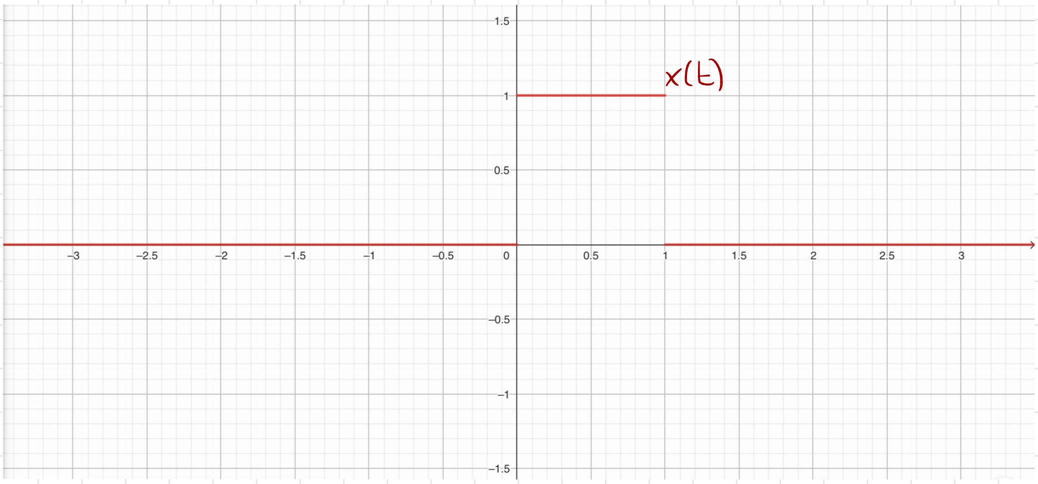
Dato il segnale $x(t) = \mathrm{rect}(t-\frac{1}{2}) = \begin{cases} 1 & 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$ studiare la trasformata di Fourier, campionare opportunamente il segnale e studiare la trasformata discreta di Fourier.



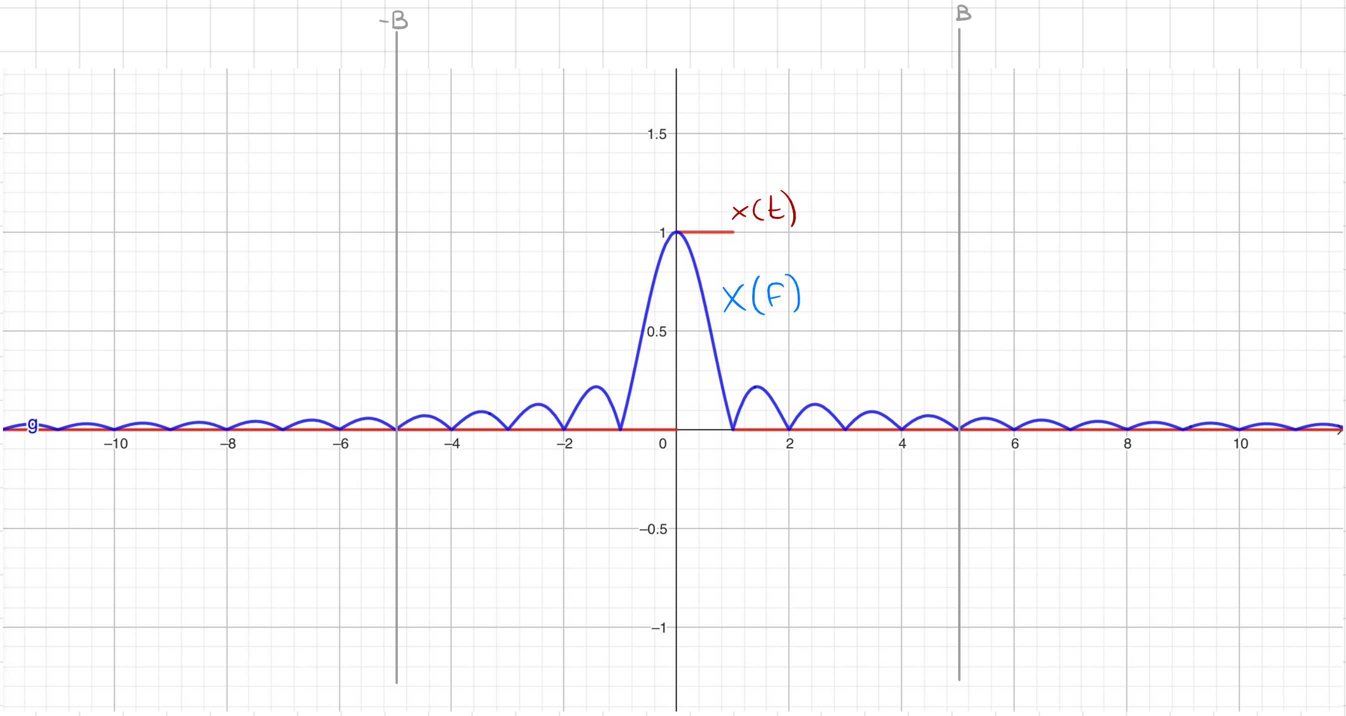
① Calcolo la trasformata di Fourier del segnale:

$$X(F) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi F t}\, dt = \int_0^1 e^{-j2\pi F t}\, dt = -\frac{\left[e^{-j2\pi F t}\right]_0^1}{j2\pi F} = \frac{1 - e^{-j2\pi F}}{j2\pi F} \cdot \frac{j}{j}$$

$$= \frac{j\cos(2\pi F) + \mathrm{sen}(2\pi F) - j}{2\pi F}$$

$$= \frac{\mathrm{sen}(2\pi F)}{2\pi F} + j \cdot \frac{\cos(2\pi F) - 1}{2\pi F}$$

OSS La banda del segnale che ricopre gran parte dell'energia spettrale è $B = 5$, posso campionare ad un periodo di $\frac{1}{T} > 2B \Rightarrow T < \frac{1}{2B}$
$T = \frac{1}{10}$.



② Campiono il segnale $x(t)$ con $T = \frac{1}{10}$ e applico la DTFT:

$\boxed{\text{OSS}}$ sapendo che il segnale è limitato tra $[0; 1]$ posso affermare che il numero di campioni sarà $N = \frac{1}{1/10} = 10$, posso restringere la sommatoria:

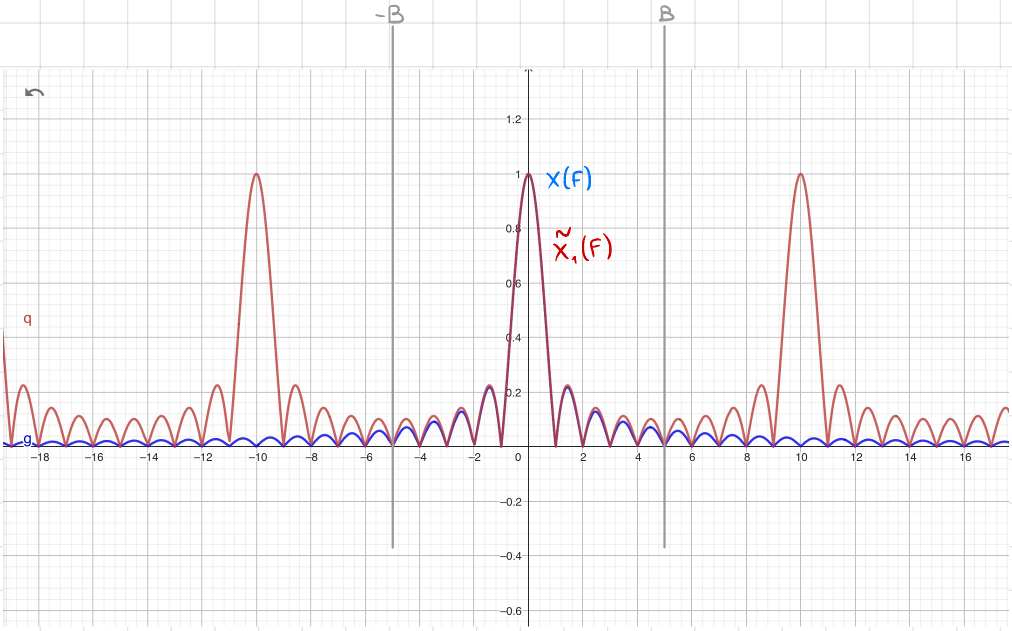
$$\tilde{X}(F) = \sum_{n=0}^{N-1} x[nT] \cdot e^{-j2\pi F nT} = \sum_{n=0}^{9} e^{-j2\pi F nT}$$

④ Dimostro quanto scritto sopra in generale su GeoGebra

$\boxed{\text{OSS}}$ purtroppo non è possibile utilizzare la funzione sommatoria passando come argomento funzioni complesse, riduco la funzione esponenziale a somma di seni e coseni isolando in questo modo l'unità immaginaria.

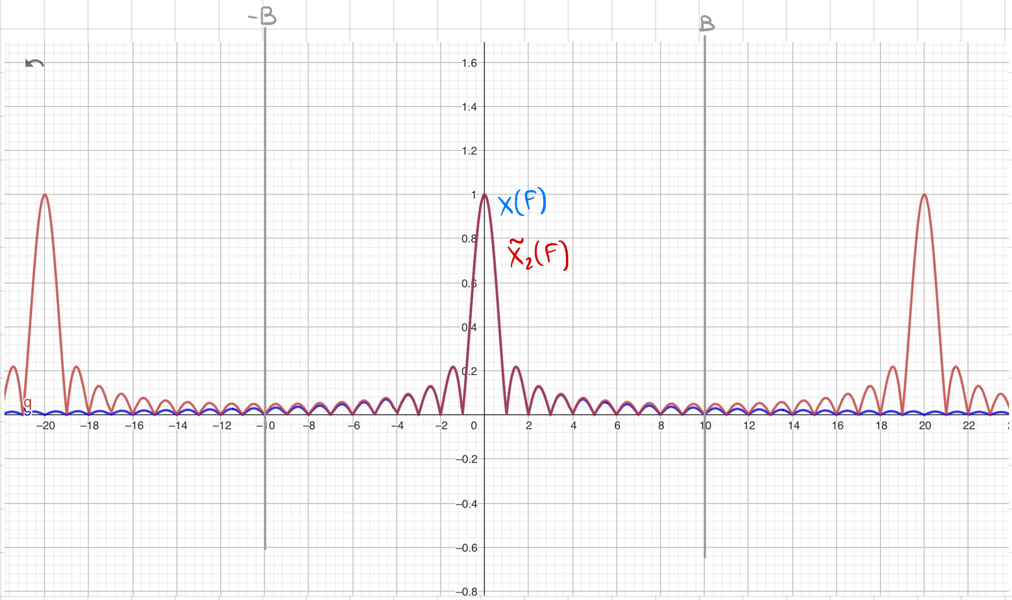
$$\tilde{X}(F) = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi F nT} = \sum_{n=0}^{N-1} \cos(2\pi F nT) - j\,\text{sen}(2\pi F nT)$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} \cos(2\pi F nT) - j \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \text{sen}(2\pi F nT) \quad \text{con } N = \frac{1}{T}$$



$B = 5$

$T = \frac{1}{10}$



$B = 10$

$T = \frac{1}{20}$