1

Límite, continuidad de la función

1.1. Limite de la magnitud variable, variable infinitamente grande

Definición 1.1 *El número constante a se denomina límite de la variable x, si para cualquier número infinitesimal positivo ϵ prefijado, se puede indicar tal valor de la variable x, a partir del cual todos los valores posteriores de la misma satisfacen la desigualdad:*

$$|x-a| < \epsilon$$

Si el número a es el límite de la variable x, se dice que x tiende al límite a; su notación es:

$$x \longrightarrow a \quad \text{ó} \quad \lim x = a$$

En términos geométricos la definición de limite puede enunciarse así: El número constante a es el limite de la variable x, si para cualquiera vecindad infinitesimal prefijada de radio ϵ y centro en el punto a, existe un valor de x tal que todo los puntos correspondientes a los valores posteriores de la variable se encuentren dentro de la misma vecindad.

Teorema 1.1 *Una magnitud variable no puede tener dos límites.*

Demostración.- En efecto, si $\lim x = a$ *y* $\lim x = b (a < b)$, *entonces x debe satisfacer las dos desigualdades simultáneamente:* $|x-a| < \epsilon$ *y* $|x-b| < \epsilon$ *siendo ϵ arbitrariamente pequeño, pero esto es imposible, si* $\epsilon < \dfrac{b-a}{2}$

Definición 1.2 *La variable x tiende al infinito, si para cualquier número positivo M prefijado se puede elegir un valor de x tal que, a partir de él todos los valores posteriores de la variable satisfagan la desigualdad $|x| > M$.*
La variable x que tiende al infinito, se denomina infinitamente grande y esta tendencia se expresa así: $x \longrightarrow \infty$.

1.2. Limite de la función