Matemática Aplicada

Christian Limbert Paredes Aguilera

Índice general

1

Números Complejos

1.1. Definición

Los números complejos z se pueden definir como pares ordenados de números reales

$$z = (x, y) \tag{1.1}$$

- Los pares $(x, 0)$ se identifican como números reales.
- Los números cmplejos de la forma $(0, y)$ se llaman números imaginarios.

$$Rez = x, \ Imz = y \tag{1.2}$$

Definición 1.1 *Dos números complejos (x_1, y_1) y x_2, y_2 se dicen iguales si tienen iguales las partes real e imaginaria.*

$$(x_1, y_1) = (x_2, y_2) \text{ si y sólo si } x_1 = x_2 \text{ e } y_1 = y_2 \tag{1.3}$$

Definición 1.2 *La suma $z_1 + z_2$ y el producto $z_1 \cdot z_2$ de dos números complejos $< z_1 = (x_1, y_1)$ y $z_2 = (x_2, y_2)$ se definen por las ecuaciones:*

$$(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2), \tag{1.4}$$

$$(x_1, y_1)(x_2, y_2) = (x_1x_2 - y_1y_2, y_1x_2 + x_1y_2) \tag{1.5}$$

En particular, $(x, 0) + (0, y) = (x, y)$ y $(0, 1)(y, 0) = (0, y)$ luego

$$(x, y) = (x, 0) + (0, 1)(y, 0) \tag{1.6}$$

Debemos notar que las ecuaciones definidas en 1,4 y 1,5 son las usuales cuando se restringen a los números reales.

$$(x_1, 0) + (x_2, 0) = (x_1 + x_2, 0),$$

$$(x_1, 0)(x_2, 0) = (x_1x_2, 0)$$

Pensando en un número real como x o como $(x, 0)$, y denotando por i el número imaginario puro $(0, 1)$, podemos reescribir la Ecuación 1,6 así,

$$(x, y) = x + iy \tag{1.7}$$

con el convenio $z^2 = zz$, $z^3 = zz^2$ hallamos que

$$i^2 = (0, 1)(0, 1) = (0\ cdot 0 - 1 \cdot 1, 1 \cdot 0, 0 \cdot 1) = (-1, 0) = -1$$

A la vista de la expresión 1,7, las ecuaciones 1,6 y 1,7 se convierten en

$$(x_1 + iy_1) + (x_2 + iy_2) = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2) \tag{1.8}$$

$$(x_1 + iy_2)(x_2 + iy_2) = (x_1x_2 - y_1 - y_1y_2) + i(y_1x_2 + x_1 + y_2) \tag{1.9}$$

1.2. propiedades algebraicas

Propiedad .1 (Las leye conmutativas)

$$z_1 + z_2 = z_2 + z_1$$

Demostración.- *Sea* $z_1 = (x_1, y_1)$ *y* $z_2 = (x_2, y_2)$ *entonces*

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_2 + x - 1, y_2 + y_1) = (x_2, x_1) + (y_2, y_1) = z_2 + z_1$$

$$z_1z_2 = z_2z_1$$

Demostración.- *Demostración.-*

Propiedad .2 (Las leyes asociativas)

$$(z_1 + z_2) + z_3 = (z_2 + z_3), \quad (z_1z_2)z_3 = z_1(z_2z_3)$$