Universidad: **Mayor de San Ándres.**
Asignatura: **Álgebra Lineal I**
Ejercicio: **Práctica 1.**
Alumno: **PAREDES AGUILERA CHRISTIAN LIMBERT.**

Ejercicio 1. **Encontrar dos matrices $2\times 2, A$ diferentes tales que $A^2 = 0$ pero $A \neq 0$.**

Respuesta.-

Ejercicio 2. **Para cada A del ejercicio 2, hallar matrices elementales $E_1, E_2, \ldots, E_k$ tal que**

$$E_k \cdot E_2 E_1 A = 1.$$

Respuesta.-

Ejercicio 3. **Sean A y B matrices 2×2 tales que $AB = I$. Demostrar que $BA = I$.**

Demostración.-

Ejercicio 4. **Sea,**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Hallar una matriz escalón reducida por filas R que sea equivalente a A, y una matriz inversible 3×3, P tal que $R = PA$.

Respuesta.-

Ejercicio 5. **Repetir el ejercicio 1, pero con**

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & i \\ 1 & -3 & -i \\ i & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Respuesta.-

Ejercicio 6. **Sea**

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

¿Para qué X existe un escalar c tal que $AX = cX$?.

Respuesta.-

Ejercicio 7. **Determinar si**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

es inversible y hallar A^{-1} si existe.

Respuesta.-

Ejercicio 8. Supóngase que A es una matriz 2×1 y que B es una matriz 1×2. Demostrar que $C = AB$ no es inversible.

Demostración.-

Ejercicio 9. Una matriz $n \times n$, A, se llama triangular superior si $A_{ij} = 0$ para $i > j$; esto es, si todo elemento por debajo de la diagonal principal es 0. Demostrar que una matriz (cuadrada) triangular superior es inversible si, y sólo si, cada elemento de su diagonal principal es diferente de 0.

Demostración.-

Ejercicio 10. Demostrar la siguiente generalización del ejercicio 6. Si A es una matriz $m \times n$, B es una matriz $n \times m$ y $n < m$, entonces AB no es inversible.

Demostración.-

Ejercicio 11. El resultado del ejemplo 16 sugiere que tal vez la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ & \frac{1}{n} & \cdots & \frac{1}{2n-1} \end{bmatrix}$$

es inversible y A^{-1} tiene elementos enteros.¿Se puede demostrar esto?.

Respuesta.-