Universidad: **Mayor de San Ándres.**
Asignatura: **Geometría II.**
Ejercicio: Pre-evaluación.
Alumno: **PAREDES AGUILERA CHRISTIAN LIMBERT.**

Ejercicio 1. Hallar la ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto con vector direccional $\vec{v}$, cuando

a) $\boldsymbol{P_0 = (5, 3, -2);\ \vec{v} = (2, -3, 3).}$

Respuesta.- La ecuación vectorial estará dada por,

$$X = (5, 3, -2) + t(2, -3, 3);\ t \in \mathbb{R}$$

Luego la ecuación cartesiana estará dada por,

$$\begin{cases} x &= 5 + 2t \\ y &= 3 - 3t \\ z &= -2 + 3t \end{cases}$$

b) $P_0 = (-3, 2, -1);\ \vec{v} = (-2, 5, 1).$

Respuesta.- La ecuación vectorial es,

$$X = (-1, 3, 4) + t(-2, 5 - 1);\ t \in \mathbb{R}$$

se sigue,

$$\begin{cases} x &= -3 - 2t \\ y &= 2 + 5t \\ z &= -2 - t \end{cases}$$

Ejercicio 2. Determinar la ecuación de la recta que pasa por los pares de puntos dados y proporcionar sus ecuaciones paramétricas.

a) $(8, 3, 2)$ y $(5, 0, 1)$.

Respuesta.- La ecuación de la recta viene dada por

$$\mathcal{L} = \{(8, 3, 2) + t(-3, -3, -1)/t \in \mathbb{R}\}$$

Luego las ecuaciones paramétricas son,

$$\begin{cases} x &= 8 - 3t \\ y &= 3 - 3t \\ z &= 2 - t \end{cases}$$

b) $(-3, 2, -1)$ y $(-2, 7, -5)$

Respuesta.- La ecuación de la recta será,

$$\mathcal{L} = \{(-3, 2, -1) + t(1, 5, -4)/t \in \mathbb{R}\}$$

Luego las ecuaciones paramétricas son,

$$\begin{cases} x &= -3+t \\ y &= 2+5t \\ z &= -1-4t \end{cases}$$

Ejercicio 3. ¿Son colineales los puntos dados?.

a) $(2,-3,2),(0,0,0),(3,-2,0)$

Respuesta.- Sea $\vec{v} = (0,0,0)-(2,-3,2) = (-2,3,-2)$ y $\vec{u} = (3,-2,0)-(2,-3,2) = (1,1,-2)$ de donde nos faltará comprobar que $\vec{v} = r\vec{u}$ para $r \in \mathbb{R}$.

$$(-2,-3,-2) \neq r(1,1,-2)$$

por lo tanto los puntos dados no son colineales.

b) $(1,2,0),(5,-7,8),(4,3,-1)$

Respuesta.- análogamente al anterior ejercicio $(4,-9,8) \neq r(3,1,-1)$ para $r \in \mathbb{R}$ y por lo tanto los puntos dados no son colineales.

Ejercicio 4. Calcular la distancia del punto P_0 a la recta que pasa por los puntos P_1 y P_2.
$P_0 = (5,-3,1)$; $P_1 = (4,0,2)$; $P_2 = (5,0,0)$.

Respuesta.- Primero encontramos la recta asociada a los dos puntos dados de la siguiente forma,

$$\mathscr{L} = \{P_1 + (P_2 - P_1)t | t \in \mathbb{R}\} \quad \Rightarrow \quad \mathscr{L} = \{(4,0,2) + t(1,0,-2) | t \in \mathbb{R}\}.$$

Luego,

$$(5,-3,1) = (4,0,2) + t(1,0,-2),$$

de donde,

$$\begin{cases} 5 &= 4+1t \\ -3 &= 0+0t \\ 1 &= 2-2t \end{cases}$$

Dado que no existe un t tal que $(5,-3,1) = (4,0,2)+t(1,0,-2)$, entonces P_0 no pertenece a $\mathscr{L}$. Por lo que podemos calcular la distancia del punto P_0 a la recta $\mathscr{L}$ como sigue,

$$\begin{aligned} d(P_0,\mathscr{L}) &= \left\| (P_0 - P_1) - \frac{(P_0 - P_1) \circ \vec{v}}{\|\vec{v}\|^2} \cdot \vec{a} \right\| \\ &= \left\| [(5,-3,1)-(4,0,2)] - \frac{[(5,-3,1)-(4,0,2)] \circ (1,0,-2)}{\|(1,0,-2)\|^2} \cdot (1,0,-2) \right\| \end{aligned}$$

de donde

$$d(P_0,\mathcal{L}) = \sqrt{\frac{230}{25}} = 3.0331$$

Ejercicio 5. Hallar la ecuación paramétrica de la recta que pasa por $(-1,2,-4)$ y que es paralela a $3i-4j+k$.

Respuesta.- Sean, el punto $P(-1,2,-4)$ y el vector $\vec{a}=3i-4j+k=(3,-4,1)$. Podemos construir la recta de la siguiente manera,

$$\mathscr{L}=\{P-t\vec{a}|t\in\mathbb{R}\}$$

Luego, la a ecuación paramétrica paralela a $(3i-4j+k)$ estará dada por,

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x & = & -1 & + & 3t \\ y & = & 2 & + & 4t \\ z & = & -4 & + & t \end{array}\right.$$

Ejercicio 6. Hallar la ecuación vectorial de la recta que pasa por $(-2,0,5)$ y que es paralela a la recta $x=1+2t$, $y=4-t$, $z=6+2t$.

Respuesta.- Sea,

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x & = & 1 & + & 2t \\ y & = & 4 & - & t \\ z & = & 6 & + & 2t \end{array}\right.$$

De donde,

$$\mathscr{L}_1=\{(1,4,6)+t(2,-1,2)|t\in\mathbb{R}\}.$$

Así, podemos construir otra recta paralela a $\mathscr{L}$, de la siguiente forma:

$$\mathscr{L}_2=(-2,0,5)+r(2,-1,2)/s\in\mathbb{R}.$$

Ejercicio 7. ¿Dónde interseca la recta $\boldsymbol{x=-1+2t, y=3+t, z=4-t}$?

a) al plano $\boldsymbol{xy}$.

b) al plano $\boldsymbol{xz}$.

c) al plano $\boldsymbol{yz}$.

Respuesta.-