

Teoría elemental de la probabilidad

Sea E una colección de elementos ξ, η, ζ, \dots , que llamaremos sucesos elementales, y \mathfrak{F} un conjunto de subconjuntos de E ; los elementos del conjunto \mathfrak{F} se llamarán eventos aleatorios.

Axioma .1 \mathfrak{F} es un campo de conjuntos. (Un sistema de conjuntos se denomina campo si la suma, el producto y la diferencia de dos conjuntos del sistema también pertenecen al mismo sistema).

Axioma .2 \mathfrak{F} contiene el conjunto E .

Axioma .3 A cada conjunto A en \mathfrak{F} se le asigna un número real no negativo $P(A)$. Este número $P(A)$ se llama probabilidad del evento A .

Axioma .4 $P(E)$ es igual a 1.

Axioma .5 Si A y B no tienen ningún elemento en común, entonces

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

1.4. Corolarios inmediatos de los axiomas; Probabilidades condicionales; teorema de Bayes

De $A + \bar{A} = E$ y los axiomas IV y V se sigue que,

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \quad (.1)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A). \quad (.2)$$

Ya que $\bar{E} = 0$, en particular se tiene,

$$P(0) = 0. \quad (.3)$$

Si A, B, \dots, N son incompatibles, entonces por el Axioma V se sigue la fórmula (**teorema de la suma**),

$$P(A + B + \dots + N) = P(A) + P(B) + \dots + P(N) \quad (.4)$$

Si $P(A) > 0$, entonces el cociente

$$P_A(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} \quad (.5)$$

Es definida como la probabilidad condicional del evento B bajo la condición A .

Luego por (.5) se sigue que,

$$P(AB) = P(A)P_A(B). \quad (.6)$$