

# Aula 14 - Exercícios de otimização

Muller Moreira S Lopes

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

22 de setembro de 2023

## Otimização

Uma companhia que promove excursões constata que, quando o preço médio era de 9 reais por pessoa, o número médio de clientes era de 1000 por semana. Após reduzir o preço para 7 reais por pessoa, o número médio de clientes aumentou para 1500 por semana. Admitindo que a função procura seja linear, que preço deve ser cobrado para obter a receita semanal máxima?

### Otimização

Um recipiente cilíndrico, aberto em cima, dever ter capacidade de  $375\pi cm^3$ . O custo do material usado para a base do recipiente é de 15 centavos por  $cm^2$ , e o custo do material usado na parte para a parte curva é de 5 centavos por  $cm^2$ . Se não há perda de material, determine as dimensões que minimizem o custo do material.

### Otimização

O proprietário de um pomar de maçãs estima que, plantando 24 pés por acre, cada pé de maçã adulto produzirá 600 maçãs por ano. Para cada árvore plantada além das 24 no acre, haverá um decréscimo de produção de 12 maçãs por ano. Quantas árvores devem ser plantadas para maximizar o número de maçãs produzidas?

### Otimização

Pretende-se estender um cabo de uma usina de força à margem de um rio de 900m de largura até uma fábrica situada do outro lado do rio, 3.000m rio abaixo. O custo para estender um cabo pelo rio é de RS 5,00 o metro, enquanto que para estendê-lo por terra custa RS 4,00 o metro. Qual é o percurso mais econômico para o cabo?

## Método do gradiente descendente

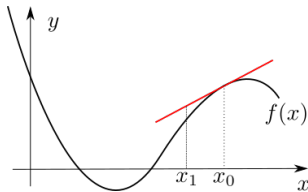
- Método iterativo de busca por mínimos e máximos locais a partir de um ponto inicial dado.
- Baseia-se na idéia de que o valor da derivada vai "apontar" para a direção do máximo local.

- Busca do mínimo:

$$x_{n+1} = x_n - \alpha f'(x_n)$$

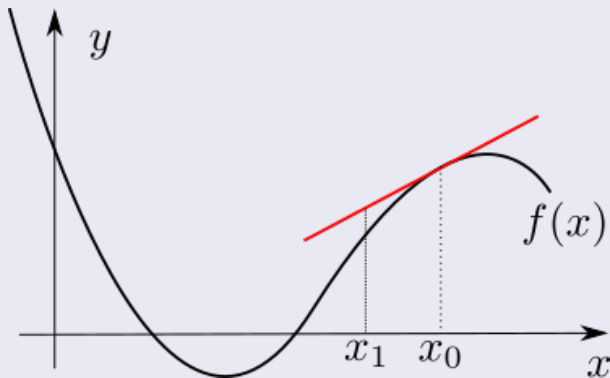
- Busca do máximo:

$$x_{n+1} = x_n + \alpha f'(x_n)$$



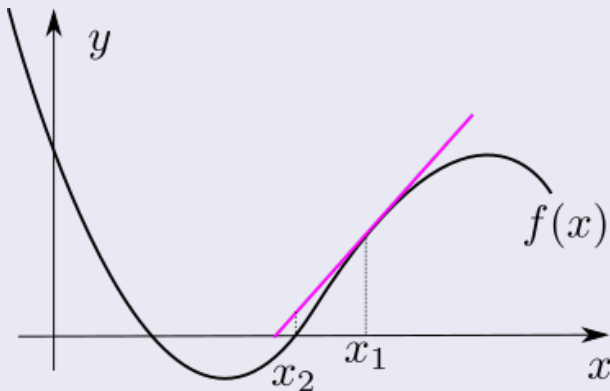
# Método do gradiente descendente

Iteração 1



# Método do gradiente descendente

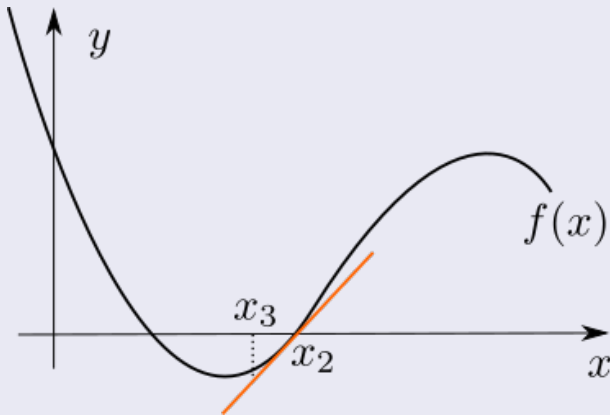
## Iteração 2





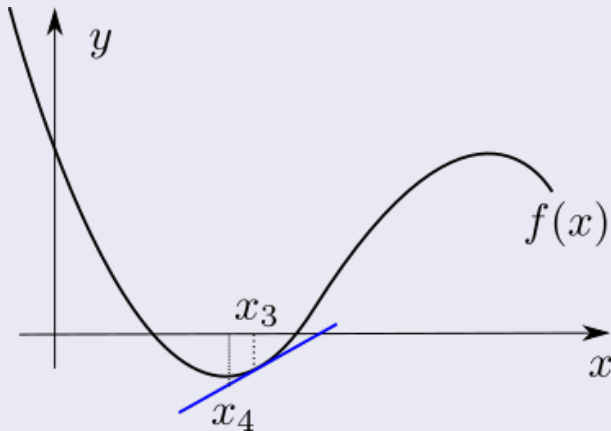
# Método do gradiente descendente

## Iteração 3



# Método do gradiente descendente

Iteração 4



## Problemas

- Calibragem:
  - Fator de aprendizagem baixo: convergência lenta.
  - Fator de aprendizagem alto: instabilidade.
  - Pontos de derivada muito alta também geram instabilidade.
- O método busca um mínimo/máximo local, e não o geral.
- Pode ser enganado por pontos de inflexão.

## Exercício numérico: exemplo

Minimizar  $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 2$

