



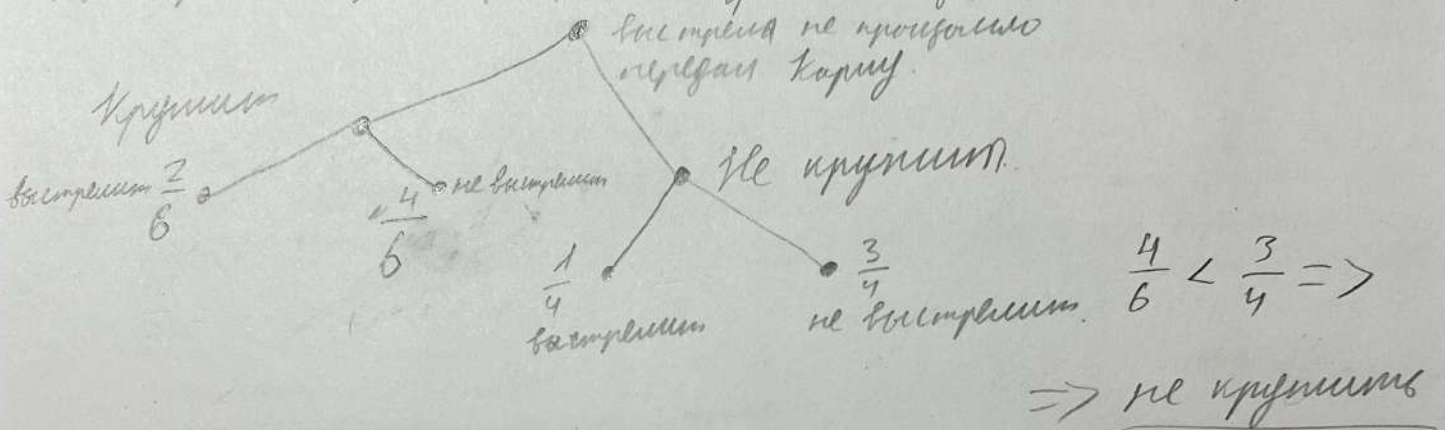


### Задача 5:

$\frac{2}{6}$  - выпадение (обознач " + ")

$\frac{4}{6}$  - не выпадение (обознач " - ")

По данному заданию нарисован на числовой прямой сег  
 выпадения  $\Rightarrow P_{\text{выпадения}} = \frac{1}{4}$ ,  $P_{\text{сег выпадения}} = \frac{3}{4}$



### Задача 6:

$$E(X) = 1, E(Y) = 2, E(X^2) = 5, E(Y^2) = 13, E(XY) = -1$$

$$1) E(2X + Y - 4) = 2E(X) + E(Y) - 4 = 2 \cdot 1 + 2 - 4 = 0$$

$$2) \text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 5 - 1^2 = 4$$

$$\text{Var}(Y) = E(Y^2) - (E(Y))^2 = 13 - 2^2 = 9$$

$$3) E(XY) = E(X) \cdot E(Y) + \text{cov}(X, Y)$$

$$\text{cov}(X, Y) = E(XY) - E(X) \cdot E(Y) = -1 - 2 \cdot 1 = -3$$

$$\text{corr}(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{D}(X)} \cdot \sqrt{\text{D}(Y)}} = \frac{-3}{2 \cdot 3} = -\frac{1}{2}$$

$$4) \text{Var}(X + Y + 1) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2\text{cov}(X, Y) = 4 + 9 + 2 \cdot (-3) = 1$$

$$\text{Var}(X - Y - 1) = \text{Var}(X + Y + 1)$$

$$5) \text{cov}(X - Y - 1, X + Y + 1) = \text{cov}(X, X) + \text{cov}(X, Y) - \text{cov}(Y, X) - \text{cov}(Y, Y) -$$

$$\text{cov}(X, X) = \text{Var}(X)$$

$$\text{cov}(X, Y) = \text{cov}(Y, X)$$

$$\text{cov}(X - Y - 1, X + Y + 1) = 4 - 3 + 3 - 9 = -5$$

Задача 1:

	$X=1$	$X=2$
$Y=-1$	0.1	0.2
$Y=0$	0.2	0.3
$Y=1$	0	0.2

$$1) P(X=1 \cap Y=0) = 0.2$$

$$2) P(X=1) = 0.1 + 0.2 = 0.3$$

$$3) E(|Y|) = \sum x_i p_i$$

$ Y $	0	1
$p$	0.5	0.5

$$\Rightarrow E(|Y|) = 0 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.5 = 0.5$$

$Y$	-1	0	1
$p$	0.3	0.5	0.2

$Y^2$	1	0
$p$	0.5	0.5

$$5) \text{Cov}(X, Y) = \sum \sum P(X=X_i, Y=Y_j) \cdot x_i \cdot y_j - E(X)E(Y)$$

$$E(X) = \sum x_i p_i = 1 \cdot 0.3 + 2 \cdot 0.7 = 1.7$$

$$E(Y) = -1 \cdot 0.3 + 0 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.2 = -0.1$$

$$\text{Cov}(X, Y) = (-1) \cdot 0.1 \cdot 1 + (-1) \cdot 0.2 \cdot 2 + 1 \cdot 0.2 \cdot 2 + 1.7 = 0.07$$

$$6) \text{Corr}(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{D(X)} \cdot \sqrt{D(Y)}}$$

$$D(X) = \sum (x_i - M_X)^2 \cdot p_i = (1 - 1.8)^2 \cdot 0.3 + (2 - 1.8)^2 \cdot 0.7 =$$

$$D(Y) = \sum (y_i - M_Y)^2 \cdot p_i = (-1 + 0.1)^2 \cdot 0.3 + (0 + 0.1)^2 \cdot 0.5 + (1 + 0.1)^2 \cdot 0.2 =$$

$$= 0.49$$

$$\text{Corr}(X, Y) = \frac{0.07}{\sqrt{0.22} \cdot \sqrt{0.49}} = \frac{0.1}{\sqrt{0.22}} = \frac{1}{\sqrt{22}}$$



7)  $\text{Corr}(X, Y) \neq 0$

$P(X=-1, Y=-1) = 0.1$

$P(X=-1) \cdot P(Y=-1) = 0.3 \cdot 0.3 = 0.09$

$\Rightarrow$  зависимые

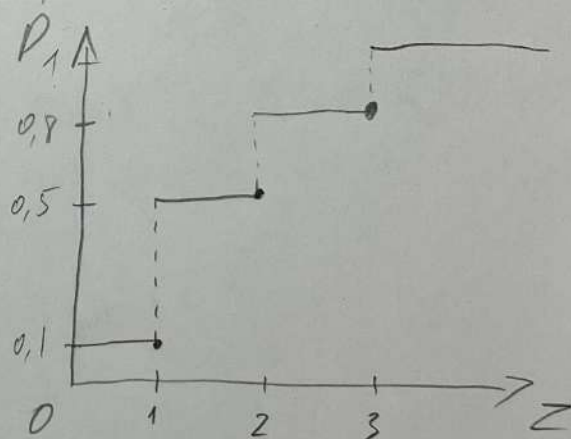
8)  $Z = X + Y$

	$X=-1$	$X=2$
$Y=-1$	0.1	0.2
$Y=0$	0.2	0.3
$Y=1$	0	0.2

$Z$	0	1	2	3
$P$	0.1	0.2	0.3	0.2

$Z$	0	1	2	3
$P$	0.1	0.4	0.3	0.2

$$F(z) = \begin{cases} 0, & z \leq 0 \\ 0.1, & 0 < z \leq 1 \\ 0.5, & 1 < z \leq 2 \\ 0.8, & 2 < z \leq 3 \\ 1, & z > 3 \end{cases}$$



9)  $\text{COV}(Z, X) = \sum \sum P(Z=z_i, X=x_j) z_i \cdot x_j - E(Z) \cdot E(X)$

$Z \backslash X$	1	2
0	0.1	0
1	0.2	0.2
2	0	0.3
3	0	0.2

$\text{COV}(Z, X) = 1 \cdot 1 \cdot 0.2 + 1 \cdot 2 \cdot 0.2 + 2 \cdot 0.3 \cdot 2 + 3 \cdot 0.2 \cdot 2 - 1.6 \cdot 1.7 = 0.28$

$E(Z) = 0 \cdot 0.1 + 1 \cdot 0.4 + 2 \cdot 0.3 + 3 \cdot 0.2 = 1.6$

$E(X) = 1.7$

10)  $F_{X,Y}(-1, 0) = 0$ , т.к. отрицательные значения

### Задача 9:

Два игрока.

Y	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Два карты.

$$F(X) = \begin{cases} 0, & x < 3 \\ \frac{1}{4}, & x \in [3, 4) \\ \frac{1}{2}, & x \in [4, 5) \\ \frac{3}{4}, & x \in [5, 6) \\ 1, & x \geq 6 \end{cases}$$

X	1	2	3	4	5	6
P	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$$P(Y=4, X=4) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$$

### Задача 8:

$$P_m = \frac{(\lambda \cdot T)^m}{m!} \cdot e^{-\lambda T} \quad \text{-- формула Пуассона}$$

$\lambda = 3/24$  -- среднее время за 24 часа.

1)  $m > 0$ .  $T=1$

Найти  $P$  без очереди 1 раз:

$$P_{m=0} = \frac{\left(\frac{3}{24}\right)^0}{0!} e^{-\frac{3}{24}} \approx 0,8825$$

$$P_{m>1} = 1 - P_{m=0} \approx 0,1175$$

2)  $m=0$  за 2 часа ( $T=2$ )

$$P_{m=0} = e^{-\frac{3}{12}} \approx 0,7788$$



**Задача 1:** Варианты 2. (Условие по порядку цифр)

2 варианта рассматриваются в очереди: Б В Б В Б В  $\Rightarrow 2 \cdot 3! \cdot 3!$   
В В В В В В

Всего вариантов  $6!$

$$P(\text{случайная очередь}) = \frac{2 \cdot 3! \cdot 3!}{6!} = 0.1$$

**Задача 10:**

$$F(x) = \begin{cases} c \cdot x^2, & x \in [1; 3] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

1) Нормировка  $\int_{-\infty}^{+\infty} F(x) dx = 1$

$$\int_1^3 c x^2 dx = c \left. \frac{x^3}{3} \right|_1^3 = c \cdot \frac{26}{3} = 1$$

$$c = \frac{3}{26}$$

2)  $P(X=1) = 0$

3)  $F(x) = \int_{-\infty}^x F(t) dt$

$$x < 1 \rightarrow F(x) = 0 \Rightarrow F(x) = 0$$

$$1 \leq x \leq 3 \rightarrow F(x) = \int_1^x \frac{3}{26} t^2 dt = \frac{3}{26} \left. \frac{t^3}{3} \right|_1^x = \frac{1}{26} (x^3 - 1)$$

$$x > 3 \rightarrow F(x) = \int_1^3 \frac{3}{26} t^2 dt = \frac{3}{26} \left. \frac{t^3}{3} \right|_1^3 = 1$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{1}{26} (x^3 - 1), & 1 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$