Задача. 1.

$n = 1000$ | 1) Lasso

$k = 10 + 1$ | 2) Квадраты всех признаков

$20 + 1$

Параметры

	Без рег.	С рег.
Исх. призн.	11 (12)	11 (12)
Исх + кв. пр	21 (22)	21 (22)

$$y_i = \langle \overset{11}{w}, x_i \rangle \ , \ \lambda$$

$$y_i = \langle w, x_i \rangle + \varepsilon_i \qquad \varepsilon_i - iid,\ E(\varepsilon_i) = 0$$

$$Var(\varepsilon_i) = \boxed{\sigma^2}$$

	Без рег.	С рег.
Исх. призн.	α	α, λ
Исх + кв. пр	α	α, λ

Задача 2.

$$a(x) = \text{sign}\ (w_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3)$$

x_1	x_2	x_3	y
0,2	0,4	0	1
0,5	0,9	0	1
0,3	0,3	0	1
0,1	0,8	1	-1
0,5	0,7	1	-1
0,9	0,9	1	-1
0,1	0,3	1	-1

1) Сколько сущ наборов w с accuracy $= 1$

$w_0 = 1$
$w_1 = 0$
$w_2 = 0$
$w_3 = -2$

Задача 3.

$a(x) = w_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2$

MSE $= 0$

x_1	x_2	y
1	1	0
0	0	1
0,5	0,5	0,5

$w_0 = 1$

$w_1 = -0,5$

$w_2 = -0,5$

$w_0 + 0 + 0 = 1$

$1 + w_1 + w_2 = 0$

$w_1 + w_2 = -1$

$-0,5 \ , \ -0,5$

$1 - 0,25 - 0,25 = 0,5$

Задача 4.

Бинарная классификация

$a(x)$ – вер-ть класса 1

$$L(a(x), y) = [y=+1] \ln a(x) + [y=-1] \ln(1-a(x))$$

-1

$$a(x) = (p_{-1}(x), p_{+1}(x))$$

$+1$

$$\prod_{i=1}^{n} p^{[y_i=1]} (1-p)^{[y_i=-1]} \qquad y_i = \{-1, 1\}$$

$$[1 \in y, -1 \notin y]$$

$$\prod_{i=1}^{n} = p_{+1}(x)(1-p_{-1})^{[1\in y, -1 \notin y]} \quad p_{-1}(x)^{[1\notin y, -1 \in y]}$$

$$(1-p_+(x))(1-p_-(x))^{[1\notin y, -1 \notin y]}$$

$$\prod_{i=1}^{n} = \left[p_{+1}(x)(1-p_{-1}(x))\right]^{[1\in y, -1\notin y]}$$

$$\left[p_{-1}(x)(1-p_{+1}(x))\right]^{[1\notin y, -1\in y]}$$

$$\left[(1-p_{-1}(x))(1-p_{+1}(x))\right]^{[1\notin y, -1\notin y]}$$

$$\left[p_{-1}(x)\, p_{+1}(x)\right]^{[1\in y, -1\in y]}$$

Задача 5

$L_a(y,z) = \ln(1+\exp(-yz))$

$L_b(y,z) = \max(0, 1-yz)$

$L_c(y,z) = (yz-1)^2$

1) Минимальное по модулю значение z, при котором L достигает минимума на $y=-1$

L_a: $\ln(1+\exp(z))$

Такого z не сущ

$z = -\infty$

L_b: $\max(0, 1+z)$

$z = -1$

L_c: $(-z-1)^2$ $\quad z = -1$

2) $a(x) = \text{sign} \langle w, x \rangle$

$\tilde{a}(x) = \text{sign}(\langle w, x \rangle - t)$

$t = 10$, рассмотрим объекты положительного класса

Может ли добавление порога не изменить значение La ни на одном положительном объекте.

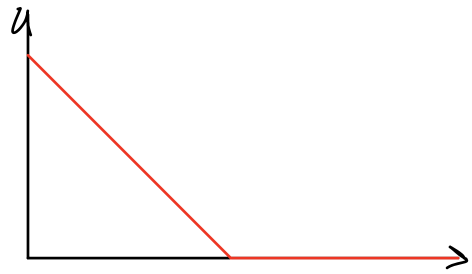
L_a: $\ln(1 + \exp(-(\langle w, x \rangle)))$

$\ln(1 + \exp(-(\langle w, x \rangle - 10)))$

L_b: $\max(0, 1 - (\langle w, x \rangle))$

$\max(0, 1 - (\underbrace{\langle w, x \rangle}_{100} - 10))$

11 - c



Задача 6.

$L(y, z) = z \log_2 \frac{z}{2y}$, $y > 0$, $z >$

1) $\arg\min_{z} L(y, z)$

$\frac{\partial L}{\partial z} = \log_2 \frac{z}{2y} + \cancel{z} \frac{2y}{\cancel{z} \ln 2} = \log_2 z - \log_2 2y +$

$+ \frac{2y}{\ln 2} = 0$ $\qquad \log_2 \frac{z}{2y} = \frac{2y}{\ln 2}$

$$2^{\log_2 \frac{z}{2y}} = 2^{\frac{2y}{\ln 2}}$$

$$z = 2y\, 2^{\frac{2y}{\ln 2}}$$

2) $\lim\limits_{z\to 0} L(y,z)$

$$\lim_{z\to 0} z\log_2 \frac{z}{2y} = 0\cdot\infty = \frac{\infty}{\infty} = 0$$

3) $z \to \infty$

$$\frac{L(y,z)}{(y-z)^2} \xrightarrow{z\to\infty} 0$$

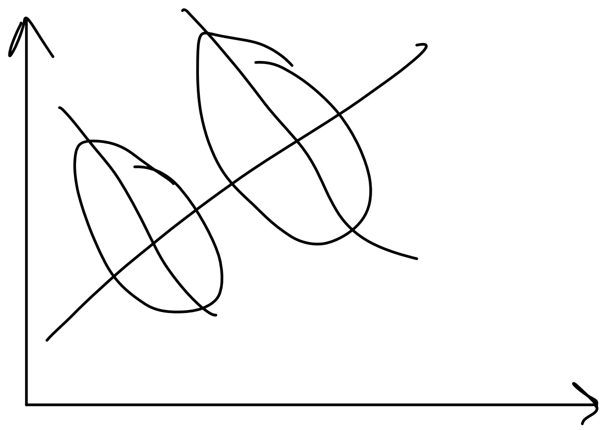
$$\frac{L(y,z)}{|y-z|} \xrightarrow{z\to\infty} \infty$$

X. Можно ли построить модель так, что:

1) Регрессия по всей выб. имеет полож. наклон

2) Разделима полосам,

две регрессии имеют
отриц. наклон.



Теорема Гаусса-Маркова

Если:
1) $Y = X\beta + \varepsilon$
2) Оценивается $\hat{Y} = X\hat{\beta}$
3) β - константы
4) X могут быть случ.
   $P(\exists \Lambda 3$ столбцы$) = 0$
5) $E(\varepsilon | X) = 0$, $Var(\varepsilon | X) = \sigma^2 I$
6) $n \gg k$

ТСо:

1) $\hat{\beta}$ сущ с вер-ю 1 $\xleftarrow{\varepsilon}$
2) $\hat{\beta}$ линейны по Y , $\hat{\beta} = \underbrace{(X^T X)^{-1} X^T}_{} Y$
3) $E(\hat{\beta} | X) = \beta$

4) $\hat{\beta}$ эффективны в классе линейных по Y несмещ оценок