При *сварке с зазором* в результате нагрева дугой свариваемые кромки будут перемещаться в зазор, так как отсутствуют какие-либо препятствия для их перемещения. Перемещение кромки в свободном стыковом соединении с зазором показано на рис. 5.4. Максимально возможное перемещение одной кромки

$$\Delta^{\text{сп.max}}_{\text{поп.кр}} = \int\limits_0^\infty \varepsilon_t dy = \int\limits_0^\infty \alpha T(y)\, dy. \tag{5.17}$$

При отсутствии теплоотдачи в воздух

$$\Delta^{\text{сп.max}}_{\text{поп.кр}} = \frac{\alpha}{c\gamma} \frac{q}{v\delta}, \tag{5.18}$$

где ε_t — температурная деформация; $T(y)$ — температура точек рассматриваемого поперечного сечения; α — коэффициент линейного расширения; $c\gamma$ — удельная теплоемкость; q — эффективная мощность источника нагрева; v — скорость сварки; δ — толщина свариваемого металла.

На стадии охлаждения, начиная с момента кристаллизации металла ванны, т. е. температуры $T_{\text{пл}}$, вследствие температурного укорочения начнут развиваться поперечные по отношению к шву пластические деформации удлинения, так как свободному температурному укорочению будут препятствовать менее нагретые поперечные волокна металла впереди и сзади ванны. Эта пластическая деформация будет на участке, где металл находился в температурном интервале от температуры плавления $T_{\text{пл}}$ до температуры восстановления упругих свойств металла T^*, т. е. на ширине зоны b_1.

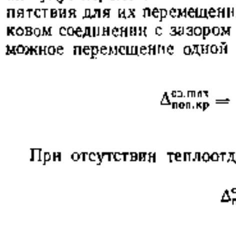


Рис. 5.4. Свободное перемещение кромки

Следовательно, поперечное пластическое удлинение

$$\Delta_{\text{поп}}^{\text{пл.удл}} = \int\limits_0^{b_1} \alpha\,(T_{\text{пл}} - T^*)\,dy \approx$$

$$\approx \alpha b_1\,(T_{\text{пл}} - T^*). \qquad (5.19)$$

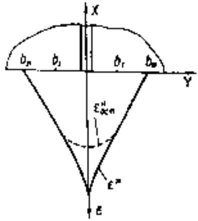


Рис. 5.5. Распределение поперечной пластической деформации укорочения ε''

Дальнейшее понижение температуры от T^* будет вызывать в поперечном направлении упругие деформации растяжения. Как показывают исследования временных и остаточных поперечных напряжений при сварке встык, величина этих напряжений не достигает значений предела текучести, что говорит об отсутствии на этой стадии охлаждения пластических деформаций удлинения.

Значит, остаточное поперечное перемещение одной кромки

$$\Delta_{\text{поп.кр}}^{\text{ост}} = \Delta_{\text{поп.кр}}^{\text{св.max}} - \Delta_{\text{поп}}^{\text{пл.удл*}} = \alpha\left[\frac{q}{c\gamma\delta} - b_1(T_{\text{пл}} - T^*)\right]. \qquad (5.20)$$

Если величина зазора превышает $2\Delta_{\text{поп.кр}}^{\text{св.max}}$, то это означает, что такое перемещение каждой кромки возможно и, следовательно, остаточное поперечное укорочение будет равно остаточному перемещению двух кромок:

$$\Delta_{\text{поп}}^{\text{св}} = 2\Delta_{\text{поп.кр}}^{\text{ост}}.$$

В случае *сварки без зазора* свободное перемещение кромок не реализуется, оно все трансформируется в пластическое укорочение ε'', неравномерно распределенное по ширине зоны $2b_{\text{п}}$, изменяясь от нуля на границе $b_{\text{п}}$ до максимума на оси шва (рис. 5.5).

Учитывая пластическое поперечное удлинение на ширине $2b_1$, при охлаждении в этой зоне величина остаточного пластического укорочения будет меньше (рис. 5.5).

Для случая сварки без зазора

$$\Delta_{\text{поп}}^{\text{св}} = 2\int\limits_0^{b_{\text{п}}} \varepsilon_{\text{ост}}''(y)\,dy. \qquad (5.21)$$

Закон распределения $\varepsilon_{\text{ост}}''$ по ширине пластической зоны в настоящее время мало изучен. По экспериментальным данным

$$\varepsilon_{\text{ост}}'' = (\alpha T^*)\sqrt{b_{\text{п}}^2 - y^2}/b_{\text{п}}. \qquad (5.22)$$

Подставляя (5.22) в (5.21), получаем

$$\Delta_{\text{поп}}^{\text{св}} = \pi\alpha T^* b_{\text{п}}/2. \qquad (5.23)$$

Если же зазор меньше, чем $2\Delta_{\text{поп.кр}}^{\text{св.max}}$, полное свободное перемещение кромок в зазор может реализоваться только на величину $\Delta_{\text{з}}/2$,

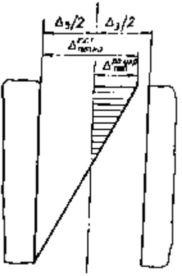


Рис. 5.6. Поперечное укорочение при сварке с зазором $\Delta_з < 2\Delta_{поп.\,кр}^{max}$

так как при этом кромки сомкнутся, а нереализованное перемещение трансформируется в пластическое укорочение в поперечном направлении (рис. 5.6). Остаточное поперечное укорочение сварного соединения

$$\Delta_{поп}^{св} = \Delta_з + \Delta_{поп}^{пл.укр} - 2\Delta_{поп}^{пл.удл}, \qquad (5.24)$$

где $\Delta_{поп}^{пл.удл}$ определяем по формуле (5.19), а

$$\Delta_{поп}^{пл.укр} = 2\Delta_{поп.кр}^{сп.max} - \Delta_з. \qquad (5.25)$$

Следовательно,

$$\Delta_{поп}^{св} = 2\left[\alpha q/c\gamma v\delta - \alpha b_1 (T_{пл} - T^*)\right] \qquad (5.26)$$

Из формулы (5.26) следует, что при сварке с промежуточным зазором, когда зазор больше нуля и меньше максимального свободного поперечного перемещения кромок от нагрева, остаточное поперечное укорочение сварного соединения определяется как и в случае сварки с большим зазором, превышающим максимальное свободное поперечное перемещение кромок от нагрева при сварке. Следовательно, при сварке с промежуточным зазором поперечное укорочение можно определять по формуле (5.20), а изложенные рассуждения показывают механизм его образования. В случае сварки, когда имеются закрепления, частично ограничивающие свободное поперечное укорочение, значение остаточной поперечной деформации можно определить по формуле (5.13):

$$\Delta_{поп}^{закр} = \Delta_{поп}^{св} - \Delta_{поп}^{пл.удл}.$$

Предложенные зависимости являются приближенными, однако они позволяют с достаточной для практических целей точностью оценивать поперечные деформации при сварке.

Пример. Для случая сварки пластин, указанного в § 5.3, определить остаточные поперечные укорочения при условии сварки с зазором $\Delta_з = 2$ мм и без зазора.

Р е ш е н и е 1. Находим максимальное свободное поперечное перемещение двух кромок по формуле (5.16):

$$2\Delta_{поп.кр}^{св.max} = 2\,\frac{\alpha}{c\gamma}\,\frac{q}{v\delta} = \frac{2\cdot 12\cdot 10^{-6}\cdot 24480\cdot 3600}{5{,}2\cdot 10^{6}\cdot 36\cdot 0{,}01} = 1{,}12 \text{ мм}.$$

2. Поскольку свободное перемещение двух кромок меньше зазора, это означает, что оно возможно. Остаточное поперечное укорочение определяем по формуле (5.20):

$$\Delta_{поп}^{св} = 2\alpha\left[\frac{q}{c\gamma v\delta} - b_1(T_{пл} - T^*)\right],$$

где для стали Ст3 температура $T^* = 600\,°C$,

$$\Delta_{поп}^{св} = 2\cdot 12\cdot 10^{-6}\left[\frac{24480\cdot 3600}{5{,}2\cdot 10^{6}\cdot 36\cdot 0{,}01} - 0{,}018\,(1500 - 600)\right] = 0{,}80 \text{ мм}.$$

3. Для сравнения находим поперечное укорочение в случае сварки без зазора, используя формулу (5.23).

$$\Delta^{св}_{поп} = \frac{\mu\alpha T^* b_п}{2} = \frac{3,14 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 600 \cdot 7,5}{2} = 0,081 \text{ см} = 0,81 \text{ мм}.$$

Таким образом, зазор мало влияет на величину поперечного укорочения.

5.5. ДЕФОРМАЦИИ ПРОДОЛЬНОГО УКОРОЧЕНИЯ ПРИ СВАРКЕ ПРОДОЛЬНЫХ И ПОПЕРЕЧНЫХ ШВОВ

Если сварное соединение имеет продольные и поперечные швы, то **продольное укорочение** сварного соединения состоит из *собственно продольного укорочения* от сварки продольного шва и *деформации в продольном направлении* от поперечного укорочения поперечного шва, т. е.

$$\Delta L^{сум}_{ук} = \Delta L^{пр}_{ук} + \Delta^{поп}_{ук}. \qquad (5.27)$$

Значение $\Delta L^{пр}_{ук}$ определяем по формуле (5.15). Значение $\Delta^{поп}_{ук}$ находим в зависимости от условий, в которых происходит поперечное укорочение. Если отсутствуют какие-либо закрепления, то значение $\Delta^{поп}_{ук} = \Delta^{св}_{поп}$ и будет определяться формулами (5.20), (5.23), (5.26).

Рассмотрим, чему будет равно $\Delta^{поп}_{ук}$ в условиях несвободного поперечного укорочения шва (рис. 5.7, *а*). Если из сварного соединения вырезать полосу шириной, равной длине поперечного шва h, то эта полоса укоротилась бы в соответствии с (5.13) на величину $\Delta^{закр}_{поп} = \Delta^{св}_{поп} - \Delta^{пл.удл}_{поп}$ (рис. 5.7, *б*).

В дальнейшем задачу решаем методом сшивания. Приложим к торцам средней части соединения (рис. 5.7, *б*) растягивающую нагрузку

$$\sigma_0 = (\Delta^{закр}_{поп} E)/2L, \qquad (5.28)$$

которая обеспечивает удлинение этой части до длины крайних полос $2L$. «Сошьем» среднюю и крайние полосы, не снимая приложенной нагрузки. После снятия нагрузки σ_0 в работу включается все попе-

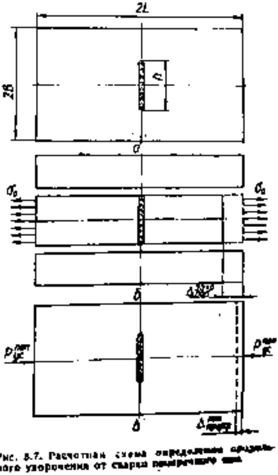


Рис. 5.7. Расчетная схема определения продольного укорочения от сварки поперечного шва

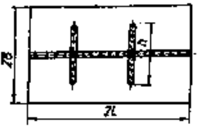


Рис. 5.8. Схема сварного соединения

речное сечение сварного соединения. Действие растягивающей нагрузки σ_0 можно заменить сосредоточенной эквивалентной силой

$$P = \sigma_0 \delta h.$$

Учитывая (5.28), получаем (5.14)

$$P_{ус}^{поп} = (\Delta_{поп}^{закр} \delta h E)/2L.$$

Под действием $P_{ус}^{поп}$ (рис. 5.7, *в*) сварное соединение укоротится на величину

$$\Delta_{ук}^{поп} = (P_{ус}^{поп}\,2L)/EF. \tag{5.29}$$

Пример. Определить продольное укорочение сварного соединения, приведенного на рис. 5.8, где $2L = 1000$ мм, $h = 500$ мм, $2B = 600$ мм, $\delta = 10$ мм. Пластины из стали марки Ст3, $\sigma_т = 250$ МПа. Режим сварки $I_д = 600$ А, $U_д = 40$ В, $v = 28$ м/ч, к. п. д. нагрева $\eta = 0{,}85$. Сварка без зазора

Решение. 1. Определяем продольное укорочение от сварки продольного шва:

1.1. Ширина зоны продольных пластических деформаций укорочения

$$b_п = b_1 + b_2;$$

$$b_1 = \frac{0{,}484q}{v\delta_0 c\gamma 600} = \frac{0{,}484 \cdot 600 \cdot 10 \cdot 3600 \cdot 0{,}85}{28 \cdot 2{,}5 \cdot 10^4 \cdot 600 \cdot 0{,}02} = 2{,}7 \text{ см};$$

$$b_2 = k_2 (B - b_1).$$

По графику (рис. 2.17) $k_2 = 0{,}245$;

$$b_2 = 0{,}245\,(30 - 2{,}7) = 6{,}7 \text{ см}; \quad b_п = 2{,}7 + 6{,}7 = 9{,}4 \text{ см}.$$

1.2. Продольная усадочная сила

$$P_{ус}^{пр} = 2\delta\pi\sigma_т \left(\frac{b_п}{4 - \lambda\pi}\right) = \frac{2 \cdot 10 \cdot 3{,}14 \cdot 250 \cdot 94}{4 - 0{,}23 \cdot 3{,}14} = 4{,}41 \cdot 10^5 \text{ Н}.$$

1.3. Продольное укорочение от сварки продольного шва

$$\Delta L_{ук}^{пр} = \frac{P_{ус}^{пр} 2L}{EF} = \frac{4{,}41 \cdot 10^5 \cdot 1000}{2 \cdot 10^5 \cdot 8000} = 0{,}2 \text{ мм}.$$

2. Определяем продольное укорочение от сварки поперечных швов:

2.1. По формуле (5.23) значение свободного поперечного укорочения для одного шва, принимая $T^* = 600$ °С,

$$\Delta_{поп}^{св} = \frac{\pi\alpha T^* b_п}{2} = \frac{3{,}14 \cdot 12 \cdot 10 \cdot 600 \cdot 94}{2} = 0{,}8 \text{ мм}.$$

2.2. При $\Delta_{поп}^{пл.\,удл} = 0{,}2$ мм по формуле (5.13)

$$\Delta_{поп}^{закр} = \Delta_{поп}^{св} - \Delta_{поп}^{пл.\,удл} = 0{,}8 - 0{,}2 = 0{,}6 \text{ мм},$$

а для двух швов

$$\Delta_{поп}^{закр} = 1{,}2 \text{ мм}.$$

2.3. Поперечная усадочная сила

$$P_{ус}^{поп} = \frac{\Delta_{поп}^{закр} \delta F h}{2L} = \frac{1{,}2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 500}{1000} = 1{,}2 \cdot 10^6 \text{ Н}.$$

2.4 Продольное укорочение от поперечных швов по формуле (5.29)

$$\Delta_{ук}^{поп} = \frac{P_{ус}^{поп} 2L}{EF} = \frac{1{,}2 \cdot 10^4 \cdot 1000}{2 \cdot 10^4 \cdot 9000} = 0{,}7 \text{ мм}.$$

Остаточное продольное укорочение

$$\Delta L_{укр}^{\Sigma пр} = \Delta L_{ук}^{пр} + \Delta_{ук}^{поп} = 0{,}9 \text{ мм}.$$

5.6. ДЕФОРМАЦИИ ИЗГИБА

Деформации изгиба при сварке являются наиболее значительными по сравнению с другими в тех случаях, когда центры тяжести поперечного сечения зон остаточных пластических деформаций (продольных и поперечных) не совпадают с центром тяжести поперечного сечения сварного соединения, т. е. имеется внецентренное приложение усадочных сил $P_{ус}^{пр}$ и $P_{ус}^{поп}$.

Рассмотрим наиболее характерные случаи изгиба сварных соединений.

При *сварке встык* двух пластин различной ширины (рис. 5.9, *а*) из-за внецентренного приложения продольной усадочной силы на сварное соединение будет действовать изгибающий момент

$$M = P_{ус}^{пр} e_{пр},$$

где $e_{пр}$ — эксцентриситет приложения усадочной силы,

$$e_{пр} = (B_2 - B_1)/2. \tag{5.30}$$

Остаточный прогиб (рис. 5.9, *б*) при этом значении изгибающего момента

$$f_{пост} = [M\,(2L)^2]/8EJ, \tag{5.31}$$

где $2L$ — длина пластин; J — момент инерции поперечного сечения соединения.

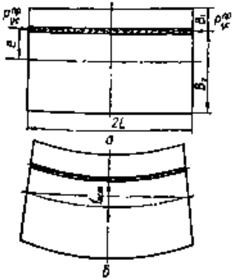


Рис. 5.9. Деформации изгиба при сварке встык пластин различной ширины

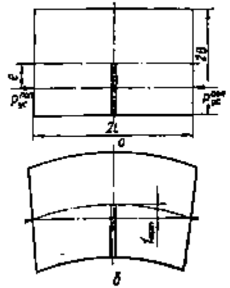


Рис. 5.10. Деформации изгиба от сварки поперечных швов

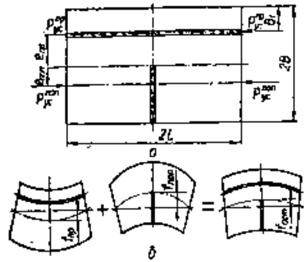


Рис. 5.11. Расчетная схема (a) и деформации изгиба ($б$) от действия $P_{ус}^{пр}$ и $P_{ус}^{поп}$

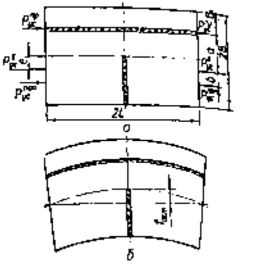


Рис. 5.12. Расчетная схема (a) и деформации изгиба ($б$) от действия $P_{ус}^{\Sigma}$

Поперечные швы (рис. 5.10, a, $б$) также могут вызвать изгиб пластин, если поперечное укорочение будет происходить в условиях закрепления, приводящих к появлению усадочной силы $P_{ус}^{поп}$. Применительно к рис. 5.10 изгибающий момент $M = P_{ус}^{поп} e_{поп}$, где $e_{поп} = B/2$.

Если в сварном соединении внецентренно расположено несколько усадочных сил, то остаточный прогиб можно определить как сумму прогибов от действия каждой усадочной силы (рис. 5.11) или как результат действия суммарной усадочной силы (рис. 5.12):

$$f = f_{пр} - f_{поп}, \tag{5.32}$$

либо

$$f = [P_{ус}^{\Sigma} e^{\Sigma} (2L)^2]/8EJ, \tag{5.33}$$

где

$$P_{ус}^{\Sigma} = P_{ус}^{пр} + P_{ус}^{поп}. \tag{5.34}$$

Эксцентриситет находим из условия, что

$$e^{\Sigma} = B/2 - b,$$

где

$$b = aP_{ус}^{пр}/P_{ус}^{поп};\ a + b = \frac{3}{2} B - B_1.$$

Деформации изгиба имеют более сложный характер, когда усадочная сила приложена в точке, не лежащей на центральных осях поперечного сечения соединения. Это, например, можно наблюдать при *сварке таврового соединения* односторонним угловым швом (рис. 5.13). Поскольку площадь зоны остаточных пластических деформаций несимметрична относительно оси Y, точка приложения усадочной силы будет смещена относительно осей X и Y. В результате такого положения точки приложения $P_{ус}$ возникнут моменты: относительно оси X момент $M_x = P_{ус}e_x$, а относительно оси Y момент $M_y = P_{ус}e_y$ и соответствующие им прогибы

$$f_x = (M_x L^2)/8EJ_x;$$
$$f_y = (M_y L^2)/8EJ_y,$$

где L — длина балки; J_x, J_y — моменты инерции поперечного сечения соответственно относительно осей X и Y.

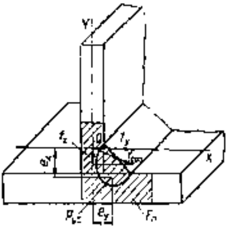


Рис. 5.10. Внецентренное приложение усадочной силы при односторонней сварке таврового соединения

Таким образом, остаточный прогиб

$$f_{ост} = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}. \qquad (5.35)$$

Пример. Определить остаточный прогиб в результате сварки пластин, приведенных на рис. 5.11. Размеры пластин: $2L = 1000$ мм, $2B = 600$ мм, $B_1 = 200$ мм, $\delta = 10$ мм, предел текучести материала — $\sigma_т = 250$ МПа. Режим сварки: $I_д = 800$ А, $U_д = 32$ В, $v_с = 40$ м/ч, к. п. д. нагрева $\eta = 0,85$

Решение 1. Определяем усадочное усилие от сварки продольного шва:
1.1. Ширина зоны пластических деформаций

$$b_1 = \frac{0,484q}{v\delta_0 c\gamma 600} = \frac{0,484 \cdot 800 \cdot 32 \cdot 0,85 \cdot 3600}{4 \cdot 0,02 \cdot 5,2 \cdot 10^{6} \cdot 600} = 1,5 \text{ см}.$$

1.2. Находим ширину зоны упругопластических деформаций b_2.
Удельная тепловая мощность

$$q_0 = \frac{q}{v\delta_0} = \frac{800 \cdot 32 \cdot 0,85 \cdot 3600}{40 \cdot 0,02} = 9,79 \cdot 10^{6} \text{ Дж/м}^2.$$

По графику (рис. 2.17) значение $k_2 = 0,28$.
Для пластины шириной B_1

$$b_2' = k_2 (B_1 - b_1) = 0,28 (20 - 1,5) = 5,2 \text{ см}.$$

Для пластины шириной $2B - B_1$

$$b_2'' = k_2 (30 - b_2) = 0,28 (30 - 1,5) = 8 \text{ см}.$$

Для пластины шириной B_1 зона пластических деформаций укорочения

$$b_п' = b_1 + b_2' = 1,5 + 5,2 = 6,7 \text{ см}.$$

Для пластины шириной $2B - B_1$ ширина зоны пластических деформаций укорочения

$$b_п'' = b_1 + b_2'' = 1,5 + 8,0 = 9,5 \text{ см}.$$

1.3. Соответственно формуле (5.10) усадочная сила от сварки продольного шва

$$P_{ус}^{пр} = \delta\pi\sigma_т \left(\frac{b_п'}{4 - \lambda_1\pi} + \frac{b_п''}{4 - \lambda_2\pi}\right) = 4,2 \cdot 10^5 \text{ Н}.$$

2. Находим усадочную силу от сварки поперечного шва:

2.1. Ширина зоны пластических деформаций продольного укорочения (полуширина пластин равна 500 мм)

$$b_{п} = b_{п}^{с} = 9{,}5 \text{ см}.$$

2.2. С учетом того что зазор отсутствует, свободное поперечное укорочение по формуле (5.23)

$$\Delta_{поп}^{св} = \frac{\pi\alpha T^* b_{п}}{2} = \frac{3{,}14 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 600 \cdot 95}{2} = 0{,}1 \text{ см}.$$

2.3. Нереализованное поперечное укорочение ($\Delta_{поп}^{пл.\,уд.л} = 0{,}02$ см)

$$\Delta_{поп}^{закр} = \Delta_{поп}^{св} - \Delta_{поп}^{пл.\,уд.л} = 0{,}08 \text{ см}.$$

2.4. Усадочная сила от сварки поперечного шва

$$P_{ус}^{поп} = \Delta_{поп}^{закр} \frac{EB/2\delta}{2L} = 6 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

3. Определяем остаточный прогиб пластины:

3.1. Эксцентриситет приложения продольной усадочной силы

$$e_{пр} = (B - 200) - \left(b_{п} - \frac{b_{п}' - b_{п}''}{2}\right) = (30 - 20) - \left(9{,}5 - \frac{6{,}7 + 9{,}5}{2}\right) = 8{,}6 \text{ см}$$

3.2. Эксцентриситет приложения усадочной силы от поперечного шва

$$e_{поп} = B/2 = 15 \text{ см}.$$

3.3. Момент инерции поперечного сечения пластин

$$J = \frac{\delta\,(2B)^3}{12} = 1{,}8 \cdot 10^9 \text{ мм}^4.$$

3.4. Прогиб от продольной усадочной силы

$$F_{пр} = \frac{P_{ус}^{пр} e_{пр}\,(2L)^2}{8EJ} = \frac{4{,}2 \cdot 10^5 \cdot 86 \cdot 10^6}{8 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 1{,}8 \cdot 10^9} = 0{,}127 \text{ мм}.$$

3.5. Прогиб от силы $P_{ус}^{поп}$

$$F_{поп} = \frac{P_{ус}^{поп} e_{поп}\,(2L)^2}{8EJ} = \frac{6 \cdot 10^4 \cdot 15 \cdot 10^6}{8 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 1{,}8 \cdot 10^9} = 0{,}3 \text{ мм}.$$

3.6. С учетом направления прогибов $f_{пр}$ и $f_{поп}$ остаточный прогиб

$$f = f_{поп} - f_{пр} = 0{,}3 - 0{,}127 = 0{,}173 \text{ мм}$$

5.7. УГЛОВЫЕ ДЕФОРМАЦИИ

Наряду с другими видами деформаций при сварке может также возникать у г л о в а я д е ф о р м а ц и я, заключающаяся в повороте свариваемых листов на некоторый угол относительно исходного положения. Угловая деформация возникает при сварке однопроходных и многопроходных сварных соединений со стыковыми и угловыми швами. На рис. 5.14 показана угловая деформация в стыковом и тавровом соединениях. Величина угловой деформации равна углу β.

При сварке *стыковых соединений* основной причиной образования угловой деформации является неравномерность поперечной усадки различных слоев металла по толщине вследствие неравномерного

Рис. 5.14. Угловые деформации в стыковом (а) и тавровом (б) соединениях

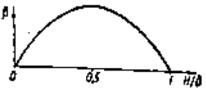


Рис. 5.15. Зависимость угловой деформации от относительной глубины провара

разогрева. В наибольшей степени угловая деформация проявляется при односторонней стыковой сварке свободных пластин с V-образной разделкой кромок.

Величина угловой деформации β зависит от многих факторов: относительной глубины провара H/δ, относительной ширины провара B/δ, формы провара, механических и теплофизических свойств металла и др. На рис. 5.15 показано изменение угловой деформации от относительной глубины провара. Форма и величина определяются сосредоточенностью, мощностью и скоростью движения источника нагрева, а также свойствами материала.

При двусторонней сварке стыковых соединений совсем не обязательно, чтобы суммарная угловая деформация была равна нулю. Здесь также необходимо принимать во внимание различные факторы и, в первую очередь, различную жесткость соединения ($E\ J$) после сварки швов с одной и с другой стороны. Правильным подбором режимов сварки швов с лицевой и обратной сторон соединения практически можно добиться почти полного отсутствия суммарной угловой деформации.

При сварке в свободном состоянии *тавровых соединений* угловыми швами суммарная угловая деформация β (рис. 5.16, *а*) будет определяться не только неравномерностью разогрева поясного листа по толщине (β_1) (рис. 5.16, *б*), но и поворотом этого листа как жесткого целого относительно стенки на некоторый угол β_2 (рис. 5.16, *в*) за счет поперечного сокращения металла углового шва.

В настоящее время многие вопросы развития угловых деформаций при сварке в достаточной мере не исследованы. Часто бывает затруднительным не только количественное определение угловой деформации, но даже предсказание ее знака. Это связано как с большим числом факторов, влияющих на угловые деформации и по-разному оцениваемых исследователями, так и с неопределенностью теплового

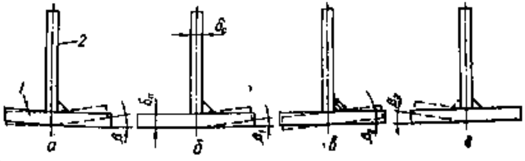


Рис. 5.16. Угловая деформация при сварке тавровых соединений:
1 — пояс; 2 — стенка

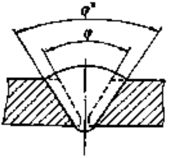


Рис. 5.17. Угол разделки кромок φ и угол провара φ*

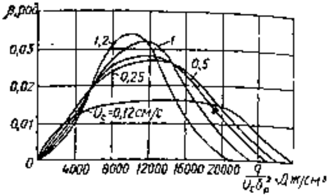


Рис. 5.18. Номограмма для определения угловой деформации при сварке встык

воздействия дуги на различные элементы в процессе сварки. При одной и той же погонной энергии сварки в зависимости от перераспределения тепла дуги между элементами сварного соединения величина угловой деформации может быть различной. Все это затрудняет экспериментальную проверку расчетных зависимостей.

При сварке стыковых соединений с одной стороны с V-образной разделкой кромок И. П. Трочун рекомендует определять угловую деформацию по формуле

$$\beta = 2\alpha T_{ср} \operatorname{tg} \varphi/2, \tag{5.36}$$

где α — температурный коэффициент линейного расширения металла; $T_{ср}$ — средняя температура слоя наплавленного металла к моменту перехода наиболее нагретых точек из пластического состояния в упругое; φ — угол разделки свариваемых кромок.

В ряде случаев при автоматической сварке угол провара может существенно отличаться от угла разделки кромок φ (рис. 5.17). Например, при автоматической сварке без скоса кромок угол $\varphi = 0$, но при неравномерном проплавлении металла по толщине проявляется угловая деформация. Это связано с тем, что угол $\varphi^* \neq 0$.

С. А. Кузьминов [7] рекомендует определять угловую деформацию при сварке встык и втавр малоуглеродистых и низколегированных сталей по номограмме (рис. 5.18) в зависимости от условий сварки и расчетной толщины $\delta_р$. На рисунке $q = \eta U I$ — эффективная мощность сварочной дуги Вт; $v_с$ — скорость сварки, см/с; $\delta_р$ — расчетная толщина, см, равная при полном проваре толщине листов δ, а при неполном — глубине проваренного слоя (или слоя при многопроходной сварке).

При многопроходной сварке угловую деформацию стыкового сварного соединения определяют по формуле

$$\beta = \sum_{k=1}^{i} \beta_k m_k - \sum_{s=1}^{j} \beta_s m_s, \tag{5.37}$$

где i — число проходов с лицевой стороны; j — число проходов с обратной стороны; β_k — угловая деформация от k-го прохода с лицевой

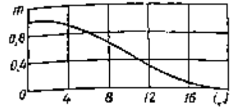


Рис. 5.19. Зависимость поправочного коэффициента m от числа проходов

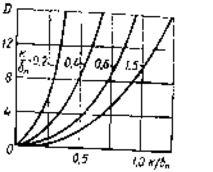


Рис. 5.20. Номограмма для определения коэффициента D

стороны; β_s — угловая деформация от s-го прохода с обратной стороны; m — поправочный коэффициент, учитывающий номер прохода (определяют по графику рис. 5.19).

В случае сварки товаров соединений угол β_1 также находят по номограмме (рис. 5.18). Угол β_2 свободного поворота поясного листа от поперечной усадки углового шва мало зависит от режима сварки и равен 0,024 рад. При определении β_1 по номограмме необходимо учитывать, что расчетной толщиной $\delta_р$ является толщина пояса $\delta_п$, и в пояс вводится количество тепла

$$q_п = q \frac{2\delta_п}{2\delta_п + \delta_c}. \quad (5.38)$$

При сварке второго углового шва в тавровом соединении поворот поясного листа как жесткого целого относительно стенки невозможен ($\beta_2 = 0$). Однако за счет той же поперечной усадки углового шва в направлении гипотенузы пояс со стороны второго углового шва повернется на угол $\beta_к$ (см. рис. 5.16, *г*):

$$\beta_k = e_т D, \quad (5.39)$$

где $e_т$ — деформация, соответствующая пределу текучести металла; D — коэффициент, зависящий от величины катета K, толщины пояса $\delta_п$ и стенки δ_c (определяют по графику на рис. 5.20).

Пример 1. Определить угловую деформацию при автоматической сварке встык двух пластин толщиной $\delta = 10$ мм за один проход с полным проваром на режиме: $I_д = 700$ А, $U_д = 32$ В, $v = 36$ м/ч, к. п. д. нагрева $\eta = 0,85$ (рис. 5.21).

Р е ш е н и е *1*. Определяем эффективную мощность сварочной дуги

$q = \eta UI = 0,85 \cdot 32 \cdot 700 = 19040$ Вт.

2. Находим значение параметра (принимая $\delta_р = \delta = 10$ мм)

$$\frac{q}{v\delta_р^2} = \frac{19040 \cdot 3600}{3600 \cdot 1} = 19040 \text{ Дж/см}^3.$$

3. По номограмме (рис. 5.18) для скорости сварки $v = 1$ см/с определяем значение угла поворота $\beta = 0,012$ рад.

Пример 2. Определить угловую деформацию при сварке пластин (см. пример 1).

Рис. 5.21. Изменение расчетной толщины при односторонней многослойной сварке

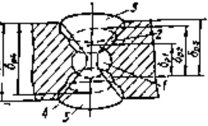


Рис. 5.22. Изменение расчетной толщины при двусторонней многослойной сварке

с непроваром 30 %. Режим сварки: $I_д = 400$ А, $U_д = 26$ В, $v = 40$ м/ч.

Решение. 1. Находим значение параметра (принимаем $\delta_р = 0{,}7$ см)

$$\frac{q}{v\delta_р^2} = \frac{0{,}85 \cdot 400 \cdot 26 \cdot 3600}{4000 \cdot 0{,}49} = 16236 \text{ Дж/см}.$$

2. По номограмме (рис. 5.18) для скорости сварки $v = 1{,}1$ см/с определяем значение угла поворота

$$\beta = 0{,}018 \text{ рад}.$$

При сравнении результатов, полученных в примерах 1 и 2, видно, что с уменьшением глубины проплавления значение угловой деформации возрастает.

Пример 3. Определить угловую деформацию при односторонней многопроходной (пять проходов) автоматической сварке встык пластины толщиной $\delta = 45$ мм. Толщина заваренного слоя $h = 10$ мм. Режим сварки:

$I_д = 700$ А, $U_д = 32$ В, $v = 36$ м/ч, к. п. д. нагрева $\eta = 0{,}85$ (рис. 5.21).

Решение. 1. Находим эффективную мощность сварочной дуги

$$q = \eta UI = 0{,}85 \cdot 700 \cdot 32 = 19040 \text{ Вт}.$$

2. Определяем значение параметра $\frac{q}{v\delta_р^2}$ ($\delta_р = 10$ мм); для первого слоя

$$\frac{q}{v\delta_р^2} = \frac{19040 \cdot 3600}{3600 \cdot 1^2} = 19040 \text{ Дж/см}^3;$$

для второго слоя ($\delta_р = 19$ мм)

$$\frac{q}{v\delta_р^2} = \frac{19040 \cdot 3600}{3600 \cdot 1{,}9^2} = 5274 \text{ Дж/см}^3;$$

для третьего слоя ($\delta_р = 28$ мм)

$$\frac{q}{v\delta_р^2} = \frac{19040 \cdot 3600}{3600 \cdot 2{,}8^2} = 2015 \text{ Дж/см}^3;$$

для четвертого слоя ($\delta_р = 37$ мм)

$$\frac{q}{v\delta_р^2} = \frac{19040 \cdot 3600}{3600 \cdot 3{,}7^2} = 1390 \text{ Дж/см}^3;$$

для пятого слоя ($\delta_р = 45$ мм)

$$\frac{q}{v\delta_р^2} = \frac{19040 \cdot 3600}{3600 \cdot 4{,}5^2} = 940 \text{ Дж/см}^3.$$

3. По номограмме (см. рис. 5.18) определяем углы поворота при сварке каждого слоя:

$$\beta_1 = 0{,}012 \text{ рад}; \ \beta_2 = 0{,}018 \text{ рад}; \ \beta_3 = 0{,}008 \text{ рад};$$
$$\beta_4 = 0{,}003 \text{ рад}; \ \beta_5 = 0{,}001 \text{ рад}.$$

4. По графику (см. рис. 5.19) находим значение поправочного коэффициента:

$$m_1 = 1; \ m_2 = 1; \ m_3 = 1; \ m_4 = 0{,}9; \ m_5 = 0{,}85.$$

5. Определяем остаточную угловую деформацию по формуле (5.37)

$$\beta = 0{,}012 + 0{,}018 + 0{,}08 + 0{,}03 \cdot 0{,}9 + 0{,}001 \cdot 0{,}85 = 0{,}039 \text{ рад}.$$

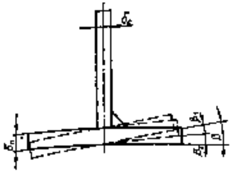


Рис. 5.23. Элементы угловой деформации при сварке тавра от первого углового шва

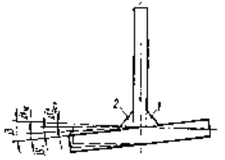


Рис. 5.24. Элементы угловой деформации при сварке тавра от второго углового шва

Пример 4. Определить угловую деформацию при сварке пластин (см. пример 3) при выполнении проходов *1...3* с лицевой стороны и проходов *4*, *5* с обратной стороны (рис. 5.22).

Решение. 1. Находим значение расчетных толщин заваренного слоя:

$$\delta_{p1} = 10 \text{ мм}; \quad \delta_{p2} = 19 \text{ мм}; \quad \delta_{p3} = 28 \text{ мм}; \quad \delta_{p4} = 37 \text{ мм}; \quad \delta_{p5} = 45 \text{ мм}$$

2. Поскольку с одной стороны заваривается не более трех слоев, для всех проходов $m = 1$.

3. Определяем остаточную угловую деформацию, используя данные примера 3, по формуле (5.37):

$$\beta = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - (\beta_4 + \beta_5) =$$
$$= 0{,}012 + 0{,}018 + 0{,}008 - (0{,}0037 + 0{,}001) = 0{,}034 \text{ рад.}$$

Пример 5. Определить угловую деформацию при сварке полки толщиной $\delta_п = 14$ мм к стенке толщиной $\delta_c = 10$ мм тавровой балки односторонним угловым швом с катетом $K = 8$ мм (рис. 5.23). Режим сварки: $I_д = 600$ А, $U_д = 36$ В, $v = 30$ м/ч, к. п. д. нагрева $\eta = 0{,}65$.

Решение. 1. Находим эффективную мощность нагрева

$$q = \eta UI = 21600 \text{ Вт.}$$

2. Определяем количество теплоты, вводимой в полку,

$$q_п = q 2\delta_п / (2\delta_п + \delta_c) = 15915 \text{ Вт.}$$

3. Находим параметр

$$\frac{q}{v\delta_п} = \frac{15915 \cdot 3600}{3000 \cdot 0{,}014^2} = 9743 \text{ Дж/см}^3.$$

4. По номограмме (рис. 5.18) определяем угол изгиба поясного листа. Если скорость сварки $v = 0{,}8$ см/с, то $\beta_1 = 0{,}028$ рад.

5. Учитывая, что угол свободного поворота поясного листа $\beta_2 = 0{,}02...0{,}024$ рад, определяем остаточную угловую деформацию:

$$\beta = \beta_1 + \beta_2 = 0{,}028 + 0{,}022 = 0{,}05 \text{ рад.}$$

Пример 6. Определить угловую деформацию при сварке тавровой балки, указанную в примере 5, двусторонним угловым швом (рис. 5.24).

Решение. 1. В этом случае после сварки шва *1* будет угловая деформация, определенная в примере 5, где угол $\beta = 0{,}05$ рад.

2. После сварки шва *2* полка не может повернуться как жесткое целое относительно стенки. Однако в результате поперечной усадки второго углового шва в направлении гипотенузы пояс повернется на угол

$$\beta_к = a_c D.$$

$$\sigma_т = 250\ МПа;\quad \varepsilon_т = 250/2 \cdot 10^5 = 1,25 \cdot 10^{-3}.$$

4. По графику (рис. 5.20) определяем значение

$$D = f(K/\delta_п),\ D = 6.$$

5. Находим угол

$$\beta_к = 1,25 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 6 = 7,50 = 0,0075\ рад.$$

Учитывая, что $\beta_1' = \beta_1$, остаточный прогиб

$$\beta_{ост} = \beta = \beta_к - \beta_т = 0,0295\ рад.$$

5.8. ДЕФОРМАЦИИ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ

Потеря устойчивости — это мгновенная потеря первоначальной формы равновесия под действием сжимающих сил, например, для пластин переход из плоской формы в криволинейную форму равновесия.

Потере устойчивости в основном подвержены плоские листовые элементы небольшой толщины (3...8 мм).

При сварке мгновенная потеря первоначальной формы равновесия встречается редко, так как с момента начала выполнения сварного шва в результате временных перемещений из плоскости свариваемые элементы изменяют свою первоначальную форму и действие послесварочных сжимающих сил осуществляется на элемент, имеющий начальное искажение формы.

Однако поскольку временные перемещения незначительны по величине или их развитие принудительно устраняется применением сборочно-сварочного приспособления в сварочных задачах по определению потери устойчивости, принимаем, что листовые элементы не имеют начальных искажений формы вплоть до момента действия остаточных сварочных напряжений сжатия.

Тогда условие возможности потери устойчивости имеет вид

$$\sigma_{сж} > \sigma_{кр}. \tag{5.40}$$

В этом условии напряжения сжатия $\sigma_{сж}$ представляют собой собственные сварочные напряжения или соответствующим образом просуммированные сварочные и рабочие напряжения, если необходимо определить устойчивость при эксплуатации.

Критические напряжения $\sigma_{кр}$ зависят от многих факторов и в общем случае их определяют по формуле

$$\sigma = k\frac{\pi^2 D}{b^2\delta}, \tag{5.41}$$

где k — коэффициент, зависящий от геометрических размеров; D — цилиндрическая жесткость пластины; b — ширина (радиус) пластины; δ — толщина пластины.

Таким образом, решение задачи о возможности потери устойчивости сводится в основном к двум этапам: определению $\sigma_{сж}$ и коэффициента k. Методика определения остаточных сжимающих напряже-

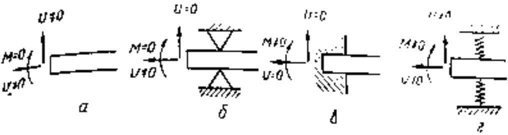


Рис. 5.25. Схемы заделки кромок листовых элементов

ний подробно изложена в гл. 3. Поэтому в настоящем параграфе рассмотрим методику определения только коэффициента k.

Условие (характер) закрепления кромок листового элемента зависит от соотношения $I_{зад}/I_{лист\ эл}$. Чем больше это соотношение, тем более жесткие условия заделки кромки.

По степени жесткости заделки различают следующие случаи закрепления кромок (рис. 5.25):

кромка свободна (рис. 5.25, *а*), т. е. на кромку не действует изгибающий момент M, но возможны перемещения как в плоскости $v \neq 0$, так и из плоскости $u \neq 0$ точек на кромке;

кромка шарнирно оперта (рис. 5.25, *б*), когда отсутствует на кромке момент, ограничено перемещение из плоскости $u = 0$. Возможно только перемещение в плоскости; $v \neq 0$.

кромка упруго защемлена (рис. 5.25, *г*); точки кромки имеют перемещение $v \neq 0$ и $u \neq 0$, изгибающий момент не равен нулю ($M \neq 0$). Жесткость упругого защемления можно оценивать коэффициентом $\alpha = (bD)/GI_к$, где b — ширина (радиус) пластины; $GI_к$ — крутильная жесткость продольных кромок вместе с сопрягаемым элементом. При $\alpha = \infty$ имеется шарнирное опирание, а при $\alpha = 0$ — жесткое защемление;

кромка жестко защемлена (рис. 5.25, *в*); точки кромки не могут иметь перемещений v и u; момент $M \neq 0$.

Задача определения условий закрепления листовых элементов в реальной сварной конструкции требует тщательного анализа возможной деформации кромки в месте ее сопряжения с другими элементами в условиях соответствующего нагружения сварочными силами.

Определив характер закрепления кромок, находим схему действия на элемент сил и с учетом размеров элемента по таблицам [4] выбираем значение коэффициента k.

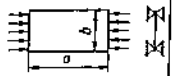
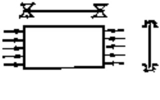
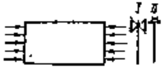
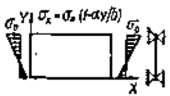
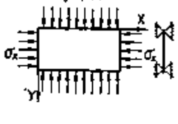
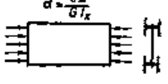
В табл. 5.1 приведено несколько примеров определения коэффициента k для наиболее часто встречающихся условий нагружения и закрепления листовых элементов в сварных конструкциях.

Для круглых и кольцевых пластин, нагруженных радиальным сжатием (рис. 5.26), критическое значение $\sigma_r^{кр}$ определим по формуле

$$\sigma_r^{кр} = k\frac{D}{a^2\delta}. \qquad (5.42)$$

В формуле (5.42) коэффициент k определяется по графику [4] (рис. 5.27).

Таблица 5.1. Примеры определения коэффициента k

Схема нагружения закрепления кромок	Значения α и φ	k при a/b									
		0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2	3	4
	—	5,14	4,20	4,0	4,13	4,47	4,20	4,05	4	4	4
	—	7,05	7,29	7,69	7	7,32	7	7	7	7	7
		Для варианта 1									
	—	3,65	2,15	1,44	1,14	0,95	0,84	0,70	0,7	0,56	—
		Для варианта 2									
	—	—	2,7	1,7	1,47	1,36	1,33	1,31	1,39	[illegible]	1,33
 $\sigma_x=\sigma_0(1-\alpha y/b)$	$\alpha=2$	24,1	24,4	25,6	—	—	24,3	—	—	—	—
	$\alpha=4/3$	12,9	11,2	11,0	—	—	11,5	—	—	—	—
	$\alpha=1$	9,7	8,1	7,8	—	—	8,4	—	—	—	—
	$\alpha=4/5$	8,3	6,9	6,6	—	—	7,1	—	—	—	—
	$\alpha=2/3$	7,1	6,0	6,6	—	—	6,1	—	—	—	—
 $\sigma_y=\varphi\sigma_x$	$\varphi=0,1$	—	—	3,7	3,6	3,6	3,9	3,8	3,5	3,5	3,5
	$\varphi=0,2$	—	—	3,6	3,4	3,2	3,3	3,3	3,3	3,1	3,1
	$\varphi=0,3$	—	—	3,3	3,0	3,35	2,8	2,9	2,8	2,5	2,7
	$\varphi=0,4$	—	—	2,8	2,95	2,9	2,5	2,4	2,4	2,4	2,4
	$\varphi=0,5$	—	—	2,7	2,5	2,4	2,2	2,1	2,1	2,0	2,0
	$\varphi=0,6$	—	—	2,6	2,3	2,1	2,0	1,9	1,6	1,7	1,7
	$\varphi=0,8$	—	—	2,3	2,0	1,8	1,7	1,6	1,6	1,3	1,3
	$\varphi=1$	—	—	2,0	1,9	1,5	1,4	1,25	1,3	1,1	1,1
	$\varphi=2$	—	—	1,4	1,2	1,0	0,8	0,7	0,75	0,7	0,7
 $\alpha=\dfrac{bD}{GI_k}$	$\alpha=0$	см. жесткое защемление									
	$\alpha=0,8$	—	6,08	6,1	8,4	6,12	6,08	6,10	6,2	6,15	6,03
	$\alpha=2,1$	—	5,8	5,28	5,32	5,85	6,6	5,35	5,26	5,26	5,06
	$\alpha=5,7$	—	5,0	4,83	4,7	5,0	4,9	4,75	4,61	4,61	4,61
	$\alpha=\infty$	см. шарнирное защемление									

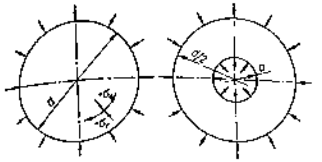


Рис. 5.26. Нагружение кольцевых пластин радиальным сжатием

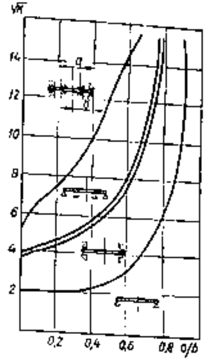


Рис. 5.27. График определения коэффициента k для кольцевых пластин

Практический интерес представляет определение устойчивости кольцевой пластины, нагруженной по внутреннему краю растягивающими силами (рис. 5.28). Если $d \gg a$ (вварка патрубков, фланцев и др.), то кольцевая пластина теряет устойчивость не от радиального сжатия, а от окружных сжимающих сил σ_θ. При этом значение критических окружных напряжений не зависит от внешнего радиуса и условий закрепления:

$$\sigma_\theta^{\text{кр}} = 3D/a^2\delta. \qquad (5.43)$$

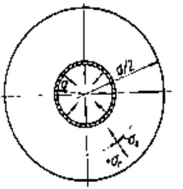


Рис. 5.28. Радиальное растяжение кольцевой пластины

Определение деформаций листовых элементов в результате потери устойчивости представляет собой самостоятельную задачу и в настоящем пособии не рассматривается.

Пример 1. Определить возможность потери устойчивости листового элемента толщиной $\delta = 6$ мм, приваренного по продольным кромкам к равнобоким уголкам 50×50. Материал: сталь марки Ст3, $\sigma_т = 250$ МПа; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Пусть ширина зоны пластических деформаций $b_п$ от сварки одного шва равна 8 см (рис. 5.29).

Решение. 1. Определяем продольную усадочную силу $P_{\text{уо}}^{\text{пр}}$ от сварки двух швов по формуле

$$P_{\text{уо}}^{\text{пр}} = 4\delta\pi\sigma_т \frac{\lambda B}{4 - \lambda\pi} = 4 \cdot 6 \cdot 3{,}14 \cdot 250 \frac{0{,}1 \cdot 800}{4 - 0{,}1 \cdot 3{,}14} = 4 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

2. Находим площадь поперечного сечения соединения

$$F = 2F_{\llcorner} + B\delta = 2 \cdot 4{,}8 + 80 \cdot 0{,}6 = 57{,}6 \text{ см}^2.$$

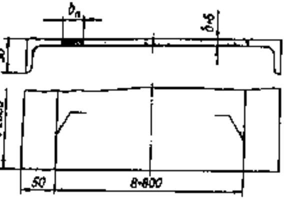


Рис. 5.29. Определение потери устойчивости листового элемента

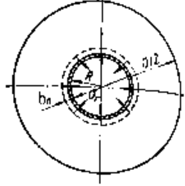


Рис. 5.30. Определение потери устойчивости пластины с круговым швом

3. Определяем напряжения сжатия

$$\sigma_{сж} = P_{ус}/F = 40720/57{,}6 = 70{,}7 \text{ МПа}.$$

4. Находим коэффициент жесткости заделок кромок

$$\alpha = \frac{BD}{GI_{кр}} = \frac{80 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}6^3}{12\,(1 - 0{,}09) \cdot 0{,}7 \cdot 10^5 \cdot 0{,}8} \approx 4{,}2;\ I_{кр} = 0{,}8 \text{ мм}^4.$$

5. По табл. 5.1 принимаем упругое защемление продольных кромок и для расчетной схемы 2 по отношению $L/B = 2{,}5$ выбираем значение коэффициента $k = 5$.

6. По формуле (5.41) находим значение критических напряжений

$$\sigma_{кр} = k\frac{\pi^2 D}{B^2\delta} = 5\,\frac{3{,}14^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}6^2}{12\,(1 - 0{,}09)\,800^2} = 46 \text{ МПа}.$$

7. Поскольку $\sigma_{сж} > \sigma_{кр}$, листовой элемент потеряет устойчивость.

Пример 2. Определить возможность потери устойчивости плоского круглого днища радиусом $d/2 = 1500$ мм и толщиной $\delta = 10$ мм при заварке встык врезного элемента радиусом $R = 150$ мм. Ширина зоны пластических деформаций $b_п$ равна 7 см (рис. 5.30).

Решение. 1. Находим радиальные напряжения на границе пластической зоны: На основании зависимостей (3.27), (3.42), (3.64) и (3.67) и предположив, что $\varepsilon_r'' = \varepsilon_т\sqrt{b_п^2 - (r - R)^2}/b_п$

$$\sigma_r \approx \frac{2\sigma_т\pi\alpha}{m^2(\varkappa + 1)\,(1 + \nu)} = \frac{2 \cdot 2500 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}46}{1{,}46^2\,(2{,}8 + 1)\,(1 + 0{,}3)} = 68{,}5 \text{ МПа},$$

$$\alpha = b_п/R = 7/15 = 0{,}46;\ \varkappa = 3 - 4\nu = 2{,}8;\ m = (R + b_п)/R = 22/15 = 1{,}46.$$

2. Определяем значение критических напряжений:

$$\sigma_r^{кр} = -\sigma_\theta^{кр} = \frac{3D}{a^2\delta};\ \ D = \frac{E\delta^3}{12\,(1 - \nu^2)};\ a = R + b_п = 22 \text{ см}.$$

$$\sigma_r^{кр} = -\sigma_\theta^{кр} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^3}{12\,(1 - 0{,}09) \cdot 220^2 \cdot 10} = 99 \text{ МПа}.$$

3. Если $\sigma_\theta^{кр} > \sigma_\theta$, то днище не потеряет устойчивость.

5.9. ДЕФОРМАЦИИ СКРУЧИВАНИЯ

Деформации скручивания наиболее часто встречаются в конструкциях балочного типа со значительной протяженностью продольных швов.

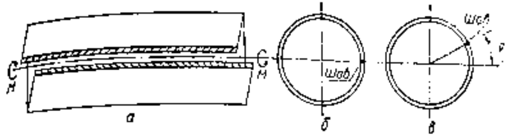


Рис. 5.31. Скручивание тонкостенной цилиндрической оболочки при сварке продольного шва

Основной причиной появления такого вида деформации является различная величина временных продольных перемещений свариваемых кромок, приводящих к их взаимному смещению. Смещение кромок может быть вызвано неодинаковым тепловым состоянием металла свариваемых кромок, различной жесткостью сопрягаемых элементов, упругим сдвигом элементов в результате сборки и др.

Рассмотрим *сварку* с теплоотводом *тонкостенной цилиндрической оболочки одним продольным швом* (рис. 5.31). Выделим впереди дуги на кромках элементы бесконечно малой длины. Если по каким-либо причинам имеется неодинаковый тепловой контакт теплоотводящих прижимов по обе стороны шва, то в результате неодинакового теплового состояния металла элементы получают различное тепловое удлинение: на одной кромке удлинение $\Delta l_1 = \alpha T_1 l$, а на второй кромке $\Delta l_2 = \alpha T_2 l$. При $T_1 > T_2$ имеем $\Delta l_1 > \Delta l_2$, что приводит к смещению $\Delta l = \Delta l_1 - \Delta l_2$. Последующее выполнение шва на участке l «свяжет» эти два элемента, и при охлаждении, начиная с момента восстановления упругих свойств металла, будет происходить совместная деформация этих элементов, вызывая в элементе первой кромки напряжение растяжения, а в элементе второй кромки — напряжение сжатия, пропорциональное смещению.

Если в таком состоянии оболочку разрезать по оси шва, то она сдеформируется, как показано на рис. 5.31, *а*, *б*, *в*. Чтобы вернуть ее в состояние после сварки, необходимо по торцам оболочки приложить моменты M, вызывающие ее закручивание.

Угол закручивания φ определяем по формуле [2]:

$$\varphi = (\Delta_x L)/\omega_к, \qquad (5.44)$$

где L — длина продольного шва; $\Delta_x = \int_0^{\Delta} \Delta l \, dx$ — смещение кромок; $\omega_к$ — удвоенная площадь, охватываемая средней линией тонкостенного сечения.

Таким образом, основная задача при определении деформации скручивания — нахождение значения взаимного смещения в каждом конкретном случае с учетом факторов, вызывающих такое смещение. В настоящее время вопрос этот мало изучен.

Пример. Определить угол закручивания при сварке продольного шва стальной тонкостенной ($\delta = 1$ мм) цилиндрической трубы длиной $L = 1000$ мм и внутренним диаметром $d = 100$ мм при условии, что теплоотводы обеспечивают на кромках разность температур $\Delta T = 30$ °C.

Р е ш е н и е. 1. Находим взаимное смещение кромок:

$$\Delta_z = \int_0^L \Delta l\, dx = \int_0^L \alpha \Delta T\, dx = \alpha \Delta T L = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot 1000 = 36 \cdot 10^{-2} \text{ мм}.$$

2. Определяем значение

$$\omega_к = (2 \cdot 3{,}14 \cdot 101^2)/4 = 16015 \text{ мм}^2.$$

3. Находим угол закручивания по формуле (5.44):

$$\varphi = (\Delta_z L)/\omega_к = (0{,}36 \cdot 1000)/16015 = 0{,}022 \text{ рад} = 1° 18'.$$

5.10. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПРИ СВАРКЕ ОБОЛОЧКОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Оболочковые конструкции характеризуются большим разнообразием конструктивных вариантов сварных соединений. Наиболее часто встречаются цилиндрические оболочки с продольными швами, цилиндрические и сферические оболочки с круговыми швами, цилиндрические оболочки с кольцевыми швами — все это в основном стыковые сварные соединения.

Особенностью деформаций при сварке оболочковых конструкций является то, что возникающие перемещения направлены перпендикулярно к исходной поверхности, и, учитывая пониженную жесткость листовых элементов оболочек, имеют значительную величину. Рассмотрим некоторые типовые задачи.

Перемещения при сварке кольцевых швов цилиндрических оболочек. После сварки кольцевого шва окружные остаточные напряжения в сечении цилиндрической оболочки по образующей распределены, как показано на рис. 5.32. Обычно реактивные напряжения сжатия вне зоны $2b_п$ имеют незначительную величину, особенно для сравнительно больших диаметров ($D > 10b_п$) и при общей длине $2L > 2b_п$. Поэтому для приближенного расчета можно принять, что действуют остаточные равномерно распределенные окружные напряжения на уровне $\sigma_т$ в пределах зоны $2\ b_п$ ($k\sigma_т$ — для цветных сплавов, $k < 1$). Их действие на оболочку с точки зрения образования радиальных прогибов эквивалентно действию на обо-

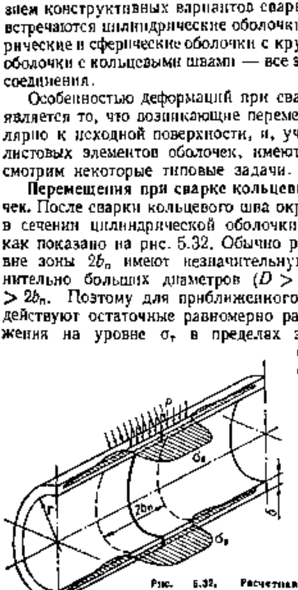


Рис. 5.32. Расчетная схема определения деформаций при сварке кольцевых швов цилиндрических оболочек

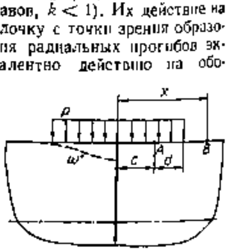


Рис. 5.33. Распределение окружных напряжений при сварке кольцевых швов

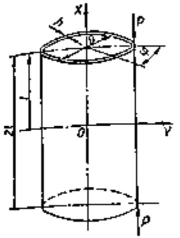


Рис. 5.34. Расчетная схема определения деформации при сварке продольных швов цилиндрических оболочек

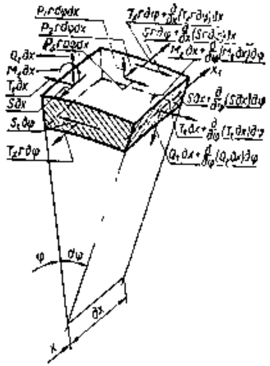


Рис. 5.35. Схема действующих усилий на элемент цилиндрической оболочки

лочку равномерно распределенной в зоне $2b_п$ по поверхности оболочки нагрузки p. Из условия равновесия элемента оболочки шириной $2b_п$ легко получим

$$p = (\sigma_0 \delta)/r. \tag{5.45}$$

Тогда расчетная схема определения радиального прогиба ω имеет вид, приведенный на рис. 5.33, и в соответствии с теорией изгиба тонкостенных оболочек для точки A

$$\omega_A = \frac{pr^2}{2E\delta}(2 - e^{-\beta c}\cos\beta c - e^{-\beta d}\cos\beta d), \tag{5.46}$$

а для точки B вне зоны $2b_п$

$$\omega_B = \frac{pr^2}{2E\delta}\left[e^{-\beta(x-b_п)}\cos\beta(x-b_п) - e^{-\beta(x-b_п)}\cos\beta(x-b_п)\right]. \tag{5.47}$$

Определение деформаций цилиндрической оболочки при сварке продольного шва. Деформации цилиндрических оболочек от продольных швов выражаются в нарушении прямолинейности образующих и изменении кривизны в поперечном сечении (некруглость). Эти деформации — следствие внецентренного приложения усадочной силы $P_{ус}$ к оболочке, как показано на рис. 5.34.

Задачу о несимметричной деформации цилиндрической оболочки можно решать по полубезмоментной теории В. З. Власова.

В этой теории приняты следующие допущения:

1. Нормальные напряжения в сечениях, перпендикулярных к оси оболочки, равномерно распределены по толщине стенки (но переменны по окружности).

2. Касательные напряжения τ_{xr}, перпендикулярные к срединной поверхности, и соответствующая им поперечная сила Q_x принимаются равными нулю. Касательные напряжения τ_{xt}, направленные по окружности, считаются равномерно распределенными по толщине стенки; они приводятся к сдвигающей силе S, интенсивность которой также переменна по окружности.

3. Оболочка считается нерастяжимой в окружном направлении. Относительное удлинение срединной поверхности в окружном направлении принимается равным нулю.

4. Угловая деформация срединной поверхности также принимается равной нулю.

5. Взаимное влияние продольной и поперечной деформации не учитывается, т. е. коэффициент Пуассона считается равным нулю.

Расчетная схема оболочки приведена на рис. 5.34, а равновесие элемента оболочки под действием приложенных усилий показано на рис. 5.35.

По граням бесконечно малого элемента, перпендикулярным к оси оболочки, действуют только сжимающая T_x и сдвигающая S силы.

В продольном сечении возникают: нормальная сила $T(t)$, сдвигающая сила S, поперечная сила Q_t и изгибающий момент M_t. С увеличением координат все силы получают соответствующие приращения.

Рассмотрим случай нагружения цилиндрической оболочки внецентренно приложенной силой P (равной усадочной силе $P_{ус}$), как показано на рис. 5.34, и определим перемещения оболочки под действием этой силы.

В данном случае решение задачи сводится к решению уравнения

$$\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + c\Omega\Omega(v) = 0, \tag{5.48}$$

$$\text{где } c = h^2/12r^4;$$

Ω — дифференциальный оператор В. З. Власова,

$$\Omega = \frac{\partial^4}{\partial \varphi^4} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}.$$

Поскольку нагрузка симметрична относительно плоскости $\varphi = 0$, решение будем искать в виде ряда по синусам:

$$v = \sum_{k=1}^{\infty} \overline{v}_k(x) \sin k\varphi. \tag{5.49}$$

Подстановка (5.49) в (5.48) дает обыкновенное дифференциальное уравнение для определения частного решения:

$$\frac{d^4\overline{v}_k(x)}{dx^4} + 4\beta_k^4 \overline{v}_k(x) = 0, \tag{5.50}$$

$$\text{где } \beta_k = \sqrt[4]{\frac{h^2k^4(k^2-1)^2}{48r^4}}.$$

Решение уравнения (5.50) можно выразить через функции Крылова

$$\bar{v}_k(x) = A_{1k}V_1(\beta_{kx}) + A_{2k}V_2(\beta_{kx}) + A_{3k}V_3(\beta_{kx}) + A_{4k}V_4(\beta_{kx}), \quad (5.51)$$

где

$$V_1(\beta_{kx}) = \operatorname{ch}(\beta_{kx})\cos(\beta_{kx});$$

$$V_2(\beta_{kx}) = \frac{1}{2}[\operatorname{ch}(\beta_{kx})\sin(\beta_{kx}) + \operatorname{sh}(\beta_{kx})\cos(\beta_{kx})];$$

$$V_3(\beta_{kx}) = \frac{1}{2}\operatorname{sh}(\beta_{kx})\sin(\beta_{kx});$$

$$V_4(\beta_{kx}) = \frac{1}{4}[\operatorname{ch}(\beta_{kx})\sin(\beta_{kx}) - \operatorname{sh}(\beta_{kx})\cos(\beta_{kx})]. \quad (5.52)$$

Постоянные A_{ik} определяем из граничных условий. При $k = 1$, $\beta_1 = 0$ уравнение (5.50) принимает вид

$$d^4\bar{v}(x)/dx^4 = 0.$$

Общее решение запишем в виде

$$\bar{v}(x) = D_1 + D_2x + D_3x^2 + D_4x^3$$

В рассматриваемой задаче заданы силовые граничные условия: на торцах $S = 0$, а T_x задана в виде сосредоточенной силы P при $\varphi = 0$.

Раскладываем нагрузку P, заданную на торце, в ряд Фурье как δ-функцию Дирака:

$$q = P/r\,(1/2\pi - 1/\pi\sum_1^\infty \cos k\varphi).$$

Определяем постоянные.

Силу T_x, направленную по образующей, выразим через функцию $v(x, \varphi)$ в виде

$$T_x = Eh\,\frac{\partial u}{\partial x}; \quad u = -\int_\varphi \frac{\partial v}{\partial x}\,r\,d\varphi; \quad v = \sum_1^\infty \bar{v}_k \sin k\varphi.$$

Вместо перемещения $v(x, y)$ подставляем его выражение через ряд (5.49):

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \sum_1^\infty \frac{\partial \bar{v}_k(x)}{\partial x}\sin k\varphi;$$

$$u = \sum_1^\infty \int \frac{d\bar{v}_k}{dx}\,r\sin k\varphi\,d\varphi = -\sum_1^\infty \frac{d\bar{v}_k(x)}{dx}\,\frac{r}{k}\cos k\varphi;$$

$$\frac{du}{dx} = -\sum_1^\infty \frac{d\bar{v}_k(x)}{dx^2}\cdot\frac{r}{k}\cos k\varphi; \quad (5.53)$$

$$T_x = Eh\,\frac{du}{dx} = Eh\sum_1^\infty \frac{d^2\bar{v}_k(x)}{dx^2}\cdot\frac{r}{k}\cos k\varphi,$$

С учетом найденной силы T_x выражаем поперечные силы S через функцию перемещения (5.49):

$$S = \int_{\varphi} \frac{\partial T_x}{\partial x} r\, d\varphi = \int_{\varphi}\left[\int_{\varphi} \frac{\partial^3 v_k(x)}{\partial x^3} r^2 Eh\, d\varphi\right] d\varphi =$$

$$= \sum_{1}^{\infty} \int_{\varphi}\left[\int_{\varphi} \frac{d^3 v_k(x)}{dx^3} r^2 Eh \sin k\varphi\, d\varphi\right] d\varphi = \qquad (5.54)$$

$$= \sum_{1}^{\infty} \frac{d^3 v_k(x)}{dx^3} r^2 Eh \int_{\varphi} \frac{1}{k} \cos k\varphi\, d\varphi;$$

$$S = \sum_{1}^{\infty} \frac{d^3 \bar{v}_k(x)}{dx^3} \frac{r^2}{k^2} Eh \sin k\varphi.$$

Выражаем перемещения по направлению нормали $w(x, \varphi)$ через функцию перемещения $v(x, \varphi)$, взятую в виде (5.49):

$$w = -\frac{\partial v}{\partial \varphi} = -\sum_{1}^{\infty} \bar{v}_k(x)\, k \cos k\varphi.$$

Подставляя в формулы (5.53) и (5.54) выражения для осевой и поперечной сил через функции Крылова (5.51) и используя граничные условия, в соответствии с которыми

$$S(l, \varphi) = 0, \qquad T_x = \frac{P}{2\pi r} + \frac{P}{\pi r} \sum_{1}^{\infty} \cos k\varphi,$$

получаем систему линейных уравнений, из которой находим постоянные A_{ik}:

$$S = Eh \sum_{1}^{\infty} \beta_k^3 \{-4A_{1k} v_2(\beta_{kx}) - 4A_{2k} V_3(\beta_{kx}) - 4A_{3k} V_4(\beta_{kx}) +$$

$$+ A_{4k} V_1(\beta_{kx})\} \frac{r^2}{k^2} \sin k\varphi.$$

При $S(\pm l) = 0$ можно записать:

$$\begin{cases} -4A_{1k} V_2(\beta_{kl}) - 4A_{2k} V_3(\beta_{kl}) - 4A_{3k} V_4(\beta_{kl}) + 4A_{4k} V_1(\beta_{kl}) = 0; \\ 4A_{1k} V_2(\beta_{kl}) - 4A_{2k} V_3(\beta_{kl}) - 4A_{3k} V_4(\beta_{kl}) + 4A_{4k} V_1(\beta_{kl}) = 0, \end{cases}$$

откуда

$$\begin{cases} -4A_{2k} V_3(\beta_{kl}) + A_{4k} V_1(\beta_{kl}) = 0; \\ 4A_{1k} V_2(\beta_{kl}) + A_{3k} V_4(\beta_{kl}) = 0; \end{cases}$$

$$T_x = + Eh \sum_{1}^{\infty} \beta_k^2 \{-4A_{1k} V_3(\beta_{kx}) - 4A_{2k} V_4(\beta_{kx}) +$$

$$+ A_{3k} V_1(\beta_{kx}) + A_{4k} V_2(\beta_{kx})\} \frac{r}{k} \cos k\varphi;$$

$$
\begin{cases}
-4A_{1k}V_3(\beta_{kl}) - 4A_{2k}V_4(\beta_{kl}) + A_{3k}V_1(\beta_{kl}) + A_{4k}V_2(\beta_{kl}) = \\
\qquad\qquad = \dfrac{kP}{\pi r^2}\left(-\dfrac{1}{Eh\beta_k^2}\right); \\
-4A_{1k}V_3(\beta_{kl}) + 4A_{2k}V_4(\beta_{kl}) + A_{3k}V_1(\beta_{kl}) - 4A_{4k}V_2(\beta_{kl}) = \\
\qquad\qquad = \dfrac{kP}{\pi r^2}\left(-\dfrac{1}{Eh\beta_k^2}\right).
\end{cases}
$$

Тогда

$$
\begin{cases}
-4A_{1k}V_3(\beta_{kl}) + A_{3k}V_1(\beta_{kl}) = \dfrac{kP}{\pi r^2}\left(-\dfrac{1}{Eh\beta_k^2}\right); \\
-4A_{2k}V_4(\beta_{kl}) + A_{4k}V_2(\beta_{kl}) = 0;
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
-4A_{2k}V_3(\beta_{kl}) + A_{4k}V_1(\beta_{kl}) = 0; \\
-4A_{2k}V_4(\beta_{kl}) + A_{4k}V_2(\beta_{kl}) = 0.
\end{cases}
$$

Решение системы нетривиально, если

$$
-4V_3(\beta_{kl})\,V_2(\beta_{kl}) + 4V_1(\beta_{kl})\,V_4(\beta_{kl}) = 0,
$$

что невозможно при любом l. Поэтому

$$
\begin{aligned}
& A_{2k} = 0; \quad A_{4k} = 0; \\
& A_{1k}V_2(\beta_{kl}) + A_{3k}V_4(\beta_{kl}) = 0; \\
& 4A_{1k}V_3(\beta_{kl}) + A_{3k}V_1(\beta_{kl}) = \frac{P}{\pi r^2}\,\frac{k}{Eh\beta_k^2}; \\
& A_{1k} = \frac{P}{\pi r^2}\,\frac{k}{Eh\beta_k^2}\,\frac{V_4(\beta_{kl})}{V_1(\beta_{kl})\,V_2(\beta_{kl}) + 4V_3(\beta_{kl})\,V_4(\beta_{kl})}; \\
& A_{3k} = \frac{P}{\pi r^2}\,\frac{k}{Eh\beta_k^2}\,\frac{V_2(\beta_{kl})}{V_1(\beta_{kl})\,V_2(\beta_{kl}) + 4V_3(\beta_{kl})\,V_4(\beta_{kl})}.
\end{aligned}
\tag{5.55}
$$

Таким образом, находим

$$
\bar{v}_k(x) = A_{1k}V_1(\beta_{kx}) + A_{3k}V_3(\beta_{kx}),
$$

так как

$$
A_{2k} = A_{4k} = 0.
$$

Окончательно получаем

$$
T_x = Eh\sum_2^\infty \beta_k^2\{-4A_{1k}V_3(\beta_{kx}) + A_{3k}V_1(\beta_{kx})\}\,\frac{r}{k}\cos k\varphi + \frac{P}{2\pi r}(\cos\varphi + 1),
\tag{5.56}
$$

где A_{ik} определяем по формулам (5.55):

$$
w = -\sum_2^\infty \bar{v}_k(x)\,k\cos k\varphi - \frac{P}{\pi r^2}\,\frac{1}{2Eh}\,x^2\cos\varphi;
\tag{5.57}
$$

$$
S = Eh\sum_2^\infty \beta_k^3\{-4A_{1k}V_2(\beta_{kx}) - 4A_{3k}V_4(\beta_{kx})\}\,\frac{r^2}{k^2}\sin k\varphi;
\tag{5.58}
$$

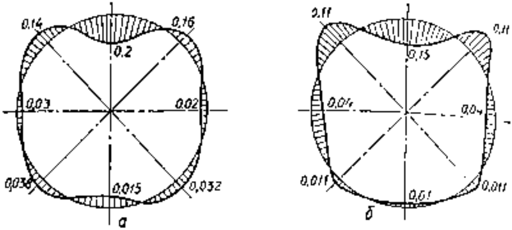


Рис. 5.36. Деформации при сварке продольного шва:
а — расчетные значения; б — экспериментальные значения

$$v = \sum_{2}^{\infty} \bar{v}_k(x) \sin k\varphi - \frac{P}{\pi r^2}\frac{1}{2Eh} x^2 \sin \varphi. \qquad (5.59)$$

При $k = 1$ получаем жесткое смещение сечения — балочный изгиб.

На рис. 5.36 приведены расчетные и экспериментальные значения перемещений в среднем сечении цилиндрической оболочки из сплава АМг-6 толщиной 3 мм, диаметром 500 мм и длиной $2L = 1000$ мм при сварке одного продольного шва.

Перемещения при сварке круговых швов в оболочках. При сварке круговых швов перемещения возникают не только в результате продольной усадки, но и от поперечной усадки, которая происходит в условиях определенного закрепления. Как было показано ранее, несвободная поперечная усадка сопровождается появлением реактивных усилий, которые вызывают дополнительные перемещения. Задача определения перемещений при сварке круговых швов в оболочках — одна из сложных в теории сварочных деформаций и напряжений.

Методика определения перемещений при сварке круговых швов в сферическую оболочку разработана В. А. Винокуровым [2].

Глава 6

ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ КАК СИЛОВОЙ ФАКТОР В ХРУПКОМ РАЗРУШЕНИИ СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

6.1. СИЛОВОЙ И ДЕФОРМАЦИОННЫЙ КРИТЕРИЙ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ

Под *хрупким* понимают разрушение, которое происходит без образования заметных пластических деформаций. Требование отсутствия заметных пластических деформаций означает, что если разрушенные части склеить, то получим тело исходных размеров. Так разрушается оконное стекло в обычных условиях, керамика, чугун, высокопрочная закаленная сталь. Такое же разрушение может быть в элементах конструкций из обычных широко распространенных конструкционных материалов при совокупном действии факторов, которые переводят металл в хрупкое состояние. К этим факторам прежде всего относятся: низкие температуры, низкотемпературная пластическая деформация, скорость нагружения, большие толщины, концентраторы напряжений, остаточные напряжения и др. Роль остаточных сварочных напряжений в хрупком разрушении можно рассматривать в трех аспектах: 1) суммирование их с напряжениями от внешних нагрузок и, таким образом, уменьшение необходимой для разрушения внешней нагрузки; 2) повышение объемности напряженного состояния в отдельных зонах конструкции из-за наличия остаточных сварочных напряжений; 3) влияние на устойчивость процесса распространения хрупкой трещины в элементе конструкции в связи с учетом сложного характера распределения остаточных сварочных напряжений в различных сечениях сварных соединений.

В конструкционных сталях хрупкое разрушение протекает с образованием на поверхности разрушения тонкого слоя, претерпевшего пластическую деформацию. Толщина этого слоя — не более 0,5 мм. Внешний вид поверхности излома при таком разрушении характерен для чисто хрупкого разрушения. Часто называют данное разрушение квазихрупким, что означает не вполне (как-будто, якобы) хрупкое. В вершине трещины из-за концентрации напряжений возникает область, называемая *пластической зоной*, в каждой точке которой выполняется условие пластичности. Форма и размеры пластической зоны определяются свойствами материала, характером и величиной действующих на тело нагрузок, геометрией тела и трещин в нем. Для больших пластических зон процесс разрушения в вершине трещины определяется не полем упругих напряжений в окрестности вершины трещины, а критической величиной пластической деформации, которую способен выдержать материал. Если же характерный размер пластической зоны мал по сравнению с длиной трещины, то упругопластическую задачу по распространению трещины заменяют упругой пренебрегая пластической зоной полностью или же ее учитывают при соответствующем увеличении длины трещины. В этом случае процесс распространения хрупкой трещины будет определяться полем упругих напряжений вблизи вершины трещины, с одной стороны, и свойствами материала — с другой стороны.

В настоящее время наиболее широко распространен силовой критерий хрупкого разрушения Д. Ирвина, основанный на использовании представлений об интенсивности напряженного состояния вблизи вершины хрупкой трещины.

Чтобы с достаточной глубиной уяснить вопрос о рассматриваемом критерии, необходимо прежде всего отметить принципиально возможные типы трещин. Перемещение каждой точки тела с трещиной при действии нагрузки, за исключением вершины трещины, имеет однозначный характер и определяется проекциями вектора перемещений на координатные оси X, Y, Z (трещина расположена в плоскости XOZ), соответственно обозначаемыми u, v, w. Если тре-

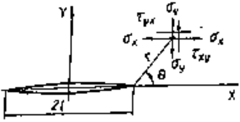


Рис. 6.1. Напряжения в произвольной точке вблизи вершины трещины

щина распространяется, то в точке, принадлежащей вершине, происходит разрыв какой-то одной из компонент u, v, w вектора перемещений. Если терпит разрыв нормальная к плоскости трещины компонента вектора перемещений v, то такая трещина (тип I) называется *трещиной нормального отрыва*. Можно увеличить длину трещины за счет разрыва на фронте разрушения компоненты u. Для этого необходимо в плоскости трещины создать требуемой величины касательные напряжения τ_{yx}. При этом сдвигающая нагрузка будет направлена поперек к фронту трещины (тип II), которая называется *трещиной поперечного сдвига*. Трещина может распространяться от касательных напряжений в ее плоскости τ_{yz} за счет сдвигающей нагрузки, направленной вдоль фронта трещины. В этом случае терпит разрыв компонента w, и возникает трещина продольного сдвига (тип III). Такую деформацию тела часто называют антиплоской. Иных возможностей распространения трещины не существует. Очень часто одновременно могут терпеть разрыв две компоненты вектора перемещений, например, u и v. Это уже будет трещина смешанного типа. Трещина типа III чаще всего образуется при резании ножницами. Наиболее часто встречается трещина типа I, у которой разрыв компоненты v происходит от действия напряжений, нормальных к плоскости трещины.

Известно [1], что напряженное состояние в пластине с трещиной длиной $2l$ в точке r, θ (рис. 6.1)

$$\sigma_{ij} = C_1\left(\frac{r}{l}\right)^{-\frac{1}{2}} f_{1ij}(\theta) + C_2\left(\frac{r}{l}\right)^{0} f_{2ij}(\theta) + C_3\left(\frac{r}{l}\right)^{\frac{1}{2}} f_{3ij}(\theta) + \cdots,$$

или

$$\sigma_{ij} = \frac{C_1}{\sqrt{\frac{r}{l}}} f_{1ij}(\theta) + \sum_{n=2,\,3,\,4,\ldots}^{\infty} C_n\left(\frac{r}{l}\right)^{(n-2)/2} f_{nij}(\theta), \qquad (6.1)$$

где C_1, C_n — коэффициенты, зависящие от нагрузки; $f_{nij}(\theta)$ — функция угла θ.

В окрестности вершины трещины членами высших порядков можно пренебречь и тогда

$$\sigma_{ij} = \frac{C_1}{\sqrt{\frac{r}{l}}} f_{ij}(\theta) = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta). \qquad (6.2)$$

Из (6.2) видно, что $K = C_1\sqrt{2\pi l}$. Формула (6.2) является приближенной в любой точке возле вершины трещины. Точность ее тем выше, чем ближе точка расположена к вершине трещины. Вершина трещины представляет собой особую (сингулярную) точку, в которой напряжения согласно (6.2) обращаются в бесконечность.

Формула (6.2) справедлива для любых перечисленных выше типов трещин. При этом для каждого типа трещины K будет различным и его необходимо обозначить соответствующим индексом, например, $K_{\rm I}$, $K_{\rm II}$, $K_{\rm III}$. Если изменять характер и величину нагрузки на пластину с трещиной, сохраняя неизменным тип трещины, то будет изменяться напряженное состояние вблизи вершины трещины. Знаменатель $\sqrt{2\pi r}$ и сомножитель $f_{ij}(\theta)$ в формуле (6.2) от нагрузки никак не зависят. Значит, напряженное состояние может изменяться только при изменении параметра K в (6.2). В процессе изменения величины и характера нагрузки может наступить момент, когда трещина начнет распространяться в данной вершине. Этот момент будет определяться только величиной K, которую можно назвать критической. Поэтому параметр K рассматривается как критерий хрупкого разрушения, который записывают в виде неравенства

$$K > K_c, \tag{6.3}$$

в котором правая часть K_c называется вязкостью разрушения материала. Иногда вязкость разрушения называют трещиностойкостью. Поскольку чаще всего встречаются трещины нормального отрыва в условиях плоской деформации, то критерий (6.3) принимает вид

$$K_{\rm I} > K_{\rm Ic}. \tag{6.4}$$

Вязкость разрушения $K_{\rm Ic}$ для трещин типа I в данных условиях разрушения является константой материала. Для определения $K_{\rm Ic}$ разработаны специальные методики испытания материалов.

Чтобы воспользоваться критерием (6.4), необходимо определить его левую часть $K_{\rm I}$. Обычно $K_{\rm I}$ должен определяться из решения задачи теории упругости для заданного тела с трещиной или системой трещин и приложенными нагрузками. Принципиальное решение этого вопроса вытекает из выражения (6.2), которое для трещин типа I запишем в виде

$$\sigma_{ij} = \frac{K_{\rm I}}{\sqrt{2\pi r}} f_{{\rm I}ij}(\theta). \tag{6.5}$$

Из (6.5) видно, что $K_{\rm I}$ как-будто можно определить по зависимости

$$K_{\rm I} = (\sigma_{ij}\sqrt{2\pi r})/f_{{\rm I}ij}(\theta),$$

если в точке (r, θ) знать σ_{ij} и $f_{{\rm I}ij}(\theta)$. Однако это не так, так как σ_{ij} в (6.5) есть величина приближенная. Можно было бы взять точную зависимость (6.1) для σ_{ij}, но из нее тогда никак не следует формула (6.5), если удерживаются в (6.1) кроме первого и остальные члены ряда. В результате для определения $K_{\rm I}$ необходимо воспользоваться все-таки зависимостью (6.5), но только в точке $r = 0$ (вершина трещины), в которой эта зависимость является абсолютно точной и совпадающей с (6.1). Отсюда следует, что $K_{\rm I}$ необходимо определять предельным переходом:

$$K_{\rm I} = [\lim_{r\to 0} \sigma_{ij}\sqrt{2\pi r}/f_{{\rm I}ij}(\theta)], \tag{6.6}$$

причем к точке $r = 0$ можно стремиться по любому направлению. Целесообразно взять направление, совпадающее с углом $\theta = 0$ (линия

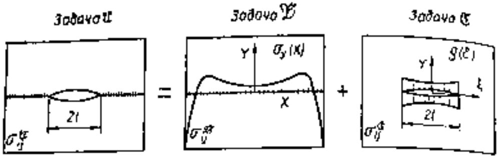


Рис. 6.2. Напряженное состояние в сварном соединении с трещиной под действием остаточных напряжений

продолжения трещины), для которого $f_{ij}(\theta = 0) = 1$ у компонентов нормальных напряжений, так как [11]

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1 - \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right);$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1 + \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right); \tag{6.7}$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}.$$

В связи с этим (6.6) упрощается к виду

$$K_I = \lim_{r\to 0} \sigma_{ij}\sqrt{2\pi r}. \tag{6.8}$$

Напряженному состоянию σ_{ij} присвоим индекс $\mathfrak{A}$ (новое обозначение — $\sigma_{ij}^{\mathfrak{A}}$), так как согласно [11] задача $\mathfrak{A}$ есть задача о напряженном состоянии в теле с трещиной при заданных нагрузках. Тогда

$$K_I = \lim_{r\to 0} \sigma_{ij}^{\mathfrak{A}}\sqrt{2\pi r}. \tag{6.9}$$

На основании принципа Сен-Венана напряженное состояние

$$\sigma_{ij}^{\mathfrak{A}} = \sigma_{ij}^{\mathfrak{B}} + \sigma_{ij}^{\mathfrak{C}}, \tag{6.10}$$

где $\sigma_{ij}^{\mathfrak{B}}$ — напряженное состояние в задаче $\mathfrak{B}$; $\sigma_{ij}^{\mathfrak{C}}$ — то же, в задаче $\mathfrak{C}$ (рис. 6.2).

Задача $\mathfrak{M}$ — задача о напряженном состоянии в теле без трещины при заданных нагрузках. Задача $\mathfrak{C}$ — задача о напряженном состоянии в теле с трещиной, к берегам которой приложена нагрузка $g(\xi)$, равная напряжениям с обратным знаком в теле без трещины с приложенными нагрузками в сечении, где расположена трещина в пределах длины трещины.

Поскольку в задаче $\mathfrak{B}$ трещины нет, коэффициент интенсивности напряжений у вершин трещины в задаче $\mathfrak{A}$ не определяется задачей $\mathfrak{B}$. Следовательно, данный коэффициент определяется задачей $\mathfrak{C}$, т. е. $K_I = K_I^{\mathfrak{C}}$,

$$K_I = \lim_{r\to 0} \sigma_{ij}^{\mathfrak{C}}\sqrt{2\pi r}. \tag{6.11}$$

В (6.11) для определения K_I берут компоненту $\sigma_y^{\mathfrak{C}}(x)$ на продолжении трещины, хотя это не имеет никакого значения в связи с тем, что на продолжении трещины $\sigma_y^{\mathfrak{C}}(x) = \sigma_x^{\mathfrak{C}}(x)$, а $\tau_{xy}^{\mathfrak{C}}(x) = 0$, как это видно из (6.7). Таким образом,

$$K_I = \lim_{r \to 0} \sigma_y^{\mathfrak{C}}(x) \sqrt{2\pi r}. \tag{6.12}$$

Если систему координат XOY перенести параллельно в центр трещины из ее вершины, то (6.12) преобразуется к виду

$$K_I = \lim_{x \to l} \sigma_y^{\mathfrak{C}}(x) \sqrt{2\pi (x - l)}. \tag{6.13}$$

Зависимость (6.13) чаще всего применяют при решении различных задач по определению K_I.

Напряженное состояние $\sigma_{ij}^{\mathfrak{C}}$ в задаче $\mathfrak{C}$ находят по формулам [11]:

$$\sigma_x^{\mathfrak{C}} = \operatorname{Re} Z_I - y \operatorname{Im} Z_I';$$
$$\sigma_y^{\mathfrak{C}} = \operatorname{Re} Z_I + y \operatorname{Im} Z_I'; \tag{6.14}$$
$$\tau_{xy}^{\mathfrak{C}} = -y \operatorname{Re} Z_I';$$

$$Z_I(z) = \frac{1}{\pi \sqrt{z^2 - l^2}} \int_{-l}^{l} \frac{g(\xi) \sqrt{l^2 - \xi^2}}{z - \xi} d\xi; \tag{6.15}$$
$$Z_I' = dZ_I/dz; \; z = x + iy.$$

Для определения коэффициента интенсивности напряжений K_I известна и другая формула, которую можно получить из (6.15) следующим образом. Рассмотрим правую вершину трещины. Комплексное число $(z - l)$ равно нулю в точке $z = l$, т. е. в правой вершине трещины. Значит, в локальной системе координат (r, φ), связанной с данной вершиной, это число можно представить в показательной форме:

$$z - l = re^{i\varphi}. \tag{6.16}$$

Вблизи вершины трещины, т. е. при малых $r = |z - l|$, приближенно можно принять $z = l$ и зависимость (6.15) преобразовать к виду

$$Z_I(z) = \frac{1}{\pi \sqrt{(z + l)(z - l)}} \int_{-l}^{l} \frac{g(\xi) \sqrt{l^2 - \xi^2}}{z - \xi} d\xi =$$
$$= \frac{1}{\pi \sqrt{(l + l)(z - l)}} \int_{-l}^{l} \frac{g(\xi) \sqrt{l^2 - \xi^2}}{l - \xi} d\xi =$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi (z - l)}} \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} g(\xi) \sqrt{\frac{l + \xi}{l - \xi}} g\xi =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi r e^{i\varphi}}} \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} g(\xi) \sqrt{\frac{l+\xi}{l-\xi}} d\xi =$$

$$= \frac{f(\theta)}{\sqrt{2\pi r}} \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} g(\xi) \sqrt{\frac{l+\xi}{l-\xi}} d\xi. \qquad (6.17)$$

Для точек на продолжении трещины при $\theta = 0$ выражение (6.17) принимает вид

$$\operatorname{Re} Z_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} \sigma_y(x) \sqrt{\frac{l+x}{l-x}} dx. \qquad (6.18)$$

Из (6.14) видно, что если $y = 0$, то $\operatorname{Re} Z_1 = \sigma_y^{\mathfrak{C}}(x)$. Поэтому (6.18) запишем в виде

$$\sigma_y^{\mathfrak{C}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} \sigma_y(x) \sqrt{\frac{l+x}{l-x}} dx. \qquad (6.19)$$

Из (6.19) ясно, что второй сомножитель в правой части представляет K_1 для правой вершины трещины. Под знаком интеграла $\sigma_y(x)$ есть напряжения в задаче $\mathfrak{A}$ на месте трещины. Полагая для левой вершины трещины $z + l = re^{i\varphi}$, совершенно аналогично можно получить выражение, подобное (6.19), но с противоположным знаком в числителе и знаменателе подкоренного выражения под знаком интеграла. В общем случае можно записать формулу

$$K_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} \sigma_y(x) \sqrt{\frac{l \pm x}{l \mp x}} dx. \qquad (6.20)$$

В окрестности вершины трещины можно построить поверхность для любого компонента тензора напряжений в произвольных или главных осях, откладывая на перпендикулярах к плоскости пластины в точках вокруг вершины трещины значение указанных компонентов и соединяя их концы между собой. Эта поверхность будет напоминать шатер, и по мере удаления от вершины трещины по любому направлению она будет понижаться пропорционально $1/\sqrt{2\pi r}$. С увеличением или уменьшением K данная поверхность пропорционально во всех точках будет подниматься или опускаться. Иначе можно сказать, что K указывает, как высоко поднята рассматриваемая поверхность, т. е. насколько интенсивным является напряженное состояние вокруг данной вершины трещины. Поэтому параметр K называется *коэффициентом интенсивности напряжений*.

При разрушении с образованием в вершинах трещины развитых по длине пластических зон процесс разрушения будет определяться уже не напряженным состоянием в окрестности вершины трещины, а величиной линейной деформации в вершине в направлении, перпендикулярном к плоскости трещины. В этих условиях невозможно применять силовой критерий, использующий коэффициент интенсивности напряжений. Для таких случаев разработан деформационный критерий разрушения в виде $\delta > \delta_к$, где δ — раскрытие берегов трещины в вершине, а $\delta_к$ — критическое значение раскрытия для данного материала и условий разрушения. Определяется $\delta_к$ лабораторным путем по специальным методикам. Теоретические основы использования данного деформационного критерия базируются на так называемой $\sigma_к$-модели хрупкой трещины Леонова — Панасюка — Дагдейла. Согласно этой модели, пластические зоны у вершин реальной трещины длиной $2l_0$ заменяются прямолинейными разрезами в плоскости трещины, длина которых равна длине пластических зон. Противоположные берега разрезов притягиваются между собой с напряжениями $\sigma_т$. Таким образом, в пластине возникает новая эффективная трещина, имеющая бо́льшую длину $2l$ (с учетом длины пластических зон), чем реальная трещина. При определенной нагрузке на берега эффективной трещины в точках, соответствующих координатам вершин реальной трещины, раскрытие $2v\,(x = \pm l_0) = \delta$ берегов эффективной трещины может достигать критического значения $\delta_к$, при котором между берегами нарушаются межатомные связи и увеличивается длина реальной трещины $2l_0$. Так происходит процесс ее распространения. При использовании данного деформационного критерия разрушения необходимо определять три величины: длину пластических зон на продолжении трещины применительно к заданной геометрии трещины и рассматриваемого конструктивного элемента в данном силовом поле внешних или внутренних нагрузок; раскрытие δ трещины в ее вершине; критическое раскрытие $\delta_к$ для данного материала и условий разрушения.

8.2. ПОСТАНОВКА СВАРОЧНЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ТРЕЩИН ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ, ПУТИ ИХ РЕШЕНИЯ И СУЩЕСТВУЮЩИЕ ПРОБЛЕМЫ

Большое разнообразие сварных соединений, отличающихся видами швов, толщинами материала и его свойствами, габаритами и формами конструктивных элементов, характером и величиной внешних нагрузок, полем остаточных сварочных напряжений, а также количеством, геометрией и месторасположением возможных хрупких трещин, делает эту область исследований весьма обширной. Основой исследований в данной области является линейная механика разрушения.

Ниже будут рассмотрены сварочные задачи теории хрупких трещин для плоских листовых элементов сварных конструкций относительно малой толщины в виде сварных соединений с однопроходными стыковыми швами, содержащими плоские сквозные трещины и находящимися в силовом поле остаточных сварочных напряжений.

Сварочные задачи теории трещин хрупкого разрушения в большинстве случаев ставят в следующем виде: *для заданного сварного соединения с трещиной или системой трещин определить коэффициенты интенсивности напряжений или раскрытие трещин и установить закономерности их изменения при распространении трещин в силовом поле сварочных напряжений, а также установить возможность распространения трещин заданной начальной длины*. Задача состоит из двух частей: 1) определение параметров K и δ; 2) сравнение их с параметрами K_c и $\delta_к$ (вязкость разрушения и критическое раскрытие трещины). Решение второй части задачи при известной вязкости разрушения материала затруднений не представляет. В некоторых случаях могут быть поставлены и другие задачи, например, связанные с определением траектории движения трещины, ее скорости, возможности ветвления, установлением устойчивости процесса распространения трещин и др.

Случаи разрушения конструкций или их отдельных элементов в силовом поле только сварочных напряжений без воздействия внешних нагрузок не типичны, хотя встречаются достаточно часто. Бо́льшее значение имеют задачи по определению коэффициентов интенсивности напряжений для хрупких трещин в элементах конструкций (сварных соединениях) при совместном действии внешних нагрузок и остаточных напряжений. При этом надо иметь в виду, что под действием внешних нагрузок происходит в общем случае определенная релаксация поля остаточных сварочных напряжений в конструкции, и поэтому суммарный коэффициент интенсивности напряжений необходимо определять как сумму таких коэффициентов от внешних нагрузок и от частично прорелаксировавших остаточных напряжений. В литературе имеется много решенных задач по определению коэффициентов интенсивности напряжений в элементах конструкций при действии различных внешних нагрузок. Вопрос о закономерностях изменения поля остаточных сварочных напряжений в конструкциях при действии внешних нагрузок пока еще мало изучен. Несмотря на важность изучения поведения трещин в суммарном силовом поле внешних нагрузок и частично прорелаксировавших остаточных напряжений, вначале необходимо всесторонне исследовать трещины в силовом поле обычных, не прорелаксировавших остаточных напряжений.

Трещину в сварном соединении в общем можно расположить в любом месте и различным образом по отношению к шву (вдоль, поперек, под углом). В каждом плоском сечении сварного соединения, где расположена трещина, в общем случае могут быть нормальные и касательные напряжения. В связи с этим трещины в таких сечениях являются трещинами смешанного типа, которые могут распространяться от действия нормальных и касательных напряжений. Для них необходимо вычислять $K_{\rm I}$ и $K_{\rm II}$. Случай антиплоской деформации (трещины типа III) в сварных соединениях относительно малой толщины от действия остаточных напряжений не реализуется, поэтому для рассматриваемых трещин в таких соединениях всегда $K_{\rm III} = 0$.

В плоскостях симметрии напряженного состояния в сварных соединениях касательных напряжений нет. Если в них расположены трещины, то они являются в чистом виде трещинами нормального отрыва (тип I) и для них необходимо вычислять только $K_{\rm I}$.

Исходным для решения сварочных задач теории хрупких трещин будет знание поля остаточных напряжений в сварных соединениях. Это следует учитывать при любом подходе к вычислению K, как это видно из формул (6.20) или (6.13). Решение задачи $\mathfrak{C}$ также не может быть выполнено без знания остаточных напряжений в сварном соединении без трещин (задача $\mathfrak{R}$).

Анализ решений классических задач теории трещин для различных внешних нагрузок показывает, что относительно просто они могут быть решены только для случаев, когда можно использовать *модель бесконечной плоскости*. То же самое можно сказать и в отношении аналогичных сварочных задач. Однако на практике часто возникает необходимость решения этих задач для пластин (сварных соединений) ограниченных размеров. В работе [1] указывалось, что трещины в пластинах конечных размеров представляют огромный практический интерес, но для таких случаев не существует замкнутых форм решений; эти задачи сложны из-за граничных условий. При решении рассматриваемых задач для сварных соединений ограниченных размеров с трещинами, сравнимыми по длине с размерами соединений, проблема учета поправок для K в связи с наличием границ соединения вблизи трещины возникает во всей своей полноте и часто может искажать существенным образом не только количественную, но и качественную сторону результата. Однако бóльший интерес представляет возможность распространения относительно малых трещин, так как потенциальными очагами хрупкого разрушения в сварных соединениях являются сравнительно небольшие по длине трещиноподобные дефекты технологического происхождения, обусловленные сваркой. При решении задач для небольших трещин в ограниченных сварных соединениях можно исходить из модели бесконечной плоскости.

Если получено аналитическое решение для поля остаточных напряжений в сварном соединении, то для модели бесконечной плоскости задача вычисления K в этом поле напряжений в принципиальном отношении может считаться решенной на основе использования зависимостей (6.13) или (6.20). Принципиальность здесь понимается в том смысле, что интеграл в (6.20) в случае сложных зависимостей для напряжений в плоскости трещины всегда может быть вычислен численными методами. Если необходимо получить аналитическое решение, то часто возникают непреодолимые математические трудности, хотя приближенные решения обычно можно получить.

При решении задач на основе зависимости (6.13) всегда возникает необходимость решения следующего интеграла в плоскости комплексной переменной z:

$$I(z) = \int_{-l}^{l} \frac{g(\xi)\sqrt{l^2 - \xi^2}}{z - \xi} d\xi. \tag{6.21}$$

В работе [10] показано, что

$$I(z) = \pi [g(z)\sqrt{z^2 - l^2} - \sum_n G_n(z)], \tag{6.22}$$

где $G_n(z)$ — главные части функции $g(z)\sqrt{z^2 - l^2}$ в ее полюсах; $g(z)$ — рациональная функция (нагрузка на берега трещины) в задаче $\mathfrak{C}$.

Если $g(z)$ есть полином какой-то степени, то функция $g(z)\sqrt{z^2 - l^2}$ имеет полюс (обращается в бесконечность) в точке $z = \infty$. Когда в окрестности бесконечно удаленной точки для некоторой функции $f(z)$ существует зависимость

$$f(z) = G(z) + f_0(z), \tag{6.23}$$

где $f_0(z)$ — функция, голоморфная в окрестности точки $z = \infty$, т. е. ее можно разложить в окрестности этой точки в ряд Тейлора, а при $z = 0$ она исчезает и одновременно

$$G(z) = A_0 + A_1 z + \ldots + A_k z^k \tag{6.24}$$

($A_0, A_1, \ldots, A_k$ — постоянные), то говорят, что $f(z)$ имеет в точке $z = \infty$ полюс порядка k с главной частью $G(z)$.

Приведем разложения типа (6.23) для нескольких функций вида $z^n \sqrt{z^2 - l^2}$ с выделением их главных частей $G(z)$, которые могут встретиться при решении задач:

$$\sqrt{z^2 - l^2} = z - \frac{l^2}{2z} - \frac{l^4}{8z^3} - \frac{l^6}{16z^5} - \frac{5l^8}{128z^7} - \ldots; \tag{6.25}$$

$$G(z) = z;$$

$$z\sqrt{z^2 - l^2} = z^2 - \frac{l^2}{2} - \frac{l^4}{8z^2} - \ldots; \tag{6.26}$$

$$G(z) = z^2 - \frac{l^2}{2};$$

$$z^2\sqrt{z^2 - l^2} = z^3 - \frac{zl^2}{2} - \frac{l^4}{8z} - \ldots; \tag{6.27}$$

$$G(z) = z^3 - \frac{zl^2}{2};$$

$$z^3\sqrt{z^2 - l^2} = z^4 - \frac{z^2l^2}{2} - \frac{l^4}{8} - \frac{l^6}{16z^2} - \ldots; \tag{6.28}$$

$$G(z) = z^4 - \frac{z^2l^2}{2} - \frac{l^4}{8};$$

$$z^4\sqrt{z^2 - l^2} = z^5 - \frac{z^3l^2}{2} - \frac{zl^4}{8} - \frac{l^6}{16z} - \ldots; \tag{6.29}$$

$$G(z) = z^5 - \frac{z^3l^2}{2} - \frac{zl^4}{8}.$$

Сложные в общем случае зависимости для остаточных напряжений в плоскости расположения трещины в частных случаях для соединений и трещин, размеры которых не выходят из определенного диапазона, могут быть аппроксимированы с высокой степенью точности сравнительно простыми зависимостями, позволяющими получить аналитические решения для K. Возможность аппроксимации устанавливают на основе более полных и точных значений поля остаточных напряжений при сварке.

6.3. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ K_1 В СИЛОВОМ ПОЛЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ТИПОВЫХ ТРЕЩИН

6.3.1. Симметричная поперечная трещина в сварном соединении бесконечных размеров с бесконечным прямолинейным швом

Как было показано в гл. 3, в рассматриваемом сварном соединении поперечных напряжений нет, поэтому не имеет смысла постановка вопроса о расчете параметра K_1 для продольных трещин. Продольные трещины в данном соединении распространяться не будут.

Для такого соединения может рассматриваться вопрос о распространении поперечных трещин. В поперечных сечениях касательных напряжений нет и поэтому рассматриваемые поперечные трещины являются трещинами нормального отрыва (тип I). Значит, для них необходимо определять только параметры K_I.

Остаточные продольные напряжения в соединении

$$\sigma_y(x) = \begin{cases} \frac{k\sigma_т}{b_п} \sqrt{b_п^2 - x^2}, & 0 \leqslant |x| \leqslant b_п; \\ 0, & |x| > b_п. \end{cases} \quad (6.30)$$

Координатная система XOY выбрана так, что ее центр находится на оси шва, ось X направлена перпендикулярно к шву, а ось Y — вдоль оси шва.

Для решения задачи воспользуемся формулой (6.20). Если длина $2l$ симметричной относительно оси шва трещины меньше ширины $2b_п$ пластической зоны, то

$$K_I = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} \frac{k\sigma_т}{b_п} \sqrt{b_п^2 - x^2} \sqrt{\frac{l+x}{l-x}}\, dx, \quad 0 \leqslant l \leqslant b_п. \quad (6.31)$$

Для заданной зависимости $\sigma_y(x)$ решение интеграла в (6.31) затруднительно. Поэтому целесообразно $\sigma_y(x)$ аппроксимировать следующим образом в пределах длины трещины:

$$\sigma_y(x) = \frac{k\sigma_т}{b_п} \sqrt{b_п^2 - l^2} + A\sqrt{l^2 - x^2}. \quad (6.32)$$

Коэффициент A определим из условия, что

$$\int_0^l \frac{k\sigma_т}{b_п} \left(\sqrt{b_п^2 - x^2} - \sqrt{b_п^2 - l^2}\right) dx = \int_0^l A\sqrt{l^2 - x^2}\, dx. \quad (6.33)$$

Отсюда

$$A = \frac{2k\sigma_т b_п}{\pi l^2}\left(\arcsin\frac{l}{b_п} - \frac{l}{b_п^2}\sqrt{b_п^2 - l^2}\right). \quad (6.34)$$

Тогда

$$K_I = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \frac{k\sigma_т}{b_п} \int_{-l}^{l} \left[\sqrt{b_п^2 - l^2} + \frac{2b_п^2}{\pi l^2}\left(\arcsin\frac{l}{b_п} - \frac{l}{b_п^2}\sqrt{b_п^2 - l^2}\right)\sqrt{l^2 - x^2}\right] \sqrt{\frac{l+x}{l-x}}\, dx, \quad l \leqslant b_п. \quad (6.35)$$

Обозначая $\alpha = x/l$, $\varphi = l/b_п$, можно (6.35) представить в безразмерном виде:

$$\frac{K_I}{k\sigma_т\sqrt{b_п}} = \sqrt{\frac{\varphi}{\pi}} \int_{-1}^{1} \left[\sqrt{1-\varphi^2} + \frac{2}{\pi\varphi}\left(\arcsin\varphi - \varphi\sqrt{1-\varphi^2}\right) \times \sqrt{1-\alpha^2}\right] \sqrt{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}}\, d\alpha, \quad -1 \leqslant \alpha \leqslant 1. \quad (6.36)$$

Решение (6.36) дает

$$\frac{K_{\rm I}}{k\sigma_{\rm T}\sqrt{b_{\rm n}}} = \sqrt{\pi\varphi(1-\varphi^2)} + \frac{4}{\pi\sqrt{\pi\varphi}}(\arcsin\varphi - \varphi\sqrt{1-\varphi^2}),$$
$$0 \leqslant \varphi \leqslant 1. \tag{6.37}$$

Для $\varphi = l/b_{\rm n} = 1$ имеем

$$K_{\rm I}/k\sigma_{\rm T}\sqrt{b_{\rm n}} = 2/\sqrt{\pi}. \tag{6.38}$$

Если длина трещины больше ширины пластической зоны, то кривую $\sigma_y(x)$ удобнее всего аппроксимировать в виде

$$\sigma_y(x) = B(x^2 - b_{\rm n}^2), \tag{6.39}$$

где коэффициент B определяется из условия, что

$$\int\limits_0^{b_{\rm n}} \frac{k\sigma_{\rm T}}{b_{\rm n}}\sqrt{b_{\rm n}^2 - x^2}\,dx = \int\limits_0^{b_{\rm n}} B(x^2 - b_{\rm n}^2)\,dx. \tag{6.40}$$

Решение (6.40) дает

$$B = -(3k\sigma_{\rm T}\pi)/8b_{\rm n}^2. \tag{6.41}$$

Тогда

$$\sigma_y(x) = (3k\sigma_{\rm T}\pi(b_{\rm n}^2 - x^2)/8b_{\rm n}^2. \tag{6.42}$$

Подставляя (6.42) в (6.20), получаем

$$K_{\rm I} = \frac{1}{\sqrt{\pi l}}\int\limits_{-b_{\rm n}}^{b_{\rm n}} \frac{3k\sigma_{\rm T}\pi}{8b_{\rm n}^2}(b_{\rm n}^2 - x^2)\sqrt{\frac{l+x}{l-x}}\,dx, \tag{6.43}$$

или в безразмерных параметрах

$$\frac{K_{\rm I}}{k\sigma_{\rm T}\sqrt{b_{\rm n}}} = \frac{3\sqrt{\pi\varphi}}{8}\int\limits_{-1/\varphi}^{1/\varphi}(1-\alpha^2\varphi^2)\sqrt{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}}\,d\alpha. \tag{6.44}$$

Решая (6.44), получаем в окончательном виде

$$\frac{K_{\rm I}}{k\sigma_{\rm T}\sqrt{b_{\rm n}}} = \frac{3\sqrt{\pi\varphi}}{8}\left[(2-\varphi^2)\arcsin\frac{1}{\varphi} + \sqrt{\varphi^2-1}\right],\ \varphi > 1. \tag{6.45}$$

Кривая для $K_{\rm I}/(k\sigma_{\rm T}\sqrt{b_{\rm n}})$, соответствующая выражениям (6.37) и (6.45), показана на рис. 6.3. По мере увеличения длины поперечной трещины (увеличение φ) при $\varphi > 1$ (спадающая ветвь кривой) решение (6.45) все в большей мере приближается к решению для сосредоточенных сил P, приложенных к берегам трещины в ее середине:

$$K_{\rm I} = P/\sqrt{\pi l}, \tag{6.46}$$

где сосредоточенную силу P для единичной толщины пластины определяем выражением

$$P = 2\int_0^{b_п} \frac{k\sigma_т}{b_п}\sqrt{b_п^2 - x^2}\,dx = \frac{k\sigma_т b_п \pi}{2}. \qquad (6.47)$$

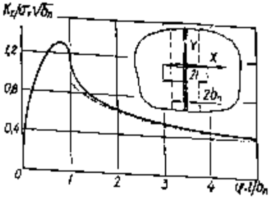


Рис. 6.3. Интенсивность напряжений у вершин симметричной поперечной хрупкой трещины в соединении бесконечных размеров с бесконечным швом

Подставляя (6.47) в (6.46), получаем

$$K_I/(k\sigma_т\sqrt{b_п}) = \sqrt{\pi/\varphi}/2, \quad \varphi > 1. \qquad (6.48)$$

Зависимость (6.48) показана на рис. 6.3 штриховой линией. При $\varphi \geqslant 2$ можно пользоваться более простой зависимостью (6.48).

6.3.2. Симметричная поперечная трещина в сварном соединении ограниченных размеров при $c \geqslant 2$

При $c \geqslant 2$ неравномерной составляющей продольного сжатия в среднем поперечном сечении можно пренебречь. Это видно из рис. 3.14. Как было показано в гл. 3, остаточное напряженное состояние в сварном соединении ограниченных размеров зависит от жесткости сборочного приспособления.

Таким образом, синтезируя решения для продольных напряжений σ_y в среднем поперечном сечении сварных соединений ограниченных размеров при $c \geqslant 2$, приведенные в гл. 3, с учетом коэффициента жесткости приспособления $\bar{k}$ можно записать:

$$\sigma_y/\sigma_т = kf(a, \bar{k})\begin{cases}\sqrt{1-\omega^2} - (a\pi)/4, & 0 \leqslant \omega \leqslant 1;\\ -(a\pi)/4, & |\omega| > 1,\end{cases} \qquad (6.49)$$

$$f(a, \bar{k}) = \frac{1}{1 - a/[1{,}273(\bar{k}+1)]}, \quad \omega = x/b_п; \quad a = b_п/B; \quad 0 \leqslant \bar{k} \leqslant \infty.$$

В среднем поперечном сечении такого соединения касательных напряжений нет и поэтому расположенная в этом сечении трещина, также как и в соединении бесконечных размеров, будет трещиной нормального отрыва.

При решении задачи определения $K_I^{огр}$ в рассматриваемом случае в отличие от случая, рассмотренного выше, дополнительно необходимо учесть влияние на K_I равномерного по сечению продольного сжатия, как это видно из (6.49), а также влияние границ соединения, перпендикулярных и параллельных плоскости трещины. С учетом сказанного

$$K_I^{огр} = K_I^{\infty} + K_I^{\perp} + K_I^{\parallel}, \qquad (6.50)$$

где K_I^{∞} — значение K_I для поперечной трещины в соединении бесконечных размеров, определяемое на основе (6.49).

При определении $K_I^{=}$ можно воспользоваться полученными выше решениями (6.37) и (6.45). Тогда

$$\frac{K_I^{=}}{k\sigma_т \sqrt{b_п}} = 2f(a, \bar{k}) \left\{ \sqrt{\pi\varphi(1-\varphi^2)} + \frac{4}{\pi\sqrt{\pi\varphi}} (\arcsin\varphi - \varphi\sqrt{1-\varphi^2}) - \frac{a\pi}{4} \right\}, \quad 0 \leqslant \varphi \leqslant 1; \tag{6.51}$$

$$\frac{K_I^{=}}{k\sigma_т \sqrt{b_п}} = 2f(a, \bar{k}) \left\{ (2-\varphi^2)\arcsin\frac{1}{\varphi} + \sqrt{\varphi^2-1} - \frac{2a\pi}{3} \right\}, \quad 1 \leqslant \varphi \leqslant \frac{1}{a}. \tag{6.52}$$

Поправку $K_I^{\perp}$ к значению $K_I^{=}$ в связи с наличием боковых границ соединения, перпендикулярных к плоскости трещины, будем учитывать по видам составляющих нагрузки на берега трещины в задаче С. До тех пор, пока $2l \leqslant 2b_п$, приближенно можно считать, что к берегам трещины приложена равномерная нагрузка в виде давления

$$\bar{\sigma}' = \frac{1}{l}\int_0^l \sigma_y(x)\,dx. \tag{6.53}$$

Подставляя в (6.53) выражение (6.49), получаем

$$\bar{\sigma}' = f(a, \bar{k}) k\,\sigma_т \left(\sqrt{1-\varphi^2} + \frac{1}{\varphi}\arcsin\varphi - \frac{a\pi}{2} \right). \tag{6.54}$$

Для учета поправки при равномерной нагрузке можно воспользоваться различными известными [10] поправками Исиды, Брауна и Сроули, Койтера, Ирвина, Тада, Феддерсена и др. Примем здесь наиболее простую, на наш взгляд, обеспечивающую при $\lambda_1 = l/B$ в пределах от 0 до 0,6 погрешность до 1 %:

$$\frac{K_I^{\perp}}{k\sigma_т \sqrt{b_п}} = f(a, \bar{k}) \sqrt{\pi\varphi} \left(\sqrt{1-\varphi^2} + \frac{1}{\varphi}\arcsin\varphi - \frac{a\pi}{2} \right)(\lambda_1^2 - 0{,}1\lambda_1), \quad 0 \leqslant \lambda_1 \leqslant a. \tag{6.55}$$

В случае $2l > 2b_п$ нагрузку на берега трещины представим в виде суммы сосредоточенных сил P, раскрывающих трещину и приложенных к ее берегам в середине, и равномерно распределенной по длине трещины закрывающей нагрузки $\bar{\sigma}''$:

$$P = 4f(a, \bar{k}) \int_0^{b_п} \frac{k\sigma_т}{b_п} \sqrt{b_п^2 - x^2}\,dx = f(a, \bar{k})\, k\sigma_т b_п \pi; \tag{6.56}$$

$$\bar{\sigma}'' = -f(a, \bar{k}) k\,\sigma_т a\pi. \tag{6.57}$$

Тогда согласно [10]

$$\frac{K_1^{\perp}}{k\sigma_т\sqrt{b_п}} = f(a, \bar{k})\sqrt{\pi\varphi}\left\{\frac{1}{\varphi}\left(\frac{1+0{,}6896\lambda_1^2+0{,}2144\lambda_1^4-0{,}0702\lambda_1^6}{\sqrt{1-\lambda_1^2}}-1\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{a\pi}{2}(\lambda_1^2-0{,}1\lambda_1)\right\}, \quad a<\lambda_1\leqslant 1. \tag{6.58}$$

Сохраняя тот же характер нагрузки на берега трещины в задаче $\mathfrak{C}$, что и при вычислении $K_{\rm I}^{\perp}$, найдем на основании того же источника [10] поправку $K_{\rm I}^{\|}$ на наличие границ соединения, параллельных трещине:

$$\frac{K_1^{\|}}{k\sigma_т\sqrt{b_п}} = f(a, \bar{k})\sqrt{\pi\varphi}\,(1{,}1418\lambda_2^2-0{,}6048\lambda_2^4), \quad 0\leqslant\lambda_2\leqslant\frac{a}{c}; \tag{6.59}$$

$$\frac{K_{\rm I}^{\|}}{k\sigma_т\sqrt{b_п}} = f(a, \bar{k})\,\pi\sqrt{\pi\varphi}\left\{\frac{1}{\pi\varphi}(2{,}2838\lambda_2^2-0{,}7554\lambda_2^4-\right.$$

$$\left.-\frac{a\pi}{2}(1{,}1418\lambda_2^2-0{,}6048\lambda_2^4)\right\}, \quad a/c<\lambda_2\leqslant 1/c. \tag{6.60}$$

Если учесть, что

$$\lambda_1=\frac{l}{B}=\frac{l}{B}\cdot\frac{b_п}{b_п}=\frac{b_п}{B}\cdot\frac{l}{b_п}=a\varphi; \tag{6.61}$$

$$\lambda_2=\frac{l}{L}=\frac{l}{L}\cdot\frac{B}{B}=\frac{l}{B}\cdot\frac{B}{L}=\frac{\lambda_1}{c}=\frac{a\varphi}{c},$$

то все приведенные выше зависимости для вычисления поправочных значений $K_{\rm I}$ легко можно преобразовать и привести в виде функций любых двух параметров из четырех: a, φ, λ_1, λ_2, что удобно при построении графиков.

Анализ поправочных зависимостей (6.59) и (6.60) для $K_{\rm I}^{\|}$ показывает, что при $c=2$, а также при $c>2$ поправкой на наличие параллельных границ для трещины в среднем поперечном сечении в общем можно пренебречь. Более или менее ощутимо это влияние при $\lambda_1>0{,}8$, для $0{,}4\leqslant a\leqslant 0{,}5$, но с таким a сварные соединения на практике встречаются редко.

Влияние перпендикулярных границ проявляется существенным образом. На рис. 6.4 при $k=1$ сплошными линиями показана зависимость $K_{\rm I}^{огр}/(k\sigma_т\sqrt{b_п})$ от λ_1 с учетом влияния границ соединения для двух, почти диаметрально противоположных, $a=0{,}5$ и $a=0{,}05$. Там же штриховыми линиями показана рассматриваемая зависимость без учета влияния границ соедине-

Рис. 6.4. Интенсивность напряжений у вершины симметричной поперечной круглой трещины в соединении ограниченной ширины

ния. Видно, что чем больше a, тем в большей мере проявляется влияние боковых границ, которое становится заметным уже при $\lambda_1 \geq 0,4$, а при $\lambda_1 > 0,8$ проявляется наиболее резко в сторону увеличения K_1. Кривые для K_1 имеют максимум для трещин с $l \approx 0,85$, изменяющийся в пределах примерно от 1,3 до 1,7 при изменении a соответственно от 0 до 0,5 в случае сварки соединения в свободном состоянии. При сварке в приспособлении, жесткость которого $\bar{k}$, значения K_1 будут более низкими, и это учитывается поправочной функцией $f(a, k)$. Спадающая ветвь кривых на рис. 6.4 обусловлена в данном случае двумя причинами: 1) все большим по мере увеличения длины трещины сосредоточением растягивающих продольных напряжений в центре трещины (как и для соединения бесконечных размеров); 2) влиянием равномерно распределенных по длине трещины сжимающих напряжений.

6.3.3. Симметричная продольная трещина в шве сварного соединения прямоугольной формы при $c < 1$

Выберем прямоугольную систему координат XOY так, чтобы ее начало находилось на оси шва в центре, а ось Y была направлена вдоль шва.

Для заданного $c < 1$, как это следует из зависимости (3.129), а также из многочисленных экспериментальных данных различных авторов, поперечные напряжения $\sigma_x(y)$ на оси шва можно достаточно точно аппроксимировать параболической зависимостью

$$\sigma_x(y) = \sigma_m\left(1 - \frac{3y^2}{L^2}\right), \tag{6.62}$$

где σ_m — поперечное напряжение в шве в средней точке по его длине, определяемое экспериментальным путем или же по выражению, вытекающему из (3.129):

$$\sigma_m = f(a, \bar{k})\, k\sigma_т \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(ma\pi)}{m}\, \frac{t\,\mathrm{ch}\, t - \mathrm{sh}\, t}{2t + \mathrm{sh}\, 2t}\,,$$
$$t = mc\pi; \quad c = L/B; \quad a = b_п/B. \tag{6.63}$$

Коэффициент интенсивности напряжений находим согласно зависимости (6.20), пригодной для бесконечной плоскости:

$$K_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} \sigma_x(y) \sqrt{\frac{l+y}{l-y}}\, dy. \tag{6.64}$$

Подставляя (6.62) в (6.64), после интегрирования находим

$$K_1 = \sigma_m \sqrt{\pi l}\,[1 - (3l^2/2L^2)]. \tag{6.65}$$

Обозначая $\alpha = l/L$, зависимость (6.65) можно переписать в удобном безразмерном виде:

$$K_1/(\sigma_m \sqrt{L}) = \sqrt{\pi\alpha}\,[1 - (3\alpha^2/2)]. \tag{6.66}$$

Далее, так же как и в задаче для поперечной трещины, необходимо учесть поправки на наличие перпендикулярных и параллельных границ соединения В связи с тем что рассматриваемая здесь задача относится к соединениям со значением $c < 1$, можно предположить, основываясь на предыдущей задаче для поперечной трещины, что влияние параллельных границ в данной задаче будет незначительным. Поэтому введем поправку только на перпендикулярные границы. При произвольном расположении нагрузки на берегах трещины готовых решений для учета поправки $K_I^{\perp}$ нет. В связи с этим предлагается метод, основанный на следующих соображениях. Если на берега трещины действует симметричная относительно середины трещины, но в общем неравномерная по длине трещины нагрузка $\sigma_x(y)$, то в бесконечной плоскости на продолжении трещины она создает такие напряжения $\sigma_x^{\mathfrak{C}}(y)$, что

$$\int_0^l \sigma_x(y)\,dy = \int_l^\infty \sigma_x^{\mathfrak{C}}(y)\,dy. \tag{6.67}$$

При наличии боковых границ часть эпюры напряжений $\sigma_x^{\mathfrak{C}}(y)$ отсекается в пределах от L до ∞. В результате нарушается равновесие и возрастают напряжения $\sigma_x^{\mathfrak{C}}(y)$ в оставшейся перемычке шириной $(L - l)$, что соответственно повышает K_I. Следовательно, необходимо определять некоторые корректирующие напряжения $\bar{\sigma}_x^{\mathfrak{C}}(y)$ на продолжении трещины, при которых

$$\int_l^L \bar{\sigma}_x^{\mathfrak{C}}(y)\,dy = \int_0^l \sigma_x(y)\,dy - \int_l^L \sigma_x^{\mathfrak{C}}(y)\,dy. \tag{6.68}$$

Здесь возникает вопрос о том, какой должна быть корректирующая нагрузка $\bar{\sigma}_x(y)$ на берега трещины, создающая на продолжении трещины нужные напряжения $\bar{\sigma}_x^{\mathfrak{C}}(y)$. Можно указать алгоритм дальнейшего решения этой задачи, обеспечивающий оптимальное определение $\bar{\sigma}_x(y)$, но точность от этого повысится не существенно, а громоздкость выкладок возрастет значительно. В связи с этим примем, что $\bar{\sigma}_x(y)$ распределены по длине трещины равномерно. Напряжения $\bar{\sigma}_x(y) = \bar{\sigma} = \mathrm{const}$ необходимо определить. Для этого в соответствии с (6.68) запишем

$$\bar{\sigma} l = \int_0^l \sigma_x(y)\,dy - \int_l^L \sigma_x^{\mathfrak{C}}(y)\,dy. \tag{6.69}$$

Далее для определения $\sigma_x^{\mathfrak{C}}(y)$ необходимо воспользоваться зависимостью (6.62) и найти предварительно функцию напряжений $Z_1(z)$ по формуле

$$Z_1(z) = \frac{1}{\pi\sqrt{z^2 - l^2}} \int_{-l}^{l} \frac{g(\xi)\sqrt{l^2 - \xi^2}}{z - \xi}\,d\xi. \tag{6.70}$$

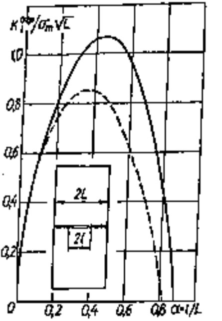


Рис. 6.5. Интенсивность напряжений у вершин симметричной продольной хрупкой трещины в шве сварного соединения ограниченных размеров при $c < 1$: ——— с учетом влияния перпендикулярных границ соединения; — — — то же, без учета

Подставляя в (6.70) вместо $g(\xi)$ напряжения $\sigma_x(y)$ согласно (6.62) с обратным знаком и заменяя y на ξ, получаем

$$Z_I(z) = \sigma_m \left\{ \frac{z}{\sqrt{z^2 - l^2}} \left(\frac{3l^2}{2L^2} - \frac{3z^2}{L^2} + 1 \right) + \frac{3z^2}{L^2} - 1 \right\}. \tag{6.71}$$

Следовательно,

$$\sigma_x^{\text{II}}(y) = \mathrm{Re}\, Z_I = \sigma_m \left\{ \frac{y}{\sqrt{y^2 - l^2}} \left(\frac{3l^2}{2L^2} - \frac{3y^2}{L^2} + 1 \right) + \frac{3y^2}{L^2} - 1 \right\}. \tag{6.72}$$

После подстановки (6.62) и (6.72) в правую часть (6.69) и интегрирования получим

$$\bar{\delta} = \sigma_m \left(\alpha \sqrt{1 - \alpha^2} \right) / 2, \quad \alpha = l/L. \tag{6.73}$$

Таким образом,

$$K_I^{\perp} / (\sigma_m \sqrt{L}) = \sqrt{\pi\alpha} \left(\alpha \sqrt{1 - \alpha^2} \right) / 2. \tag{6.74}$$

При сложении (6.66) и (6.74) находим

$$K_I^{огр} / (\sigma_m \sqrt{L}) = \sqrt{\pi\alpha} \left[\left(\alpha \sqrt{1 - \alpha^2} - 3\alpha^2 \right) / 2 + 1 \right]. \tag{6.75}$$

График зависимости (6.75) для случая сварки соединения в жестком приспособлении ($f(\alpha, k) = 1$) показан на рис. 6.5 сплошной линией. Там же штриховой линией показана та же зависимость без учета поправки на боковые границы соединения. Из рисунка видно, что максимальные значения K_I имеют место примерно при $\alpha \approx 0{,}5$. Дальнейшее снижение кривой для K_I при $\alpha > 0{,}5$ обусловлено постепенным снижением с переходом в область отрицательных значений поперечных напряжений в шве по мере приближения к торцам соединения. Значительные по величине поперечные напряжения сжатия в концевых участках шва играют существенную роль в снижении K_I так, что даже несмотря на большое влияние в сторону увеличения K_I боковых границ соединения, все же кривая для K_I переходит через нуль в пределах длины шва примерно при $\alpha \approx 0{,}9$. Значит невозможно полное разрушение сварного соединения по шву при любом значении вязкости разрушения для металла шва.

6.3.4. Несимметричная продольная трещина в шве сварного соединения прямоугольной формы при $c < 1$

Пусть середина трещины находится на расстоянии s от левого торца сварного соединения. Рассмотрим случай $\omega = l/s \ll 0{,}25$.

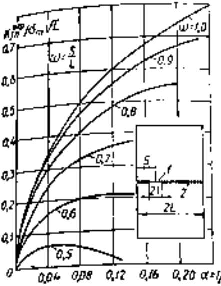


Рис. 6.6. Интенсивность напряжений у левой вершины несимметричной продольной хрупкой трещины (1) в шве (2) сварного соединения ограниченных размеров при $c < 1$

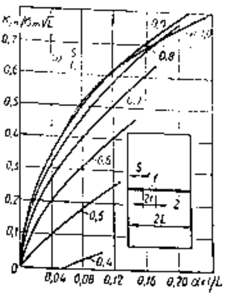


Рис. 6.7. Интенсивность напряжений у правой вершины несимметричной продольной хрупкой трещины (1) в шве (2) сварного соединения ограниченных размеров при $c < 1$

Согласно [10] при таком l/s можно не учитывать поправку $K_I^{\perp}$. Поправку $K_I^{\parallel}$ также можно не учитывать, так как $c < 1$. Преобразуем выражение (6.62) для поперечных напряжений в шве $\sigma_x(y)$ к новой координатной системе XOY, связанной с центром трещины, но смещенной из центра шва влево вдоль его оси. Тогда

$$\sigma_x(y) = \sigma_m\,[6/L\,(y + s) - 3/L^2\,(y + s)^2 - 2]. \qquad (6.76)$$

В связи с несимметрией нагрузки на берега трещины относительно ее середины, необходимо определять параметры K_I раздельно для правой $K_{I\text{п}}$ и левой $K_{I\text{л}}$ вершин трещины. Поэтому

$$K_{I\text{п},\,\text{л}} = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} \sigma_x(y) \sqrt{\frac{l \pm y}{l \mp y}}\,dy. \qquad (6.77)$$

Здесь и ниже верхние знаки под корнем соответствуют правой, а нижние — левой вершинам трещины.

Подставляя (6.76) в (6.77), получаем

$$K_{I\text{п},\,\text{л}}/(\sigma_m\sqrt{L}) = \sqrt{\pi\alpha}\,[3\omega\,(2 - \omega) \pm 3\alpha\,(1 - \omega) - 1{,}5\alpha^2 - 2],$$

$$\omega = s/L; \quad \omega \geqslant 4\alpha; \quad 0 \leqslant \omega \leqslant 1; \quad 0 \leqslant \alpha \leqslant 0{,}25\omega. \qquad (6.78)$$

Зависимость (6.78) показана на рис. 6.6 и 6.7. У правой вершины трещины значения K_I больше, чем у левой. Поэтому в случае $K_I = K_{Ic}$ трещина будет сначала распространяться правой вершиной до тех пор, пока она не станет симметричной относительно середины шва. Для трещин одинаковой длины наибольшие значения K_I достигаются в том случае, когда трещина является симметричной относительно середины шва.

6.3.5. Симметричная продольная трещина в шве сварного соединения прямоугольной формы при произвольном c

Как показано в гл. 3, для соединения прямоугольной формы в системе координат, связанной с центром шва, при произвольном c поперечные напряжения на оси шва

$$\sigma_x(y) = f(a, \bar{k})\, k\sigma_\text{т} \sum_{m=1,2,3,\ldots}^{\infty} \frac{f_1(ma\pi)}{m} \sum_{n=0,2,4,\ldots}^{\infty} \frac{(t_m - n s_m)\, v_m^n \beta^n}{n!}; \quad (6.79)$$

$$v_m = mc\pi; \quad \beta = y/L; \quad a = b_n/B; \quad c = L/B;$$

$$t_m = \frac{v_m \operatorname{ch} v_m - \operatorname{sh} v_m}{2v_m + \operatorname{sh} 2v_m}; \quad s_m = \frac{\operatorname{sh} v_m}{2v_m + \operatorname{sh} 2v_m}.$$

С учетом поправок на наличие параллельных и перпендикулярных границ соединения в итоге получено

$$\frac{K_\text{I}^\text{огр}}{k\sigma_\text{т}\sqrt{L}} = f(a, k)\, 4 \sum_m^{\infty} \frac{f(ma\pi)}{m} \sum_{n=0,2,4,\ldots}^{\infty} \frac{(t_m - n s_m)\, v_m^n}{(n+1)!} \Big[\alpha^n \sqrt{\pi\alpha} +$$

$$+ \frac{\sqrt{\pi\alpha}\,(1-\alpha)^2}{\alpha + \sqrt{1-\alpha^2}} \Big[1 - n(1-\alpha^2)\Big(\frac{1}{n+1} +$$

$$+ \sum_{k=2,3,4,\ldots}^{(n+2)/n} \frac{\alpha^{2k-2}(n+2-2k)!}{(n+1)(n+3-2k)!}\Big)\Big] + \alpha^n \sqrt{3\alpha}\,(c\alpha)^{3/2}, \alpha = l/L. \quad (6.80)$$

Зависимость (6.80) при $f(a, \bar{k}) = 1$ для $a = 0{,}3$, $k = 1$ и различных c приведена на рис. 6.8. Из рисунка явно видна тенденция снижения величины K_I практически до нуля по мере увеличения длины соединения для трещин с $\alpha \leqslant 0{,}5$. Это объясняется уменьшением также почти до нуля в средней части шва поперечных напряжений в нем

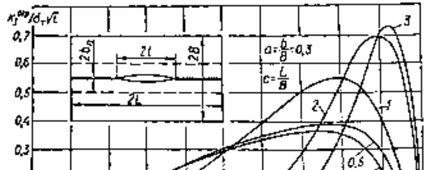


Рис. 6.8. Интенсивность напряжений у вершин симметричной продольной хрупкой трещины в шве сварного соединения ограниченных размеров при произвольном c с учетом влияния всех границ соединения

по мере увеличения длины сварного соединения при сохранении неизменной его ширины. Все кривые на рисунке имеют спадающую ветвь, пересекающую ось α при значениях $\alpha < 1$. Это дает основание утверждать, что за счет разрушения по шву невозможно полностью разделить соединение на две части при любом малом K_{1c}.

6.4. ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА $K_{\rm I}$ И $K_{\rm II}$ ДЛЯ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ТРЕЩИН БЕЗ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Дислокационные представления об остаточных напряжениях при сварке, описанные в гл. 3, могут быть успешно использованы и для разработки обобщенного метода расчета $K_{\rm I}$ и $K_{\rm II}$ (далее будем обозначать $K_{\rm I,II}$) в плоских стыковых соединениях технологически больших размеров, минуя процедуру предварительного определения остаточных напряжений.

Рассмотрим бесконечную плоскость с прямолинейной трещиной длиной $2l$ произвольной ориентации, расположенной под углом α к оси X_* (рис. 6.9). Центр трещины смещен по осям ξ и η соответственно на расстояния x_* и y_*. Единичный элементарный закрытый вырез-трещина длиной $2b_n$ в сечении AA создает в плоскости с трещиной

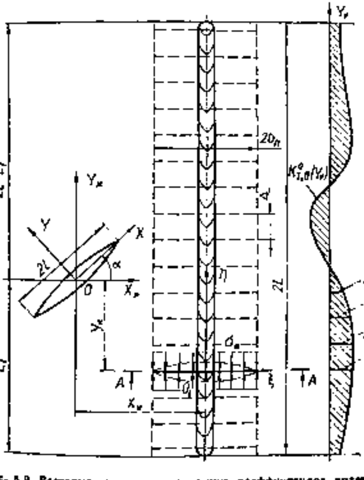


Рис. 6.9. Расчетная схема к определению коэффициентов интенсивности напряжений для произвольной трещины в плоскости со швом ограниченной длины

определенное поле напряжений, и у вершины трещины в данном поле напряжений возникают соответствующие значения $K_{\mathrm{I,II}}$. Пусть то значение $K_{\mathrm{I,II}}$, которое имеет место, например, у правой вершины трещины, определяется отрезком 1. Закрытый вырез можно перемещать вдоль оси η вверх и вниз в любое положение. Для различных его положений значения $K_{\mathrm{I,II}}$ у правой вершины трещины будут определяться подобными отрезками 2, 3, 4, ... Иначе говоря, перемещая единичный элементарный закрытый вырез по оси η, можно построить линию влияния $K^{*}_{\mathrm{I,II}}$ для рассматриваемой вершины трещины, расположенной произвольным образом в плоскости со швом. Совокупность положений элементарного закрытого выреза в пределах, соответствующих длине шва в плоскости, определяет, как известно, суммарное остаточное напряженное состояние в соединении. Следовательно, искомое значение $K_{\mathrm{I,II}}$ в рассматриваемой вершине трещины будет определяться величиной площади, заштрихованной на рис 6.9, которая ограничена линией влияния $K^{*}_{\mathrm{I,II}}$ и осью Y_{*}.

В принципиальном отношении уравнения линий влияния $K^{*}_{\mathrm{I,II}}$ в вершинах рассматриваемой трещины от поля напряжений, вызванных закрытым единичным элементарным вырезом в сечении AA, определяют по формулам:

$$K^{0}_{\mathrm{I}}(y_{*}) = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} \sigma_{y}(x,\ y_{*}) \sqrt{\frac{l \pm x}{l \mp x}}\, dx; \tag{6.81}$$

$$K^{0}_{\mathrm{II}}(y_{*}) = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} \tau_{xy}(x,\ y_{*}) \sqrt{\frac{l \pm x}{l \mp x}}\, dx. \tag{6.82}$$

Верхние знаки в подкоренных выражениях зависимостей (6.81) и (6.82) соответствуют правой вершине трещины, а нижние — левой.

В системе координат $\xi 0_1 \eta$ на линии трещины напряжения σ^{0}_{η} запишем в виде:

$$\sigma^{0}_{\xi} = \operatorname{Re} Z_{\mathrm{I}}(\xi,\ \eta) - \eta \operatorname{Im} Z'_{\mathrm{I}}(\xi,\ \eta); \tag{6.83}$$

$$\sigma^{0}_{\eta} = \operatorname{Re} Z_{\mathrm{I}}(\xi,\ \eta) + \eta \operatorname{Im} Z'_{\mathrm{I}}(\xi,\ \eta); \tag{6.84}$$

$$\tau^{0}_{\xi,\eta} = -\eta \operatorname{Re} Z'_{\mathrm{I}}(\xi,\ \eta). \tag{6.85}$$

Далее необходимо перейти в систему координат XOY, связанную с центром трещины. Такой переход сопровождается следующими преобразованиями координат:

$$\begin{aligned} \xi &= x\cos\alpha - y\sin\alpha + x_{*}; \\ \eta &= x\sin\alpha + y\cos\alpha + y_{*}. \end{aligned} \tag{6.86}$$

Поскольку в системе XOY интересуют только напряжения на линии трещины, то, принимая $y = 0$, формулы (6.86) упрощаются:

$$\begin{aligned} \xi &= x\cos\alpha + x_{*}; \\ \eta &= x\sin\alpha + y_{*}. \end{aligned} \tag{6.87}$$

Следующим шагом является представление напряжений σ_y^0 на линии трещины в системе XOY через напряжения σ_η^0 в тех же точках в системе $\xi 0_1 \eta$. Это можно сделать на основании известных зависимостей для напряжений на произвольной наклонной площадке

$$\sigma_y^0 = \sigma_\xi^0 \sin^2 \alpha + \sigma_\eta^0 \cos^2 \alpha - \tau_{\xi\eta}^0 \sin 2\alpha; \tag{6.88}$$

$$\tau_{xy}^0 = \tau_{\xi\eta}^0 \cos 2\alpha - \frac{1}{2} (\sigma_\xi^0 - \sigma_\eta^0). \tag{6.89}$$

Подставляя в (6.88) и (6.89) зависимости (6.83) ... (6.86), выразим напряжения на линии трещины σ_y^0, τ_{xy}^0 через функцию напряжений Z_1:

$$\sigma_y^0 = \operatorname{Re} Z_1 + \eta \operatorname{Im} Z_1' \cos 2\alpha + \eta \operatorname{Re} Z_1' \sin 2\alpha; \tag{6.90}$$

$$\tau_{xy}^0 = \eta \operatorname{Im} Z_1' \sin 2\alpha - \eta \operatorname{Re} Z_1' \cos 2\alpha. \tag{6.91}$$

В формулах (6.90), (6.91) напряжения выражены через координаты ξ, η, в то время как для использования их в выражениях (6.81) и (6.82) они должны быть представлены через координату x системы XOY (см. рис. 6.9). Таким образом, в формулах (6.90), (6.91) необходимо заменить ξ, η их выражениями через x согласно (6.87). Тогда

$$\sigma_y^0 = \operatorname{Re} Z_1 (x) + (x \sin \alpha + y_*) [\operatorname{Im} Z_1' (x) \cos 2\alpha + \operatorname{Re} Z_1' (x) \sin 2\alpha]; \tag{6.92}$$

$$\tau_{xy}^0 = (x \sin \alpha + y_*) [\operatorname{Im} Z_1' (x) \sin 2\alpha + \operatorname{Re} Z_1' (x) \cos 2\alpha], \tag{6.93}$$

где

$$\operatorname{Re} Z_1 (x, y_*) = \sigma_* \left[\frac{r}{\sqrt{R}} \cos \left(\psi - \frac{\theta}{2} \right) - 1 \right];$$

$$\operatorname{Im} Z_1' (x, y_*) = \sigma_* b_n^2 \sin \frac{3\theta}{2} \Big/ R\sqrt{R};$$

$$\operatorname{Re} Z_1' (x, y_*) = -\sigma_* b_n^2 \cos \frac{3\theta}{2} \Big/ R\sqrt{R};$$

$$Z_1 (\zeta) = \sigma_* \left(\frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - b_n^2}} - 1 \right);$$

$$Z_1' (\zeta) = -\sigma_* b_n^2 / \sqrt{(\zeta^2 - b_n^2)^3};$$

$$\zeta = (x \cos \alpha + x_*) + i (x \sin \alpha + y_*);$$

$$r = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} = \sqrt{(x \cos \alpha + x_*)^2 + (x \sin \alpha + y_*)^2};$$

$$R = \sqrt{(r^2 \cos 2\psi - b_n^2)^2 + r^4 \sin^2 2\psi};$$

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{\eta}{\xi} + n\pi = \operatorname{arctg} \frac{x \sin \alpha + y_*}{x \cos \alpha + x_*} + n\pi;$$

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{\eta_1}{\xi_1} + n\pi = \operatorname{arctg} \frac{r^2 \sin 2\psi}{r^2 \cos 2\psi - b_n^2} + n\pi,$$

$$n = \begin{cases} 0; & \\ 2; & \text{при} \\ 1; & \end{cases} \begin{cases} \xi, \ \xi_1 \geq 0; \ \eta, \ \eta_1 \geq 0; \\ \xi, \ \xi_1 \geq 0; \ \eta, \ \eta_1 < 0; \\ \xi, \ \xi_1 < 0; \end{cases}$$

Подставляя (6.92) и (6.93) в (6.81) и (6.82), получаем уравнения линий влияния $K^0_{\mathrm{I,\,II}}$ в виде:

$$K^0_{\mathrm{I}}(y_*) = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} \{\operatorname{Re} Z_{\mathrm{I}}(x,\ y_*) + (x \sin\alpha + y_*) [\operatorname{Im} Z'_{\mathrm{I}}(x,\ y_*) \cos 2\alpha +$$

$$+ \operatorname{Re} Z'_{\mathrm{I}}(x,\ y_*) \sin 2\alpha]\} \sqrt{\frac{l \pm x}{l \mp x}}\, dx, \tag{6.94}$$

$$K^0_{\mathrm{II}}(y_*) = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} \{(x \sin\alpha + y_*) [\operatorname{Im} Z'_{\mathrm{I}}(x,\ y_*) +$$

$$+ \operatorname{Re} Z'_{\mathrm{I}}(x,\ y_*) \cos 2\alpha]\} \sqrt{\frac{l \pm x}{l \mp x}}\, dx. \tag{6.95}$$

В результате интегрирования выражений (6.94) и (6.95) получаем $K^0_{\mathrm{I,\,II}}$ как функции переменного параметра y_*, определяющего положение сечения AA с единичным закрытым вырезом по отношению к центру трещины. Следовательно, для получения суммарного значения $K_{\mathrm{I,\,II}}$ в рассматриваемой вершине трещины необходимо произвести интегрирование $K^0_{\mathrm{I,\,II}}(y_*)$ по y_* в пределах длины шва, т. е. является справедливым выражение

$$K_{\mathrm{I,\,II}} = \lim_{\Delta \to 0} \frac{1}{\Delta} \int_{L_1}^{2L - L_1} K^0_{\mathrm{I,\,II}}(y_*)\, dy_*, \tag{6.96}$$

где Δ — расстояние между единичными элементарными закрытыми вырезами. Действительные и мнимые части функций Z_{I} и Z'_{I} зависят от нагрузки σ_*, закрывающей берега единичного элементарного выреза. Нагрузка σ_* и расстояние Δ между отдельными вырезами взаимосвязаны. Чем меньше Δ, тем меньше σ_*. При $\Delta \to 0$ имеем $\sigma_* \to 0$. Выражение (6.96) предполагает необходимость определения коэффициента

$$A = \lim_{\Delta \to 0} \frac{\sigma_*(\Delta)}{\Delta}. \tag{6.97}$$

Коэффициент A был определен в гл. 3 при расчете остаточных напряжений. Там было установлено, что

$$A = -k\sigma_{\mathrm{т}}/4b_{\mathrm{п}}. \tag{6.98}$$

Таким образом, представление (6.96) с учетом (6.94), (6.95) и (6.96) распадается на два следующих выражения:

$$K_{\mathrm{I}} = -\frac{k\sigma_{\mathrm{т}}}{4b_{\mathrm{п}}\sigma_* \sqrt{\pi l}} \int_{L_1}^{2L - L_1} \int_{-l}^{l} \{\operatorname{Re} Z_{\mathrm{I}}(x,\ y_*) + (x \sin\alpha + y_*) \times$$

$$\times [\operatorname{Im} Z'_{\mathrm{I}}(x,\ y_*) \cos 2\alpha + \operatorname{Re} Z'_{\mathrm{I}}(x,\ y_*) \sin 2\alpha]\} \sqrt{\frac{l \pm x}{l \mp x}}\, dx\, dy_*. \tag{6.99}$$

$$K_{II} = -\frac{k\sigma_т}{4b_n\sigma_* \sqrt{\pi l}} \int\limits_{L_1}^{2L-L_1} \int\limits_{-l}^{l} \{(x \sin\alpha + y_*) [\operatorname{Im} Z_1' (x, y_*) + \operatorname{Re} Z_1' (x, y_*) \cos 2\alpha]\} \sqrt{\frac{l \pm x}{l \mp x}}\, dx\, dy_*. \quad (6.100)$$

Зависимости (6.99), (6.100) можно представить в безразмерном виде, если ввести следующие обозначения: $\lambda = x/l$, $\varphi_* = l/b_n$, $\varphi = l/L$, $\chi = y_*/b_n$, $t = x_*/b_n$, $\gamma_1 = L_1/b_n$. Тогда окончательно

$$\frac{K_I}{k\sigma_т}\sqrt{\frac{\pi}{b_n\varphi_*}} = \frac{K_I}{k\sigma_т}\sqrt{\frac{\pi}{l\varphi}} = \frac{1}{4}\int\limits_{-\gamma_1}^{2\gamma-\gamma_1}\int\limits_{-1}^{1} \{\operatorname{Re} Z_1 (\lambda, \chi, \varphi_*, t) + (\lambda\varphi_* \sin\alpha + \chi) [\operatorname{Im} Z_1' (\lambda, \chi, \varphi_*, t) \cos 2\alpha + \operatorname{Re} Z_1' (\lambda, \chi, \varphi_*, t) \sin 2\alpha]\} \sqrt{\frac{1 \pm \lambda}{1 \mp \lambda}}\, d\lambda\, dt; \quad (6.101)$$

$$\frac{K_{II}}{k\sigma_т}\sqrt{\frac{\pi}{b_n\varphi_*}} = \frac{K_{II}}{k\sigma_т}\sqrt{\frac{\pi}{l\varphi}} = \frac{1}{4}\int\limits_{\gamma_1}^{2\gamma-\gamma_1}\int\limits_{-1}^{1} [(\lambda\varphi_* \sin\alpha + \chi) \times [\operatorname{Re} Z_1 (\lambda, \chi, \varphi_*, t) + \operatorname{Re} Z_1' (\lambda, \chi, \varphi_*, t) \cos 2\alpha]] \sqrt{\frac{1 \pm \lambda}{1 \mp \lambda}}\, d\lambda\, d\chi, \quad (6.102)$$

где

$$\operatorname{Re} Z_1 (\lambda, \chi, \varphi_*, t) = \frac{r}{\sqrt{R}} \cos\left(\psi - \frac{\theta}{2}\right) - 1;$$

$$\operatorname{Re} Z_1' (\lambda, \chi, \varphi_*, t) = -\frac{1}{R\sqrt{R}} \cos\frac{3\theta}{2};$$

$$\operatorname{Im} Z_1' (\lambda, \chi, \varphi_*, t) = \frac{1}{R\sqrt{R}} \sin\frac{3\theta}{2};$$

$$r = \sqrt{(\lambda\varphi_* \cos\alpha + t)^2 + (\lambda\varphi_* \sin\alpha + \chi)^2};$$

$$R = \sqrt{(r^2 \cos 2\psi - 1)^2 + r^4 \sin^2 2\psi};$$

$$\psi = \operatorname{arctg}\frac{\eta}{\xi} + n\pi = \operatorname{arctg}\frac{\lambda\varphi_* \sin\alpha + \chi}{\lambda\varphi_* \cos\alpha + t} + n\pi;$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\frac{\eta_1}{\xi_1} + n\pi = \operatorname{arctg}\frac{r^2 \sin 2\psi}{r^2 \cos 2\psi - 1} + n\pi,$$

$$n = \begin{cases} 0; \\ 2; \\ 1; \end{cases} \text{при} \begin{cases} \xi,\ \xi_1 \geqslant 0; \quad \eta,\ \eta_1 \geqslant 0; \\ \xi,\ \xi_1 \geqslant 0; \quad \eta,\ \eta_1 < 0. \\ \xi,\ \xi_1 < 0; \end{cases}$$

Если центр трещины расположен ниже или выше шва на расстоянии L_1 от его начала или конца, то вычисление интеграла по длине шва в (6.101) и (6.102) необходимо осуществлять соответственно в пределах от γ_1 до $(2\gamma + \gamma_1)$ или от $-(2\gamma + \gamma_1)$ до $-\gamma_1$.

Аналогичный подход можно использовать и для расчета коэффициентов интенсивности напряжений для произвольной прямолинейной трещины в бесконечной плоскости с круговым швом от действия окружной остаточной пластической деформации укорочения.

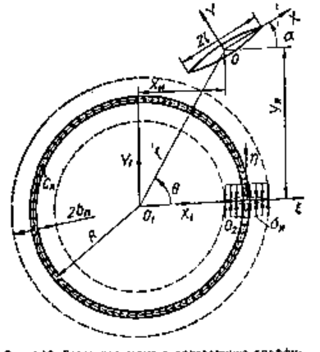


Рис. 6.10. Расчетная схема к определению коэффициентов интенсивности напряжений для произвольной трещины в плоскости с круговым швом

Пусть трещина в сварном соединении и единичный элементарный закрытый вырез расположены так, как показано на рис. 6.10. При этом в вершинах трещины возникают какие-то значения $K^0_{\mathrm{I,II}}$, определяемые нормальными $\sigma^0_y(x)$ и касательными $\tau^0_{xy}(x)$ напряжениями на линии трещины в предположении ее отсутствия. Вращением по окружности радиального сечения с единичным закрытым вырезом можно описать линию влияния $K^0_{\mathrm{I,II}}$ как функцию угла θ для рассматриваемой вершины трещины. Совокупность бесконечно большого числа близко расположенных единичных закрытых вырезов в кольце зоны пластических деформаций определяет напряженное состояние в соединении от рассматриваемой остаточной пластической деформации и, следовательно, для $K'_{\mathrm{I,II}}$ справедливо выражение

$$K'_{\mathrm{I,II}} = \lim_{\Delta_r \to 0} \frac{1}{\Delta_r} \int_0^{2\pi} K^0_{\mathrm{I,II}}(\theta)\, r\, d\theta, \tag{6.103}$$

где Δ'_r — расстояние по дуге окружности радиуса r между закрытыми единичными вырезами, определяемое согласно (3.27). Здесь

$$A = \lim_{\Delta_r \to 0} \frac{1}{\Delta_r} = -\frac{k\sigma_т R}{4b_n r \sigma_*}. \tag{6.104}$$

Функции влияния $K^0_{\mathrm{I,II}}(\theta)$ определяются зависимостями

$$K^0_I(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} \sigma^0_y(x,\ \theta) \sqrt{\frac{l \pm x}{l \mp x}}\, dx; \tag{6.105}$$

$$K^0_{II}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^{l} \tau^0_{xy}(x,\ \theta) \sqrt{\frac{l \pm x}{l \mp x}}\, dx. \tag{6.106}$$

Напряжения на линии трещины при ее отсутствии в локальной системе координат XOY, связанной с центром трещины (рис. 6.10), будем искать на основании зависимостей (6.83)....(6.85) для тех же напряжений в системе $\xi O_1 \eta$, формул преобразования координат (6.87) и выражений (6.88), (6.89) для напряжений на наклонной площадке. После преобразований получим:

$$K_{\rm I}^{\rm e}(\theta)=\frac{1}{\sqrt{\pi l}}\int_{-l}^{l}\{\operatorname{Re}Z_{\rm I}(x,\theta)+(x\sin\alpha+r\sin\theta)\,[\operatorname{Im}Z_{\rm I}'(x,\theta)\cos 2\alpha+$$

$$+\operatorname{Re}Z_{\rm I}'(x,\theta)\sin 2\alpha]\}\sqrt{\frac{l\pm x}{l\mp x}}\,dx; \qquad (6.107)$$

$$K_{\rm II}^{\rm e}(\theta)=\frac{1}{\sqrt{\pi l}}\int_{-l}^{l}(x\sin\alpha+r\sin\theta)\,[\operatorname{Im}Z_{\rm I}'(x,\theta)+$$

$$+\operatorname{Re}Z_{\rm I}'(x,\theta)\cos 2\alpha]\sqrt{\frac{l\pm x}{l\mp x}}\,dx, \qquad (6.108)$$

где

$$Z_{\rm I}(\zeta)=\sigma_*\left(\frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2-b_n^2}}-1\right);$$

$$Z_{\rm I}'(\zeta)=-\sigma_* b_n^2/\sqrt{(\zeta^2-b_n^2)^3};$$

$$\operatorname{Re}Z_{\rm I}(x,\theta)=\sigma_*\left[\frac{\bar r}{\sqrt{\bar R}}\cos\left(\psi-\frac{\bar\theta}{2}\right)-1\right];$$

$$\operatorname{Re}Z_{\rm I}'(x,\theta)=-\frac{\sigma_* b_n^2}{\bar R\sqrt{\bar R}}\cos\frac{3\bar\theta}{2};$$

$$\operatorname{Im}Z_{\rm I}'(x,\theta)=\frac{\sigma_* b_n^2}{\bar R\sqrt{\bar R}}\sin\frac{3\bar\theta}{2};$$

$$\bar r=\sqrt{\xi^2+\eta^2}=\sqrt{(x\cos\alpha+r\cos\theta-R)^2+(x\sin\alpha+r\sin\theta)^2};$$

$$\bar R=\sqrt{(\bar r^2\cos 2\psi-b_n^2)^2+\bar r^4\sin^2 2\psi};$$

$$\zeta=(x\cos\alpha+r\cos\theta-R)+i\,(x\sin\alpha+r\sin\theta);$$

$$\psi=\operatorname{arctg}\frac{\eta}{\xi}+n\pi=\operatorname{arctg}\frac{x\sin\alpha+r\sin\theta}{x\cos\alpha+r\cos\theta-R}+n\pi;$$

$$\bar\theta=\operatorname{arctg}\frac{\eta_1}{\xi_1}+n\pi=\operatorname{arctg}\frac{\bar r^2\sin 2\psi}{\bar r^2\cos 2\psi-b_n^2}+n\pi,$$

$$n=\begin{cases}0;\\2;\\1;\end{cases}\ \text{при}\ \begin{cases}\xi,\ \xi_1\geqslant 0; & \eta,\ \eta_1\geqslant 0;\\ \xi,\ \xi_1\geqslant 0; & \eta,\ \eta_1<0.\\ \xi,\ \xi_1<0;\end{cases}$$

Подставляя (6.107), (6.108) в (6.103) с учетом (6.104) и вводя безразмерные параметры $m=r/R$, $\bar\alpha=b_n/R$, $\lambda=x/l$, $\varphi_*=l/b_n$, окончательно получаем

$$\frac{K_{\rm I}^{\rm c}}{k\sigma_{\rm T}\sqrt{b_n}}=\frac{1}{4\bar\alpha}\sqrt{\frac{\varphi_*}{\pi}}\int_0^{2\pi}\int_{-1}^{1}[\operatorname{Re}Z_{\rm I}(\lambda,\theta)+(m\sin\theta+\lambda\varphi_*\bar\alpha\sin\alpha)\times$$

$$\times[\operatorname{Im}Z_{\rm I}'(\lambda,\theta)\cos 2\alpha+\operatorname{Re}Z_{\rm I}'(\lambda,\theta)\sin 2\alpha]]\sqrt{\frac{1\pm\lambda}{\lambda\mp\lambda}}\,d\lambda\,d\theta; \qquad (6.109)$$

$$\frac{K'_{\text{II}}}{k\sigma_\text{т}\sqrt{b_n}} = \frac{1}{4\bar{\alpha}}\sqrt{\frac{\varphi_*}{\pi}}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{-1}^{1}(m\sin\theta + \lambda\varphi_*\bar{\alpha}\sin\alpha)\,[\operatorname{Im} Z_1'(\lambda,\ \theta) +$$

$$+ \operatorname{Re} Z_1'(\lambda,\ \theta)\cos 2\alpha]\sqrt{\frac{1\pm\lambda}{1\mp\lambda}}\,d\lambda\,d\theta, \tag{6.110}$$

где

$$\operatorname{Re} Z_1(\lambda,\ \theta) = \frac{\bar{r}}{\sqrt{\bar{R}}}\cos\left(\psi - \frac{\bar{\theta}}{2}\right) - 1;$$

$$\operatorname{Re} Z_1'(\lambda,\ \theta) = -\frac{1}{\bar{R}\sqrt{\bar{R}}}\cos\frac{3\bar{\theta}}{2};$$

$$\operatorname{Im} Z_1'(\lambda,\ \theta) = \frac{1}{\bar{R}\sqrt{\bar{R}}}\sin\frac{3\bar{\theta}}{2};$$

$$\bar{r} = \sqrt{(\lambda\varphi_*\bar{\alpha}\cos\alpha + m\cos\theta - 1)^2 + (m\sin\theta + \lambda\varphi_*\bar{\alpha}\sin\alpha)^2};$$

$$\bar{R} = \sqrt{(\bar{r}^2\cos 2\psi - 1)^2 + \bar{r}^4\sin^2 2\psi};$$

$$\psi = \operatorname{arctg}\frac{\eta}{\xi} + n\pi = \operatorname{arctg}\frac{m\sin\theta + \lambda\varphi_*\bar{\alpha}\sin\alpha}{\lambda\varphi_*\bar{\alpha}\cos\alpha + m\cos\theta - 1} + n\pi;$$

$$\bar{\theta} = \operatorname{arctg}\frac{\eta_1}{\xi_1} + n\pi = \operatorname{arctg}\frac{\bar{r}^2\sin 2\psi}{\bar{r}^2\cos 2\psi - 1} + n\pi;$$

$$n = \begin{cases} 0; \\ 2; \text{ при} \\ 1; \end{cases} \begin{cases} \xi,\ \xi_1 \geqslant 0; \quad \eta,\ \eta_1 \geqslant 0; \\ \xi,\ \xi_1 \geqslant 0; \quad \eta,\ \eta_1 < 0. \\ \xi,\ \xi_1 < 0; \end{cases}$$

Вклад в $K_{\text{I,II}}$ остаточной поперечной (радиальной) пластической деформации также должен быть учтен при выполнении круговых швов. Для этого необходимо использовать зависимости (3.40)...(3.42), заменить в них r по формуле

$$r = x_1/\cos\left[\operatorname{arctg}(y_1/x_1) + n\pi\right], \tag{6.111}$$

где

$$n = \begin{cases} 0; \\ 2; \text{ при} \\ 1; \end{cases} \begin{cases} x_1 \geqslant 0; \quad y_1 \geqslant 0; \\ x_1 \geqslant 0; \quad y_1 < 0; \\ x_1 < 0; \end{cases}$$

перейти к напряжениям σ_{y_1}, $\tau_{x_1y_1}$ на линии трещины в системе координат $X_1O_1Y_1$ по формулам

$$\sigma_{y_1} = \sigma_\theta\sin^2(\theta - \alpha) + \sigma_r\cos^2(\theta - \alpha); \tag{6.112}$$

$$\tau_{x_1y_1} = \frac{1}{2}(\sigma_r - \sigma_\theta)\sin(2\theta - 2\alpha), \tag{6.113}$$

заменить в формулах (6.112), (6.113) координаты x_1 и y_1 по формулам

$$\begin{aligned} x_1 &= x\cos\alpha + x_*; \\ y_1 &= x\sin\alpha + y_*, \end{aligned} \tag{6.114}$$

перейти к безразмерным параметрам m, λ, φ_*, $\bar{\alpha}$ и выразить через них в окончательном виде напряжения на линии трещины $\sigma_y(\lambda)$ и $\tau_{xy}(\lambda)$. Далее по формулам

$$\frac{K_{\mathrm{I}}^{\pm}}{k\sigma_т \sqrt{b_н}} = \sqrt{\frac{\varphi_*}{\pi}} \int_{-1}^{1} \sigma_y(\lambda) \sqrt{\frac{1 \pm \lambda}{1 \mp \lambda}}\, d\lambda; \tag{6.115}$$

$$\frac{K_{\mathrm{II}}^{\pm}}{k\sigma_т \sqrt{b_н}} = \sqrt{\frac{\varphi_*}{\pi}} \int_{-1}^{1} \tau_{xy}(\lambda) \sqrt{\frac{1 \pm \lambda}{1 \mp \lambda}}\, d\lambda \tag{6.116}$$

вычислить $K_{\mathrm{I,II}}^{\pm}$ от радиальной остаточной пластической деформации. Суммирование соответствующих значений $K_{\mathrm{I,II}}$, вычисленных по формулам (6.109), (6.110) и (6.115), (6.116), определяет их полную величину для произвольной прямолинейной трещины в данном сварном соединении.

Разработанный расчетный метод аналогично можно применить для получения расчетных зависимостей и к другим соединениям в плоскости, если возможно использование модели бесконечной плоскости.

6.5. РАСЧЕТНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАСКРЫТИЯ ТРЕЩИНЫ В ЕЕ ВЕРШИНЕ

Применение δ_k-модели хрупкой трещины Леонова—Панасюка — Дагдейла позволяет перевести рассматриваемую упругопластическую задачу в чисто упругую, что открывает более широкие пути для поиска необходимых методов ее решения.

Образующиеся в вершинах реальной трещины длиной $2l_0$ пластические зоны устраняют в вершинах эффективной трещины длиной $2l$ сингулярность напряжений, обеспечивают их конечность и плавное смыкание противоположных берегов эффективной трещины.

Рассмотрим две основные задачи с произвольной прямолинейной трещиной, которые рассматривались в § 6.4 применительно к сварным соединениям с прямолинейным и круговым швом в бесконечной плоскости.

Предположим, что напряжения $\sigma_т$, с которыми притягиваются противоположные берега эффективной трещины на длине пластических зон отсутствуют. Тогда в вершинах эффективной трещины в силовом поле остаточных напряжений будут возникать определенные значения коэффициентов интенсивности напряжений $K_{\mathrm{I}л}$ и $K_{\mathrm{I}п}$ соответственно для левой и правой вершин трещины. Эти коэффициенты можно определить по зависимостям, совпадающим по своей структуре с зависимостями (6.101), а также (6.109) и (6.115) совместно, в которых необходимо изменить параметры интегрирования в связи с тем, что в общем случае пластические зоны у вершин реальной трещины имеют различную длину и это приводит к смещению на некоторую величину центра эффективной трещины из центра реальной трещины. Величину смещения s можно определить из следующих соображений. Пусть $l_{0л}$ и $l_{0п}$ (рис. 6.11) обозначают отрезки реальной трещины соответ-

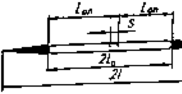


Рис. 6.11. Схема хрупкой трещины и пластических зон у ее вершины

ственно со стороны левой и правой вершин. Тогда безразмерные параметры $\psi_л = l_{0л}/l$ и $\psi_п = l_{0п}/l$ будут определять длину пластических зон. Можно записать

$$\psi_л + \psi_п = (l_{0л} + l_{0п})/l = 2l_0/l, \tag{6.117}$$

откуда

$$l = 2l_0/(\psi_л + \psi_п). \tag{6.118}$$

Расстояние $l_{0п}$ от центра эффективной трещины до правой вершины реальной трещины

$$l_{0п} = \psi_п l. \tag{6.119}$$

Подставляя (6.118) в (6.119), получаем

$$l_{0п} = 2l_0\psi_п/(\psi_л + \psi_п). \tag{6.120}$$

В соответствии с рис. 6.11

$$s = l_0 - l_{0п} = 0{,}5l\,(\psi_л - \psi_п). \tag{6.121}$$

Таким образом, теперь можно произвести необходимую замену безразмерных параметров λ и χ, входящих в зависимости (6.101), (6.109) и (6.115). Параметры λ и χ преобразуются соответственно в параметры $\bar\lambda$ и $\bar\chi$ согласно зависимостям:

$$\bar\lambda = \bar x/l = (x - s)(\psi_л + \psi_п)/2l_0 = 0{,}5\,[\psi_л(\lambda - 1) + \psi_п(\lambda + 1)]; \tag{6.122}$$

$$\bar\chi = \bar y_*/b_п = (y_* + s\sin\alpha)/b_п = \chi + 0{,}5\bar\varphi_*(\psi_л - \psi_п) = \chi + \varphi_*(\psi_л - \psi_п)/(\psi_л + \psi_п). \tag{6.123}$$

Тогда

$$\lambda = (2\bar\lambda + \psi_л - \psi_п)/(\psi_л + \psi_п); \tag{6.124}$$

$$\chi = \bar\chi(\psi_л + \psi_п) - \varphi_*(\psi_л - \psi_п). \tag{6.125}$$

Если теперь к свободным от нагрузки берегам эффективной трещины, находящейся в поле остаточных напряжений, приложить на длине пластических зон закрывающую нагрузку, равную по величине $\sigma_т$, то она должна обратить в нуль суммарные коэффициенты интенсивности напряжений в вершинах эффективной трещины. Это положение определяет два условия, из которых может быть найдена длина пластических зон. Итак, длина пластических зон должна определяться из следующей системы уравнений:

$$\int_{-l_{0л}}^{l_{0п}} \sigma_y^{ост}(\bar x)\sqrt{\frac{l+\bar x}{l-\bar x}}\,d\bar x - \sigma_т\left(\int_{-l}^{-l_{0л}}\sqrt{\frac{l+\bar x}{l-\bar x}}\,d\bar x + \int_{l_{0п}}^{l}\sqrt{\frac{l+\bar x}{l-\bar x}}\,d\bar x\right) = 0;$$

$$\int\limits_{-l_{0л}}^{l_{0п}} \sigma_y^{ост}(\bar{x}) \sqrt{\frac{l-\bar{x}}{l+\bar{x}}}\, d\bar{x} - \sigma_т \left(\int\limits_{-l}^{-l_{0л}} \sqrt{\frac{l-\bar{x}}{l+\bar{x}}}\, d\bar{x} + \int\limits_{l_{0п}}^{l} \sqrt{\frac{l-\bar{x}}{l+\bar{x}}}\, d\bar{x} \right) = 0. \tag{6.126}$$

Вторые слагаемые в системе (6.126) решим аналитически, и тогда данную систему в безразмерных параметрах запишем в виде:

$$\int\limits_{-\psi_л}^{\psi_п} \sigma_y^{ост}(\bar{\lambda}) \sqrt{\frac{1+\bar{\lambda}}{1-\bar{\lambda}}}\, d\bar{\lambda} - \sigma_т \left(\sqrt{1-\psi_п^2} - \sqrt{1-\psi_л^2} + \pi - \right.$$
$$\left. - \arcsin \psi_л - \arcsin \psi_п\right) = 0; \tag{6.127}$$
$$\int\limits_{-\psi_л}^{\psi_п} \sigma_y^{ост}(\bar{\lambda}) \sqrt{\frac{1-\bar{\lambda}}{1+\bar{\lambda}}}\, d\bar{\lambda} - \sigma_т \left(\sqrt{1-\psi_л^2} - \sqrt{1-\psi_п^2}\right) + \pi -$$
$$- \arcsin \psi_л - \arcsin \psi_п) = 0.$$

Первые слагаемые в системе (6.127) представляют собой произведения в безразмерном виде коэффициентов интенсивности напряжений, обусловленных остаточными напряжениями, на некоторый постоянный множитель. Поэтому их можно в зависимости от вида сварного соединения (с прямолинейным или круговым швом) представить в соответствии с выражениями (6.111), а также (6.109) и (6.115) совместно в следующем виде:

а) для прямолинейного шва

$$\int\limits_{-\gamma_t}^{2\gamma-\gamma_t} \int\limits_{-\psi_л}^{\psi_п} F_{пр}(\bar{\lambda}, \bar{\chi}, \varphi_*, t, \alpha) \sqrt{\frac{1+\bar{\lambda}}{1-\bar{\lambda}}}\, d\bar{\lambda}\, d\bar{\chi} - \frac{4}{k}\left(\sqrt{1-\psi_п^2} - \right.$$
$$\left. - \sqrt{1-\psi_л^2} + \pi - \arcsin \psi_л - \arcsin \psi_п\right) = 0; \tag{6.128}$$
$$\int\limits_{-\gamma_t}^{2\gamma-\gamma_t} \int\limits_{-\psi_л}^{\psi_п} F_{пр}(\bar{\lambda}, \bar{\chi}, \varphi_*, t, \alpha) \sqrt{\frac{1-\bar{\lambda}}{1+\bar{\lambda}}}\, d\bar{\lambda}\, d\bar{\chi} - \frac{4}{k}\left(\sqrt{1-\psi_л^2} - \right.$$
$$\left. - \sqrt{1-\psi_п^2} + \pi - \arcsin \psi_л - \arcsin \psi_п\right),$$

где

$$F_{пр} = \operatorname{Re} Z_1(\bar{\lambda}, \bar{\chi}, \varphi_*, t, \alpha) + [(2\bar{\lambda} + \psi_л - \psi_п)\varphi_* \sin\alpha/(\psi_л + \psi_п) +$$
$$+ \bar{\chi} - \varphi_*(\psi_л - \psi_п)/(\psi_л + \psi_п)]\, [\operatorname{Im} Z_1'(\bar{\lambda}, \bar{\chi}, \varphi_*, t, \alpha) \cos 2\alpha +$$
$$+ \operatorname{Re} Z_1'(\bar{\lambda}, \bar{\chi}, \varphi_*, t, \alpha) \sin 2\alpha]; \tag{6.129}$$
$$\operatorname{Re} Z_1(\bar{\lambda}, \bar{\chi}, \varphi_*, t, \alpha,) = \frac{t}{\sqrt{R}} \cos\left(\psi - \frac{\theta}{2}\right) - 1;$$
$$\operatorname{Re} Z_1'(\bar{\lambda}, \bar{\chi}, \varphi_*, t, \alpha) = -\frac{1}{R\sqrt{R}} \cos \frac{3\theta}{2};$$

$$\operatorname{Im} Z_1'(\bar\lambda, \bar\chi, \varphi_*, t, \alpha) = \frac{1}{R\sqrt{R}} \sin\frac{3\theta}{2};$$

$$r = \sqrt{[(2\bar\lambda + \psi_л - \psi_п)\varphi_* \cos\alpha/(\psi_л + \psi_п) + t]^2 + }$$
$$\overline{+ [(2\bar\lambda + \psi_л - \psi_п)\varphi_* \sin\alpha/(\psi_л + \psi_п) + \bar\chi - \varphi_*(\psi_л - \psi_п)/(\psi_л + \psi_п)]^2};$$
$$R = \sqrt{(r^2\cos 2\psi - 1)^2 + r^4 \sin^2 2\psi};$$
$$\psi = \operatorname{arctg} \eta/\xi + n\pi =$$
$$= \operatorname{arctg} \frac{(2\bar\lambda + \psi_л - \psi_п)\varphi_* \sin\alpha + \bar\chi(\psi_л + \psi_п) - \varphi_*(\psi_л - \psi_п)}{(2\bar\lambda + \psi_л - \psi_п)\varphi_* \cos\alpha + t(\psi_л + \psi_п)} + n\pi;$$
$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{\eta_1}{\xi_1} + n\pi = \operatorname{arctg} \frac{r^2 \sin 2\psi}{r^4 \cos 2\psi - 1} + n\pi;$$
$$n = \begin{cases} 0; \\ 2; \\ 1; \end{cases} \text{при} \begin{cases} \xi,\ \xi_1 \geqslant 0;\ \eta,\ \eta_1 \geqslant 0; \\ \xi,\ \xi_1 \geqslant 0;\ \eta_1,\ \eta_1 < 0; \\ \xi,\ \xi_1 < 0; \end{cases}$$

б) для кругового шва

$$\frac{1}{\bar\alpha} \int_0^{2\pi} \int_{-\psi_л}^{\psi_п} F_{кр}(\bar\lambda, \theta) \sqrt{\frac{1+\bar\lambda}{1-\bar\lambda}}\, d\bar\lambda\, d\theta + 4 \int_{-\psi_л}^{\psi_п} \sigma_y(\bar\lambda) \sqrt{\frac{1+\bar\lambda}{1+\bar\lambda}}\, d\bar\lambda -$$
$$- \frac{4}{k}\left(\sqrt{1-\psi_п^2} - \sqrt{1-\psi_л^2} + \pi - \arcsin\psi_л - \arcsin\psi_п\right) = 0;$$
$$\frac{1}{\bar\alpha} \int_0^{2\pi} \int_{-\psi_л}^{\psi_п} F_{кр}(\bar\lambda, \theta) \sqrt{\frac{1-\bar\lambda}{1+\bar\lambda}}\, d\bar\lambda\, d\theta + 4 \int_{-\psi_л}^{\psi_п} \sigma_y(\bar\lambda) \sqrt{\frac{1-\bar\lambda}{1+\bar\lambda}}\, d\bar\lambda -$$
$$- \frac{4}{k}\left(\sqrt{1-\psi_л^2} - \sqrt{1-\psi_п^2} + \pi - \arcsin\psi_л - \arcsin\psi_п\right) = 0, \tag{6.130}$$

где

$$F_{кр}(\bar\lambda, \theta) = \operatorname{Re} Z_1(\bar\lambda, \theta, m, \alpha) + [m \sin\theta +$$
$$+ (2\bar\lambda + \psi_л - \psi_п)\varphi_* \bar\alpha \sin\alpha/(\psi_л + \psi_п)] [\operatorname{Im} Z_1'(\bar\lambda, \theta, m, \alpha)\cos 2\alpha +$$
$$+ \operatorname{Re} Z_1'(\bar\lambda, \theta, m, \alpha) \sin 2\alpha]; \tag{6.131}$$
$$\operatorname{Re} Z_1'(\bar\lambda, \theta, m, \alpha) = -\frac{1}{\bar R\sqrt{\bar R}} \cos\frac{3\bar\theta}{2};$$
$$\operatorname{Im} Z_1'(\bar\lambda, \theta, m, \alpha) = \frac{1}{\bar R\sqrt{\bar R}} \sin\frac{3\bar\theta}{2};$$
$$\bar r = \sqrt{[(2\bar\lambda + \psi_л - \psi_п)\varphi_* \bar\alpha \cos\alpha/(\psi_л + \psi_п) + m\cos\theta - 1]^2 + }$$
$$\overline{+ [m\sin\theta + (2\bar\lambda + \psi_л - \psi_п)\varphi_* \bar\alpha \sin\alpha/(\psi_л + \psi_п)]^2};$$
$$\bar R = \sqrt{(\bar r^2 \cos 2\psi - 1)^2 + \bar r^4 \sin^2 2\psi};$$

$$\psi = \operatorname{arctg} \eta/\xi + n\pi =$$
$$= \operatorname{arctg} \frac{(2\bar{\lambda} + \psi_л - \psi_п)\, \varphi_* \bar{\alpha} \sin \alpha + m \sin \theta\, (\psi_л + \psi_п)}{(2\bar{\lambda} + \psi_л - \psi_п)\, \psi_* \bar{\alpha} \cos \alpha + (m \cos \theta - 1)\, (\psi_л + \psi_п)} + n\pi;$$
$$\bar{\theta} = \operatorname{arctg} \frac{\eta_1}{\xi_1} + n\pi = \operatorname{arctg} \frac{\bar{r}^2 \sin 2\psi}{r^2 \cos 2\psi - 1} + n\pi;$$
$$n = \begin{cases} 0; & \\ 2; & \text{при} \\ 1; & \end{cases} \begin{cases} \xi,\ \xi_1 \geqslant 0;\ \eta,\ \eta_1 \geqslant 0; \\ \xi,\ \xi_1 \geqslant 0;\ \eta,\ \eta_1 < 0. \\ \xi,\ \xi_1 < 0; \end{cases}$$

Если в соединении с прямолинейным швом ограниченной длины центр трещины расположен ниже или выше шва на расстоянии L_1 от его начала или конца, то вычисление интеграла в (6.128) по длине шва необходимо осуществлять соответственно в пределах от γ_1 до $(2\gamma + \gamma_1)$ или от $-(2\gamma + \gamma_1)$ до $-\gamma_1$, где $\gamma_1 = L_1/b_л$. В итоге после решения системы (6.128) или (6.130) получаем два параметра $\psi_л$ и $\psi_п$, определяющие длину пластических зон у левой и правой вершин трещины.

В случае симметричных трещин, когда у вершин возникают пластические зоны одинаковой длины, системы (6.128) и (6.130) двух уравнений с двумя неизвестными вырождаются в одно уравнение с одним неизвестным. Например, для поперечных трещин в соединении с прямолинейным швом, которые симметричны относительно оси шва и угол $\alpha = 0$, в системе (6.128) достаточно сохранить одно первое уравнение. Поскольку в этом случае $\psi_л = \psi_п = \psi_*$, $l = 0$, $\alpha = 0$, то оно существенно упрощается и принимает вид:

$$\int\limits_{-\gamma_1}^{2\gamma-\gamma_1} \int\limits_{-\psi_*}^{\psi_*} F_{пр}(\bar{\lambda},\ \chi,\ \varphi_*) \sqrt{\frac{1+\bar{\lambda}}{1-\bar{\lambda}}}\, d\bar{\lambda}\, d\chi - \frac{4}{k}(\pi - 2\arcsin \psi_*) = 0, \quad (6.132)$$

где

$$F_{пр}(\bar{\lambda},\ \chi,\ \varphi_*) = \operatorname{Re} Z_1(\bar{\lambda},\ \chi,\ \varphi_*) + \chi \operatorname{Im} Z_1'(\bar{\lambda},\ \chi,\ \varphi_*); \quad (6.133)$$
$$\operatorname{Re} Z_1(\bar{\lambda},\ \chi,\ \varphi_*) = \frac{r}{\sqrt{R}} \cos\left(\psi - \frac{\theta}{2}\right) - 1;$$
$$\operatorname{Im} Z_1'(\bar{\lambda},\ \chi,\ \varphi_*) = \frac{1}{R\sqrt{R}} \sin \frac{3\theta}{2};$$
$$r = \sqrt{(\bar{\lambda}\varphi_*/\psi_*)^2 + \chi^2};$$
$$R = \sqrt{(r^2 \cos 2\psi - 1)^2 + r^4 \sin^2 2\psi};$$
$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{\eta}{\xi} + n\pi = \operatorname{arctg} \frac{\chi\psi_*}{\bar{\lambda}\varphi_*} + n\pi;$$
$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{\eta_1}{\xi_1} + n\pi = \operatorname{arctg} \frac{r^2 \sin 2\psi}{r^2 \cos 2\psi - 1} + n\pi;$$
$$n = \begin{cases} 0; & \\ 2; & \text{при} \\ 1; & \end{cases} \begin{cases} \xi,\ \xi_1 > 0;\ \eta,\ \eta_1 > 0; \\ \xi,\ \xi_1 > 0;\ \eta,\ \eta_1 < 0. \\ \xi,\ \xi_1 < 0; \end{cases}$$

Система координат XOY связана с центром трещины, ось X направлена вдоль трещины и перпендикулярно к шву, ось Y направлена вдоль шва. Длина реальной трещины равна $2l_0$, а эффективной — $2l$.

Для центральной осесимметричной продольной трещины в шве уравнение имеет вид

$$\int\limits_{-\gamma/2}^{\gamma/2}\int\limits_{-\varphi_*}^{\varphi_*} F_{\text{пр}}(\hat{\lambda},\ \chi,\ \varphi_*)\sqrt{\frac{1+\bar{\lambda}}{1-\bar{\lambda}}}\,d\hat{\lambda}\,d\chi - \frac{4}{k}\,(\pi - 2\arcsin\varphi_*) = 0; \qquad (6.134)$$

где

$$F_{\text{пр}}(\bar{\lambda},\ \chi,\ \varphi_*) = \operatorname{Re} Z_1(\bar{\lambda},\ \chi,\ \varphi_*) - (\hat{\lambda}\varphi_*/\psi + \chi)\ln Z_1'(\bar{\lambda},\ \chi,\ \varphi_*); \qquad (6.135)$$

$$r_s = (\hat{\lambda}\varphi_*/\psi_* + \chi);\ \ \psi = \operatorname{arctg}\frac{\eta}{\xi} + n\pi = \pm\frac{\pi}{2} + n\pi.$$

Знак «+» берется при $r_s > 0$, знак «—» — при $r_s < 0$. Угол $\psi = n\pi$ при $r_s = 0$.

Остальные обозначения совпадают с обозначениями, относящимися к уравнению (6.132).

Теперь перейдем к рассмотрению вопроса об определении раскрытия δ реальной трещины длиной $2l_0$ в ее вершинах. Известно, что перемещение v берегов трещины длиной $2l$ при отсутствии пластических зон, когда берега загружены нормальной нагрузкой $q_n(\xi)$, можно найти по формуле

$$v = -c\int\limits_{-l}^{l} q_n(\xi)\,\Gamma(l,\ x,\ \xi)\,d\xi, \qquad (6.136)$$

где

$$c = \begin{cases} 1/\pi E & \text{— для плоского напряженного состояния;} \\ (1-\nu^2)/\pi E & \text{— для плоского деформированного состояния;} \end{cases}$$

$$\Gamma(l,\ x,\ \xi) = \ln\frac{l^2 - x\xi - \sqrt{(l^2 - x^2)(l^2 - \xi^2)}}{l^2 - x\xi + \sqrt{(l^2 - x^2)(l^2 - \xi^2)}}. \qquad (6.137)$$

Формулу (6.136) можно применить к для эффективной трещины и на ее основе, используя принцип суммирования перемещений берегов реальной трещины от закрываемых единичных вырезов в зоне пластических деформаций при сварке, построить необходимые зависимости, численное решение которых позволит определить раскрытие реальной трещины в ее вершинах в общем случае. Таким образом, для раскрытий в левой $\delta_л$ и правой $\delta_п$ вершинах можно записать следующие выражения:

а) прямолинейный шов

$$\delta_л = -\frac{cl_0k\sigma_т}{\psi_л + \psi_п}\Bigg\{\int\limits_{-\gamma_1}^{2\gamma-\gamma_1}\int\limits_{-\psi_л}^{\psi_п} F_{\text{пр}}(\bar{\lambda},\ \bar{\chi},\ \varphi_*,\ l,\ \alpha)\,\Gamma(1,\ -\psi_л,\ \bar{\lambda})\,d\bar{\lambda}\,d\bar{\chi} +$$

$$+ \frac{4}{k}\,[(\psi_л + \psi_п)\,\Gamma(1,\ -\psi_л,\ \psi_п) + 2\sqrt{1-\psi_л^2}\,(\arccos\psi_л + \arccos\psi_п)]\Bigg\}; \qquad (6.138)$$

$$\delta_{\text{п}} = -\frac{d_0 k \sigma_{\text{т}}}{\psi_{\text{л}} + \psi_{\text{п}}} \Bigg\{ \int\limits_{-\gamma_1}^{2\gamma-\gamma_1} \int\limits_{-\psi_{\text{л}}}^{\psi_{\text{п}}} F_{\text{пр}}(\bar\lambda, \bar\gamma, \varphi_*, l, \alpha)\, \Gamma(1, \psi_{\text{пр}}, \bar\lambda)\, d\bar\lambda\, d\bar\gamma +$$

$$+ \frac{4}{k} \left[(\psi_{\text{л}} + \psi_{\text{п}})\, \Gamma(1, \psi_{\text{п}} - \psi_{\text{л}}) + 2\sqrt{1-\psi_{\text{п}}^2}\, (\arccos \psi_{\text{л}} + \arccos \psi_{\text{п}}) \right] \Bigg\}; \tag{6.139}$$

в выражениях (6.138) и (6.139) функция $F_{\text{пр}}$ определяется согласно (6.129);

б) круговой шов

$$\delta_{\text{л}} = -\frac{d_0 k \sigma_{\text{т}}}{\psi_{\text{л}} + \psi_{\text{п}}} \Bigg\{ \frac{1}{\alpha} \int\limits_{0}^{2\pi} \int\limits_{-\psi_{\text{л}}}^{\psi_{\text{п}}} F_{\text{кр}}(\bar\lambda, 0, m, \alpha)\, \Gamma(1, -\psi_{\text{л}}, \bar\lambda)\, d\bar\lambda\, d\theta +$$

$$+ 4 \int\limits_{-\psi_{\text{л}}}^{\psi_{\text{п}}} \sigma_y(\bar\lambda)\, \Gamma(1, -\psi_{\text{л}}, \bar\lambda)\, d\bar\lambda + \frac{4}{k} \left[(\psi_{\text{л}} + \psi_{\text{п}})\, \Gamma(1, -\psi_{\text{л}}, \psi_{\text{п}}) + \right.$$

$$\left. + 2\sqrt{1-\psi_{\text{л}}^2}\, (\arccos \psi_{\text{л}} + \arccos \psi_{\text{п}}) \right] \Bigg\}; \tag{6.140}$$

$$\delta_{\text{п}} = -\frac{d_0 k \sigma_{\text{т}}}{\psi_{\text{л}} + \psi_{\text{п}}} \Bigg\{ \frac{1}{\alpha} \int\limits_{0}^{2\pi} \int\limits_{-\psi_{\text{л}}}^{\psi_{\text{п}}} F_{\text{кр}}(\bar\lambda, \theta, m, \alpha)\, \Gamma(1, \psi_{\text{п}}, \bar\lambda)\, d\bar\lambda\, d\theta +$$

$$+ 4 \int\limits_{-\psi_{\text{л}}}^{\psi_{\text{п}}} \sigma_y(\bar\lambda)\, \Gamma(1, \psi_{\text{п}}, \bar\lambda)\, d\bar\lambda + \frac{4}{k} \left[(\psi_{\text{л}} + \psi_{\text{п}})\, \Gamma(1, \psi_{\text{п}}, \psi_{\text{л}}) + \right.$$

$$\left. + 2\sqrt{1-\psi_{\text{п}}^2}\, (\arccos \psi_{\text{л}} + \arccos \psi_{\text{п}}) \right] \Bigg\}. \tag{6.141}$$

В выражениях (6.140) и (6.141) функция $F_{\text{кр}}$ определяется согласно (6.131), напряжения $\sigma_y(\bar\lambda)$ — те же, что и в системе уравнений (6.130). Для симметричных трещин приведенные выше выражения соответствующим образом упрощаются.

Глава 7

УМЕНЬШЕНИЕ СВАРОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ

7.1. ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ СНИЖЕНИЯ ОСТАТОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ

Анализ образования остаточных сварочных деформаций и напряжений показывает, что существуют следующие факторы, вызывающие напряженно-деформационное состояние сварной конструкции:

а) остаточные продольные пластические деформации укорочения в пластической зоне;

б) равномерная или неравномерная по толщине пластическая деформация укорочения в поперечном направлении;

в) несовпадение центра тяжести поперечного сечения зоны пластических деформаций укорочения с центром тяжести поперечного сечения свариваемых элементов (внецентренное приложение $P_{ус}$);

г) структурные изменения, вызванные сварочным нагревом.

Сварочные остаточные деформации и напряжения в конструкциях в большинстве случаев являются недопустимым дефектом, снижающим эксплуатационные показатели конструкции и ухудшающим ее внешний вид. Поэтому при производстве многих сварных конструкций возникает необходимость их снижения до значений, обусловленных техническими условиями на изготовление конструкции. Другими словами, возникает производственная необходимость управлять развитием сварочных деформаций и напряжений, чтобы получить оптимальное их значение. Эту задачу можно решить на основе знаний физической сущности методов и способов снижения деформаций и напряжений.

Рассмотрим возможные пути снижения остаточных деформаций и напряжений в зависимости от факторов, их вызывающих.

Продольные пластические деформации укорочения в пластической зоне. Эти деформации вызывают при сварке стыковых и угловых швов напряженно-деформированное состояние, характеризуемое продольным укорочением свариваемых элементов, их изгибом и образованием продольных и поперечных напряжений.

Снижение указанных *деформаций* и *напряжений* может осуществляться на *двух этапах*:

1) в процессе выполнения сварного шва, когда формируются пластические деформации укорочения;

2) после полного охлаждения сварного соединения, т. е. когда пластические деформации укорочения уже сформировались.

На первом и втором этапах стоит задача изменения в благоприятную сторону площади эпюры остаточных пластических деформаций укорочения для уменьшения величины усадочной силы.

Рассмотрим возможные пути изменения площади эпюры остаточных пластических деформаций укорочения на *первом этапе* (рис. 7.1). Как видно из рисунка, площадь эпюры остаточных пластических деформаций укорочения зависит от значения ε' и положения линий qd ($\varepsilon_t = \alpha T(y)$), ef ($\varepsilon_{ост}$) и abc ($\varepsilon_т(T)$). Имеются следующие

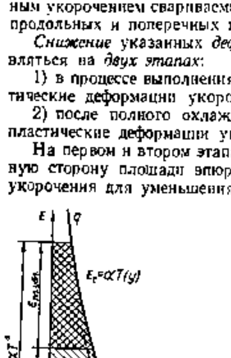


Рис. 7.1. Уменьшение объема остаточных пластических деформаций укорочения

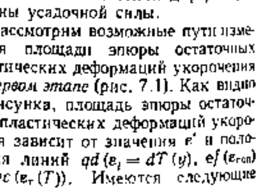


Рис. 7.2. Свободная (а) и несвободная (б) поперечная усадка

путя уменьшения площади эпюры остаточных пластических деформаций укорочения, а именно: *1* — смещение линии *qd* к осям координат; *2* — смещение линии *cf* вверх; *3* — смещение линии *abc* вверх; *4* — увеличение $\varepsilon_{пл.удл}$ на стадии охлаждения.

Поскольку линия *qd* отображает температурное состояние в данном сечении, ее можно сместить при изменении теплового состояния сварного соединения в процессе сварки.

Линия *ef* характеризует полную деформацию плоского поперечного сечения сварного соединения, и ее смещение вверх при постоянной ширине соединения может быть осуществлено предварительным нагружением свариваемых элементов деформацией удлинения (предполагается, что гипотеза плоских сечений соблюдается).

Положение линии *abc* для данного материала зависит от значения предела текучести, и ее смещение вверх возможно только при условии его повышения, т. е. если в деформируемом объеме создана силовая обстановка, приближающаяся к гидростатическому давлению.

Увеличение пластического удлинения $\varepsilon_{пл.удл}$ в процессе охлаждения сварного шва принципиально можно достигнуть либо путем снижения предела текучести материала, либо путем силового воздействия на зону пластических деформаций с целью создания в ней на этом этапе деформаций удлинения.

На *втором этапе* снижения сварочных деформаций и напряжений, когда остаточные пластические деформации уже сформировались, уменьшение пластических деформаций может быть достигнуто только созданием в этой зоне пластических деформаций противоположного знака, т. е. удлинения. Создание пластических деформаций удлинения можно достигнуть либо приложением внешних сил, либо соответствующим нагревом сварной конструкции.

Равномерная или неравномерная по толщине пластическая деформация укорочения в поперечном направлении. Равномерная пластическая деформация укорочения по толщине в поперечном относительно оси шва направлении происходит в свободном состоянии (рис. 7.2,*а*) либо в условиях закрепления (рис. 7.2, *б*). В свободном состоянии изменяются размеры свариваемых листов в поперечном направлении $\Delta_{поп}$ без образования остаточных напряжений. Величина поперечного укорочения $\Delta_{поп}$ для данного материала зависит только от параметров режима сварки, а именно, вводимой в свариваемые элементы удельной тепловой мощности дуги $q_0 = q/v\delta$. Если же можно получить качественное сварное соединение с меньшим значением удельной тепловой мощности q_0, то можно и снизить эффект поперечной пластической деформации, направленно изменив вводимую удельную тепловую мощность q_0, т. е. тепловое состояние при сварке. Однако на практике для получения качественного сварного соединения с равномерным проплавлением по толщине существует один режим сварки, характеризуемый оптимальным значением q_0, т. е. существенного изменения поперечного укорочения осуществить практически невозможно.

Поперечная пластическая деформация в условиях закрепления не вызывает изменения размеров свариваемых элементов, но является причиной образования практически равномерно распределенных по длине шва поперечных напряжений растяжения, величина которых

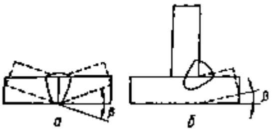


Рис. 7.3. Угловая деформация при сварке стыковых (а) и тавровых (б) соединений

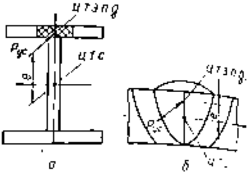


Рис. 7.4. Внецентренное приложение усадочной силы при удалении сварных швов от центра тяжести (ц. т.) поперечного сечения соединения (а) и при неравномерной пластической деформации укорочения по толщине свариваемых элементов (б)

зависит от базы закрепления свариваемых элементов. Чем меньше база закрепления, тем больше остаточные поперечные напряжения, которые могут достигать значения $\sigma_т$. Значит, можно регулировать величину этих напряжений: на стадии проектирования сварной конструкции назначать оптимальную базу закрепления.

Неравномерная по толщине пластическая деформация в поперечном направлении может быть при неравномерном проплавлении, когда температура металла по толщине свариваемых элементов распределена неравномерно. Такое явление наиболее часто встречается при сварке встык металла средней и большой толщины, а также при выполнении угловых швов. Свободная неравномерная пластическая деформация в поперечном направлении не вызывает образования остаточных напряжений, но приводит к деформации свариваемых элементов из плоскости или угловой деформации (рис. 7.3).

Величина угловой деформации при выполнении стыковых швов зависит от степени неравномерности распределения температур по толщине. Следовательно, величину деформации можно регулировать только при соответствующем изменении теплового состояния свариваемых элементов. При сварке угловым швом величина деформации зависит от степени неравномерности нагрева свариваемых элементов по толщине и от величины катета шва. В этом случае наряду с регулированием теплового состояния металла при сварке необходимо стремиться к минимальным катетам (конечно, не забывая требования обеспечения необходимой прочности сварного соединения).

Неравномерная пластическая деформация в поперечном направлении в условиях закрепления свариваемых элементов приводит к образованию напряжений, распределенных неравномерно по толщине шва, и к местной деформации из плоскости зоны сварного соединения, прилегающего к шву.

Характер распределения напряжений и деформаций, а также их величина зависят главным образом от степени неравномерности нагрева свариваемых элементов по толщине и условий закрепления. Изменяя эти два фактора, можно регулировать развитие напряжений и деформаций для получения оптимального характера их распределения и величины.

Значит, если имеется пластическая деформация укорочения в поперечном направлении, то наиболее целесообразно применять способы снижения остаточных напряжений и деформаций, связанных с созданием оптимального распределения теплоты по толщине свариваемого металла и с применением минимально допустимых катетов угловых швов. База закрепления свариваемых элементов в основном зависит от конструктивных особенностей свариваемых элементов, и поэтому возможности ее изменения ограничены или вообще отсутствуют.

Несовпадение центра тяжести зоны пластических деформаций (з. п. д.) укорочения с центром тяжести поперечного сечения свариваемых элементов. Это явление может быть в двух случаях:

1) сварные швы удалены от центра тяжести поперечного сечения свариваемых элементов (несимметричное расположение швов).

2) пластические деформации распределены по толщине неравномерно (рис. 7.4).

Если *сварные швы удалены от центра тяжести поперечного сечения свариваемых элементов*, то происходит изгиб свариваемых элементов в одной или двух плоскостях. При этом возникают напряжения (изгибные) и деформации в виде прогиба. Величина напряжений и деформаций зависит от значения изгибающего момента, определяемого по выражению

$$M_{изг} = P_{ус}e,$$

где e — расстояние от центра тяжести поперечного сечения свариваемых элементов до точки приложения $P_{ус}$.

Следовательно, при оптимальных режимах сварки ($P_{ус} = P_{ус}^{min}$) величина $M_{изг}$ зависит от значения e. Другими словами, чтобы снизить изгибающий момент, необходимо расположить сварные швы как можно ближе к центру тяжести поперечного сечения свариваемых элементов или так, чтобы возникающие изгибающие моменты компенсировали друг друга.

Напряжения и деформации в этом случае можно также снизить приложением после сварки изгибающего момента, направленного в противоположную сторону. Такой момент может быть вызван внешним нагружением или направленным тепловым воздействием.

Если *пластические деформации распределены по толщине неравномерно*, то происходит продольный изгиб свариваемых элементов с образованием соответствующих напряжений. Поскольку характер распределения пластических деформаций по толщине зависит только от распределения температур по толщине свариваемых элементов, то при изменении соответствующим образом теплового состояния во время сварки можно управлять развитием пластических деформаций по толщине для их равномерного распределения.

Структурные изменения при сварочном нагреве. При сварке материалов, подверженных структурным изменениям, в сварном соединении также возникают остаточные напряжения и могут быть местные и общие деформации свариваемых элементов. Структурные изменения вызываются сварочным нагревом и полностью зависят от его характера. Направленное изменение термического цикла сварки позволяет в некоторых случаях снизить эффект структурных изменений. Однако основной путь снижения напряжений и деформаций, вызванных структурными изменениями, — послесварочная термическая обработка.

Анализ вышеизложенного показывает, что для снижения сварочных деформаций и напряжений на практике можно применять способы, основой которых являются:

1) направленное изменение при сварке теплового состояния металла сварного соединения;

2) предварительное нагружение свариваемых элементов активными внешними усилиями, создающими в зоне сварного шва упругие деформации удлинения;

3) оптимизация конструктивных решений сварных конструкций и технологии их изготовления;

4) послесварочная обработка сварного соединения внешними силами или тепловым воздействием.

Эти способы в разной степени используются в технологическом процессе изготовления сварной конструкции. Они могут быть разделены на два вида: 1) предупреждающие образование сварочных деформаций и напряжений; 2) устраняющие их.

Дефект устранять всегда труднее, чем его предупреждать, поэтому более рациональным является применение способов, предупреждающих образование деформаций и напряжений. Кроме того, в этом случае упрощается технологический процесс изготовления, так как операция выполнения сварного шва и операция по снижению совмещены по времени и месту. На практике применяют отдельные пути снижения и их комбинации.

7.2. КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ СНИЖЕНИЯ ОСТАТОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ

По вопросам сварочных деформаций и напряжений имеются различные классификации методов их снижения. Рассмотрим классификацию, основанную на принципиальных возможностях предупреждения или устранения их.

Методы предупреждения. К ним относятся:

1. Регулирование теплового состояния металла сварного соединения при сварке.

2. Активное нагружение свариваемых элементов в процессе сварки.

3. Компенсация деформаций.

Регулирование теплового состояния металла при сварке можно достигнуть интенсивным теплоотводом от зоны шва, а также применением сварки концентрированными источниками нагрева.

Среди наиболее известных способов активного нагружения отметим растяжение деталей в процессе сварки, сопутствующую вибрационную и ультразвуковую обработку.

Компенсация деформаций может быть достигнута рациональным конструированием, применением рациональной последовательности сборки и сварки конструкции, закреплением изделий в процессе сварки в приспособлениях, созданием предварительной деформации конструкции, обратной сварочной.

Методы устранения. К ним относятся:

1. Силовое (механическое) воздействие на сварное соединение внешними силами.

2. Тепловое воздействие на сварное соединение.

Силовое воздействие на сварное соединение может быть осуществлено растяжением сварного соединения, прокаткой роликами зоны шва, вибрационной или взрывной обработкой зоны шва.

Среди способов теплового воздействия наиболее распространенными являются термообработка, термофиксация и термическая правка сварного соединения.

7.3. СВАРКА КОНЦЕНТРИРОВАННЫМИ ИСТОЧНИКАМИ НАГРЕВА

Концентрированные источники нагрева характеризуются повышенной проплавляющей способностью, что приводит к изменению параметров режима сварки, а именно, к снижению сварочного тока либо к повышению скорости сварки. Другими словами, применение концентрированных источников нагрева позволяет получить качественное сварное соединение на более низких значениях удельной тепловой энергии q_0. Это означает, что расплавляется меньший объем металла, а при условии сохранения глубины проплавления уменьшается ширина сварного шва.

Рассмотрим, как уменьшение q_0 (ширина шва) влияет на площадь эпюры остаточных продольных пластических деформаций укорочения, а также на величину остаточных деформаций и напряжений. Формирование остаточных продольных пластических деформаций укорочения происходит на двух этапах: при нагреве и охлаждении. Уменьшение значения q_0 равносильно смещению линии ε_{T1} в положение ε_{T2} (рис. 7.5) и понижению линии $\varepsilon_{пол}$, что приводит при нагреве, во-первых, к уменьшению ширины зоны пластических деформаций $b_п$ и, во-вторых, к увеличению степени пластического укорочения ($b_{п2} < b_{п1}$), ($\alpha T_2 - \varepsilon_{пол2} > \alpha T_1 - \varepsilon_{пол1}$).

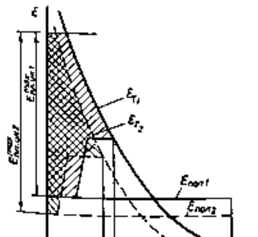


Рис. 7.5. Изменение площади эпюры пластических деформаций укорочения при сварке концентрированными источниками нагрева

На рис. 7.6 приведены эпюры пластических деформаций укорочения при нагреве для сварки широким (рис. 7.6, *а*) и узким швом (рис. 7.6, *б*).

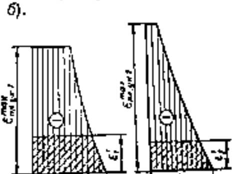


Рис. 7.6. Пластические деформации укорочения при сварке широким (а) и узким (б) швом

При охлаждении в зоне $b_п$ развиваются упругие деформации удлинения. Поскольку пластическая деформация укорочения на этапе нагрева значительно превышает $\varepsilon_т$ ($\varepsilon^{max}_{пл\ ук1} \gg \varepsilon_т$, $\varepsilon^{max}_{пл.\ ук2} \gg \varepsilon_т$), возникающая при охлаждении в зонах $b_{п1}$ и $b_{п2}$ упругая деформация удлинения при условии соблюдения гипотезы плоских сечений достигает значения $\varepsilon_т$. В остальной части сечения $(B - b_п)$ установятся соответствующие упругие деформации укорочения:

$$\varepsilon_{p1} = -\frac{\varepsilon_т b_{п1}}{B - b_{п1}}; \quad \varepsilon_{p2} = -\frac{\varepsilon_т b_{п2}}{B - b_{п2}}.$$

Учитывая, что $b_{п2} < b_{п1}$, получим $\varepsilon_{p2} < \varepsilon_{p1}$, т. е. из уравнения $\varepsilon' = \varepsilon_т + |\varepsilon_p|$ следует, что $\varepsilon_2' < \varepsilon_1'$. Следовательно, при сварке более узким швом происходит уменьшение площади эпюры остаточных пластических деформаций укорочения, так как $b_{п2} < b_{п1}$ и $\varepsilon_2' < \varepsilon_1'$ (рис. 7.6). При смещении линии ε_t к координатным осям уменьшение площади эпюры остаточных пластических деформаций укорочения происходит в основном в результате уменьшения ширины зоны пластических деформаций $b_п$.

На практике широко применяют следующие способы сварки концентрированным источником нагрева: электронно-лучевой, плазменный, импульсно-дуговой, голым электродом, по слою флюса и др.

В качестве примера снижения остаточных сварочных напряжений и деформаций рассмотрим два способа сварки.

Импульсно-дуговую сварку неплавящимся электродом широко применяют для снижения деформаций и напряжений при сварке малых и средних толщин черных и цветных металлов. При импульсно-дуговой сварке между электродом и свариваемым изделием постоянно поддерживается малоамперная дуга. Регулируя ток, скорость, а также длительность импульса и паузы, можно в широких пределах изменить тепловую мощность дуги, а значит, и размеры шва. Импульсно-дуговая сварка обладает широким диапазоном регулирования теплового воздействия источника тепла на металл. Это связано с более эффективным использованием тепла за период импульса на расплавление свариваемого металла.

Так, при сварке неплавящимся электродом встык пластин из сплава АМг-6 размерами 750 × 500 × 6 мм ширина шва составила 18 мм, а при импульсно-дуговой сварке плавящимся электродом — 10 мм. При этом распределение максимальных температур в поперечном сечении также изменилось (рис. 7.7). Как видно из приведенных данных, применение импульсно-дуговой сварки вызвало смещение линии $T(y)$ к оси ординат, что привело к изменению условий протекания пластических деформаций укорочения. При этом площадь зоны пластических деформаций меньше, чем при сварке неплавящимся электродом, и в основном за счет уменьшения ее ширины (рис. 7.8). Соответственно этим площадям в сварном соединении сформировались остаточные напряжения. На рис. 7.9 приведено распределение продольных остаточных напряжений в среднем сечении сварного соединения.

Поскольку остаточные деформации определяются величиной напряжений сжатия ($\Delta L_{укр} = \sigma_2 L/E$), продольное укорочение сварного

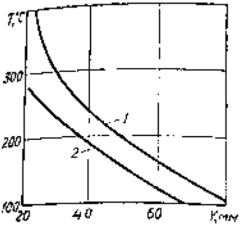


Рис. 7.7. Распределение максимальных температур при аргонодуговой (1) и импульсно-дуговой (2) сварке сплава АМг

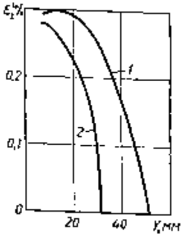


Рис. 7.8. Остаточные пластические деформации укорочения при аргонодуговой (1) и импульсно-дуговой сварке (2) сплава АМг

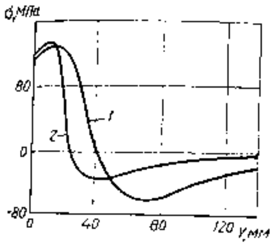


Рис. 7.9. Остаточные продольные напряжения при аргонодуговой (1) и импульсно-дуговой (2) сварке сплава АМг

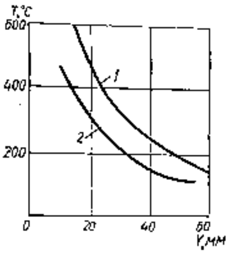


Рис. 7.10. Распределение максимальных температур при сварке сплава ВТ-1-0 без флюса (1) и по флюсу АНТ-25А (2)

соединения также уменьшается (от 1,2 до 0,5 мм). При импульсно-дуговой сварке изменяются объем расплавленного металла и форма проплавления (более равномерное), следовательно, снижается поперечное укорочение (от 1,7 до 0,8 мм) и угловая деформация.

В настоящее время для сварки титановых сплавов применяют *способ сварки по слою бескислородного фторидно-хлоридного флюса.*

Исследования, проведенные в ИЭС им. Е. О. Патона АН УССР, показали, что при сварке по флюсу образуются галогениды щелочных и щелочно-земельных металлов, которые контрагируют дугу, меняют характер проплавления. При этом происходит более равномерное и глубокое проплавление, что позволяет сваривать при меньших значениях погонной энергии q_0. Сравнительное исследование деформаций и напряжений при аргонодуговой сварке неплавящимся электродом по слою флюса АНТ-25А и без флюса стыковых соединений размерами $300 \times 250 \times 3$ мм из титанового сплава ВТ-1-0 показало эффективность применения сварки по флюсу для снижения деформаций и напряжений.

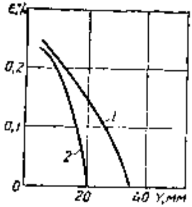


Рис. 7.11. Остаточные пластические деформации укорочения при сварке сплава ВТ-1-0 без флюса (1) и по флюсу АНТ-25А (2)

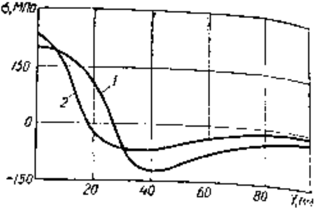


Рис. 7.12. Остаточные продольные напряжения при сварке сплава ВТ-1-0 без флюса (1) и по флюсу АНТ-25А (2)

На рис. 7.10 приведено распределение максимальных температур. При снижении погонной энергии линия $T(y)$ сместилась к оси ординат, и ширина шва уменьшилась от 12 до 4 мм. Это привело к изменению площади зоны остаточных пластических деформаций укорочения (рис. 7.11) и, следовательно, к сожалению продольных и поперечных деформаций (рис. 7.12) соответственно от 0,7 до 0,4 мм и от 1,1 до 0,7мм. Угловая деформация в среднем сечении составила при сварке по флюсу $\beta = 28°$, а без флюса — $\beta = 44°$.

При сварке угловых швов концентрированными источниками нагрева увеличивается глубина проплавления, что способствует более равномерному прогреву по толщине и снижению угловой деформации. При глубоком проплавлении можно выполнять сварку с меньшим значением катета, сохраняя требуемую прочность.

Таким образом, сварку концентрированными источниками тепла можно применять для снижения деформаций и напряжений в сварных соединениях со стыковыми и угловыми швами.

7.4. СВАРКА С ТЕПЛООТВОДОМ

Сварка с теплоотводом — принудительный отвод из зоны сварки теплоты, вводимой в свариваемое изделие источником нагрева (рис. 7.13). Вводимая теплота q при этом распространяется в изделие $q_{изд}$ и в теплоотвод $q_т$. Теплоотвод в этом случае представляет собой отрицательный источник теплоты по отношению к положительному источнику сварного нагрева. Взаимодействие этих двух источников приводит к снижению тепловложения и изменению теплового состояния металла свариваемых элементов, которое зависит от мощности теплоотвода и места его расположения относительно источника сварочного нагрева. Снижение тепловложения равнозначно смещению кривой максимальных температур к оси ординат, как и при сварке концентрированными источниками нагрева. Основное отличие состоит в том, что при сварке с теплоотводом кривая максимальных температур характеризуется большими градиентами температур (при усло-

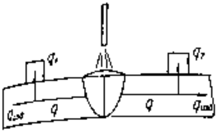


Рис. 7.13. Схема отвода теплоты

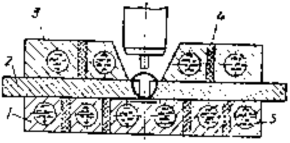


Рис. 7.14. Теплоотвод с регулируемой температурой охлаждающей жидкости

ви равенства ширины шва), чем при сварке концентрированным источником.

Следовательно, механизм снижения деформаций и напряжений при сварке с теплоотводом один и тот же, что и при сварке концентрированными источниками нагрева. Поскольку для сварки с теплоотводом характерны большие градиенты температур, значительно снижаются площади эпюры остаточных пластических деформаций укорочения, в основном при более резком изменении ее ширины. При этом чем ближе расположен теплоотвод к линии сплавления и выше его теплоотводящие свойства, тем круче изменяются максимальные температуры и эффективнее снижаются деформации и напряжения.

Эффективность теплоотвода зависит от теплофизических свойств его материала и площади контакта теплоотвода с поверхностью, с которой осуществляется отбор тепла.

При производстве сварных конструкций применяют различные способы теплоотвода.

В качестве примера рассмотрим теплоотводящее устройство на рис. 7.14. Оно состоит из медной подкладки *1* и двух медных прижимов *3*, располагаемых как можно ближе к стыку свариваемых листовых элементов *2*, но не препятствующих перемещению сварочной головки. В подкладке и прижимах на всю их длину выполнены теплоизолирующие стенки *4* из асбоцемента и каналы *5* для циркуляции охлаждающего агента — тосола*. Для снижения продольных и поперечных деформаций интенсивность отвода тепла из свариваемого изделия в околошовной зоне должна быть выше, чем на периферийных участках изделия. Поэтому тосол, циркулирующий в каналах, охлаждается до различной температуры — при удалении от зоны сварки его температура повышается. Регулируя температуру тосола в каналах, можно управлять температурным состоянием металла свариваемого изделия и, следовательно, способствовать снижению временных и остаточных деформаций. Для уменьшения угловых перемещений сварного соединения по противолежащим каналам подкладки и прижимов необходима циркуляция охлажденного тосола, температура которого в каналах прижимов ниже, чем в подкладке. В результате достигается более равномерное распределение температур от сварочного нагрева по толщине металла и снижение угловых перемещений.

* Тосол — жидкость, температура замерзания которой равна —40 ... —60 °C

Сварка с предварительным растяжением заключается в том, что в свариваемых элементах создаются напряжения растяжения, которые после выполнения сварного шва снимаются. В процессе выполнения сварного шва эти напряжения влияют на развитие пластических деформаций.

Рассмотрим образование пластических деформаций укорочения (рис. 7.15). Если бы не было предварительного растяжения, то зона пластических деформаций укорочения ограничивалась бы линией $\alpha T(y)$ и ломаной линией abc. После приложения растяжения с напряжением $\sigma_р$ поперечное сечение свариваемых элементов переместится на величину $\varepsilon^{пред}_{раст}$ и займет положение $A'B'$. При этом положение кривой $\alpha T(y)$ не изменится (режим сварки тот же), а линии ab и bc переместятся параллельно на величину $\varepsilon^{пред}_{раст}$ в положение $a'b'$ и $b'c'$, так как свойства металла ($\sigma_т$) при приложении растяжения не изменились. При этом ширина зоны пластических деформаций укорочения уменьшилась, в результате чего площадь эпюры остаточных пластических деформаций укорочения также уменьшилась.

Развитие напряжений и деформаций отличается от обычной сварки без растяжения. Рассмотрим это развитие на примерах сварки встык двух пластин.

В *первом случае* пластины (рис. 7.16, *а*) перед сваркой нагружались равномерным растяжением, создающим в пластинах различные начальные напряжения σ_1^0 и σ_2^0, причем $\sigma_1^0 > \sigma_2^0$ (рис. 7.16, *б*). Пластины в таком состоянии удерживаются жесткими неподвижными закреплениями до полного охлаждения сварного соединения.

В результате сварочного нагрева в соединении произойдут продольные пластические деформации. Площадь поперечного сечения зоны этих деформаций $F_{пл}$, а соответствующие реактивные площади — F_1 и F_2.

После полного охлаждения сварного соединения в зоне $F_{пл}$ напряжения растяжения достигнут значения $\sigma_т$, а в остальной части поперечного сечения соединения напряжения будут равны начальному значению σ_1^0 и σ_2^0 из-за постоянства деформаций (рис. 7.16, *в*).

При освобождении сварного соединения от напряжений в общем случае может быть продольное укорочение и изгиб в плоскости сварного соединения.

Наложим условные закрепления, препятствующие изгибу, и рас-

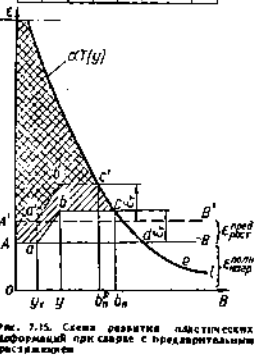


Рис. 7.15. Схема развития пластических деформаций при сварке с предварительным растяжением

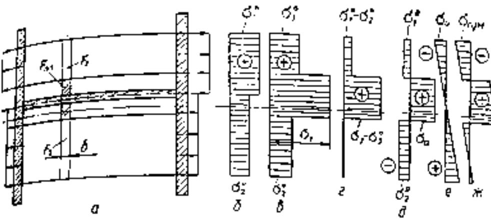


Рис. 7.16. Развитие напряжений при сварке с различным равномерным предварительным растяжением элементов

смотрим изменение напряжений в результате разгрузки. Согласно гипотезе плоских сечений, сварное соединение разгрузится от напряжений σ_2^0. Тогда в зоне $F_{пл}$ будут напряжения $\sigma_т - \sigma_2^0$, в зоне F_1 — напряжения $\sigma_1^0 - \sigma_2^0$, а в зоне F_2 — нулевое значение напряжения (рис. 7.16, *г*). Поскольку рассмотренная эпюра напряжений существовать не может, произойдет распределение напряжений и установится равновесие внутренних сил (рис. 7.16, *д*). Исходя из условия равновесия и гипотезы плоских сечений

$$\sigma_1^p F_1 + \sigma_в F_{пл} + \sigma_2^p F_2 = 0;$$
$$\sigma_1^p = \sigma_1^0 - \sigma_2^0 + \sigma_2^p; \tag{7.1}$$
$$\sigma_в = \sigma_т - \sigma_2^0 + \sigma_2^p.$$

Откуда получим выражения для напряжений σ_1^p, σ_2^p и $\sigma_в$:

$$\sigma_2^p = \sigma_2 - \sigma_1 + [(\sigma_1^0 - \sigma_2^0) F_2 + (\sigma_1^0 - \sigma_т) F_{пл}]/F; \tag{7.2}$$
$$\sigma_1^p = [(\sigma_1^0 - \sigma_2^0) F_2 + (\sigma_1^0 - \sigma_т) F_{пл}]/F; \tag{7.3}$$
$$\sigma_в = \sigma_т - \sigma_1^0 + [(\sigma_1^0 - \sigma_2^0) F_2 + (\sigma_1^0 - \sigma_т) F_{пл}]/F. \tag{7.4}$$

После освобождения от условного закрепления, препятствующего изгибу, произойдет изгиб в плоскости сваренных пластин под действием момента

$$M = P_{ус} e,$$

где $P_{ус} = (\sigma_т - \sigma_2^0) F_{пл} + (\sigma_1^0 - \sigma_2^0) F_1$ — усадочная сила, действие которой на сварное соединение эквивалентно действию напряжений, имеющихся в сварном соединении после его освобождения от начальных напряжений (рис. 7.16, *г*). Усадочная сила $P_{ус}$ приложена в центре тяжести, соответствующей площади эпюры напряжений; e — расстояние от точки приложения $P_{ус}$ до центра тяжести площади поперечного сечения сварного соединения.

Учитывая, что напряжения от изгиба определяются выражением

$$\sigma_и (y) = (M/J)\, y,$$

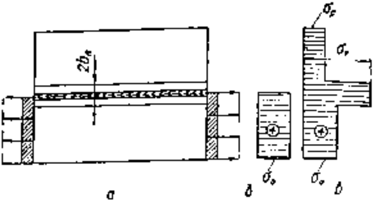


Рис. 7.17. Развитие напряжений при сварке с предварительным растяжением одного элемента

эпюра остаточных напряжений (рис. 7.16, ж) будет определяться как сумма напряжений от изгиба (рис. 7.16, е) и напряжений σ_1^0, σ_2^0 и σ_0 (рис. 7.17, д) на соответствующих участках.

Если к предварительно нагруженному элементу приварить элемент, свободный от начальных напряжений (рис. 7.17, а, б), то развитие напряжений будет протекать по следующему механизму. На стадии сварочного нагрева в нагруженной пластине предварительные напряжения релаксируют до нулевого значения. В ненагруженной пластине будут возникать в зоне пластических деформаций $F_{пл}$ напряжения сжатия, равные пределу текучести $\sigma_т$, а в реактивной части поперечного сечения F_2 — напряжения растяжения

$$\sigma_р = (\sigma_т F_{пл})/(F - F_{пл}). \tag{7.5}$$

После полного охлаждения сварного соединения в предварительно нагруженной пластине в зоне $F_{пл}$ будут напряжения растяжения $\sigma_т$, а в остальной части поперечного сечения — напряжения растяжения σ_0 (рис. 7.17, в). В ненагруженной пластине в зоне $2\,b_п$ возникнут напряжения растяжения $\sigma_т$, а в реактивной части поперечного сечения пластины — напряжение растяжения $\sigma_р$ (рис. 7.17, в) из-за ее связи с закрепленной пластиной и, как результат, постоянства деформаций. Температурные же деформации реализуются в пластическую деформацию зоны $F_{пл}$.

В рассматриваемом случае перед освобождением от предварительного нагружения в сварном соединении имеется эпюра напряжений, аналогичная случаю сварки с различным предварительным растяжением свариваемых элементов.

Анализ напряженно-деформированного состояния в рассматриваемом случае также необходимо приводить по зависимостям (7.2) ... (7.4), принимая в качестве σ_1^0 или σ_2^0 значение $\sigma_р$ по формуле (7.5).

Сравнение значений остаточных напряжений при сварке с предварительным растяжением со значениями остаточных напряжений в случае сварки без растяжения (гл. 3) показывает, что предварительное растяжение приводит к снижению напряжений в зоне $F_{пл}$ и в остальной части поперечного сечения сварного соединения, а следова-

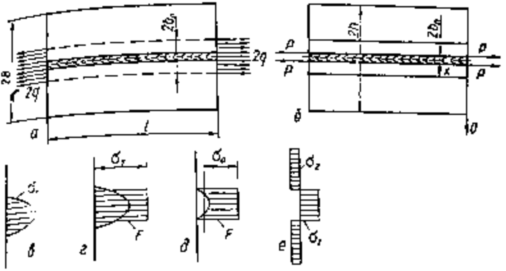


Рис. 7.18. Развитие напряжений при сварке с предварительным растяжением в пределах пластической зоны

тельно, и к снижению продольного укорочения свариваемых пластин.

Анализ выражений (7.2) ...(7.4) показывает, что применение предварительного растяжения имеет наибольшую эффективность, если начальное нагружение свариваемых пластин осуществляется равномерным растяжением равными начальными напряжениями $\sigma_1^0 = \sigma_2^0 = \sigma^0$. При этом отсутствует изгиб в плоскости M, и значение остаточных напряжений на основании (7.2) ... (7.4) можно определить по выражениям:

$$\sigma_1^p = \sigma_2^p = [(\sigma^0 - \sigma_т) F_{пл}]/F; \tag{7.6}$$

$$\sigma_a = [(\sigma_т - \sigma^0)(F - F_{пл})]/F. \tag{7.7}$$

Согласно выражениям (7.6), (7.7) основное влияние на снижение значения остаточных напряжений оказывает величина начальных напряжений в зоне $F_{пл}$. Поэтому (например, сварка широких пластин) целесообразно для снижения энергоемкости нагрузочных устройств применять предварительное растяжение в пределах ширины ожидаемой зоны $2b_п$ (рис. 7.18, *а*).

Во *втором случае* пластины перед сваркой нагружались только в пределах ширины ожидаемой зоны $2b_п$. Реализация предварительного растяжения в этом случае более рациональна и практически выполнима в большинстве случаев при сварке встык.

Поскольку в реальной сварной конструкции полуширина зоны пластических деформаций $b_п$ значительно меньше полуширины сварного соединения B, представим распределенную нагрузку q эквивалентной сосредоточенной силой P, приложенной вдоль свариваемой кромки (рис. 7.18, *б*), и оценим возникающие при этом продольные напряжения σ_x. Приложенная сила P вызывает в пластине внецентренное растяжение, поэтому можно считать, что продольные напряжения σ_x равны сумме напряжений от сосредоточенной силы $P(\sigma_x^p)$ и изгибающего момента $M = PB/2\,(\sigma_x^м)$. Для определения напряжений σ_x^p воспользуемся решением задачи Митчела, которая дает распределение напряжений в бесконечном клине под действием сосредоточенной силы, приложенной в вершине клина. Решение задачи Митчела можно представить зависимостью

$$\sigma_x^P = \frac{4P}{(x^2+y^2)^2}\frac{(\pi x + 2y)}{(\pi - 4)\delta}x^2. \tag{7.8}$$

Напряжения σ_x^M от действия изгибающего момента определим по формуле

$$\sigma_x^M = \frac{M(B/2 - y)12}{B^3\delta} = \frac{6P}{B^2\delta}(B/2 - y). \tag{7.9}$$

Тогда перед сваркой в пластинах возникнут продольные растягивающие напряжения (рис. 7.18, *в*)

$$\sigma_{x(y)} = \frac{4P}{(x^2+y^2)^2}\frac{(\pi x + 2y)}{(\pi^2 - 4)\delta}x^2 + \frac{6P}{B^2\delta}(B/2 - y). \tag{7.10}$$

При сварке в зоне $2b_п$ эти напряжения упадут до нулевого значения, а после полного остывания сварного шва они достигнут значения предела текучести (рис. 7.18, *г*). После освобождения сварного соединения от предварительного нагружения все волокна освободятся от напряжения σ_x, и в зоне $2b_п$ останутся напряжения (рис. 7.18, *д*), усредненная величина которых

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_т 2b_п - 2\int\limits_0^{b_п}\sigma_x\,dy}{2b_п}. \tag{7.11}$$

Поскольку такая эпюра напряжений существовать не может, напряжения σ_0 перераспределятся в поперечном сечении сварного соединения и установится равновесие внутренних сил (рис. 7.18, *е*):

$$\sigma_1 2b_п\delta = \sigma_2(2B - 2b_п)\delta. \tag{7.12}$$

Учитывая, что $\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_0$, получим:

$$\sigma_1 = [\sigma_0(B - b_п)]/B; \tag{7.13}$$

$$\sigma_2 = (\sigma_0 b_п)/B. \tag{7.14}$$

Как видно из (7.13) и (7.14), эффективность снижения напряжений и деформаций зависит от величины предварительных продольных растягивающих напряжений, которые создаются силой P. Следовательно, задаваясь величиной остаточных напряжений (или деформаций), можно по зависимостям (7.10), (7.11), (7.13), (7.14) определить необходимую растягиваемую силу, а также рассчитать силовой узел при проектировании технологической оснастки, обеспечивающей сварку изделий с предварительным растяжением.

В качестве примера определим необходимую растягивающую силу, обеспечивающую снижение остаточных сжимающих напряжений до значения $\sigma_2 = 20$ МПа при сварке встык пластин размером $1000 \times 250 \times 5$ мм из сплава АМг-6 $\sigma_т = 180$ МПа на режиме $I_д = 300$ А, $U_д = 12$ В, $v = 12$ м/ч при условии равномерного растяжения.

Находим полуширину ожидаемой зоны пластических деформаций по зависимостям

$$b_п = b_1 + b_2;$$
$$b_1 = \frac{0{,}484q}{v\delta_0 c\gamma T^*};\ b_2 = k_2(h - b_1).$$

Принимаем для сплава АМг-6 $T^* = 350$ °С, к. п. д. нагрева $\eta = 0{,}5$, тогда

$$b_1 = \frac{0{,}484 \cdot 300 \cdot 12 \cdot 0{,}5 \cdot 3600}{1200 \cdot 2{,}7 \cdot 10^3 \cdot 350} = 2{,}7 \text{ см}.$$

По графику рис. 2.17, на основании соотношения $k_2\sigma_т = k_2'\sigma_т'$, определяем значение $k_2 = 0{,}21$; $b_2 = 0{,}21\,(25 - 2{,}7) = 4{,}6$ см; $b_п = 4{,}6 + 2{,}7 = 7{,}3$ см.

Далее, исходя из формулы (7.6), находим значение напряжений предварительного растяжения:

$$\sigma_р = \frac{\sigma_т b_п - \sigma B}{b_п} = \frac{180 \cdot 73 - 20 \cdot 250}{73} = 111 \text{ МПа},$$

что равно силе растяжения

$$P = \sigma_р 2\beta\delta = 111 \cdot 500 \cdot 5 = 2{,}7 \cdot 10^5 \text{ Н}.$$

Определяем силу растяжения для сварки этих же пластин, но по схеме предварительного растяжения на ширине ожидаемой зоны пластических деформаций $2b_п$. На основании выражения (7.14)

$$\sigma_0 = (\sigma_z \cdot B)/b_п = (20 \cdot 250)/73 = 68{,}5 \text{ МПа}.$$

При совместном решении уравнений (7.10), (7.11) и (7.14) получим выражение для силы предварительного растяжения:

$$P = \frac{2\sigma_т b_п - 2\sigma_0 b_п}{2\left\{\frac{4}{\delta(\pi^2 - 4)}\left[\frac{\pi b_п x - 2x^2}{2(x^2 + b_п^2)} + \frac{\pi}{2}\operatorname{arctg}\frac{b_п}{x} + 1\right] + \frac{3b_п}{\delta B}\left(1 - \frac{b_п}{B}\right)\right\}}.$$

Определим значение силы, которое вызывает в среднем сечении образца ($x = 500$ мм) необходимое напряжение $\sigma_0 = 68{,}5$ МПа:

$$P = \frac{2 \cdot 180 \cdot 72 - 2 \cdot 68{,}5 \cdot 72}{2\left\{\frac{4}{5(3{,}14^2 - 4)}\left[\frac{3{,}14 \cdot 72 \cdot 500 - 2 \cdot 500^2}{2(500^2 + 72^2)} + \frac{3{,}14}{2}\operatorname{arctg}\frac{72}{500} + 1\right] + \frac{3 \cdot 72}{5 \cdot 250}\left(1 - \frac{72}{250}\right)\right\}} =$$
$$= 4{,}6 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

На специальном стенде были сварены образцы данных размеров аргонодуговой сваркой неплавящимся электродом с присадкой с предварительным растяжением ($P = 5 \cdot 10^4$ Н) и без растяжения. На рис. 7.19 приведены эпюры распределения остаточных продольных напряжений в сечении $x = 500$ мм образцов, сваренных без растяже-

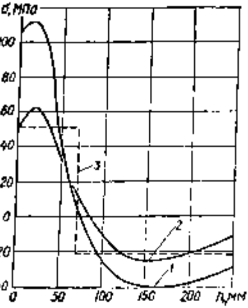


Рис. 7.19. Распределение продольных остаточных напряжений

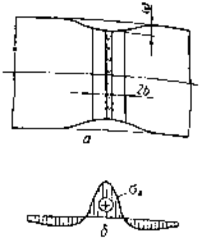


Рис. 7.20. Деформации (прогиб) (а) и распределение остаточных окружных напряжений (б) при сварке кольцевых швов цилиндрических обечаек

ния (кривая *1*) и с растяжением (кривая *2*). Расчетные значения напряжений изображает кривая *3*. Таким образом, применение предварительного растяжения по второй схеме позволяет достигнуть аналогичных результатов, что и при растяжении по первой схеме, но с меньшими энергозатратами (сила растяжения значительно ниже).

Способ сварки с предварительным растяжением по второй схеме очень часто реализуется на практике при сварке кольцевых швов тонкостенных цилиндрических обечаек при сварке круговыми швами фланцев в оболочки (сферические, конические и др.).

При сварке встык цилиндрических оболочек после сварки наблюдается уменьшение диаметра оболочки в зоне сварного шва. Прогиб (рис. 7.20) зависит от окружных остаточных сварочных напряжений σ_θ, распределенных по ширине зоны $2b_п$, и может быть определен по выражениям (5.45), (5.46) и (5.47), т. е.

$$w = f(\sigma_0). \tag{7.15}$$

Снижением остаточных сварочных напряжений σ_θ в зоне $2b_п$ можно уменьшить прогиб w. Следовательно, используя выражение (7.15) и задаваясь значением остаточного прогиба w, можно определить соответствующее значение остаточных напряжений σ_θ. Чтобы снизить σ_θ до требуемого значения перед сваркой, в зоне $2b_п$ необходимо создать предварительные напряжения растяжения $\sigma_\theta^{пред}$, значения которых приблизительно можно определить на основании выражения (7.13), принимая в качестве σ_1 величину σ_θ. Тогда

$$\sigma_п^{пред} = (\sigma_\theta B)/(B - b_п). \tag{7.16}$$

где B — длина цилиндрической оболочки.

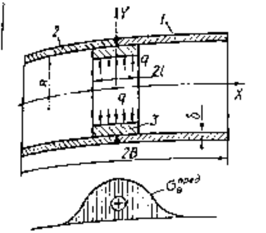


Рис. 7.21. Схема нагружения цилиндрической оболочки при сварке на разжимном кольце

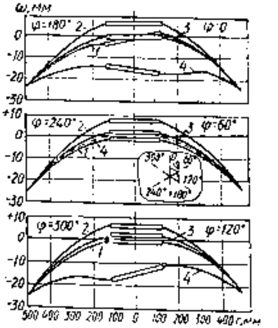


Рис. 7.22. Деформации при сварке фланцев в сферическую оболочку

С другой стороны, как было показано в (7.1]),

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_т 2b_п - 2\int\limits_0^{b_п} \sigma_\theta^{пред} dx}{2b_п}, \qquad (7.17)$$

где $\sigma_\theta^{пред}$ — предварительные напряжения расстояния.

Для создания напряжений $\sigma_\theta^{пред}$ применяются разжимные кольца.

Цилиндрические оболочки *1*, *2* (рис. 7.21) перед сваркой собираются на разжимном кольце *3*. При разжиме кольца *3* в свариваемых кромках будут возникать окружные (вдоль оси шва) напряжения $\sigma_\theta^{пред}$, закон распределения которых описывается выражением при $l \ll B$ [4]:

$$\sigma_\theta^{пред} = \frac{qlE}{R\beta^2 D} e^{-\beta x} \cos \beta x, \qquad (7.18)$$

где q — интенсивность разжимного усилия, Па; l — полуширина кольца;

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)};\ \beta = \sqrt[4]{\frac{E\delta}{4R^2D}};$$

δ — толщина оболочки; R — радиус оболочки.

При совместном решении выражений (7.17) и (7.18) получаем

$$q = \frac{(\sigma_т 2b_п - 2\sigma_0 b_п) R\beta^3 D}{lE\left[e^{-\beta b_п}(\sin \beta b_п - \cos \beta b_п) + 1\right]}. \qquad (7.19)$$

При вварке фланцев в сферические, цилиндрические и другие оболочки может быть деформация проседания фланца (рис. 7.22). Известно, что с такой деформацией можно успешно бороться, применяя предварительное растяжение кромки отверстия под фланец. В этом

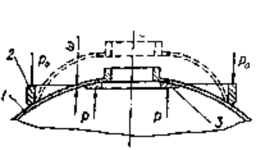


Рис. 7.23. Схема упругого выгиба оболочки

случае наиболее рационально для создания окружных напряжений растяжения применять упругий выгиб кромки отверстия в сторону, противоположную проседанию. Этот метод разработан в Киевском политехническом институте. На рис. 7.23 приведена схема упругого выгиба кромки отверстия. Сферическая оболочка *1* устанавливается между поджимным кольцом *3* и опорным кольцом *2*. При включении нагрузочного устройства P_0 кромка отверстия под фланец упруго выгибается и при этом в ней возникают окруженные напряжения растяжения. После выполнения сварного шва предварительное нагружение снимается. На рис. 7.22 показано влияние предварительного растяжения кромки отверстия на остаточную деформацию при вварке фланца.

Для реализации упругого выгиба предложены приспособления, схемы которых приведены на рис. 7.24, *а*, *б*.

Приспособление (рис. 7.24, *а*) предназначено для вварки фланцев в отдельные элементы сферической оболочки. Приспособление состоит из портала *9*, жестко связанного с опорной плитой *10* опорного кольца *4*, гидропресса *8*, к штоку которого крепится подкладное кольцо *5*. На подкладное кольцо перед сваркой устанавливается оболочка *1* и фланец *2* так, чтобы оболочка контактировала с опорным кольцом *4*. При включении гидропресса *8* происходит перемещение опорного кольца *5*, которое вызывает упругий выгиб оболочки в пределах опорного кольца *4*. В таком состоянии с помощью сварочной горелки *3* производит сварку. Приспособление (рис. 7.24, *б*) конструктивно состоит из подкладного кольца *5*, свободно связанного со штоком гидропресса *8* посредством звена *6*, а также опорного контура *4*, связанного с корпусом гидропресса *8* с помощью звена *7*. Требуемая величина упругого выгиба оболочки *1* создается с помощью гидропресса *8*, звеньев *7* и *6* и опорного кольца *5*. Фланец *2*, как и в предыдущем

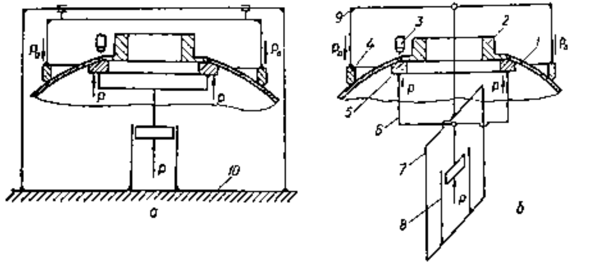


Рис. 7.24. Принципиальные схемы приспособлений для вварки фланцев в сферические оболочки

случае, не деформируется. Данная схема может быть применима при вварке фланцев в цельные сферические элементы.

Во всех случаях сварки с предварительным растяжением одной из основных задач является реализация нагружения. В настоящее время применяется несколько способов нагружения: механическое нагружение и создание градиентного нагрева; предварительное глубокое охлаждение свариваемых элементов и др.

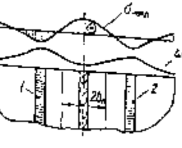


Рис. 7.25. Предварительное растяжение зоны сварки местным нагревом

При механическом нагружении сила растяжения прилагается к свариваемым элементам при помощи силового узла. В качестве силового узла могут применяться винтовые или гидравлические прессы.

В ИЭС им. Е. О. Патона разработан способ создания в свариваемых кромках предварительного растяжения при нагреве по определенному закону зоны сварного соединения, прилегающей к зоне сварного шва (рис. 7.25). Металл под нагревателями *1* и *2* в результате нагрева удлиняется и вызывает упругое растяжение зоны сварки. После выполнения сварного шва нагреватели отключаются и срабатывает механизм снижения деформаций и напряжений, описанный выше. Известен также метод глубокого охлаждения свариваемых элементов перед сваркой для создания предварительного растяжения. Наиболее часто он применяется при вварке фланцев в плоские листы или оболочки. Сущность метода заключается в том, что перед сваркой фланец охлаждается до определенной температуры так, чтобы его диаметр стал меньше номинального значения. Затем фланец устанавливается в отверстие обычно без зазора и его температура повышается до нормальной. Увеличение диаметра фланца сопровождается его давлением на кромку отверстия, в результате чего в ней возникают окружные напряжения растяжения, которые уменьшают остаточную окружную пластическую деформацию укорочения. Таким образом снижаются остаточные напряжения.

7.6. КОМПЕНСАЦИЯ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ СВАРКЕ

Компенсация деформаций при сварке — эффективное средство предупреждения деформаций изгиба, возникающих в результате несовпадения центра тяжести поперечного сечения зоны пластических деформаций укорочения с центром тяжести поперечного сечения свариваемых элементов, угловых деформаций и иногда деформаций продольного укорочения.

Компенсация деформаций включает: комплекс конструктивно-технологических мероприятий; рациональное проектирование конструкции; разработку оптимальной последовательности выполнения сварных швов; создание перед сваркой деформаций, обратных по знаку сварочным, и др.

Рациональное проектирование сварной конструкции заключается в разработке такого сочетания отдельных свариваемых узлов и дета-

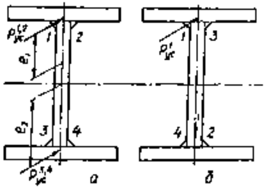


Рис. 7.26. Технологические варианты изготовления сварной двутавровой балки

лей, при котором сварные швы располагаются как можно ближе к центру тяжести сечения либо симметрично относительно центральных осей сечения. В первом случае уменьшается изгибающий момент от усадочной силы $P_{ус}$. Во втором случае деформация изгиба от сварки первого шва частично или полностью компенсируется изгибающим моментом от сварки симметрично расположенного шва.

Большую роль в формировании остаточных деформаций и напряжений играет последовательность выполнения сварных швов. При разработке оптимальной последовательности прорабатывается несколько вариантов с оценкой ожидаемых деформаций расчетными методами и выбирается последовательность, которая обеспечивает требуемую точность. Влияние последовательности выполнения сварных швов на деформации изгиба рассмотрим на примере изготовления двутавровой сварной балки (рис. 7.26). В варианте, когда сваривается одна пара швов *1*, *2*, затем другая пара — *3*, *4*, швы выполняются поочередно или одновремено с обеих сторон (рис. 7.26, *а*).

При выполнении пары швов *1* и *2* на балку будет действовать усадочная сила $P_{ус}^{1,2}$ и, следовательно, изгибающий момент

$$M_{1,2} = P_{ус}^{1,2} e_1,$$

вызывающий прогиб

$$f_{1,2} = (M_{1,2} l^2)/(8EJ_1), \tag{7.20}$$

где e_1 — расстояние от центра тяжести поперечного сечения тавра до точки приложения; l — длина балки; J_1 — момент инерции таврового сечения, составленного верхней полкой и стенкой.

Нижняя полка присоединена к стенке только прихватками и поэтому она не оказывают практически никакого противодействия изгибу.

Затем сваривается другая пара смежных швов *3* и *4* и, следовательно, в работу включается и нижняя полоса сечения. При этом возникающий момент

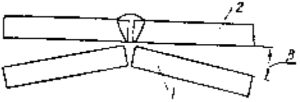
$$M_{3,4} = P_{ус}^{3,4} e_2,$$

где e_2 — расстояние от центра тяжести полученного сечения двутавра до точки приложения $P_{ус}^{3,4}$ ($e_2 > e_1$). При условии равенства $P_{ус}^{1,2} = P_{ус}^{3,4}$ (режимы сварки всех швов одни и те же) момент $M_{3,4} > M_{1,2}$. Прогиб от сварки швов *3* и *4*

$$f_{3,4} = (M_{3,4} l^2)/(8EJ_2), \tag{7.21}$$

где J_2 — момент инерции поперечного сечения двутавровой балки, направлен в противоположную сторону прогиба $f_{1,2}$.

Рис. 7.27. Сборка пластин под сварку для компенсации угловой деформации



Установим соотношение между $f_{1,2}$ и $f_{3,4}$:

$$\frac{f_{1,2}}{f_{3,4}} = \frac{M_{1,2} 8EJ_2 l^2}{M_{3,4} 8EJ_1 l^2} = \frac{P_{ус}^{1,2} e_1 J_2}{P_{ус}^{3,4} e_2 J_1} = \frac{e_1 J_2}{e_2 J_1}. \tag{7.22}$$

Величина e_1 для таврового сечения составляет, примерно, одну треть высоты стенки, т. е. $e_1 = 0{,}33h_{ст}$. Поскольку момент инерции двутаврового сечения J_2 превышает момент инерции таврового сечения J_1 более чем в два раза, примем, что $J_2 = 2J_1$. Тогда, учитывая, что $e_2 = 0{,}5h_{ст}$, соотношение

$$\frac{f_{1,2}}{f_{3,4}} = \frac{2 \cdot 0{,}33h_{ст}J_2}{0{,}5h_{ст}J_2} > 1, \tag{7.23}$$

т. е. при такой последовательности выполнения сварных швов всегда будет остаточный прогиб $f = f_{1,2} - f_{3,4}$ в сторону полки, на которой выполнялась первая пара швов.

При выполнении сварных швов по второму варианту (рис. 7.26, *б*) остаточный прогиб будет меньше, так как в этом случае только усадочная сила одного первого шва $P_{ус}^{1}$ вызывает изгиб таврового сечения, а остальные три изгиб двутаврового сечения и прогибы, вызываемые противоположными швами компенсируют друг друга (в первом варианте усадочная сила двух швов вызывала изгиб таврового сечения, т. е. $P_{ус}^{1,2} > P_{ус}^{1}$). Практически при этой последовательности

$$f_{1,3}/f_{2,4} = 1. \tag{7.24}$$

Деформации и напряжения можно успешно компенсировать, создавая перед сваркой деформации, обратные по знаку сварочным. Например, чтобы уменьшить угловую деформацию при сварке встык, перед сваркой элементы собирают не в одной плоскости, а с развалом на угол β в сторону, противоположную ожидаемой деформации (рис. 7.27, положение *1*).

После сварки в результате угловой деформации сварное соединение будет плоским (положение *2*). Известен способ компенсации продольного укорочения при удлинении свариваемых кромок перед сваркой на величину ожидаемого продольного укорочения. Он состоит в том, что перед сваркой на заданном удалении от кромок с помощью магнитно-импульсной обработки создаются зоны пластического удлинения. Эти зоны способствуют удлинению кромки. После выполнения сварного шва соединение в зоне сварки укоротится до проектных размеров. Поскольку нет продольного укорочения, то напряжения также отсутствуют.

7.7. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАЖИМНЫХ ПРИСПОСОБЛЕНИЙ

При производстве сварных конструкций широко применяют сборочно-сварочные приспособления, которые обеспечивают базирование, взаимное расположение деталей, их фиксацию, уменьшение сварочных напряжений и деформаций (временных и остаточных).

Временные деформации снижаются благодаря фиксации деталей. Остаточные деформации и напряжения уменьшаются вследствие увеличения пластических деформаций удлинения, которые развиваются при остывании деталей в жестком приспособлении. Следовательно, уменьшаются остаточные пластические деформации укорочения и снижается усадочная сила.

При сварке без приспособления пластин конечной ширины значение остаточной пластической деформации укорочения можно определить по выражению

$$\varepsilon' = -\frac{\varepsilon_т \sqrt{b_п^2 - x^2}}{b_п - (b_п^2 \pi)/4B}. \tag{7.25}$$

Согласно приведенной зависимости, при сварке пластин конечной ширины значение ε'_{max} $(x=0)$ всегда превышает значение $\varepsilon_т$ (рис. 7.28, *а*).

При сварке в абсолютно жестком приспособлении пластин конечной ширины с учетом жесткости приспособления расчетную ширину в выражении (7.25) можно считать равной бесконечности. Тогда $\varepsilon'_{max} = \varepsilon_т$ (рис. 7.28, *б*).

На эпюрах остаточных пластических деформаций укорочения построим эпюры остаточных упругих деформаций (напряжений) (рис. 7.28). При этом имеется в виду, что сварное соединение после охлаждения освобождено из приспособления.

Тогда абсолютные значения упругих деформаций определим из условий, что

$$\varepsilon'_{max} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2;\ \ \varepsilon_1 E 2b_п \delta = \varepsilon_2 E (2B - 2b_п)\,\delta,$$

откуда

$$\varepsilon_1 = \varepsilon'_{max}(1 - b_п/B);\ \ \varepsilon_2 = \varepsilon'_{max} b_п/B. \tag{7.26}$$

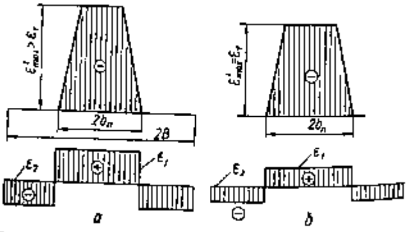


Рис. 7.28. Остаточные пластические деформации укорочения и остаточные упругие деформации при сварке без зажимного приспособления (*а*) и в приспособлении (*б*)

Учитывая, что ε_{max} в случае сварки в приспособлении меньше, чем при сварке в свободном состоянии, нетрудно заметить, что применение приспособлений снижает остаточные напряжения в пластической зоне $2b_п$ и в остальной части сечения. Одновременно применение приспособлений уменьшает площадь эпюры остаточных пластических деформаций укорочения, а значит, и величину усадочной силы, что приводит к снижению остаточных деформаций (перемещений). Оценим эффективность применения зажимных приспособлений по отношению значений усадочных сил, предположив, что площадь поперечного сечения зоны пластических деформаций остается неизменной:

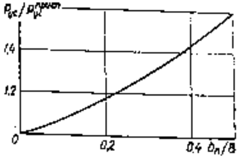


Рис. 7.29. Эффективность применения зажимных приспособлений для снижения деформации

$$\frac{P_{ус}}{P_{ус}^{присп}} = \frac{2\delta\pi\sigma_т \dfrac{b_п}{4 - (b_п/B)\pi}}{2\delta\pi\sigma_т (b_п/4)} = \frac{1}{1 - \dfrac{(b_п/B)\pi}{4}}. \tag{7.27}$$

По выражению (7.27) построим график (рис. 7.29), показывающий эффективность применения зажимных приспособлений. Как видно, для области реальных сварных соединений ($b_п/B = 0{,}1...0{,}3$) даже в случае абсолютно жесткого приспособления снижается усадочная сила на 7...30 %. В реальном производстве усадочную силу можно снизить на 10...15 %.

7.8. СТАТИЧЕСКОЕ НАГРУЖЕНИЕ

Статическое нагружение заключается в приложении после сварки к сварному соединению продольных растягивающих нагрузок для компенсации пластических деформаций укорочения, которые сформировались в процессе сварки. Механизм снижения напряжений (деформаций) проследим на примере растяжения стыкового соединения (рис. 7.30, *а*). После сварки в сварном стыковом соединении имеется эпюра напряжений (рис. 7.30, *б*). Приложим внешнее нагружение интенсивностью σ_0. Поскольку в зоне $2b_п$ металл находится в пластическом состоянии, всю нагрузку σ_0 воспримут только участки шириной $2B - 2b_п$, а в зоне $2b_п$ будет пластическая деформация удлинения. Тогда напряжение на участках $2B - 2b_п$ от внешнего нагружения

$$\sigma_0^* = \frac{\sigma_0 2B\delta}{(2B - 2b_п)\delta} = \frac{\sigma_0 B}{B - b_п}. \tag{7.28}$$

Это напряжение в зоне $2B - 2b_п$ суммируется с напряжениями

$$\sigma_р = -(\sigma_т b_п)/(B - b_п) \tag{7.29}$$

от сварки, а в зоне $2b_п$ напряжения остаются без изменения и равны $\sigma_т$ (рис. 7.30, *в*).

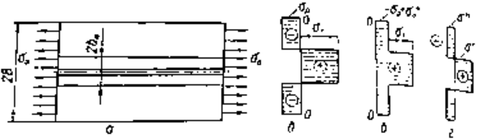


Рис. 7.30. Снижение напряжений при статическом нагружении

После снятия внешней нагрузки в результате упругой разгрузки напряжения в зоне $2B - 2b_п$ полностью снимутся, а в зоне $2b_п$ будут равны $\sigma_т - \sigma_р - \sigma_в^*$, которые в соответствии с гипотезой плоских сечений перераспределятся до равновесного состояния (рис. 7.30, г). Определим значение напряжения σ' и σ'' из условий:

$$\sigma_т - \sigma_р - \sigma_0^* = \sigma' - \sigma''; \tag{7.30}$$
$$\sigma' 2b_п\delta = \sigma'' (2B - 2b_п)\,\delta. \tag{7.31}$$

Тогда, учитывая (7.28) и (7.29), получим:

$$\sigma' = \sigma_т - \sigma_0; \tag{7.32}$$
$$\sigma'' = [(\sigma_т - \sigma_0)\, b_п]/(B - b_п). \tag{7.33}$$

Полученные выражения для σ' и σ'' характеризуют эффективность применения статического растяжения после сварки. Как видно, для того чтобы полностью устранить остаточные напряжения и деформации, необходимо сварное соединение нагрузить напряжениями растяжения, равными пределу текучести материала.

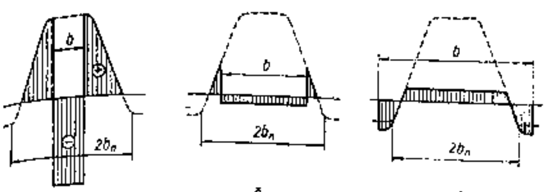
Практически статическое нагружение можно реализовать только для ограниченного типа конструкций, например, балочного типа, резервуаров, трубопроводов.

7.9. ПРОКАТКА СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Сущность способа состоит в том, что зона пластических деформаций укорочения подвергается пластической осадке по толщине. В результате осадки происходит равномерное удлинение металла в продольном направлении и компенсация сварочных деформаций укорочения деформациями удлинения. Осадка металла по толщине может быть осуществлена различными способами. Наиболее эффективным способом является прокатка стальными роликами (рис. 7.31). Эффективность снижения остаточных деформаций и напряжений зависит главным образом от диаметра и ширины роликов, а также от силы прокатки. На рис. 7.32 показаны эпюры напряжений при различных соотношениях между шириной прокатываемых зон и шириной зоны пластических деформаций укорочения $2b_п$.

Рис. 7.31. Принципиальная схема прокатки роликами

Из рис. 7.32, *а*, *б*, *в* видно, что напряжения (деформации) наиболее снижаются, если ширина зоны прокатки примерно равна ширине зоны пластических деформаций укорочения.



а б в

Рис. 7.32. Влияние ширины зоны прокатки на снижение остаточных напряжений

Увеличение ширины прокатки может вызвать обратный эффект. Установлено, что для каждого металла и его толщины существует определенное давление на ролики, при котором остаточные напряжения, равные после сварки пределу текучести, снижаются до нуля. Утонение металла по толщине при этом составляет 0,5...1 %. Давление, необходимое для создания этого утонения, зависит от предела текучести металла.

Экспериментальные данные по влиянию диаметра роликов на величину остаточных напряжений показывают, что с увеличением диаметра роликов уменьшается величина пластической деформации утонения, что приводит к снижению эффективности прокатки.

Таким образом, эффективность прокатки зависит от правильного выбора параметров прокатки: диаметра ролика, его ширины, давления в зависимости от толщины металла и его свойств.

В МВТУ им. Баумана разработана методика выбора оптимального режима прокатки для устранения остаточных деформаций и напряжений. Согласно этой методике силу прокатки определяем из условия прокатки всей зоны пластических деформаций по зависимости

$$P = c\,(\sigma_н - \sigma_к)\sqrt{\frac{6{,}7\delta d\,(\sigma_н - 1{,}5\sigma_к + 0{,}5\sigma_т)}{E\,(0{,}7\sigma_т + 0{,}3\sigma_к)}}, \qquad (7.34)$$

где c — ширина рабочего пояска ролика; $\sigma_н$ и $\sigma_к$ — соответственно начальное и конечное напряжения в металле до и после прокатки; δ — толщина металла в месте прокатки; d — диаметр роликов.

Если величина остаточных напряжений в зоне шва равна $\sigma_т$, а $\sigma_к = 0$, то формула (7.34) значительно упрощается:

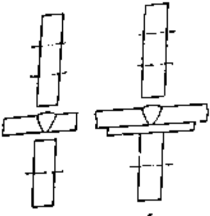
$$P = c\sqrt{(10{,}1 d\delta\sigma_т^3)/E}. \qquad (7.35)$$

Если имеются параметры режима прокатки для конкретной конструкции, но изменяются условия прокатки, характеристики материала, то для определения новых параметров режима прокатки можно использовать следующие зависимости:

при переходе с диаметра d_1 на диаметр d_2 усилия прокатки относятся как

$$P_1/P_2 = \sqrt{d_1}/\sqrt{d_2};$$

8 5-272



а б

Рис. 7.33. Схема прокатки по шву

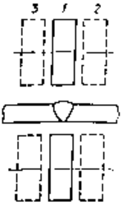


Рис. 7.34. Схема прокатки шва и зоны пластических деформаций

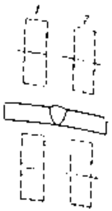


Рис. 7.35. Схема прокатки зоны пластических деформаций

при изменении предела текучести и модуля упругости справедливы зависимости

$$P_1/P_2 = \sqrt{\sigma^2_{т_1}}/\sqrt{\sigma^2_{т_2}};\ P_1/P_2 = \sqrt{E_2}/\sqrt{E_1},$$

где P_2 — новая сила прокатки.

Определенные по этой методике режимы прокатки должны быть проверены на образцах и, если необходимо, сделана необходимая корректировка.

Принципиально существуют три т е х н о л о г и ч е с к и е с х е м ы п р о к а т к и для снижения остаточных деформаций и напряжений.

Первая схема предусматривает прокатку только по шву. Она осуществляется прокаткой между двумя роликами (рис. 7.33, *а*) или прокаткой на подкладке, когда только один ролик передает давление непосредственно на шов, второй же воспринимает давление через прокладку (рис. 7.33, *б*).

При прокатке только шва эпюра остаточных напряжений имеет вид, приведенный на рис. 7.32, *а*, т. е. собственные напряжения уравновешиваются в пределах узкой зоны и не передают сжимающие усилия на остальную часть сварного соединения.

Вторая схема включает прокатку шва *1* и прокатку зоны пластических деформаций *2*, *3* — последовательно шва, а затем зоны или наоборот. Причем, если ширина зоны значительная, а ролик узкий то прокатку осуществляют отдельными проходами (рис. 7.34). Эпюра остаточных напряжений после прокатки по второй схеме показана на рис. 7.32, *б*. В этом случае деформации и напряжения практически устраняются полностью.

Третья схема предусматривает прокатку только зоны пластических деформаций *1*, *2* (исключая шов, рис. 7.35). Этот технологический процесс применяется в тех случаях, когда дополнительная пластическая деформация металла шва может снизить пластичность, коррозионностойкость и др. При этом резко снижается ширина зоны растягивающих напряжений, а значит, и величина деформации.

Если прокатка не дала ожидаемого результата, то требуется повторная прокатка. Однако повторная прокатка по одному и тому же месту при постоянной силе вызывает затухающую пластическую деформацию. Это означает, что для получения эффекта от повторной прокатки необходимо повысить давление на роликах.

7.10. ВИБРАЦИОННАЯ ОБРАБОТКА

В последнее время для снятия остаточных сварочных напряжений широко применяют вибрационную обработку сварных конструкций. Сущность способа заключается в создании после сварки в сварной конструкции переменных напряжений определенной величины с помощью механических вибраторов.

Вибрирование производят на резонансных или близких к резонансным частотах определенное время.

Наложение вибрационных напряжений приводит к изменению напряженного состояния в конструкции, а именно: переменные напряжения суммируются со сварочными. Если сочетание сварочных напряжений с вибрационными таково, что их сумма превышает $\sigma_т$, то имеет место пластическая деформация. В случае, когда суммируются напряжения растяжения, в сварном соединении происходит пластическая деформация удлинения. Поскольку в сварном соединении напряжения растяжения действуют в зоне пластической деформации укорочения, суммирование приводит к компенсации остаточных пластических деформаций укорочения и к снижению остаточных сварочных напряжений. Таким образом, основное условие снижения остаточных сварочных напряжений — сумма сварочных и вибрационных напряжений в зоне пластических деформаций укорочения должна превышать значение предела текучести материала.

Механизм снижения остаточных напряжений в зоне $2b_п$ рассмотрим, используя схему на рис. 7.36. После сварки в сварном соединения будут остаточные пластические деформации укорочения, равные ε'. Соответственно этим деформациям в сварном соединении возникнут упругие деформации в зоне $2b_п$ (ε_1) и в реактивной части соединения $\varepsilon_р$, т. е.

$$\varepsilon' = \varepsilon_1 + \varepsilon_р. \tag{7.36}$$

Значение ε_1 может быть равным $\varepsilon_т$ или меньше, чем $\varepsilon_т$ (в зависимости от свойств материала). На рис. 7.36 упругой деформации ε_1 соответствует напряжение $\sigma_{ост}^{исх}$.

Примем, что материал характеризуется диаграммой растяжения упругопластического тела. Приложим переменные напряжения $\sigma_в$.

При первом цикле нагружения произойдет суммирование упругих напряжений $\sigma_{ост}^{исх} + \sigma_в$. Если бы материал был идеально упругим, то суммарному значению напряжений соответствовала бы точка B. Если бы материал был идеально упругопластическим и подчинялся модели континуальной среды, то имела бы место пластическая деформации удлинения в зоне $2b_п$, равная длине отрезка AM. Однако, поскольку в действительности металл состоит из конгломерата зерен, распределение напряжений по сечению будет в общем неравномерным, и

8*

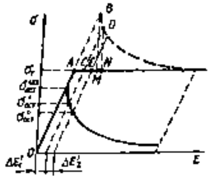


Рис. 7.36. Схема снижения остаточных напряжений при вибрационной обработке

это приведет к избирательному протеканию пластической деформации в отдельных зернах. Поэтому среднее значение пластической деформации удлинения

$$\Delta\varepsilon_1' = AC < AM.$$

Прошедшая за этот цикл нагружения пластическая деформация удлинения $\Delta\varepsilon_1'$ снизит величину остаточных пластических деформаций укорочения ε_1':

$$\varepsilon_1' = \varepsilon' - \Delta\varepsilon_1'.$$

Следовательно, в соответствии с выражением (7.36) снизится значение ε_1 и ε_p, что приведет к уменьшению исходного значения остаточных напряжений от $\sigma_{ост}^{исх}$ до $\sigma_{ост}'$.

При втором цикле нагружения переменными напряжениями величина пластической деформации удлинения будет уменьшаться, так как

$$\sigma_{ост}' + \sigma_п < \sigma_{ост}^{исх} + \sigma_п,$$

тогда $\Delta\varepsilon_2' < \Delta\varepsilon_1'$. Это означает, что в результате второго цикла нагружения снижение напряжений происходит на меньшую величину, чем при первом цикле нагружения, т. е.

$$\sigma_{ост}' - \sigma_{ост}'' < \sigma_{ост}^{исх} - \sigma_{ост}'.$$

Таким образом, каждый последующий цикл нагружения вибрационными напряжениями сопровождается падением величины пластической деформации удлинения (равносильно снижению сварочных напряжений). Этот процесс будет происходить до момента, когда сумма $\sigma_{ост}^{i} + \sigma_п = \sigma_т$. Дальнейшая виброобработка не вызывает каких-либо изменений остаточного напряженного состояния. Для дальнейшего снижения напряжений необходимо изменить величину переменного напряжения так, чтобы вновь $\sigma_{ост}^{i} + \sigma_п > \sigma_т$.

Эффективность вибрационной обработки зависит от материала. Так, при знакопеременном нагружении предел текучести материала может быть выше (циклически упрочняемые материалы) или ниже (циклически разупрочняемые материалы) предела текучести при статическом нагружении. Для материалов, циклически разупрочняемых, предел текучести может быть снижен в 2 раза по сравнению с пределом текучести при статическом нагружении. Остаточные сварочные напряжения могут быть снижены при сравнительно небольших значениях циклических напряжений.

Применение вибрационной обработки для снятия остаточных напряжений имеет преимущества по сравнению с термообработкой, а именно:

1. Оборудование сравнительно простое, универсальное, стоимость его значительно ниже стоимости оборудования для термообработки.

2. Продолжительность снятия сварочных напряжений невелика, так как процесс протекает быстро (не более 0,5 ч).

3. Поверхность деталей не требует последующей обработки (нет окалины, шлака и т. д.).

При вибрационной обработке происходит нагружение металла циклическими напряжениями растяжения-сжатия. Если это нагружение происходит в процессе выполнения сварного шва, то на участке, где уже сформировались сварочные напряжения, в результате взаимодействия их с напряжениями от вибрационной обработки снижаются сварочные напряжения и уменьшаются сварочные деформации. Другими словами, при сварке с вибрационной обработкой одновременно могут протекать два процесса — образование сварочных напряжений и их устранение. Основное преимущество этого способа заключается в том, что две технологические операции совмещены по времени в одну. Однако на практике этот способ еще не получил широкого применения в связи с отсутствием теоретически обоснованных рекомендаций. Приведенные в литературе сведения относятся к лабораторным исследованиям, которые показывают эффективность вибрационной обработки, хотя механизм снижения напряжений не раскрыт.

7.11. ТЕРМООБРАБОТКА СВАРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Термообработка — наиболее распространенный (а иногда и единственный) способ снятия остаточных сварочных напряжений. Она применяется в тех случаях, когда нельзя использовать другие способы, например, для конструкций, насыщенных сварными швами, доступ к которым затруднен, характеризующихся большой жесткостью и металлоемкостью, требующих восстановления пластических свойств материала и др.

Наибольшее распространение для снижения остаточных сварочных напряжений получила термическая обработка в виде отпуска. При отпуске температура нагрева конструкции не превышает температуру A_{c1} для данной стали, которая составляет для конструкционных сталей 500...800 °С. При отпуске обработка конструкции состоит из трех стадий (рис. 7.37): стадия I — нагрев изделия, обеспечивающий выравнивание температур по сечению изделия (и по его длине); стадия II — выдержка изделия при постоянной температуре; стадия III — медленное остывание изделия.

Различают общий и местный отпуск. В процессе общего отпуска нагреву подвергается вся сварная конструкция.

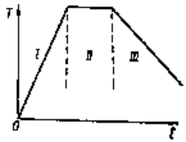


Рис. 7.37. Стадии термической обработки (отпуска)

Рассмотрим процессы, происходящие на каждой стадии отпуска, с точки зрения снижения напряжений (процесс восстановления пластических свойств не рассматривается).

Стадия I. В процессе нагрева в изделиях возникает неравномерное распределение температур по сечению: температура на поверхности детали выше, чем в глубине металла. В результате могут появиться температурные напряжения и деформации. Чтобы избежать их вредного влияния, необходимо осуществить нагрев изделия с определенной скоростью, которая зависит от массы, геометрии изделия, толщины и теплофизических свойств металла. Рекомендуемый диапазон скоростей нагрева до $T = 800$ °С составляет 60...80 с на 1 мм толщины металла. Указанная скорость нагрева корректируется в зависимости от расположения деталей в печи.

Процесс нагрева и выравнивания температур происходит следующим образом: деталь загружают в печь при температуре печи 250...300 °С (если не оговорены специальные условия). Затем в зависимости от скорости нагрева повышают температуру в печи до температуры, несколько превышающей температуру отпуска. При этом температура на поверхности детали растет быстрее, чем в глубине металла. При достижении в какой-либо точке поверхности температуры отпуска начинается период выравнивания температур по поверхности. После выравнивания температур на поверхности происходит выравнивание температур по толщине металла. На этом стадия нагрева заканчивается.

На стадии нагрева вследствие повышения температуры изменяются свойства металла, а именно: снижается модуль упругости и предел текучести. Кроме того, нагрев может вызвать уменьшение или увеличение полной деформации $e_{пол}$.

Таким образом, при нагреве принципиально возможны три варианта процесса снижения напряжений в зависимости от значений полной деформации.

Вариант 1 (рис. 7.38, *а*). Полная деформация $e^0_{пол}$ в процессе нагрева остается постоянной. Перед нагревом полной деформации соответствовали начальные напряжения σ_0 и температура T_0. При нагреве до температуры T_1, когда $e^0_{пол} < e_т(T)$, изменится диаграмма $\sigma - e$ металла, в результате чего полной деформации $e^0_{пол}$ будут соответствовать точка 1 и напряжение σ_1, т. е. в этом случае происходит спад напряжений из-за снижения модуля упругости. При дальнейшем повышении температуры происходит спад напряжений в соответствии со снижением модуля упругости вплоть до температуры, когда $e^0_{пол} \geqslant e_т(T)$. В этом случае напряжения должны развиваться по линии 02′, но такое развитие на участке 22′ невозможно, так как металл находится в пластическом состоянии. Поэтому на этом участке упругая деформация переходит в пластическую $e_{пл}$, в результате чего падает напряжение до уровня $\sigma_2 = \sigma_т(T_2)$ при температуре T_2.

Вариант 2 (рис. 7.38, *б*). Полная деформация $e_0^{пол}$ в процессе нагрева всегда меньше значения предела текучести металла при данной температуре ($e^0_{пол} < e_т(T)$). Как видно из диаграммы $\sigma - e$, в этом случае спад напряжений происходит только за счет снижения модуля упругости (напряжения развиваются по линии 01).

Вариант 3 (рис. 7.38, *в*). Полная деформация $e^0_{пол}$ в процессе нагрева всегда превышает значения предела текучести металла при данной температуре. При нагреве до температуры T_1 напряжения должны развиваться по линии 011′, на участке 11′ это невозможно в связи с тем, что начиная с точки 1 металл находится в пластическом состоя-

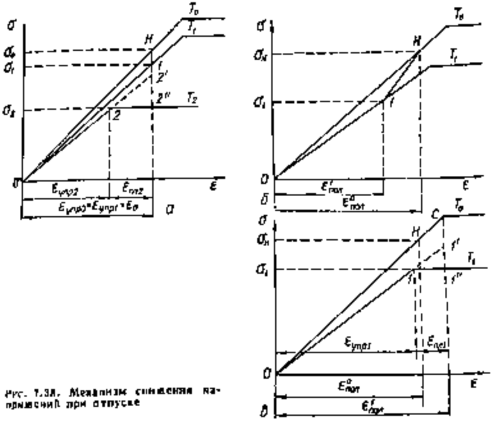


Рис. 7.38. Механизм снижения напряжений при отпуске

нии, т. е. упругая деформация переходит в пластическую с соответствующим спадом напряжений до уровня $\sigma_1 = \sigma_т$ при температуре T_1.

Следовательно, на стадии нагрева спад напряжений происходит в результате снижения модуля упругости или перехода упругой деформации в пластическую по сдвиговому механизму. Причем этот переход происходит практически мгновенно.

Поскольку в реальных сварных соединениях имеются зоны с различным уровнем остаточных напряжений и величиной полной деформации, то по мере нагрева снижение напряжений происходит с различной скоростью. При этом напряжения постоянно перераспределяются, в результате чего к концу нагрева практически выравнивается уровень напряжений во всех точках сварного соединения.

Если в каких-либо объемах рост температуры прекратился (идет выравнивание температур), то свойства металла не изменяются и в этих объемах протекает процесс простой релаксации напряжений при постоянной температуре. Этот процесс имеет характер диффузионной пластичности. Он в количественном отношении менее эффективен, требует длительного времени и начинается с уровня напряжений, достигнутого вследствие изменения свойств металла при нагреве.

Поскольку период выравнивания температур с точки зрения релаксации напряжений незначительный, необходимо считать, что на первой стадии отпуска спад напряжений происходит в результате изменения механических свойств металла при его нагреве.

Стадия II — выдержка. На этой стадии отпуска изделие выдерживается в печи при постоянной температуре отпуска. В металле проис-

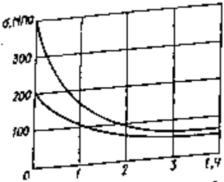


Рис. 7.39. Кривые релаксации напряжений для малоуглеродистой стали с различными уровнями начальных напряжений

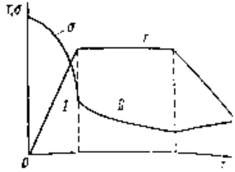


Рис. 7.40. Схема снижения напряжений при отпуске

ходит процесс релаксации напряжений при постоянной температуре. На этой стадии продолжается процесс релаксации напряжений, начатый на стадии нагрева. Основной параметр режима выдержки — ее продолжительность, которая зависит от требуемой полноты протекания релаксационных процессов.

На рис. 7.39 приведена кривая релаксации напряжений для образцов из малоуглеродистой стали. Как видно из рисунка, основной спад напряжений происходит в первые 2 ч выдержки. Дальнейшая выдержка практически не вызывает изменения величины напряжения. В работе [2] также указывается, что после 2...3 ч выдержки процесс снижения напряжений существенно замедляется. Если требуется получить после отпуска более низкие значения напряжений, то эффективнее повысить температуру отпуска, чем увеличивать время выдержки.

Стадия III — охлаждение. Охлаждение изделия требует определенной скорости, обеспечивающей такую разность температур по сечению изделия, при которой не образуются значительные собственные напряжения. При высоких температурах собственные напряжения могут вызвать местную пластическую деформацию из-за низкого значения предела текучести. Тогда после остывания в изделии возникнут дополнительные остаточные напряжения. Поэтому во избежание образования этих напряжений охлаждение, как правило, осуществляют вместе с остыванием печи до температуры 250...300 °С, затем изделие выгружается из печи и охлаждается на воздухе. С другой стороны, в процессе охлаждения восстанавливаются механические свойства металла, что приводит к повышению напряжений пропорционально возрастанию модуля упругости с понижением температуры.

Таким образом, процесс снижения напряжений при отпуске можно представить в виде схемы, приведенной на рис. 7.40. Как видно, напряжение падает главным образом на стадии нагрева, когда происходит переход упругой деформации в пластическую.

Наряду с общим отпуском в практике производства сварных конструкций применяется местный отпуск. Он отличается от общего тем, что нагреву подвергается часть изделия — шов и околошовная зона. Поскольку нагревается только часть конструкции, напряжения полностью не снимаются, а лишь перераспределяются. На перераспределение напряжений оказывает влияние характер температурного поля при местном нагреве, регулируя который можно в значительной степени изменить распределение остаточных сварочных напряжений.

Термическую обработку (общий отпуск) в некоторых случаях можно одновременно применять для снижения напряжений и остаточных деформаций (термофиксации). В случае снижения остаточных деформаций конструкции перед нагревом с помощью зажимных приспособлений придается такая форма, которая требуется после отпуска. В результате действия зажимных приспособлений в конструкции возникают упругие деформации (напряжения), которые в процессе отпуска переходят в пластические. При последующем охлаждении конструкция не изменяет своей формы и в ней не возникают остаточные напряжения. Освобождение после отпуска конструкции из зажимного приспособления не вызывает дополнительных деформаций, и конструкция имеет форму, заданную зажимным приспособлением. Эффективность снижения деформаций зависит от точности и жесткости зажимных приспособлений.

7.12. ТЕРМИЧЕСКАЯ ПРАВКА БАЛОК

При сварке конструкций балочного типа, особенно несимметричного профиля, по-видимому, наибольшие неприятности доставляет деформация изгиба продольной оси от сварки продольных и поперечных швов. Если точка приложения суммарной усадочной силы (от сварки всех швов) не совпадает с центром тяжести поперечного сечения балки, как это бывает на практике, то возникает изгибающий момент $M = P_{ус}e$, создающий прогиб балки в определенной плоскости. Обычно определяют составляющие $M_x = P_{ус}e_y$ и $M_y = P_{ус}\,e_x$ изгибающего момента, которые изгибают балку относительно оси x в вертикальной плоскости от действия M_x и относительно оси y в горизонтальной плоскости от действия M_y. При этом расчетная схема принимается в виде балки, загруженной на опорах двумя изгибающими моментами. Для этой расчетной схемы максимальные значения составляющих f_x (в вертикальной плоскости от действия M_x) и f_y (в горизонтальной плоскости от действия M_y) общего прогиба определяют следующими известными зависимостями:

$$f_y = (M_x L^2)/8EJ_x; \tag{7.37}$$

$$f_x = (M_y L^2)/8EJ_y. \tag{7.38}$$

Общий прогиб находят геометрическим суммированием

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}. \tag{7.39}$$

Если в центре тяжести поперечного сечения балки отложить векторы f_x, f_y и f, то направление вектора f определит положение плоскости изгиба балки, которая в общем случае не совпадает с плоскостью действия общего изгибающего момента. Из (7.37) и (7.38) видно, что отношение

$$f_y/f_x = (M_x/M_y)\,(J_y/J_x) \tag{7.40}$$

зависит не только от отношения составляющих изгибающего момента, но также и от отношения соответствующих моментов инерции поперечного сечения балки.

Цель термической правки балок — устранение или частичное уменьшение возникшего от сварки прогиба за счет дополнительного нагрева вдоль всей балки определенной зоны поперечного сечения. При этом в установленной зоне за счет такого дополнительного нагрева должна возникнуть усадочная сила правки $P_{ус}^{пр}$, которая на плече $e^{пр}$ от точки его приложения до центра тяжести поперечного сечения балки создаст изгибающий момент правки $M^{пр} = P_{ус}^{пр}e^{пр}$ противоположного знака, чем у изгибающего момента от сварки, который устранит или уменьшит имеющийся прогиб. Термическая правка определяется расчетным параметром q_0 — удельной энергией нагрева, а также определением одного или нескольких (обычно двух) мест нагрева в поперечном сечении балки. Точное решение этой задачи представляется весьма сложным. В связи с тем, что в процессе нагрева балки для правки и последующего охлаждения будут изменяться остаточные пластические деформации в пластических зонах от сварки, то это приведет к изменению сварочных напряжений и сварочного изгибающего момента. Это изменение учесть трудно. Здесь рассматриваем относительно приближенное решение задачи и поэтому считаем, что при правочном нагреве усадочная сила от сварки, а значит, и соответствующий изгибающий момент не изменяются. Иначе говоря, будем считать условно, что сварка и правка выполняются параллельно и одновременно по всей длине балки. Оставаясь в рамках метода Трочуна, можно записать следующие зависимости для усадочных сил $P_{уо}^{пр}$ и $P_{уо}^{поп}$ от сварки продольных и поперечных швов соответственно:

$$P_{уо}^{пр} = (\sigma_т F F_*)/(F - F_* - F_*^{пр} - F'); \tag{7.41}$$

$$P_{ус}^{поп} = (\Delta_{поп}^{расч} E F')/L, \tag{7.42}$$

где $\sigma_т$ — предел текучести; F — площадь поперечного сечения балки; F_* — площадь поперечного сечения пластической зоны от сварки всех продольных швов; $F_*^{пр}$ — площадь поперечного сечения пластической зоны, возникающей при правке; F' — площадь поперечного сечения той части общего сечения балки, на которой расположены поперечные швы; $\Delta_{поп}^{расч}$ — расчетная величина суммарной поперечной деформации укорочения от всех поперечных швов на балке; E — модуль упругости; L — длина балки. Общая усадочная сила в балке $P_{ус}$ определяется суммой усадочных сил от сварки продольных и поперечных швов:

$$P_{ус} = P_{уо}^{пр} + P_{ус}^{поп}. \tag{7.43}$$

Изгибающие моменты от сварки и правки соответственно можно найти по формулам:

$$M = P_{ус}e; \tag{7.44}$$

$$M^{пр} = P_{ус}^{пр}e_{пр}. \tag{7.45}$$

Усадочная сила от правки

$$P_{\text{ус}}^{\text{пр}} = (\sigma_{\text{т}} F F_{*}^{\text{пр}})/(F - F_{*} - F_{*}^{\text{пр}} - F') \tag{7.46}$$

Приравнивая правые части (7.44) и (7.45) с учетом (7.41), (7.42) и (7.46), получаем

$$F_{*}^{\text{пр}} = \frac{\sigma_{\text{т}} F F_{*} L e + \Delta_{\text{пол}}^{\text{расч}} E F' (F - F_{*} - F') e}{\sigma_{\text{т}} F L e_{\text{пр}} + \Delta_{\text{пол}}^{\text{расч}} E F' e}. \tag{7.47}$$

Итак, зависимость (7.47) определяет величину площади поперечного сечения пластической зоны, которую необходимо создать за счет правочного нагрева.

Центр тяжести $F_{*}^{\text{пр}}$ должен лежать на линии, проходящей через центр тяжести сечения балки и точку приложения $P_{\text{ус}}$ (центр тяжести площадей $F_{*} + F'$).

Далее в практических расчетах по термической правке, особенно для балок несимметричного профиля, необходимо выбрать один или два места нагрева в сечении балки. Линия, определяющая след плоскости действия изгибающих моментов от сварки и правки, может пересекать или не пересекать сечение балки со стороны возможного расположения зоны нагрева при сварке. Если она пересекает сечение, то тем самым и определяется место расположения $F_{*}^{\text{пр}}$. При этом однако, необходимо установить, можно ли на данном элементе балки (полке, стенке, продольном ребре) создать нужную $F_{*}^{\text{пр}}$, так как площадь поперечного сечения данного элемента балки $F_{\text{э}}$ может быть меньше $F_{*}^{\text{пр}}$. Наиболее подходящим является случай $F_{*}^{\text{пр}} \ll F_{\text{э}}$. Затем необходимо обратить внимание, на каком расстоянии от места пересечения данного элемента балки плоскостью действия изгибающих моментов находится центр тяжести поперечного сечения элемента балки. Если это расстояние значительное, то может возникнуть большая погрешность из-за большого смещения в сторону центра тяжести $F_{*}^{\text{пр}}$, который должен быть на линии, определяющей плоскость действия изгибающих моментов.

После предварительной оценки сложившейся конкретной ситуации на основе приведенных выше соображений необходимо подумать о возможности и целесообразности правки балки за счет нагрева не одного, а двух или даже трех определенных мест в сечении балки так, чтобы общий центр тяжести всех пластических зон правки $F_{*}^{\text{пр}}$ находился на линии, определяющей плоскость действия изгибающих моментов. При этом необходимо учитывать следующие рекомендации. Обычно все составные элементы в сечении балки расположены горизонтально или вертикально. Наиболее типичным будет вариант расположения мест нагрева в сечении балки на вертикальном и горизонтальном элементах, как показано на рис. 7.41. Возникает два вопроса: каким выбрать значение $e_{\text{пр}}$ (этим самым сразу определяется согласно (7.47) значение $F_{*}^{\text{пр}}$) и как распределить $F_{*}^{\text{пр}}$ между элементами балки на $F_{*1}^{\text{пр}}$ и $F_{*2}^{\text{пр}}$? Значение $e_{\text{пр}}$ необходимо выбрать очень большое, чтобы значение $F_{*}^{\text{пр}}$ было самое маленькое. Как правило, выбор $e_{\text{пр}}$ осуществляется опытным путем на основе детального анализа сечения балки по чертежу. Затем через точку C можно с опреде-

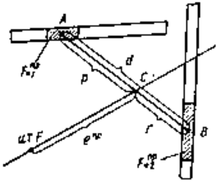


Рис. 7.41. Схема расположения мест нагрева в сечении балки на вертикальном и горизонтальном элементах

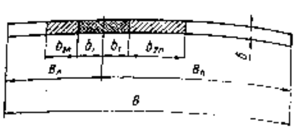


Рис. 7.42. Поперечное сечение пластической зоны в элементе балки

ленным произволом провести прямую AB, длину которой обозначим через d так, чтобы она пересекала горизонтальный и вертикальный элементы балки. Тогда площади $F_{*1}^{пр}$ и $F_{*2}^{пр}$ определим по формулам:

$$F_{*1}^{пр} = F_*^{пр}(r/d); \quad F_{*2}^{пр} = F_*^{пр}(p/d).$$

Изменяя положение прямой AB, в определенных пределах можно изменять и соотношение между площадями $F_{*1}^{пр}$ и $F_{*2}^{пр}$ в нужную сторону.

После того, как площади пластических зон правки и места их расположения в сечении балки установлены, можно определять удельную энергию q_0 правки исходя из конкретного значения $F_{*1}^{пр}$, $F_{*2}^{пр}$ или $F_*^{пр}$.

Площадь поперечного сечения $F_*^{пр}$, $F_{*1}^{пр}$ или $F_{*2}^{пр}$ пластической зоны правки в элементе балки, которую в общем случае обозначили через $\bar{F}$, можно представить согласно рис. 7.42 в виде

$$\bar{F} = \delta(2b_1 + b_{2л} + b_{2п}). \tag{7.48}$$

Перепишем (7.48) с учетом выражений для b_1 и b_2:

$$N = 2Mq_0 + k_2(\bar{B} - 2Mq_0), \tag{7.49}$$

где

$$N = \bar{F}/\delta;$$
$$M = 0{,}484/(c\gamma T_{пл}^*);$$

T^* — температура потери металлом упругих свойств (условно); $\bar{B}$ — приведенная ширина элемента балки,

$$\bar{B} = \begin{cases} B; \\ B_л + 300 \text{ мм}; \\ B_п + 300 \text{ мм}; \\ 300 \text{ мм} + 300 \text{ мм}; \end{cases} \quad \text{при} \quad \begin{cases} B_л,\ B_п < 300 \text{ мм}; \\ B_л < 300 \text{ мм};\ B_п > 300 \text{ мм}; \\ B_п < 300 \text{ мм};\ B_л > 300 \text{ мм}; \\ B_л,\ B_п > 300 \text{ мм}. \end{cases}$$

Коэффициент k_2 в (7.49) необходимо аппроксимировать исходя из графика на рис. 2.17 для заданного $\sigma_т$ прямой линией:

$$k_2 = aq_0 + b. \tag{7.50}$$

Аппроксимацию k_2 необходимо делать для участка кривой $k_2 = f(q_0)$, которому ориентировочно соответствуют определяемые значения q_0. Для этого целесообразно предварительно определить значение q_0 по зависимости

$$q_0 \approx \frac{\bar{F}c\gamma T^*}{(4...5)\,0{,}484\delta}. \tag{7.61}$$

С учетом (7.50) зависимость (7.49) приводим к квадратному уравнению относительно q_0

$$2Maq_0^2 + q_0(2Mb - 2M - a\bar{B}) + N - \bar{B}b = 0, \tag{7.62}$$

при решении которого находим значение q_0.

ПРИЛОЖЕНИЕ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Глава 1

1. В чем сущность задачи теории упругости?
2. В чем заключается различие между теорией упругости и сопротивлением материалов?
3. Назовите гипотезы теории упругости и дайте им пояснения.
4. Для чего нужны гипотезы в теории упругости?
5. В чем сущность принципа Сен-Венана?
6. Какие разновидности сил рассматривают в теории упругости?
7. Как вводится понятие о векторе полных напряжений в рассматриваемой точке в заданном сечении?
8. На какие составляющие можно разложить вектор полных напряжений в точке на площадке, перпендикулярной к одной из координатных осей?
9. На какие составляющие можно разложить вектор полных напряжений в данной точке рассматриваемой площадки?
10. Почему введена двойная индексация для обозначения заданного компонента напряжения?
11. Почему для полного определения напряженного состояния в точке достаточно знать компоненты в осях координат векторов полных напряжений в точке в произвольных трех взаимно перпендикулярных плоскостях, проходящих через данную точку?
12. Что означают первый и второй индексы в обозначении данного компонента напряжения?
13. В какой плоскости, проходящей через заданную точку, действуют компоненты напряжений, расположенные в первой, второй и третьей строках тензора напряжений?
14. Запишите тензор напряжений в произвольных осях координат.
15. Какими параметрами определяется положение в пространстве произвольной наклонной площадки, проходящей через заданную точку?
16. Из каких условий определяются зависимости в осях координат для компонентов вектора полных напряжений в данной точке на наклонной площадке?
17. Запишите зависимости в осях координат для компонентов вектора полных напряжений в данной точке на наклонной площадке.
18. Запишите зависимости вектора полных напряжений на наклонной площадке от его составляющих в координатных осях.
19. Как можно определить нормальное напряжение в точке на наклонной площадке, если известны компоненты в координатных осях вектора полных напряжений?
20. В чем состоит закон парности касательных напряжений?
21. Какая площадка, проведенная через точку, называется октаэдрической?
22. Как определяются нормальное и касательное напряжения на октаэдрической площадке?
23. Чему равны направляющие косинусы нормали к октаэдрической площадке?
24. Запишите компоненты в осях координат вектора полных напряжений на октаэдрической площадке.
25. Какая площадка, проведенная через точку, называется главной?
26. Какие напряжения действуют на главной площадке?
27. Как обозначаются главные нормальные напряжения?
28. Что такое нумерованные оси координат?
29. Сколько главных площадок может быть проведено через точку в общем случае?

30. Как присваивают индексы главным нормальным напряжениям в рассматриваемой точке?
31. Запишите тензор напряжений в данной точке в главных осях.
32. Как из общего случая тензора напряжений в точке для трехосного напряженного состояния получить частный случай тензора напряжений для двухосного или одноосного напряженного состояния? Сколько существует таких вариантов? Дайте графическую интерпретацию таких напряженных состояний для элементарных объемов тела в заданной координатной системе.
33. Зависят ли компоненты напряженного состояния в произвольных и главных осях от выбора координатной системы?
34. Как определяются нормальные напряжения на площадках, где действуют максимальные касательные напряжения?
35. Как определяются максимальные касательные напряжения и в каких плоскостях они действуют?
36. Может ли быть такое напряженное состояние, при котором любая проведенная через точку площадка будет являться главной?
37. Как определяется среднее нормальное напряжение в точке?
38. Запишите выражение для инвариантов напряженного состояния в произвольных и главных координатных осях.
39. Можно ли тензор напряжений или любой из инвариантов напряженного состояния представить одним числом?
40. Чем определяются величина и направление главных нормальных напряжений в точке?
41. Запишите выражения для нормального и касательного напряжений на октаэдрической площадке через инварианты напряженного состояния.
42. Запишите выражение для интенсивности напряжений в точке.
43. Как зависит касательное октаэдрическое напряжение от интенсивности напряжений в точке?
44. Какие возможны изменения элемента объема тела при его деформации под действием нагрузок?
45. На какие составляющие части можно разложить тензор напряжений?
46. Запишите шаровой тензор напряжений, девиатор напряжений.
47. Чем определяется изменение объема или формы элемента тела при его деформации?
48. Какое напряженное состояние называется гидростатическим?
49. Запишите дифференциальные уравнения равновесия.
50. Что называется относительной линейной деформацией в точке по данному направлению?
51. Что называется линейным элементом данного направления?
52. Что называется сдвигом в данной точке в плоскости линейных элементов?
53. В чем состоит смысл индексов в обозначениях сдвиговых деформаций?
54. Дайте графическую интерпретацию заданной сдвиговой деформации.
55. Запишите тензор деформаций в точке в произвольных и главных координатных осях.
56. Что называется деформированным состоянием в точке тела?
57. Чем определяется деформированное состояние в точке тела?
58. Запишите инварианты деформированного состояния в точке тела.
59. Запишите зависимости для линейной и сдвиговой октаэдрических деформаций через главные линейные деформации.
60. Запишите уравнения Коши (геометрические) для деформаций.
61. В чем состоит физический и энергетический смысл уравнений неразрывности (совместности) деформаций в точке тела?
62. Между какими деформациями устанавливают связь первая и вторая группы уравнений неразрывности деформаций?
63. Запишите уравнения неразрывности деформаций.
64. Сколько неизвестных параметров необходимо определять в общем случае при решении задачи о напряженно-деформированном состоянии нагруженного тела?
65. Запишите физические уравнения (закон Гука) для объемного, плоского и линейного напряженных состояний.

66. Запишите формулы для статических граничных условий.
67. Что называется прямой и обратной задачами теории упругости?
68. Какие бывают граничные условия для нагруженного тела?
69. Какие граничные условия называются статическими, кинематическими и смешанными?
70. В чем суть первого и второго путей решения прямой задачи теории упругости?
71. Перечислите совокупность уравнений теории упругости, определяющих решение задачи о напряженно-деформированном состоянии. Сколько таких уравнений остается при переходе от объемной задачи к плоской?
72. В чем состоит отличие плоского напряженного состояния от плоского деформированного?
73. Запишите тензоры напряжений и деформаций для плоского напряженного и плоского деформированного состояний.
74. Сколько уравнений неразрывности деформаций остается и как они видоизменяются при переходе от общей объемной задачи к общей плоской?
75. Запишите бигармоническое уравнение, определяющее решение плоской задачи теории упругости.
76. Запишите зависимости в прямоугольных координатах метода комплексных переменных для решения плоской задачи теории упругости.
77. Дайте определение каждому виду линий из семейства, характеризующего напряженно-деформированное состояние в плоской задаче.

Глава 2

1. Покажите схематизированную зависимость предела текучести от температуры для низкоуглеродистых и низколегированных сталей.
2. Покажите диаграмму растяжения для идеального упругопластического тела.
3. Из каких составляющих состоит полная деформация в точке?
4. Покажите зависимость от температуры упругой и пластической деформации в жестко закрепленном стержне при нагреве его до $T > T^*$ (T^* — температура перехода металла в пластическое состояние) и последующем охлаждении до нуля.
5. Действием каких факторов определяются слагаемые пластической деформации сжатия в стержне при нагреве его в интервале 500...600 °C (материал — сталь Ст3)?
6. Почему после охлаждения в стержне возникают остаточные напряжения?
7. Как доказать, что после охлаждения жестко закрепленного стержня остаточные упругая и пластическая деформации равны по величине и обратны по знаку?
8. Как определить температуру нагрева жестко закрепленного стержня, при которой напряжения сжатия достигают величины предела текучести?
9. Как определить температуру жестко закрепленного стержня на стадии охлаждения, при которой напряжения растяжения в нем достигают предела текучести?
10. Почему на начальном этапе нагрева жестко закрепленного стержня углы наклона линий температурной и упругой деформации к оси температур одинаковы?
11. Чему равна величина пластической деформации сжатия в жестко закрепленном стержне при температуре 600 °C (материал — сталь Ст3)?
12. Каким зонам сварного соединения соответствуют крайние и средние полосы пластины с прорезами?
13. На каком основании принимается равенство полных деформаций в средней и крайних полосах пластины с прорезами?
14. Покажите зависимость от температуры упругих, пластических и полных деформаций в полосах пластины при нагреве и охлаждении средней полосы.
15. Действием каких факторов определяются слагаемые пластической деформации сжатия в средней полосе при нагреве ее в интервале 500...600 °C (материал — сталь Ст3)?

16. Влияют ли напряжения растяжения в крайних полосах пластины с прорезями, возникающие при нагреве средней полосы, на величину пластической деформации сжатия в ней, достигаемой к моменту T_2?
17. Запишите условие равновесия продольных внутренних усилий в пластине с прорезями.
18. Что является причиной образования остаточных продольных напряжений в полосах пластины с прорезями?
19. Почему в средней полосе пластины с прорезями при ее нагреве возникают напряжения сжатия?
20. Постройте диаграмму $\varepsilon - T$ для пластины с прорезями при $F_{ср} < F_{кр}$ или $F_{ср} > F_{кр}$.
21. Что означает соблюдение гипотезы плоских сечений для полных деформаций в полосах пластины?
22. Оказывает ли влияние на формирование остаточных напряжений в пластине с прорезями пластическая деформация в средней полосе, протекающая при температуре выше 600 °C?
23. Зависит ли величина остаточных напряжений в полосах пластины от предела текучести металла?
24. Что произойдет со средней и крайними полосами пластины с прорезями, если после охлаждения отрезать левую или правую перемычку?
25. Почему в крайних полосах пластины при нагреве и охлаждении средней полосы пластическая деформация не протекает?
26. Выведите зависимости для определения упругих деформаций в средней и крайних полосах пластины на начальном этапе нагрева средней полосы от 0 до T_1.
27. От чего зависит угол наклона линий упругой деформации в средней и крайних полосах пластины к оси температур на участке нагрева от 0 до T_1?
28. Чему равна сумма абсолютных значений упругих деформаций в средней и крайних полосах пластины на участке от 0 до T_1?
29. Из каких соображений можно установить величину остаточной пластической деформации сжатия в средней полосе?
30. Как влияет общий подогрев пластины с прорезями на изменение диаграммы $\varepsilon - T$?
31. Покажите характер эпюры продольных напряжений в поперечном сечении сварного стыкового соединения на стадии нагрева в процессе сварки.
32. Какая область сварного соединения называется зоной пластических деформаций?
33. Покажите эпюру остаточных продольных пластических деформаций укорочения при сварке стыкового соединения, при нагреве кромки полосы (наплавка на кромку).
34. Протекают ли при сварке в сварном соединении пластические деформации удлинения в продольном по отношению к шву направлении?
35. Перечислите допущения, которые используются в расчетном методе Николаева.
36. В каком сечении рассматриваются деформации в расчетном методе Николаева?
37. Какие параметры необходимо определять в расчетном методе Николаева на стадии нагрева, в остаточном состоянии?
38. Запишите условия, из которых можно определить ширину зоны пластических деформаций и полную деформацию в поперечном сечении сварного соединения в расчетном методе Николаева.
39. Покажите эпюру максимальных продольных пластических деформаций укорочения, влияющих на формирование остаточных напряжений и деформаций в соединении.
40. Какие допущения положены в основу расчетного метода Трочуна?
41. Запишите условия равновесия продольных внутренних усилий в сварном соединении по методу Трочуна.
42. Как определить реактивные напряжения сжатия в сварном соединении в соответствии с расчетным методом Трочуна?
43. Как определяется ширина зоны чисто пластических деформаций при сварке согласно методу Трочуна?

44. Зависит ли ширина зоны чисто пластических деформаций от размеров свариваемых пластин?
45. Как зависит ширина зоны пластических деформаций при сварке от ширины свариваемых пластин?
46. Что такое активная и реактивная силы при сварке?
47. Запишите формулу для определения эффективной тепловой мощности сварочной дуги.
48. Запишите условие равновесия продольных внутренних усилий в сварном соединении в соответствии с методом Трочуна.
49. Чему равна разница в длинах пластической зоны и реактивных зон сварного соединения после разрезки сварного соединения по границам пластических зон (расчет выполнять в рамках метода Трочуна)?
50. Покажите эпюру остаточных пластических деформаций укорочения в сварном соединении в соответствии с расчетным методом Трочуна.

Глава 5

1. Запишите формулу для определения объема продольного укорочения при сварке, если известно распределение остаточных продольных пластических деформаций укорочения в поперечном сечении сварного соединения.
2. Запишите формулы для определения напряжений и перемещений в произвольной точке плоскости с закрытым вырезом-трещиной.
3. Запишите формулу, определяющую функцию напряжений Z_I в плоскости с закрытым вырезом-трещиной.
4. Запишите формулу для функции напряжений Z_I в плоскости с закрытым вырезом-трещиной, если к его берегам приложена равномерно распределенная по длине выреза закрывающая нагрузка σ_*.
5. Запишите интегральное представление для напряжений в любой точке произвольного поперечного сечения сварного соединения в бесконечной плоскости со швом ограниченной длины.
6. Какие особенности имеет напряженное состояние в плоскости с закрытым вырезом-трещиной?
7. Чему равен предел отношения равномерно распределенной нагрузки на берега выреза-трещины σ_* к расстоянию Δ между закрытыми вырезами-трещинами, если Δ стремится к нулю.
8. Как установить зависимость между равномерно распределенной закрывающей нагрузкой σ_* на берега выреза-трещины и расстоянием Δ между такими вырезами-трещинами?
9. Запишите интегральное представление для напряжений в сварном соединении с круговым швом в плоскости.
10. Каким образом можно учесть вклад в напряженное состояние в сварном соединении с круговым швом в плоскости радиальной остаточной пластической деформации при известной ее зависимости от радиуса?
11. Какое остаточное напряженное состояние при сварке пластин называется базовым, в чем его особенности?
12. Докажите, что при базовом остаточном напряженном состоянии эпюра остаточных продольных напряжений всегда повторяет в определенном масштабе эпюру остаточных продольных пластических деформаций укорочения с обратным знаком.
13. Как можно представить напряженное состояние в сварном соединении ограниченных размеров, сваренном в абсолютно жестком приспособлении.
14. Покажите эпюры продольных напряжений в различных поперечных сечениях сварного соединения ограниченных размеров, сваренного в абсолютно жестком приспособлении.
15. В чем состоит особенность распределения продольных напряжений в соединении ограниченных размеров при сварке в абсолютно жестком приспособлении по мере приближения рассматриваемого сечения к торцам соединения?
16. Покажите эпюру поперечных напряжений на оси шва в соединении ограниченных размеров. Как изменяется эта эпюра по мере увеличения длины соединения при постоянной ширине или при изменении ширины соединения при постоянной длине?

17. Как и почему влияет жесткость приспособления на величину остаточных напряжений в сварном соединении ограниченных размеров? В каких случаях влияние приспособления сказывается мало?
18. Что такое коэффициент продольной жесткости сборочно-сварного приспособления?
19. Почему при продольном растяжении сварного соединения после сварки происходит снижение остаточных напряжений?
20. Как влияет на изменение остаточных напряжений в сварном соединении равномерное продольное сжатие?

Глава 4

1. Какие виды напряженного состояния могут быть в сварных соединениях?
2. Какова связь между упругими деформациями и напряжениями при линейном, плоском и объемном напряженных состояниях?
3. Возможно ли с помощью экспериментальных методов непосредственно определить компоненты напряженного состояния?
4. Какие методы применяются для экспериментального определения напряжений?
5. В чем состоит сущность механических методов определения напряжений?
6. Для чего необходимо производить разрезку сварного соединения при определении в нем остаточных напряжений?
7. Как зависит точность определения остаточных напряжений экспериментальным путем от размера базы измерения?
8. В каких случаях при определении остаточных напряжений можно использовать большие базы измерения?
9. Что такое база измерения и как она подготавливается в зависимости от вида напряженного состояния?
10. Опишите методику экспериментального определения напряжений в зоне сварного соединения, в которой происходили только упругие деформации.
11. Опишите методику экспериментального определения напряжений в зоне сварного соединения, в которой происходили упругопластические деформации.
12. Как производится учет влияния на изменение длины базы измерения деформации, вызванной изгибом?
13. Приведите принципиальную схему механического деформометра и опишите его работу.
14. Перечислите типы преобразователей деформации, применяемых в конструкциях механических деформометров.
15. Приведите схему оптического преобразователя деформации и опишите его работу.
16. Приведите схему емкостного преобразователя деформации и опишите его работу.
17. Опишите принцип работы индуктивного преобразователя деформаций.
18. Расскажите об устройстве механотронного преобразователя деформаций и опишите его работу.
19. В чем состоит принцип работы пневмоконтактных преобразователей деформации?
20. В чем состоит сущность электротензометрических методов измерения деформаций?
21. Что такое тензорезистор и каков принцип его работы?
22. Приведите типы тензорезисторов.
23. Из каких основных элементов состоит проволочный тензорезистор?
24. Из какого материала изготовляют чувствительный элемент с решеткой проволочного тензорезистора?
25. В чем состоит отличие фольгового тензорезистора от проволочного?
26. В каких случаях необходимо применять полупроводниковые тензорезисторы и почему?
27. Опишите методику монтажа тензорезисторов.

28. Какие измерительные схемы применяются для измерения сопротивления тензорезистора?
29. В чем состоит принцип работы мостовой схемы измерения сопротивления?
30. В скольких направлениях в общем случае необходимо измерить деформации в точке при определении всех компонент объемного напряженного состояния?
31. В скольких направлениях необходимо измерить деформации в точке для определения компонент объемного напряженного состояния, если направление главных осей известно?
32. В чем состоит метод глубоких сверлений для определения трехосных напряжений?
33. В чем состоит методика измерения трехосных напряжений методом отверстий?
34. На каком физическом явлении основан магнитоупругий метод определения напряжений?
35. Для каких материалов можно применять магнитоупругий метод определения напряжений?
36. Как определить значения напряжений при применении магнитоупругого метода?
37. В каких случаях целесообразно применять поляризационно-оптический метод для определения напряжений?
38. Из какого материала изготовляют модели для определения напряжений поляризационно-оптическим методом?
39. На каком физическом явлении основан поляризационно-оптический метод?
40. Опишите методику определения напряжений поляризационно-оптическим методом.
41. Измерение каких деформаций необходимо произвести для определения величины внутренней деформации при сварке?
42. Опишите методику измерения полных деформаций при сварке.
43. Опишите методику определения остаточных продольных пластических деформаций укорочения.

Глава 5

1. Приведите классификацию сварочных деформаций.
2. Что представляет собой деформации продольного укорочения и каковы причины ее образования? Дайте определение продольной усадочной силы.
3. Докажите, что $P_{\text{ус}}^{\text{пр}} = \delta E \int\limits_{-b_{\text{л}}}^{b_{\text{п}}} \varepsilon'(x)\,dx$.
4. Зависит ли величина продольной усадочной силы от режима сварки и размеров сварного соединения?
5. В каких случаях возникает усадочная сила от поперечной усадки и как она определяется?
6. Запишите формулу для определения продольного укорочения при сварке продольного стыкового шва.
7. Что представляет собой деформация поперечного укорочения и каковы причины ее образования?
8. Дайте определение поперечной усадочной силы $P_{\text{ус}}^{\text{поп}}$ и запишите формулы для ее определения.
9. Как влияет скорость сварки на поперечное укорочение?
10. Как влияет зазор на величину поперечного укорочения?
11. Зависит ли поперечное укорочение от режима сварки и размеров свариваемых пластин?
12. Из каких слагаемых состоит продольное укорочение при сварке продольных и поперечных швов?
13. Как учитывается жесткость закрепления сварного соединения на поперечное укорочение при сварке встык?
14. Что представляет собой деформация изгиба и каковы причины ее образования?

15. Определите прогиб при сварке встык двух пластин различной ширины.
16. Какова методика определения деформации изгиба сварного соединения с несколькими швами?
17. В каких случаях образуется деформация изгиба сварного соединения в двух плоскостях?
18. В чем заключаются основные причины образования угловой деформации при сварке?
19. Какими составляющими определяется угловая деформация при сварке тавровых соединений?
20. Как зависит угловая деформация от относительной глубины провара?
21. Как зависит угловая деформация от скорости сварки?
22. Чем отличается угловая деформация при выполнении углового и стыкового швов?
23. Как определяется угловая деформация при многопроходной стыковой сварке?
24. Какое влияние оказывает количество проходов на величину угловой деформации?
25. В чем состоит явление потери устойчивости?
26. Какие элементы сварных конструкций подвержены деформации потери устойчивости?
27. Запишите в общем виде условие устойчивости.
28. В чем состоит решение сварочной задачи о потере устойчивости?
29. От чего зависит жесткость закрепления кромок листового элемента и как она учитывается при определении критического значения напряжения?
30. Какова причина образования деформации скручивания и при сварке каких конструкций она встречается?
31. Какой величиной характеризуется деформация скручивания и от каких параметров она зависит?
32. Запишите формулы для определения продольного укорочения и максимального прогиба балки от сварки продольных швов.
33. В чем состоит метод «сшивания» при определении продольных деформаций от сварки поперечных швов?
34. Совпадает ли в общем случае плоскость изгиба балки несимметричного профиля с плоскостью действия изгибающего момента?
35. Покажите на рисунке остаточную деформацию узкой полосы после нагрева одной из продольных кромок.
36. Какую деформацию будут иметь две половины сварного соединения после разрезки его по оси шва на две части?
37. Какую продольную деформацию будет иметь зона остаточных пластических деформаций сварного стыкового соединения после ее вырезки из соединения?
38. Какой вид имеет деформация при сварке кольцевых швов тонкостенных цилиндрических обечаек?
39. В результате действия каких сил образуется деформация при сварке кольцевых швов цилиндрических обечаек?
40. Какие деформации образуются при сварке продольных швов тонкостенных цилиндрических обечаек?

Глава 6

1. Какое разрушение называется хрупким, квазихрупким?
2. Какими особенностями характеризуется хрупкое и квазихрупкое разрушение?
3. Существует ли различие и почему в энергозатратах на хрупкое и квазихрупкое разрушение?
4. Является ли хрупкость состоянием материала или это его свойство?
5. В каких пределах ориентировочно находится толщина пластически деформированного слоя на поверхности излома у наиболее распространенных конструкционных сталей?
6. Какие факторы способствуют переходу металла в хрупкое состояние?
7. В каких аспектах можно рассматривать влияние остаточных сварочных напряжений на хрупкое разрушение сварных конструкций?

8. Что понимается под устойчивостью или неустойчивостью процесса хрупкого разрушения?
9. Какие существуют критерии хрупкого разрушения?
10. В чем сущность энергетического критерия хрупкого разрушения Гриффитса?
11. Запишите формулу для критических напряжений хрупкого разрушения пластины с трещиной, установленную Гриффитсом применительно к плоскому напряженному состоянию или плоской деформации?
12. В чем состоит концепция квазихрупкого разрушения?
13. Что такое эффективная поверхностная энергия при квазихрупком разрушении?
14. Почему у вершины квазихрупкой трещины возникает пластическая зона?
15. Чем определяются форма и размеры пластической зоны у вершины трещины?
16. В каких условиях у вершины трещины возникает пластическая зона иглообразной формы?
17. В чем сущность так называемого силового критерия хрупкого разрушения Ирвина?
18. Запишите обобщенную зависимость для компонентов тензора напряжений в произвольной точке плоскости с трещиной вблизи ее вершины.
19. Какие типы трещин, по Ирвину, могут существовать в нагруженном теле?
20. Чем различаются между собой трещины нормального отрыва, поперечного сдвига, продольного сдвига?
21. Какие компоненты вектора перемещений на фронте разрушения терпят разрыв у трещины I, II и III типа?
22. Что такое коэффициент интенсивности напряжений у вершины хрупкой трещины и почему он так называется?
23. Почему коэффициент интенсивности напряжений у вершины хрупкой трещины может рассматриваться как критерий хрупкого разрушения?
24. Что собой представляет вязкость разрушения (трещиностойкость) материала?
25. Какова размерность коэффициента интенсивности напряжений?
26. Какие хрупкие трещины называются трещинами смешанного типа?
27. Почему в исходной зависимости для определения коэффициента интенсивности напряжений, вытекающей из обобщенной формулы для напряжений в точке вблизи вершины трещины, используется предельный переход?
28. Запишите формулы для напряжений в произвольной точке вблизи вершины трещины I типа в пластине.
29. Каким образом можно представить напряженное состояние в нагруженном теле с трещиной?
30. Дайте формулировку задач о напряженном состоянии в теле, обозначаемых в теории трещин как задачи $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{C}$.
31. Запишите формулы для напряжений в задаче $\mathfrak{C}$.
32. Запишите исходную зависимость для определения K_I (или K_{II}), если известны соответствующие напряжения на линии трещины в задаче $\mathfrak{B}$.
33. Как влияют боковые границы тела на изменение коэффициентов интенсивности напряжений?
34. В чем сущность деформационного критерия разрушения?
35. Что собой представляет δ_k-модель хрупкой трещины Леонова—Панасюка — Дагдейла?
36. Что такое эффективная трещина, чем она отличается от реальной трещины?
37. Какие нагрузки должны быть приложены к берегам эффективной трещины на длине пластических зон?
38. Чему равен коэффициент интенсивности напряжений у вершины эффективной трещины?
39. Существует ли сингулярность по напряжениям в вершине эффективной трещины?
40. В чем состоит особенность смыкания берегов эффективной трещины в ее вершине?

41. Какая зависимость используется для определения раскрытия δ берегов реальной трещины в ее вершине?
42. Почему в плоских стыковых сварных соединениях всегда $K_{III} = 0$?
43. Покажите характер зависимости K_I от длины симметричной поперечной хрупкой трещины в стыковом сварном соединении технологически больших размеров, дайте необходимые пояснения.
44. Как влияют перпендикулярные к плоскости трещины боковые границы сварного соединения на величину K_I?
45. Какова суть приближенного расчетного метода учета поправок $K_I^{\perp}$ в связи с наличием боковых границ соединения?
46. В какой мере оказывают влияние на K_I границы соединения, параллельные плоскости трещины?
47. Покажите характер зависимостей K_I от длины симметричной продольной трещины в шве стыкового соединения ограниченных размеров для различных значений c.
48. Почему с увеличением длины сварного соединения для центральных симметричных трещин в шве сравнительно небольшой длины значения K_I падают.
49. В чем заключается метод расчета K_I или K_{II} для произвольной трещины в соединении технологически больших размеров без предварительного определения остаточных напряжений?

Глава 7

1. На каком принципе основаны мероприятия по снижению сварочных деформаций и напряжений?
2. На каких этапах изготовления сварной конструкции можно снижать сварочные деформации и напряжения?
3. Назовите возможные пути уменьшения площади эпюры остаточных пластических деформаций укорочения в процессе сварки.
4. Каким образом можно уменьшить площади эпюры остаточных пластических деформаций укорочения после сварки?
5. Как влияет ширина базы закрепления продольных кромок свариваемых листов на величину поперечных напряжений?
6. Какие мероприятия обеспечивают снижение угловой деформации при сварке стыкового и тавровых соединений?
7. Какова причина сварочных деформаций в плоскости свариваемых листов?
8. Назовите методы, предупреждающие образование сварочных деформаций и напряжений.
9. Назовите методы, устраняющие сварочные деформации и напряжения.
10. Как влияет изменение удельной тепловой энергии при сварке на площадь эпюры остаточных пластических деформаций укорочения?
11. Достигается ли снижение остаточных сварочных напряжений в сварном шве при применении концентрированных источников нагрева?
12. В результате чего происходит уменьшение площади эпюры остаточных пластических деформаций укорочения?
13. Как влияет уменьшение ширины шва на остаточные сварочные напряжения?
14. Почему при уменьшении ширины шва снижаются остаточные продольные деформации укорочения?
15. Почему при сварке концентрированным источником теплоты снижаются угловые деформации?
16. Назовите способы сварки с концентрированным источником нагрева.
17. В чем сущность сварки с теплоотводом?
18. Как изменяется характер распределения максимальных температур в поперечном сечении сварного соединения при сварке с теплоотводом? Можно ли снизить величину остаточных продольных напряжений в сварном шве при сварке с теплоотводом?
19. Почему при сварке с теплоотводом уменьшается площадь эпюры остаточных пластических деформаций укорочения?

20. От чего зависит эффективность применения теплоотвода?
21. В каком случае применение теплоотвода может привести к снижению угловой деформации?
22. В чем состоит сварка с предварительным растяжением?
23. Опишите механизм уменьшения ширины зоны остаточных пластических деформаций укорочения при сварке с предварительным растяжением.
24. Приведите схемы предварительного растяжения при сварке встык пластин.
25. Опишите механизм снижения остаточных продольных напряжений при сварке встык пластин с предварительным растяжением.
26. Как изменяется эпюра остаточных продольных напряжений при сварке с предварительным растяжением?
27. Какие остаточные напряжения оказывают основное влияние на выбор величины предварительного растяжения?
28. Каким должно быть предварительное растяжение, чтобы после сварки отсутствовали остаточные продольные напряжения?
29. Какие факторы влияют на эффективность снижения остаточных продольных напряжений при сварке с предварительным растяжением?
30. Опишите методику определения необходимой силы растяжения нагрузочного устройства при сварке с предварительным растяжением.
31. Приведите схему сварки с предварительным растяжением встык тонкостенных цилиндрических оболочек.
32. Приведите схему сварки фланцев в сферические оболочки с предварительным растяжением.
33. Приведите примеры сварки с предварительным растяжением.
34. Какие деформации можно снизить с помощью метода компенсации?
35. Какие мероприятия необходимо предусматривать при применении метода компенсации?
36. Как должны быть расположены сварные швы, чтобы после сварки конструкция имела минимальные деформации изгиба?
37. Как влияет последовательность выполнения поясных швов сварной двутавровой балки на ее остаточный прогиб?
38. Как должны взаимно располагаться две пластины при сварке встык, чтобы угловая деформация после сварки отсутствовала?
39. В результате чего при сварке в зажимных приспособлениях снижаются остаточные деформации и напряжения?
40. Приведите эпюру остаточных продольных пластических деформаций укорочения после сварки в зажимных приспособлениях.
41. Как изменяется эпюра остаточных продольных напряжений при сварке в зажимных приспособлениях?
42. Какова эффективность снижения деформаций при сварке в зажимных приспособлениях.
43. В чем заключается метод снижения деформаций и напряжений с помощью статического нагружения?
44. Опишите механизм снижения остаточных деформаций и напряжений при статическом нагружении сварного соединения.
45. Какова должна быть величина напряжений от статического нагружения, чтобы достигнуть полного устранения сварочных деформаций и напряжений?
46. В чем состоит сущность способа снижения сварочных деформаций и напряжений прокаткой роликами сварного соединения?
47. От каких параметров режима прокатки роликами зависит эффективность снижения остаточных деформаций и напряжений?
48. Приведите схемы прокатки роликами сварных соединений.
49. В чем состоит способ вибрационной обработки сварных соединений?
50. Какова должна быть сумма остаточных и вибрационных напряжений, чтобы было снижение напряжений?
51. Опишите механизм снижения напряжений при вибрационной обработке сварных соединений.
52. Какой вид термической обработки применяется для снижения напряжений?
53. Назовите стадии отпуска для снижения напряжений.
54. В чем состоит первая стадия отпуска?
55. Опишите процессы, происходящие на первой стадии отпуска.

56. В результате чего происходит снижение напряжений при отпуске на стадии нагрева?
57. В чем состоит вторая стадия отпуска?
58. Опишите процессы, происходящие на второй стадии отпуска.
59. В чем состоит третья стадия отпуска?
60. Опишите процессы, происходящие на третьей стадии отпуска.
61. Приведите схему снижения напряжений при отпуске.
62. На какой стадии отпуска происходит наибольший спад напряжений?
63. Опишите процесс снижения деформаций при термообработке.
64. В чем состоит сущность термической правки сварных балок?
65. На основании чего выбираются места нагрева при термической правке балок?
66. Опишите методику определения требуемой площади и удельной энергии нагрева при термической правке.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Броек Д. Основы механики разрушения: Пер. с англ. — М.: Высш. шк., 1980. — 368 с.
2. Винокуров В. А. Сварочные деформации и напряжения. — М.: Машиностроение, 1968. — 236 с.
3. Винокуров В. А., Григорьянц А. Г. Теория сварочных деформаций и напряжений. — М. : Машиностроение, 1984. — 280 с.
4. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. — М.: Наука, 1967. — 603 с.
5. Касаткин Б. С., Кудрин А. Б., Лобанов Л. М. Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений : Справ. пособие. — К. : Наук. думка, 1981. — 583 с.
6. Киселев В. А. Плоская задача теории упругости. — М.: Высш. шк., 1976. — 151 с.
7. Кузьминов С. А. Сварочные деформации судовых корпусных конструкций. — Л. : Судостроение, 1974. — 286 с.
8. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. — М.: Наука, 1965. — 716 с.
9. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. — М.: Наука, 1966. — 707 с.
10. Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацышин А. П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. — К.: Наук. думка, 1976. — 443 с.
11. Седов Л. И. Механика сплошной среды. — М.: Наука, 1970. — Т. 2. — 568 с.
12. Справочник по специальным функциям : Пер. с англ. / Под ред. М. Абрамовича и И. Стиган — М.: Наука, 1979. — 831 с.
13. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости : Пер. с англ. — М.: Наука, 1975. — 575 с.
14. Трочун И. П. Внутренние усилия и деформации при сварке — М.: Машгиз, 1964. — 246 с.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

П

Р

С

Т

У

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное пособие

Борис Сергеевич Касаткин
Владимир Михайлович Прохоренко
Игорь Маркович Чертов

НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ ПРИ СВАРКЕ

Редактор *Е. Ф. Воробьева*
Переплет художника *Г. М. Болюно*
Художественный редактор *С. П. Духленко*
Технический редактор *Л. Ф. Волкова*
Корректор *Л. М. Байбородина*

Информ. бланк № 10249

Сдано в набор 27.02.86. Подп. в печать 17.12.86. БФ 02200. Формат $60 \times 90/_{16}$. Бумага типогр. № 2. Лит. гарн. Выс. печать. Печ. л. 15,5. Кр.-отт. 15,5. Уч.-изд. л. 16,66. Тираж 6000 экз. Изд. № 7000. Зак. 6-272. Цена 85 к.

Головное издательство издательского объединения «Вища школа», 252054, Киев-54, ул. Гоголевская, 7

Книжная фабрика им. М. В. Фрунзе, 310057, Харьков-57, Донец-Захаржевского, 6/8.

В Головном издательстве издательского объединения «Вища школа» в 1987 году выйдут в свет книги:

Робототехнические системы в сборочном производстве. Учеб. пособие / Руководитель авт. кол. канд. техн. наук Е. В. Пашков.— К.: Вища шк. Головное изд-во, 1987 (III кв.).— 17 л.— Яз рус.— 80 к., 8000 экз.

Приведены рекомендации по проектированию основных элементов промышленных «сборочных» роботов и сборочных систем, методы их расчета. Сформулированы требования к приводам промышленных роботов, даны методики расчета и конструирования цифровых и следящих пневмоприводов.

Рассмотрены принципы построения систем управления сборочными роботами и системами. Даны алгоритмы управления, примеры переналаживаемых сборочных систем, описаны методы их испытания.

Для студентов вузов, обучающихся по специальности «Автоматизация и комплексная механизация машиностроения».

Аннотировалась в ТП-87, п. 1916

Машины и технология обработки металлов давлением. Лабораторные работы: Учеб. пособие / Руководитель авт. кол. проф., д-р техн. наук Л. И. Живов.— 2-е изд. (1-е изд.—1975 г.).— К.: Вища шк. Головное изд-во, 1987 (II кв.).— 12 л.— Яз. рус.— 60 к., 3000 экз.

Изложено содержание лабораторных работ по теории обработки металлов давлением, ковке, объемной и листовой штамповке, кузнечно-штамповочному оборудованию, основам автоматизации кузнечно-штамповочного производства.

Во второе издание внесены изменения в соответствии с действующими государственными стандартами. Издание дополнено новыми лабораторными работами и методическими рекомендациями по организации выполнения лабораторных работ.

Для студентов втузов, обучающихся по специальности «Машины и технология обработки металлов давлением».

Аннотировалась в ТП-87, п. 226