Aula 5 - Exercícios (aulas 1-3)

Muller Moreira S Lopes

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

21 de agosto de 2023

Exercício não resolvido da aula passada

Dado o polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ e os limites:

$$\lim_{x \to -1} \frac{P(x)}{x+1} = 6 \qquad \lim_{x \to 2} \frac{P(x)}{x-2} = 21$$

determine $a + b + c + d$.

Passos:

- $x = -1$ e $x = 2$ devem ser raizes de $P(x)$ pois os limites não tendem ao infinito.

Exercício não resolvido da aula passada

Dado o polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ e os limites:

$$\lim_{x\to -1} \frac{P(x)}{x+1} = 6 \qquad \lim_{x\to 2} \frac{P(x)}{x-2} = 21$$

determine $a + b + c + d$.

Passos:

- $x = -1$ e $x = 2$ devem ser raizes de $P(x)$ pois os limites não tendem ao infinito.
- Fatoração de $P(x)$: $a(x-2)(x+1)(x-x_3)$.

Exercício não resolvido da aula passada

Dado o polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ e os limites:

$$\lim_{x \to -1} \frac{P(x)}{x+1} = 6 \qquad \lim_{x \to 2} \frac{P(x)}{x-2} = 21$$

determine $a + b + c + d$.

Passos:

- $x = -1$ e $x = 2$ devem ser raizes de $P(x)$ pois os limites não tendem ao infinito.
- Fatoração de $P(x)$: $a(x-2)(x+1)(x-x_3)$.
- Última raiz determinada pela divisão de polinômios.

Exercício não resolvido da aula passada

Dado o polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ e os limites:

$$\lim_{x \to -1} \frac{P(x)}{x+1} = 6 \qquad \lim_{x \to 2} \frac{P(x)}{x-2} = 21$$

determine $a + b + c + d$.

Passos:

- $x = -1$ e $x = 2$ devem ser raizes de $P(x)$ pois os limites não tendem ao infinito.
- Fatoração de $P(x)$: $a(x-2)(x+1)(x-x_3)$.
- Última raiz determinada pela divisão de polinômios.
- Aplicação da forma fatorada nos limites.

Exercício não resolvido da aula passada

Dado o polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ e os limites:

$$\lim_{x \to -1} \frac{P(x)}{x+1} = 6 \qquad \lim_{x \to 2} \frac{P(x)}{x-2} = 21$$

determine $a + b + c + d$.

Passos:

- $x = -1$ e $x = 2$ devem ser raizes de $P(x)$ pois os limites não tendem ao infinito.
- Fatoração de $P(x)$: $a(x-2)(x+1)(x-x_3)$.
- Última raiz determinada pela divisão de polinômios.
- Aplicação da forma fatorada nos limites.
- Resolução do sistema.

Exercício não resolvido da aula passada - 2

Determine o limite:

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h}$$

Exercício não resolvido da aula passada - 2

Determine o limite:

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{8\left(\frac{1}{\sqrt{x+h}} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{h}$$

Exercício não resolvido da aula passada - 2

Determine o limite:

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{8\left(\frac{1}{\sqrt{x+h}} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{h}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{8\left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+h}}{\sqrt{x}\sqrt{x+h}}\right)}{h}$$

Exercício não resolvido da aula passada - 2

Determine o limite:

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{8\left(\frac{1}{\sqrt{x+h}} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{h}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{8\left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+h}}{\sqrt{x}\sqrt{x+h}}\right)}{h}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{8}{h}\left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+h}}{\sqrt{x}\sqrt{x+h}}\right)$$

Exercício não resolvido da aula passada - 2

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{8}{h} \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+h}}{\sqrt{x}\sqrt{x+h}} \right) \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{x+h}}{\sqrt{x} + \sqrt{x+h}} \right)$$

Exercício não resolvido da aula passada - 2

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{8}{h} \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+h}}{\sqrt{x}\sqrt{x+h}} \right) \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{x+h}}{\sqrt{x} + \sqrt{x+h}} \right)$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8 \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \left(\frac{|x| - |x+h|}{|x|\sqrt{x+h} + \sqrt{x}|x+h|} \right)$$

Exercício não resolvido da aula passada - 2

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{8}{h}\left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+h}}{\sqrt{x}\sqrt{x+h}}\right)\left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{x+h}}{\sqrt{x}+\sqrt{x+h}}\right)$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8\lim_{h\to 0} \frac{1}{h}\left(\frac{|x|-|x+h|}{|x|\sqrt{x+h}+\sqrt{x}|x+h|}\right)$$

Como $x > 0$:

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8\lim_{h\to 0} \frac{1}{h}\left(\frac{x-(x+h)}{x\sqrt{x+h}+\sqrt{x}(x+h)}\right)$$

Exercício não resolvido da aula passada - 2

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8\lim_{h\to 0} \frac{1}{h}\left(\frac{x-x-h}{x\sqrt{x+h}+x\sqrt{x}+h\sqrt{x}}\right)$$

Exercício não resolvido da aula passada - 2

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8 \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \left(\frac{x - x - h}{x\sqrt{x+h} + x\sqrt{x} + h\sqrt{x}} \right)$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8 \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \left(\frac{-h}{x\sqrt{x+h} + x\sqrt{x} + h\sqrt{x}} \right)$$

Exercício não resolvido da aula passada - 2

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8 \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \left(\frac{x - x - h}{x\sqrt{x+h} + x\sqrt{x} + h\sqrt{x}} \right)$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8 \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \left(\frac{-h}{x\sqrt{x+h} + x\sqrt{x} + h\sqrt{x}} \right)$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8 \lim_{h\to 0} \left(\frac{-1}{x\sqrt{x+h} + x\sqrt{x} + h\sqrt{x}} \right)$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8 \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \left(\frac{x - x - h}{x\sqrt{x+h} + x\sqrt{x} + h\sqrt{x}} \right)$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8 \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \left(\frac{-h}{x\sqrt{x+h} + x\sqrt{x} + h\sqrt{x}} \right)$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8 \lim_{h\to 0} \left(\frac{-1}{x\sqrt{x+h} + x\sqrt{x} + h\sqrt{x}} \right)$$

Aplicando o limite:

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8 \left(\frac{-1}{x\sqrt{x} + x\sqrt{x}} \right)$$

Exercício não resolvido da aula passada - 2

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8\left(\frac{-1}{2x\sqrt{x}}\right)$$

Exercício não resolvido da aula passada - 2

$$\lim_{h\to 0}\frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}}-\frac{8}{\sqrt{x}}}{h}=8\left(\frac{-1}{2x\sqrt{x}}\right)$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}}-\frac{8}{\sqrt{x}}}{h}=\frac{-8}{2}\left(\frac{1}{x\sqrt{x}}\right)$$

Exercício não resolvido da aula passada - 2

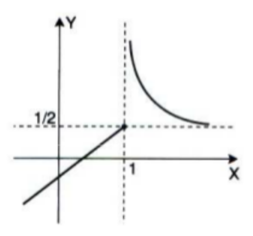
$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = 8\left(\frac{-1}{2x\sqrt{x}}\right)$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = \frac{-8}{2}\left(\frac{1}{x\sqrt{x}}\right)$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{8}{\sqrt{x+h}} - \frac{8}{\sqrt{x}}}{h} = \frac{-4}{\sqrt{x^3}} = -4x^{-\frac{3}{2}}$$

Exercício 1

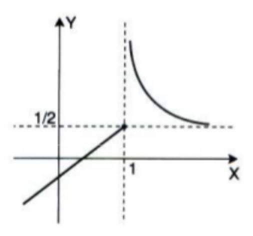
Encontre intuitivamente os limites dados a seguir para a função $f(x)$ dada pelo gráfico:



1. $\lim_{x \to 1^+} f(x)$

Exercício 1

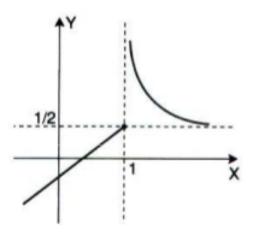
Encontre intuitivamente os limites dados a seguir para a função $f(x)$ dada pelo gráfico:



1. $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \infty$.

Exercício 1

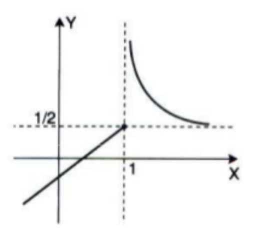
Encontre intuitivamente os limites dados a seguir para a função $f(x)$ dada pelo gráfico:



1. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \infty.$
2. $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

Exercício 1

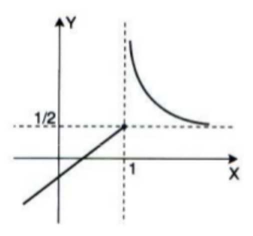
Encontre intuitivamente os limites dados a seguir para a função $f(x)$ dada pelo gráfico:



1. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \infty$.
2. $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{1}{2}$.

Exercício 1

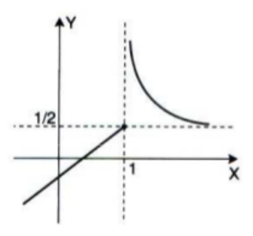
Encontre intuitivamente os limites dados a seguir para a função $f(x)$ dada pelo gráfico:



1. $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \infty$.
2. $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \frac{1}{2}$.
3. $\lim_{x \to 1} f(x)$

Exercício 1

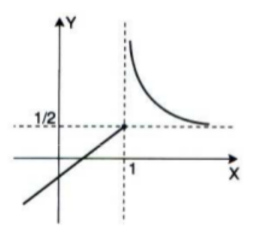
Encontre intuitivamente os limites dados a seguir para a função $f(x)$ dada pelo gráfico:



1. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \infty$.
2. $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{1}{2}$.
3. $\lim_{x\to 1} f(x)$ Não exite, pois $\lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim_{x\to 1^+} f(x)$.

Exercício 1

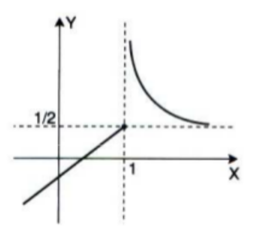
Encontre intuitivamente os limites dados a seguir para a função $f(x)$ dada pelo gráfico:



1. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \infty$.
2. $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{1}{2}$.
3. $\lim_{x\to 1} f(x)$ Não exite, pois $\lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim_{x\to 1^+} f(x)$.
4. $\lim_{x\to \infty} f(x)$

Exercício 1

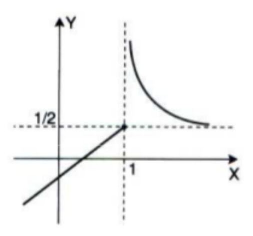
Encontre intuitivamente os limites dados a seguir para a função $f(x)$ dada pelo gráfico:



1. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \infty$.
2. $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{1}{2}$.
3. $\lim_{x\to 1} f(x)$ Não exite, pois $\lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim_{x\to 1^+} f(x)$.
4. $\lim_{x\to \infty} f(x) = \frac{1}{2}$.

Exercício 1

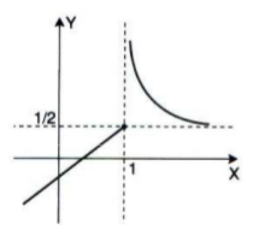
Encontre intuitivamente os limites dados a seguir para a função $f(x)$ dada pelo gráfico:



1. $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \infty$.
2. $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \frac{1}{2}$.
3. $\lim_{x \to 1} f(x)$ Não exite, pois $\lim_{x \to 1^-} f(x) \neq \lim_{x \to 1^+} f(x)$.
4. $\lim_{x \to \infty} f(x) = \frac{1}{2}$.
5. $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

Exercício 1

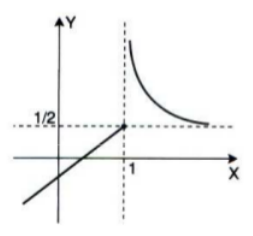
Encontre intuitivamente os limites dados a seguir para a função $f(x)$ dada pelo gráfico:



1. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \infty$.
2. $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{1}{2}$.
3. $\lim_{x\to 1} f(x)$ Não exite, pois $\lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim_{x\to 1^+} f(x)$.
4. $\lim_{x\to \infty} f(x) = \frac{1}{2}$.
5. $\lim_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$.

Exercício 1

Encontre intuitivamente os limites dados a seguir para a função $f(x)$ dada pelo gráfico:



1. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \infty$.
2. $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{1}{2}$.
3. $\lim_{x\to 1} f(x)$ Não exite, pois $\lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim_{x\to 1^+} f(x)$.
4. $\lim_{x\to \infty} f(x) = \frac{1}{2}$.
5. $\lim_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$.

Exercício 2

Calcule os limites indicados para a função $f(x)$ dada, se existirem:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2}, & \text{caso } x < 1 \\ 1, & \text{caso } x = 1 \\ \frac{x}{2}, & \text{caso } x > 1 \end{cases}$$

1. $\lim_{x \to 1^+} f(x)$

Exercício 2

Calcule os limites indicados para a função $f(x)$ dada, se existirem:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2}, & \text{caso } x < 1 \\ 1, & \text{caso } x = 1 \\ \frac{x}{2}, & \text{caso } x > 1 \end{cases}$$

1. $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \frac{1}{2}$.

Exercício 2

Calcule os limites indicados para a função $f(x)$ dada, se existirem:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2}, & \text{caso } x < 1 \\ 1, & \text{caso } x = 1 \\ \frac{x}{2}, & \text{caso } x > 1 \end{cases}$$

1. $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \frac{1}{2}$.
2. $\lim_{x \to 1^-} f(x)$

Exercício 2

Calcule os limites indicados para a função $f(x)$ dada, se existirem:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2}, & \text{caso } x < 1 \\ 1, & \text{caso } x = 1 \\ \frac{x}{2}, & \text{caso } x > 1 \end{cases}$$

1. $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \frac{1}{2}$.
2. $\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\frac{1}{2}$.

Exercício 2

Calcule os limites indicados para a função $f(x)$ dada, se existirem:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2}, \text{ caso } x < 1 \\ 1, \text{ caso } x = 1 \\ \frac{x}{2}, \text{ caso } x > 1 \end{cases}$$

1. $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \frac{1}{2}$.
2. $\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\frac{1}{2}$.
3. $\lim_{x \to 1} f(x)$

Exercício 2

Calcule os limites indicados para a função $f(x)$ dada, se existirem:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2}, \text{ caso } x < 1 \\ 1, \text{ caso } x = 1 \\ \frac{x}{2}, \text{ caso } x > 1 \end{cases}$$

1. $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \frac{1}{2}$.
2. $\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\frac{1}{2}$.
3. $\lim_{x \to 1} f(x)$ Não exite, pois $\lim_{x \to 1^-} f(x) \neq \lim_{x \to 1^+} f(x)$.

Exercício 3

Calcule o seguinte limite, se possível:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2+1}$$

Multiplicando os termos por $\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = 1$:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{(x+1)}{(x^2+1)} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}$$

Exercício 3

Calcule o seguinte limite, se possível:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2+1}$$

Multiplicando os termos por $\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = 1$:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{(x+1)}{(x^2+1)} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{x+\frac{1}{x}}$$

Exercício 3

Calcule o seguinte limite, se possível:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2+1}$$

Multiplicando os termos por $\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = 1$:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{(x+1)}{(x^2+1)} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{x+\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2+1} = \frac{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\lim_{x\to\infty}\left(x+\frac{1}{x}\right)} = \frac{1+\frac{1}{\infty}}{\infty+\frac{1}{\infty}} = \frac{1+0}{\infty+0}$$

Portanto:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2+1} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Exercício 4

Calcule o seguinte limite, se possível:

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{x}{x^2-4}$$

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{x}{x^2-4} = \frac{2^-}{(2^-)^2-4} = \frac{2^-}{4^- - 4}$$

Pois um número um pouco menor do que 2 ao quadrado é um pouco menor do que 4, logo $(2^-)^2 = 4^-$.

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{x}{x^2-4} = \frac{2^-}{0^-} = -\infty$$

Obs: a troca de sinal ocorre por causa que 0^- é um número negativo.

Exercício 5

Encontre as assíntotas da função

$$f(x) = \frac{4}{x^2 - 3x + 2}$$

Exercício 5

Encontre as assíntotas da função

$$f(x) = \frac{4}{x^2 - 3x + 2}$$

O polinômio $x^2 - 3x + 2$ tem raizes $x = 1$ e $x = 2$, logo pode ser reescrito como $(x-1)(x-2)$

Assíntotas verticais:

- Em $x = 1$:

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{4}{(x-1)(x-2)} = \frac{4}{(1^- - 1)(1^- - 2)} = \frac{4}{(0^-)(-1^-)} = \frac{4}{0^+} = \infty$$

Exercício 5

Encontre as assíntotas da função

$$f(x) = \frac{4}{x^2 - 3x + 2}$$

O polinômio $x^2 - 3x + 2$ tem raizes $x = 1$ e $x = 2$, logo pode ser reescrito como $(x-1)(x-2)$

Assíntotas verticais:

- Em $x = 1$:

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{4}{(x-1)(x-2)} = \frac{4}{(1^- - 1)(1^- - 2)} = \frac{4}{(0^-)(-1^-)} = \frac{4}{0^+} = \infty$$

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{4}{(x-1)(x-2)} = \frac{4}{(1^+ - 1)(1^+ - 2)} = \frac{4}{(0^+)(-1^+)} = \frac{4}{0^-} = -\infty$$

Exercício 5

Encontre as assíntotas da função

$$f(x) = \frac{4}{x^2 - 3x + 2}$$

O polinômio $x^2 - 3x + 2$ tem raizes $x = 1$ e $x = 2$, logo pode ser reescrito como $(x-1)(x-2)$

Assíntotas verticais:

- Em $x = 1$:

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{4}{(x-1)(x-2)} = \frac{4}{(1^- - 1)(1^- - 2)} = \frac{4}{(0^-)(-1^-)} = \frac{4}{0^+} = \infty$$

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{4}{(x-1)(x-2)} = \frac{4}{(1^+ - 1)(1^+ - 2)} = \frac{4}{(0^+)(-1^+)} = \frac{4}{0^-} = -\infty$$

- Em $x = 2$:

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{4}{(x-1)(x-2)} = \frac{4}{(2^- - 1)(2^- - 2)} = \frac{4}{(1^-)(0^-)} = \frac{4}{0^-} = -\infty$$

Exercício 5

Encontre as assíntotas da função

$$f(x) = \frac{4}{x^2 - 3x + 2}$$

O polinômio $x^2 - 3x + 2$ tem raizes $x = 1$ e $x = 2$, logo pode ser reescrito como $(x-1)(x-2)$

Assíntotas verticais:

- Em $x = 1$:

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{4}{(x-1)(x-2)} = \frac{4}{(1^- - 1)(1^- - 2)} = \frac{4}{(0^-)(-1^-)} = \frac{4}{0^+} = \infty$$

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{4}{(x-1)(x-2)} = \frac{4}{(1^+ - 1)(1^+ - 2)} = \frac{4}{(0^+)(-1^+)} = \frac{4}{0^-} = -\infty$$

- Em $x = 2$:

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{4}{(x-1)(x-2)} = \frac{4}{(2^- - 1)(2^- - 2)} = \frac{4}{(1^-)(0^-)} = \frac{4}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{4}{(x-1)(x-2)} = \frac{4}{(2^+ - 1)(2^+ - 2)} = \frac{4}{(1^+)(0^+)} = \frac{4}{0^+} = \infty$$

Exercício 5

Assíntotas horizontais:

Exercício 5

Assíntotas horizontais:

- Quando $x \to \infty$:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{4}{(x-1)(x-2)} = \frac{4}{(\infty-1)(\infty-2)} = \frac{4}{\infty} = 0$$

- Quando $x \to -\infty$:

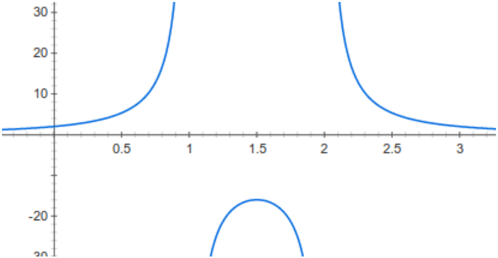
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{4}{(x-1)(x-2)} = \frac{4}{(-\infty-1)(-\infty-2)} = \frac{4}{\infty} = 0$$

Conclusão:

- A função $f(x)$ possui assíntotas verticais à esquerda e à direita nos pontos $x = 1$ e $x = 2$, e assíntotas horizontais no infinito e no menos infinito tendendo à zero.

Exercício 5

Gráfico da função do exercício:



Exercício 6

Encontre as assíntotas da função

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$$

Exercício 6

Encontre as assíntotas da função

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$$

A função estudada é definida para todo o domínio, exceto em $x = 0$.

Assíntotas verticais:

Exercício 6

Encontre as assíntotas da função

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$$

A função estudada é definida para todo o domínio, exceto em $x = 0$.

Assíntotas verticais:

$$\lim_{x \to 0^-} e^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{0^-}} = e^{-\infty} = 0$$

Exercício 6

Encontre as assíntotas da função

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$$

A função estudada é definida para todo o domínio, exceto em $x = 0$.

Assíntotas verticais:

$$\lim_{x \to 0^-} e^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{0^-}} = e^{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} e^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{0^+}} = e^{\infty} = \infty$$

Exercício 6

Encontre as assíntotas da função

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$$

A função estudada é definida para todo o domínio, exceto em $x = 0$.

Assíntotas verticais:

$$\lim_{x \to 0^-} e^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{0^-}} = e^{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} e^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{0^+}} = e^{\infty} = \infty$$

Assíntotas horizontais:

Exercício 6

Encontre as assíntotas da função

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$$

A função estudada é definida para todo o domínio, exceto em $x = 0$.

Assíntotas verticais:

$$\lim_{x \to 0^-} e^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{0^-}} = e^{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} e^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{0^+}} = e^{\infty} = \infty$$

Assíntotas horizontais:

$$\lim_{x \to \infty} e^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{\infty}} = e^{0} = 1$$

Exercício 6

Encontre as assíntotas da função

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$$

A função estudada é definida para todo o domínio, exceto em $x = 0$.

Assíntotas verticais:

$$\lim_{x \to 0^-} e^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{0^-}} = e^{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} e^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{0^+}} = e^{\infty} = \infty$$

Assíntotas horizontais:

$$\lim_{x \to \infty} e^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{\infty}} = e^{0} = 1$$

$$\lim_{x \to -\infty} e^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{-\infty}} = e^{0} = 1$$

Exercício 6

Conclusão:

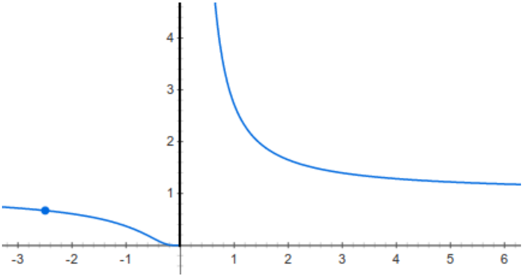
- A função $f(x)$ possui uma assíntota vertical à direita no ponto $x = 0$, e assíntotas horizontais no infinito e no menos infinito tendendo à 1.

Exercício 6

Conclusão:

- A função $f(x)$ possui uma assíntota vertical à direita no ponto $x = 0$, e assíntotas horizontais no infinito e no menos infinito tendendo à 1.

Gráfico da função do exercício:



Exercício 7

Avalie a continuidade da função $f(x)$ dada no ponto $x = 3$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x^2-4}, & \text{caso } x \neq 2 \\ 3, & \text{caso } x = 2 \end{cases}$$

Exercício 7

Avalie a continuidade da função $f(x)$ dada no ponto $x = 3$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x^2-4}, & \text{caso } x \neq 2 \\ 3, & \text{caso } x = 2 \end{cases}$$

Limite à esquerda:

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} = \lim_{x \to 2^-} \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x+2)(x-2)} = \lim_{x \to 2^-} \frac{x^2+2x+4}{x+2}$$

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} = \lim_{x \to 2^-} \frac{x^2+2x+4}{x+2} = \frac{(2^-)^2 + 2(2^-) + 4}{(2^-)+2} = \frac{4^- + 4^- + 4}{4^-} = 3$$

Exercício 7

Avalie a continuidade da função $f(x)$ dada no ponto $x = 3$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x^2-4}, & \text{caso } x \neq 2 \\ 3, & \text{caso } x = 2 \end{cases}$$

Limite à esquerda:

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} = \lim_{x \to 2^-} \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x+2)(x-2)} = \lim_{x \to 2^-} \frac{x^2+2x+4}{x+2}$$

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} = \lim_{x \to 2^-} \frac{x^2+2x+4}{x+2} = \frac{(2^-)^2 + 2(2^-) + 4}{(2^-) + 2} = \frac{4^- + 4^- + 4}{4^-} = 3$$

Limite à direita:

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} = \lim_{x \to 2^+} \frac{x^2+2x+4}{x+2} = \frac{(2^+)^2 + 2(2^+) + 4}{(2^+) + 2} = \frac{4^+ + 4^+ + 4}{4^+} = 3$$

Exercício 7

Avalie a continuidade da função $f(x)$ dada no ponto $x = 3$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x^2-4}, & \text{caso } x \neq 2 \\ 3, & \text{caso } x = 2 \end{cases}$$

Limite à esquerda:

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{x^3-8}{x^2-4} = \lim_{x \to 2^-} \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x+2)(x-2)} = \lim_{x \to 2^-} \frac{x^2+2x+4}{x+2}$$

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{x^3-8}{x^2-4} = \lim_{x \to 2^-} \frac{x^2+2x+4}{x+2} = \frac{(2^-)^2+2(2^-)+4}{(2^-)+2} = \frac{4^-+4^-+4}{4^-} = 3$$

Limite à direita:

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{x^3-8}{x^2-4} = \lim_{x \to 2^+} \frac{x^2+2x+4}{x+2} = \frac{(2^+)^2+2(2^+)+4}{(2^+)+2} = \frac{4^++4^++4}{4^+} = 3$$

A função $f(x)$ é contínua no ponto $x = 2$ pois $\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^+} f(x) = f(2)$.