

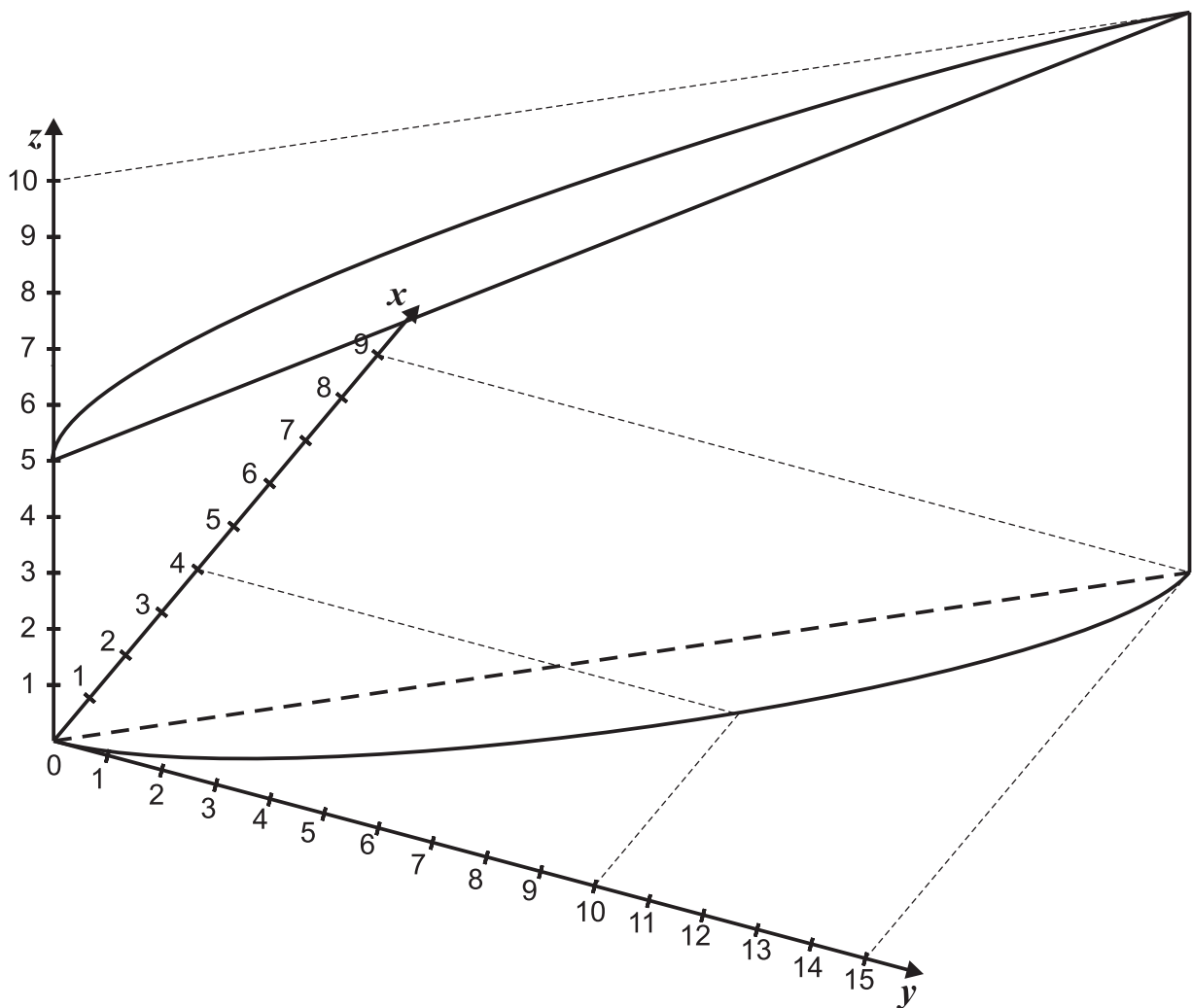
Варіант 0.

Завдання. Методом паралельних перерізів (загальне число перерізів для кожної задачі 9: по 3 перерізи, паралельні площинам oxy , oxz , oyz) дослідити задану область; скласти рівняння кожного перерізу та в межах області побудувати його графік.

Задача 1.

$$y = 5\sqrt{x}, \quad y = \frac{5x}{3}, \quad z = 0, \quad z = 5 + \frac{5\sqrt{x}}{3}.$$

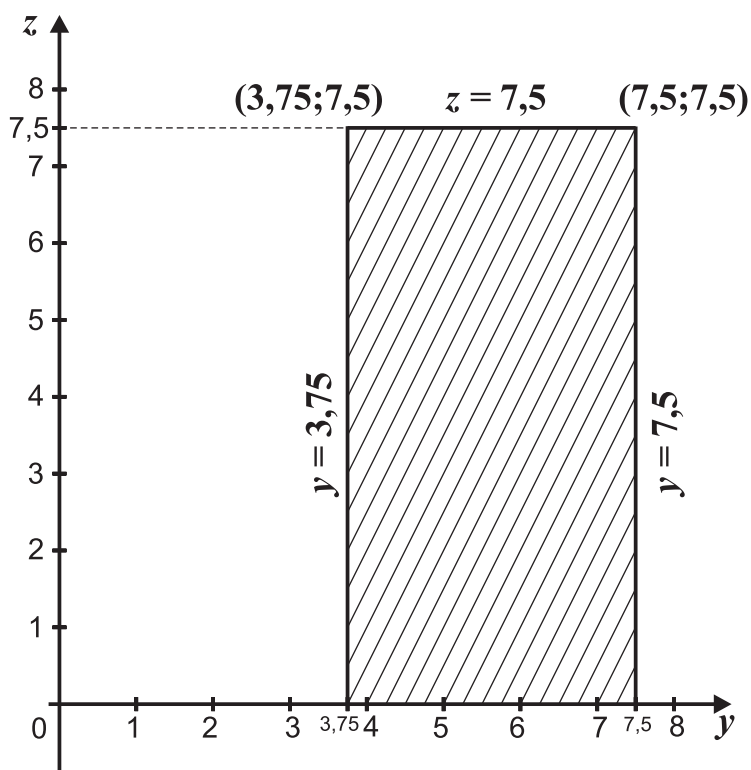
Розв'язання. Рівняння $y = 5\sqrt{x}$ визначає параболічний циліндр з твірними паралельними осі oz , рівняння $y = \frac{5x}{3}$ визначає площину, яка проходить через вісь oz , $z = 0$ – рівняння площини oxy та рівняння $z = 5 + \frac{5\sqrt{x}}{3}$ визначає параболічний циліндр з твірними паралельними осі oy . Зробимо рисунок.



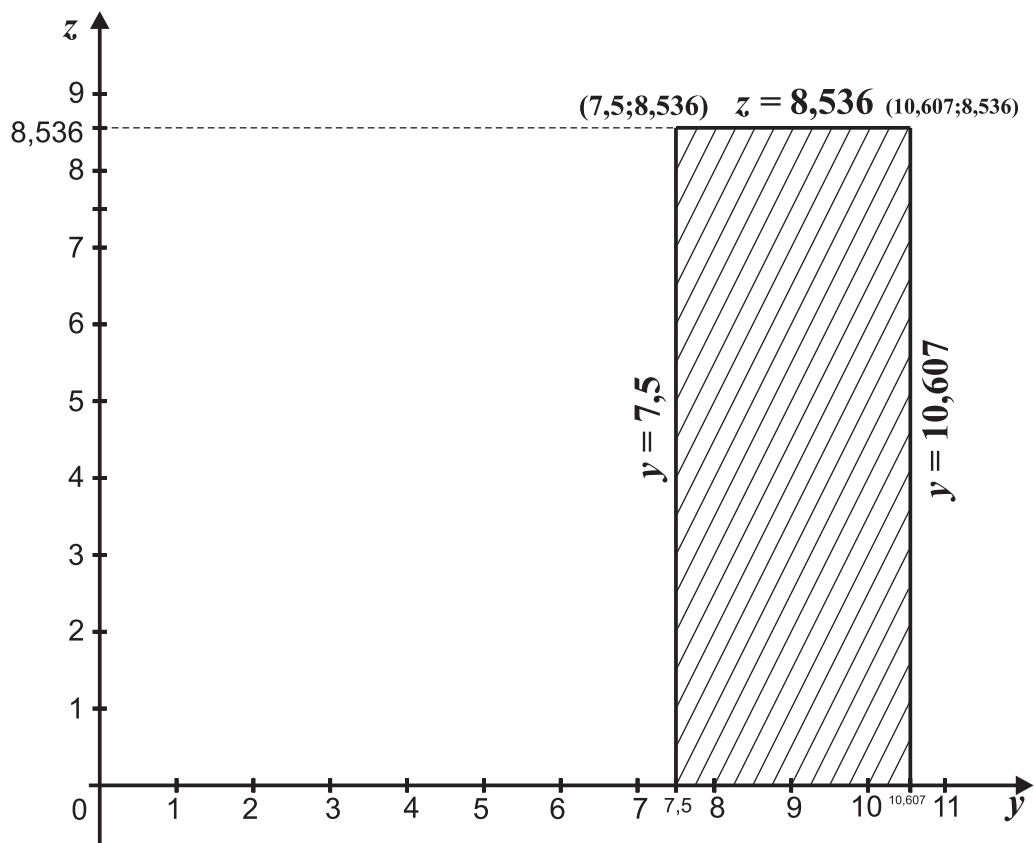
З рисунка бачимо, що $x \in [0; 9]$, $y \in [0; 15]$, $z \in [0; 10]$.

1) Розглянемо перерізи, площинами $x = 2,25$, $x = 4,5$, $x = 6,75$ паралельними площині oyz .

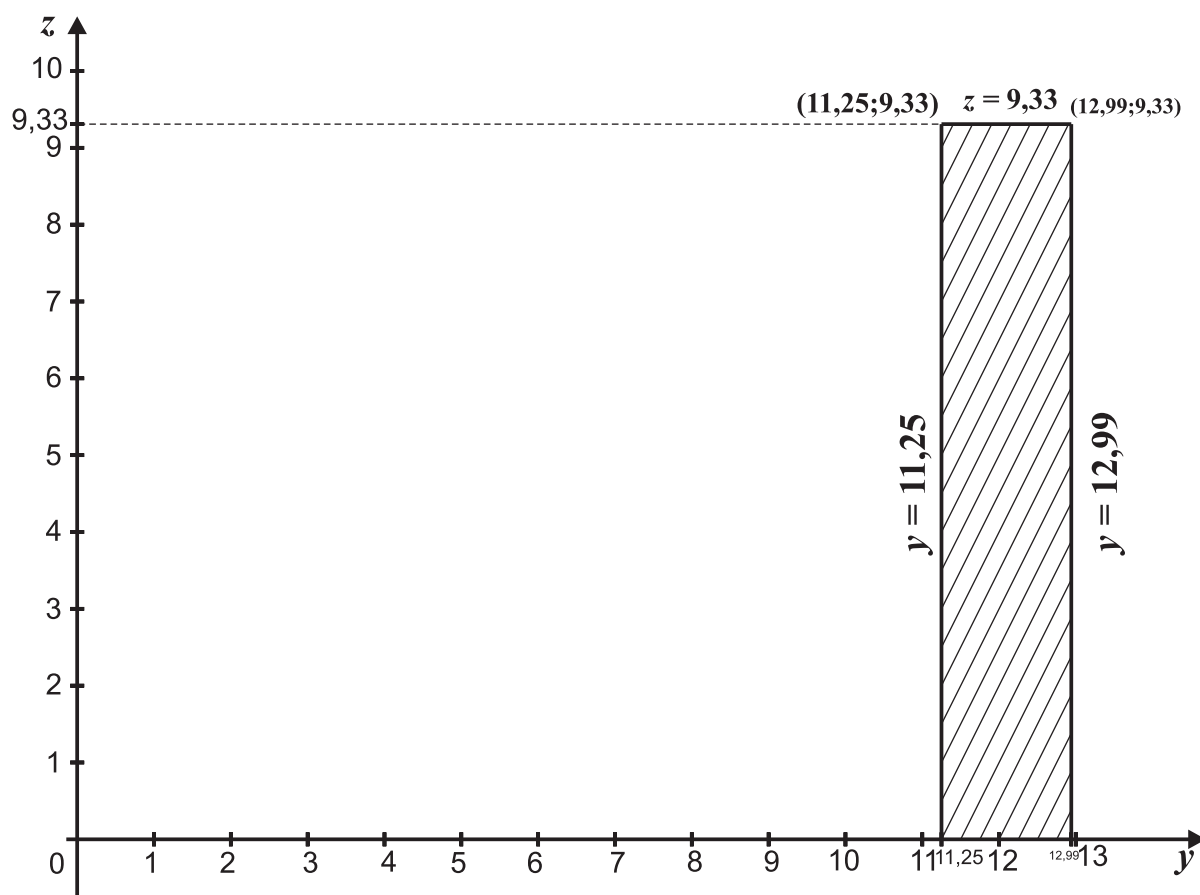
1.1) $x = 2,25 \Rightarrow y = 7,5, \quad y = 3,75, \quad z = 0, \quad z = 7,5.$



1.2) $x = 4,5 \Rightarrow y \approx 10,607, \quad y = 7,5, \quad z = 0, \quad z \approx 8,536.$

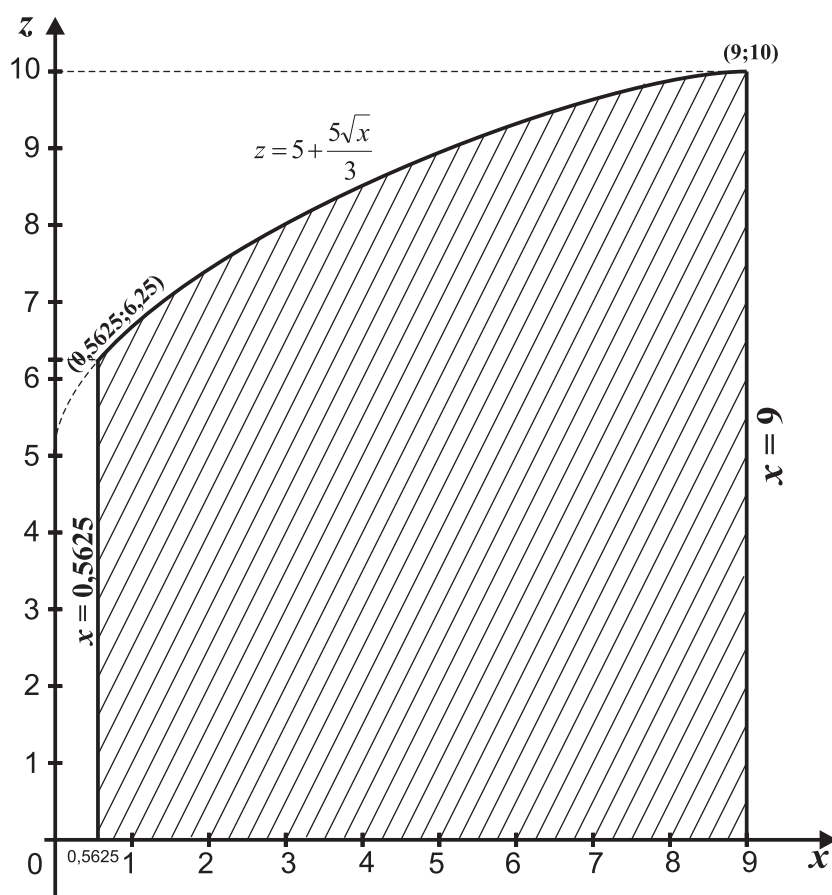


$$1.3) \quad x = 6,75 \quad \Rightarrow \quad y \approx 12,99, \quad y = 11,25, \quad z = 0, \quad z \approx 9,33.$$

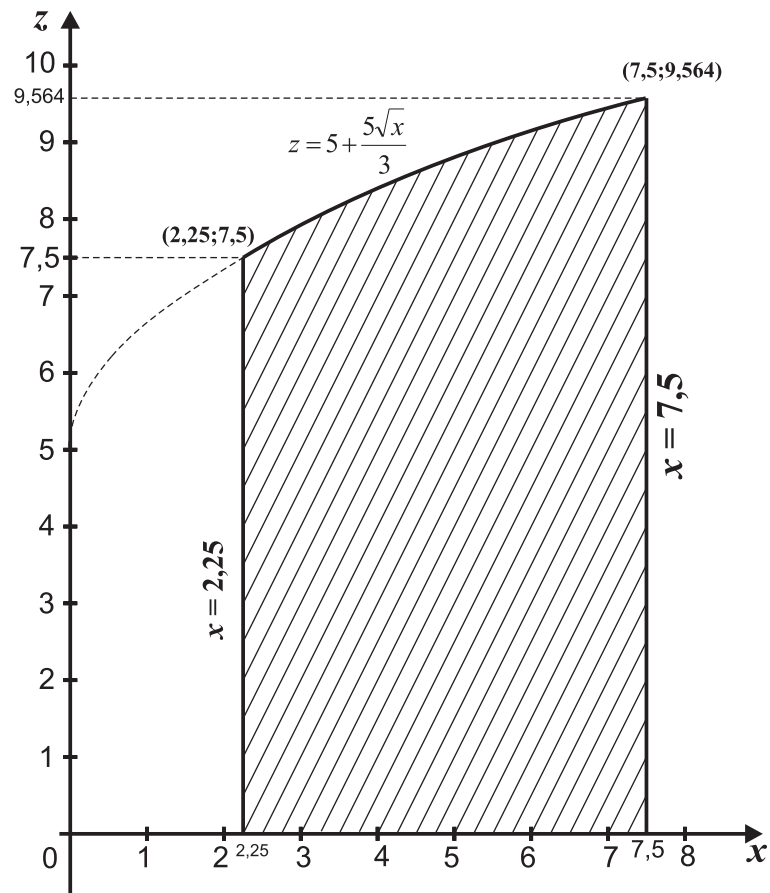


2) Перерізи, площинами $y = 3,75$, $x = 7,5$, $x = 11,25$ паралельними площині oxz .

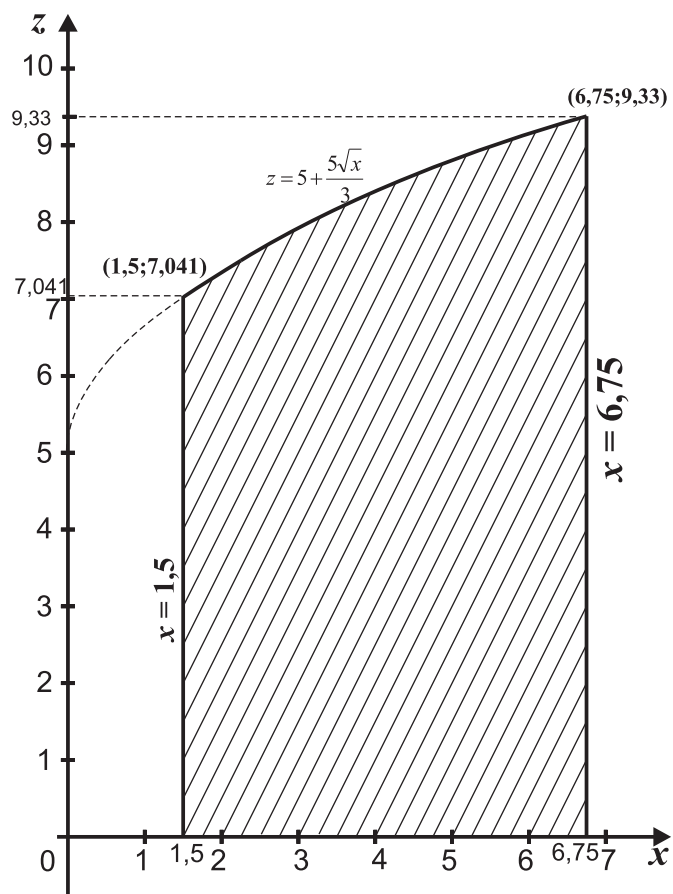
$$2.1) \quad y = 3,75 \Rightarrow x = 0,5625, \quad x = 9, \quad z = 0, \quad z = 5 + \frac{5\sqrt{x}}{3}.$$



$$2.2) \quad y = 7,5 \Rightarrow x = 2,25, \quad x = 7,5, \quad z = 0, \quad z = 5 + \frac{5\sqrt{x}}{3}.$$

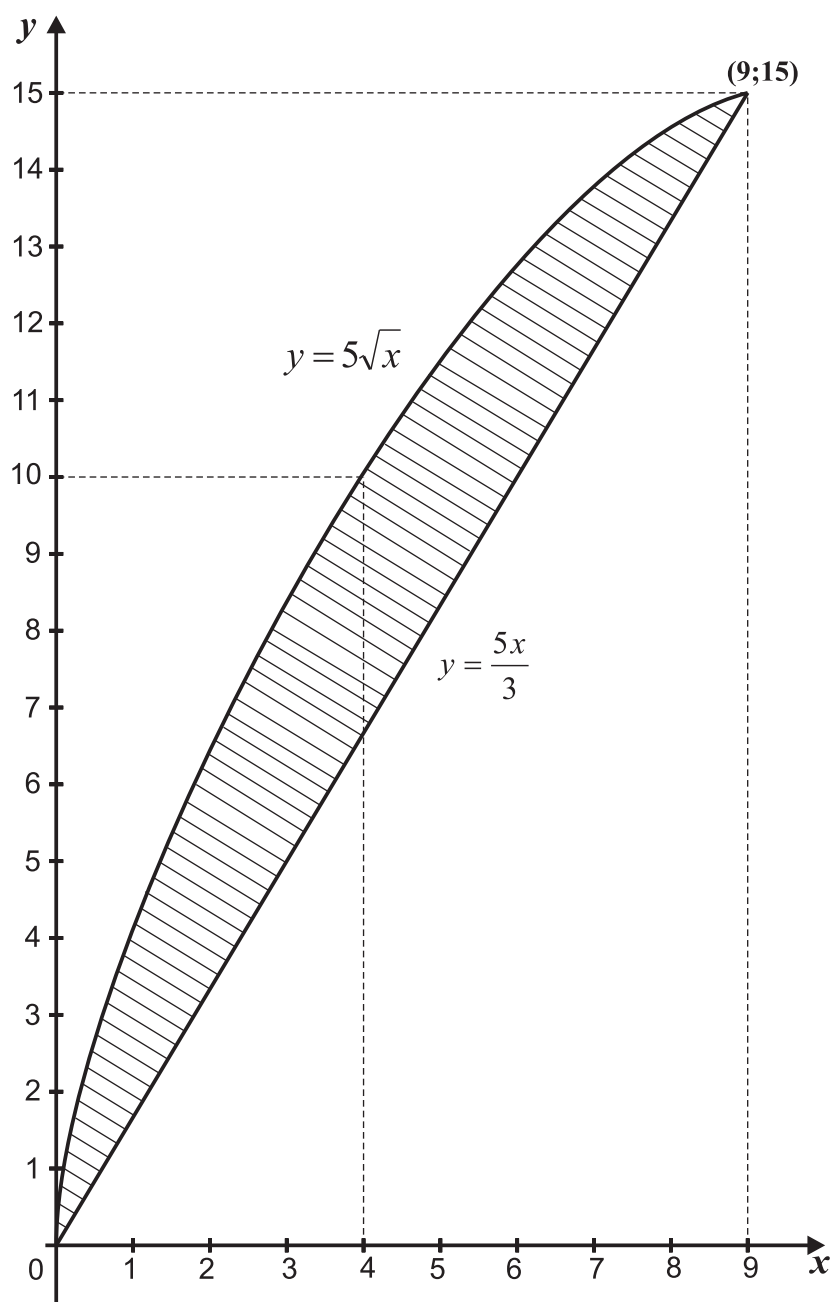


$$2.3) \quad y = 11,25 \Rightarrow x = 1,5, \quad x = 6,75, \quad z = 0, \quad z = 5 + \frac{5\sqrt{x}}{3}.$$

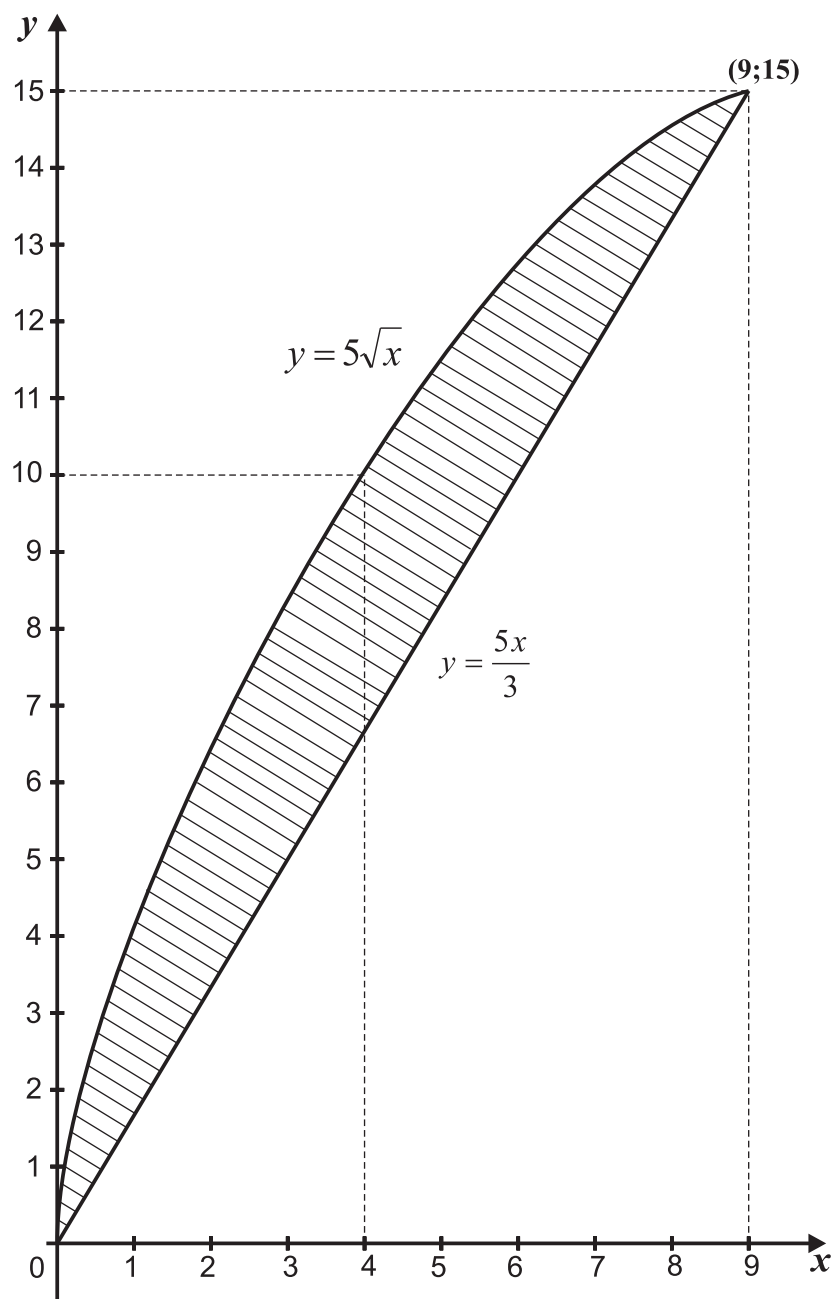


3) Перерізи, площинами $z = 2,5$, $z = 5$, $x = 7,5$ паралельними площині oxy .

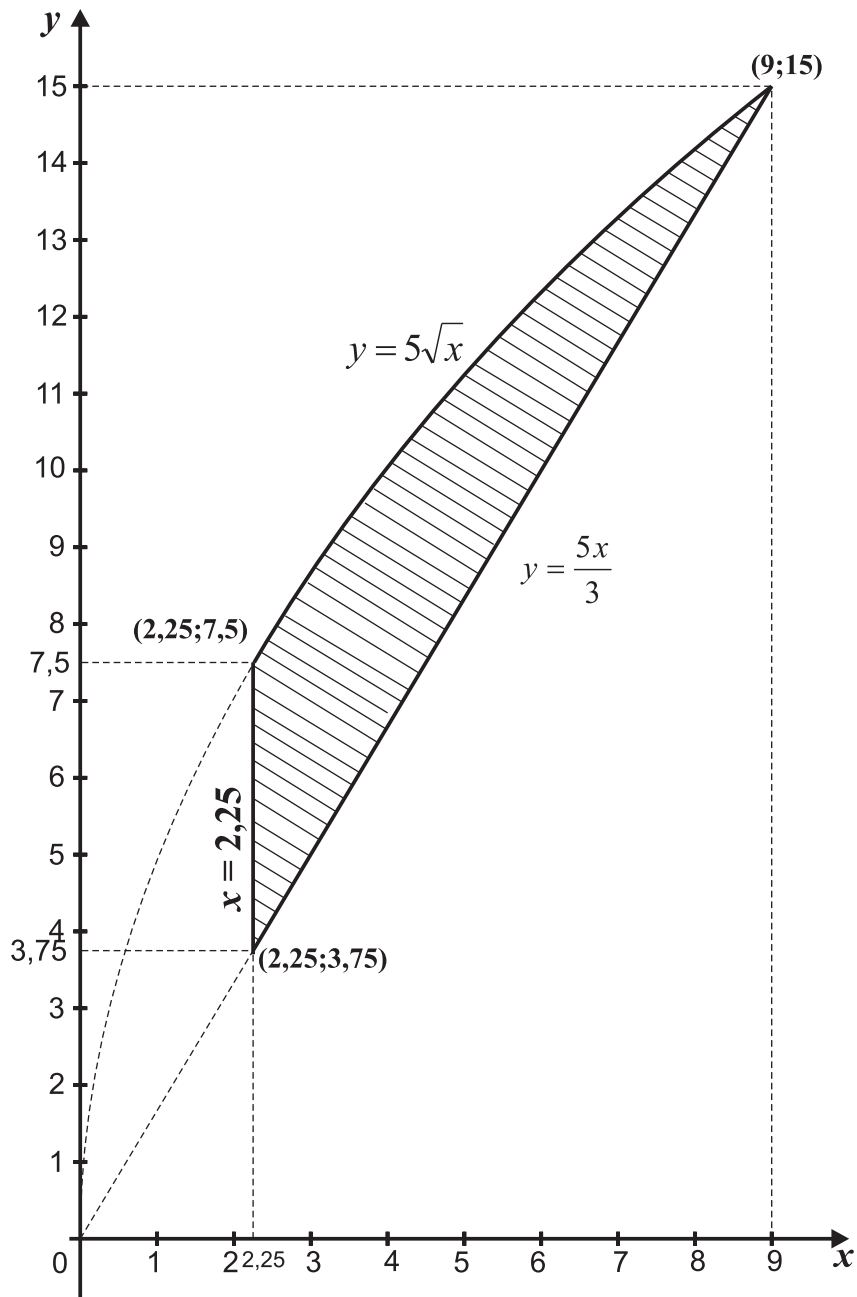
$$3.1) \quad z = 2,5 \Rightarrow y = 5\sqrt{x}, \quad y = \frac{5x}{3}.$$



$$3.2) \quad z = 5 \quad \Rightarrow \quad y = 5\sqrt{x}, \quad y = \frac{5x}{3}.$$



$$3.3) \quad z = 7,5 \Rightarrow y = 5\sqrt{x}, \quad y = \frac{5x}{3}, \quad x = 2,25.$$



Задача 2.

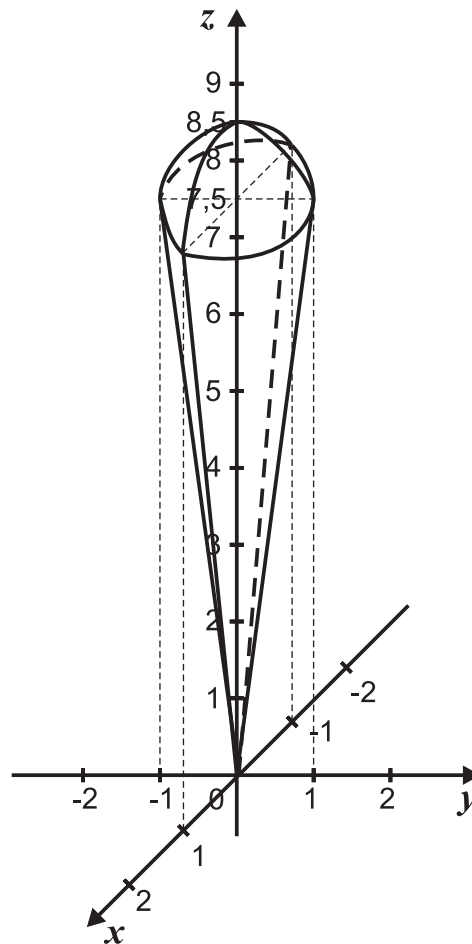
$$z = \frac{15\sqrt{x^2 + y^2}}{2}, \quad z = \frac{17}{2} - x^2 - y^2.$$

Розв'язання. Рівняння $z = \frac{15\sqrt{x^2 + y^2}}{2}$ визначає верхню половину конуса, рівняння $z = \frac{17}{2} - x^2 - y^2$ описує параболоїд обертання. Знайдемо їх лінію перетину:

$$\begin{cases} z = \frac{15\sqrt{x^2 + y^2}}{2}, \\ z = \frac{17}{2} - x^2 - y^2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{15\sqrt{x^2 + y^2}}{2} = \frac{17}{2} - x^2 - y^2, \\ z = \frac{17}{2} - x^2 - y^2, \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(x^2 + y^2) + 15\sqrt{x^2 + y^2} - 17 = 0, \\ z = \frac{17}{2} - x^2 - y^2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 7,5. \end{cases}$$

Зробимо рисунок.

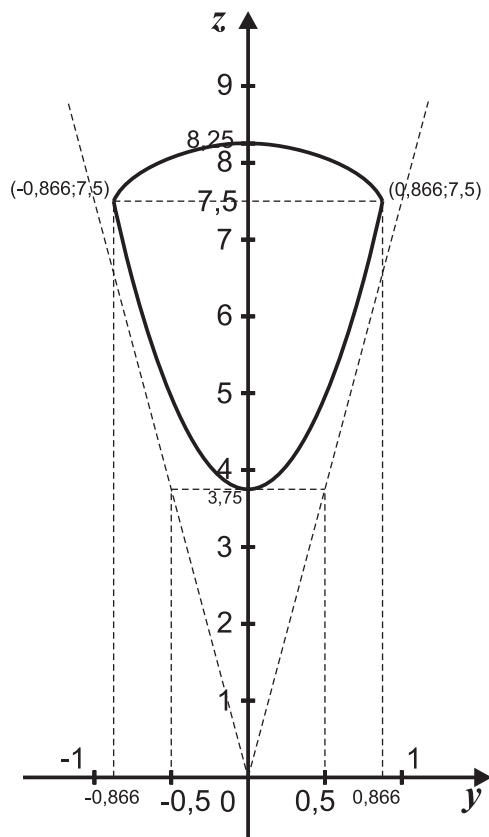


З рисунка бачимо, що $x \in [-1; 1]$, $y \in [-1; 1]$, $z \in [0; 8, 5]$.

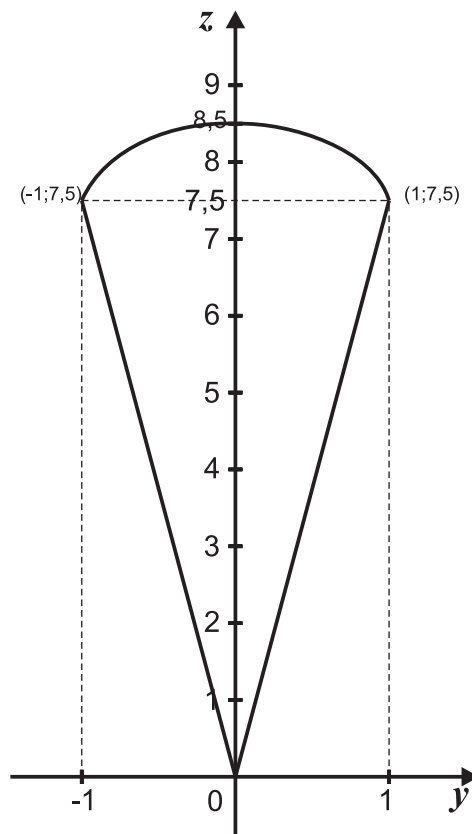
1) Розглянемо перерізи, площинами $x = -0,5$, $x = 0$, $x = 0,5$ паралельними площині oyz .

$$1.1) \quad x = -0,5 \Rightarrow z = 8,25 - y^2, \quad -\frac{y^2}{0,25} + \frac{z^2}{14,06} = 1.$$

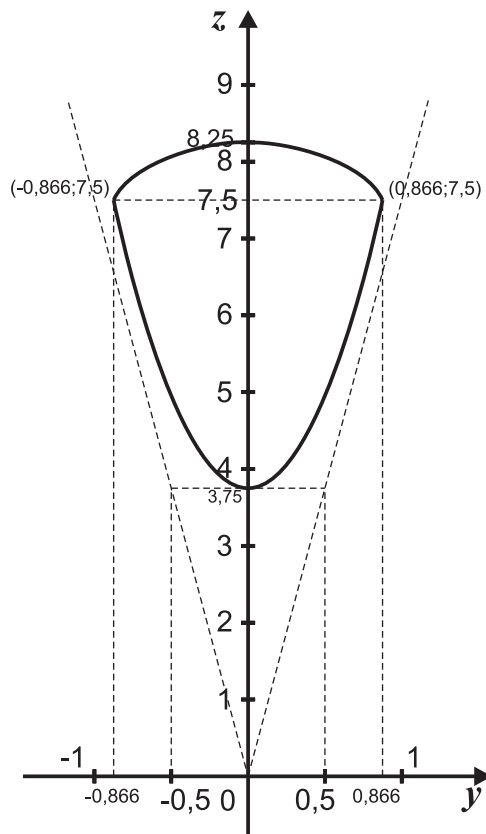
Рівняння $z = 8,25 - y^2$ описує параболу з вершиною в точці $(0; 8,25)$, а рівняння $-\frac{y^2}{0,25} + \frac{z^2}{14,06} = 1$ визначає гіперболу.



1.2) $x = 0 \Rightarrow z = 8,5 - y^2, \quad z = \pm 7,5y.$



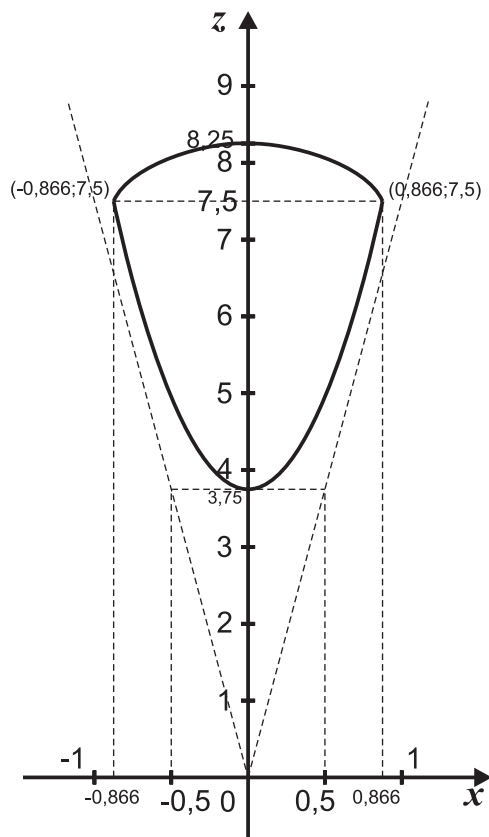
$$1.3) \quad x = 0,5 \quad \Rightarrow \quad z = 8,25 - y^2, \quad -\frac{y^2}{0,25} + \frac{z^2}{14,06} = 1.$$



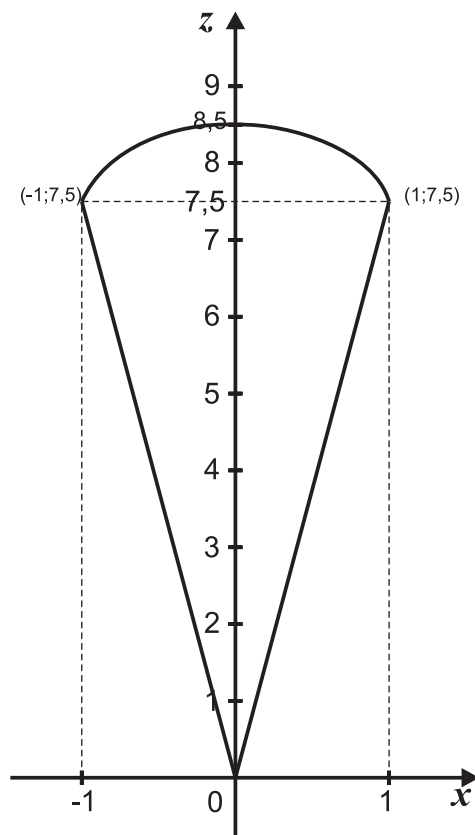
2) Перерізи, площинами $y = -0,5$, $y = 0$, $y = 0,5$ паралельними площині oxz .

$$2.1) \quad y = -0,5 \quad \Rightarrow \quad z = 8,25 - x^2, \quad -\frac{x^2}{0,25} + \frac{z^2}{14,06} = 1.$$

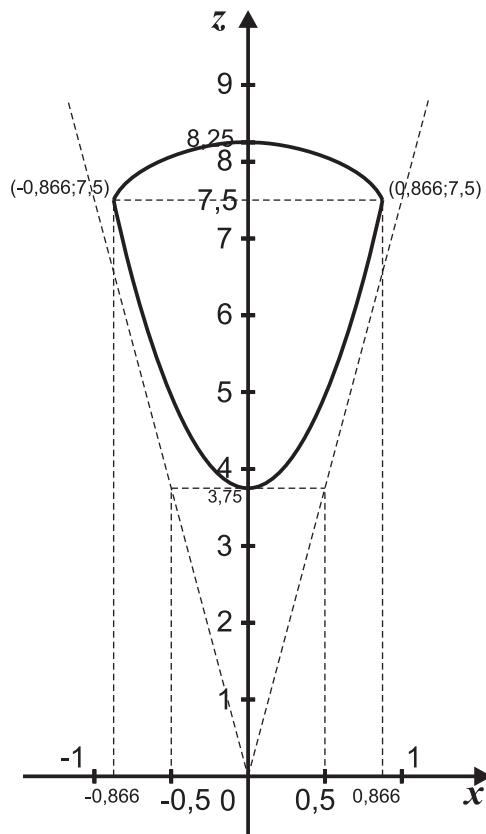
Рівняння $z = 8,25 - x^2$ описує параболу з вершиною в точці $(0; 8,25)$, а рівняння $-\frac{x^2}{0,25} + \frac{z^2}{14,06} = 1$ визначає гіперболу.



2.2) $y = 0 \Rightarrow z = 8,5 - x^2, \quad z = \pm 7,5x.$

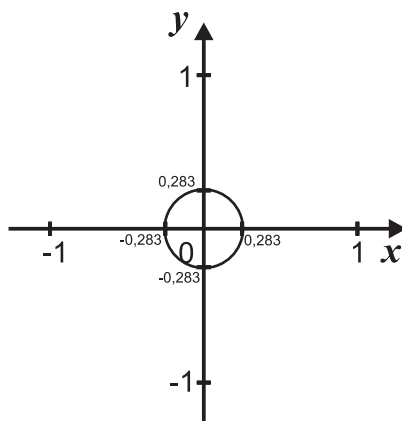


$$2.3) \quad y = 0,5 \quad \Rightarrow \quad z = 8,25 - x^2, \quad -\frac{x^2}{0,25} + \frac{z^2}{14,06} = 1.$$

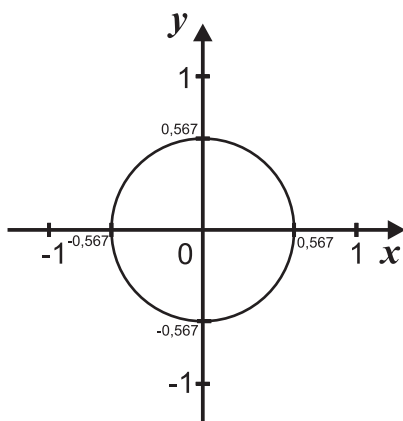


3) Перерізи, площинами $z = 2,125$, $z = 4,25$, $x = 6,375$ паралельними площині oxy .

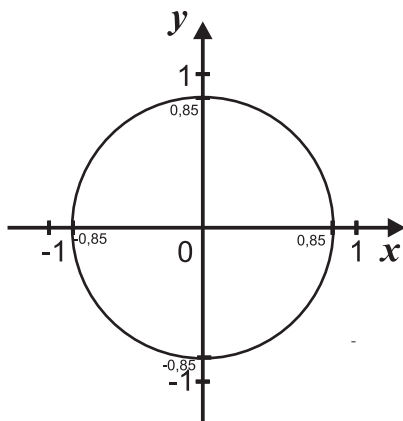
$$3.1) \quad z = 2,125 \quad \Rightarrow \quad x^2 + y^2 = 0,08, \quad R = 0,283.$$



$$3.2) \quad z = 4,25 \quad \Rightarrow \quad x^2 + y^2 = 0,032, \quad R = 0,567.$$



$$3.3) \quad z = 6,375 \quad \Rightarrow \quad x^2 + y^2 = 0,7225, \quad R = 0,85.$$



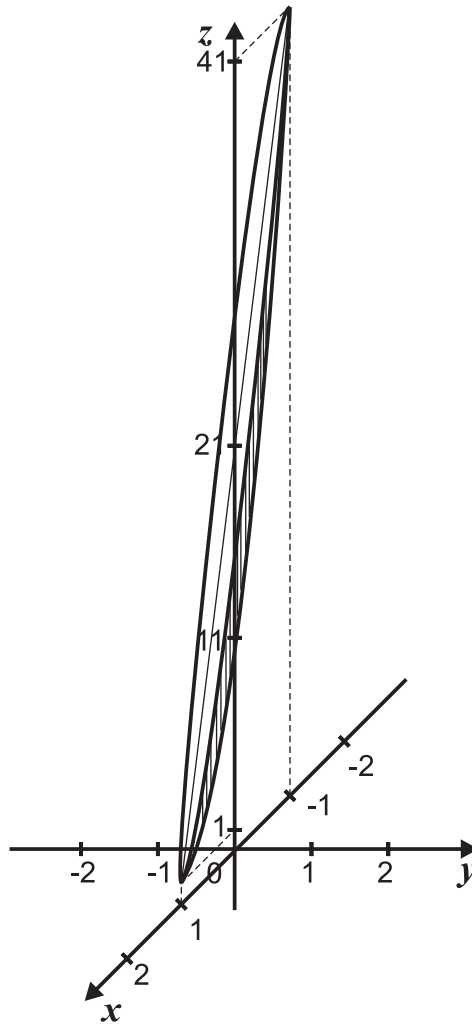
Задача 3.

$$z = 10((x-1)^2 + y^2) + 1, \quad z = 21 - 20x.$$

Розв'язання. Рівняння $z = 10((x-1)^2 + y^2) + 1$ визначає параболоїд, рівняння $z = 21 - 20x$ описує площину, паралельну осі oy . Знайдемо їх лінію перетину:

$$\begin{aligned} \begin{cases} z = 10((x-1)^2 + y^2) + 1, \\ z = 21 - 20x, \end{cases} & \Rightarrow \begin{cases} 10((x-1)^2 + y^2) + 1 = 21 - 20x, \\ z = 21 - 20x, \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} 10((x-1)^2 + y^2) = 20 - 20x, \\ z = 21 - 20x, \end{cases} & \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = z = 21 - 20x. \end{cases} \end{aligned}$$

Зробимо рисунок.

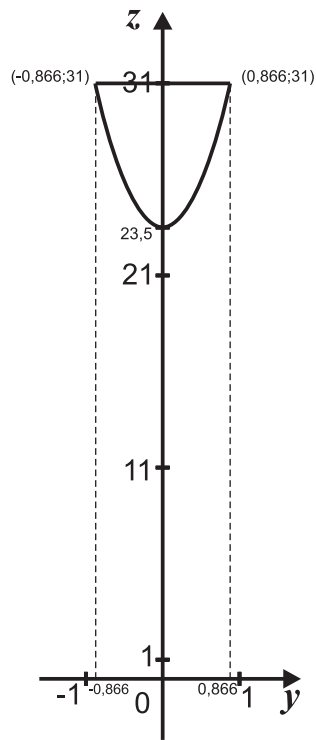


З рисунка бачимо, що $x \in [-1; 1]$, $y \in [-1; 1]$, $z \in [1; 41]$.

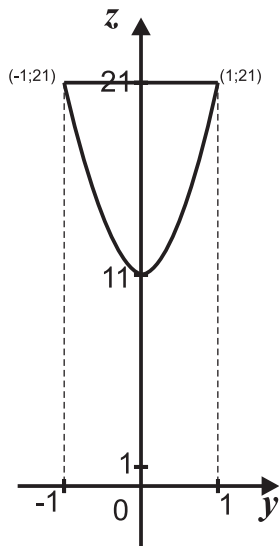
1) Розглянемо перерізи, площинами $x = -0,5$, $x = 0$, $x = 0,5$ паралельними площині oyz .

$$1.1) \quad x = -0,5 \Rightarrow z = 23,5 + 10y^2, \quad z = 31.$$

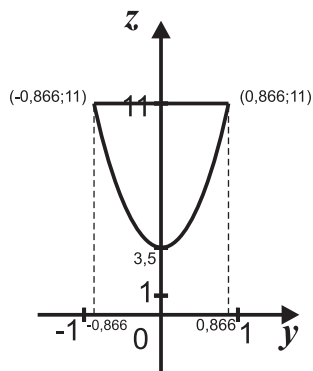
Рівняння $z = 23,5 + 10y^2$ описує параболу з вершиною в точці $(0; 23,5)$.



1.2) $x = 0 \Rightarrow z = 11 + 10y^2, \quad z = 21.$



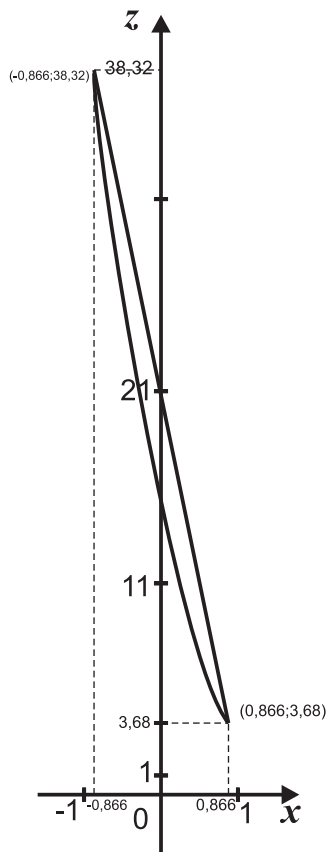
$$1.3) \quad x = 0,5 \quad \Rightarrow \quad z = 3,5 + 10y^2, \quad z = 11.$$



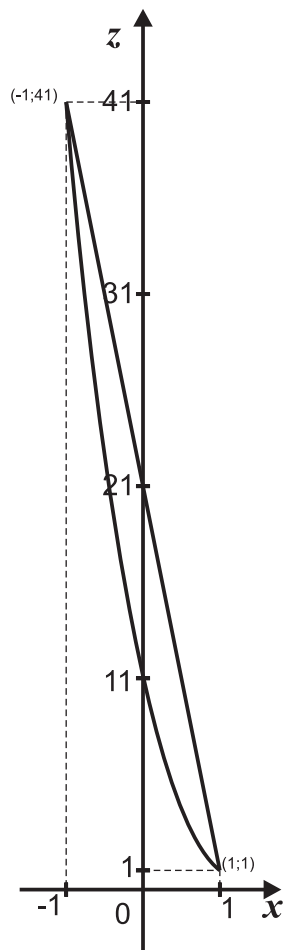
2) Перерізи, площинами $y = -0,5$, $y = 0$, $y = 0,5$ паралельними площині oxz .

$$2.1) \quad y = -0,5 \quad \Rightarrow \quad z = 10(x - 1)^2 + 3,5, \quad z = 21 - 20x.$$

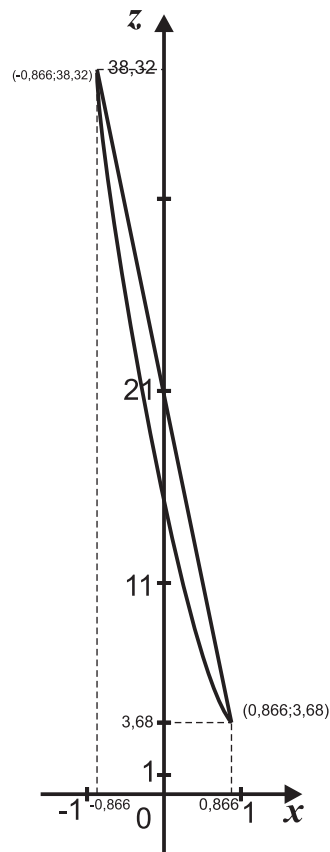
Рівняння $z = 10(x - 1)^2 + 3,5$ описує параболу з вершиною в точці $(1; 3,5)$, а рівняння $z = 21 - 20x$ визначає пряму.



$$2.2) \quad y = 0 \quad \Rightarrow \quad z = 10(x - 1)^2 + 1, \quad z = 21 - 20x.$$

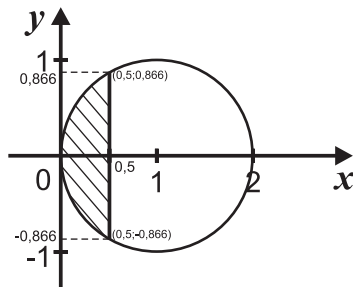


$$2.3) \quad y = 0,5 \quad \Rightarrow \quad z = 10(x-1)^2 + 3,5, \quad z = 21 - 20x.$$

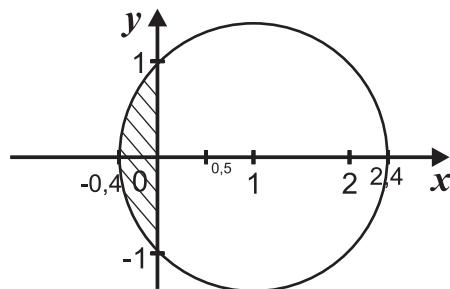


3) Перерізи, площинами $z = 11$, $z = 21$, $x = 31$ паралельними площині oxy .

$$3.1) \quad z = 11 \quad \Rightarrow \quad x = 0,5, \quad (x-1)^2 + y^2 = 1.$$



$$3.2) \quad z = 21 \quad \Rightarrow \quad (x-1)^2 + y^2 = 2, \quad x = 0.$$



$$3.3) \quad z = 31 \quad \Rightarrow \quad (x - 1)^2 + y^2 = 3, \quad x = -0,5.$$

