Axiomas, teoremas, corolarios y definiciones

Joao Lucas Marquez Barbosa

por FODE

Índice general

1

El eje de la incidencia y el orden

Axioma .1 *Cualquiera que sea la recta, hay puntos que pertenecen a la recta y puntos que no pertenecen a la recta.*

Axioma .2 *Dados dos puntos distintos, hay una sola recta que contiene estos puntos.*

Proposición 1.1 *Dos líneas distintas no se cruzan o se cruzan en un solo punto.*

Axioma II.3 *Dados tres puntos de una recta, uno y solo uno de ellos se ubica entre los otros dos.*

Definición 1.1 *El conjunto que consta de dos puntos A y B y todos los puntos entre A y B se llama segmento AB. Los puntos A y B se denominan extremos o extremos del segmento.*

Definición 1.2 *Si A y B son puntos distintos, el conjunto que consta de los puntos del segmento AB y todos los puntos C tales que B está entre A y C, se denomina semi-recta de origen A que contiene el punto B y está representado por S_{AB}. El punto A se llama entonces el origen del S_{AB} semi-recto.*

Proposición 1.2 .

a) $S_{AB} \cup S_{BA}$ *y la recta determinada por A y B.*

b) $S_{AB} \cap S_{BA} = AB$.

Axioma II.4 *Dados dos puntos A y B siempre existe un punto C entre A y B y un punto D tal que B está entre A y D.*

Definición 1.3 *Sea m una recta y A un punto que no pertenece a m. El conjunto que consta de los puntos de m y todos los puntos B tales que A y B están en el mismo lado de la recta m es llamado semiplano determinado por m que contiene a A, y estará representado por P_mA.*

Axioma II.5 *Una recta m determina exactamente dos semiplanos distintos cuya intersección es la recta m.*

2

El axioma de los paralelos

Axioma II.6 *Para un punto fuera de la recta m, se puede trazar una sola recta paralela a la recta m.*

Proposición 2.1 *Si la recta m es paralela a las rectas n_1 y n_2, entonces n_1 y n_2 son paralelas o coincidentes*

Corolario 2.1 *Si una recta corta uno de dos paralelos, también corta otro.*

Proposición 2.2 *Sean m, n, $\widehat{1}$ y $\widehat{2}$ como en la figura (6,1). Si $\widehat{1} = \widehat{2}$, entonces las rectas m y n son paralelas.*

Proposición 2.3 *Si, al cortar dos rectas con una transversal, obtenemos $\widehat{3} + \widehat{2} = 180°$ entonces las rectas son paralelas.*

Proposición 2.4 *Si, cuando cortamos dos rectas con una transversal, los ángulos correspondientes son iguales, entonces las rectas son paralelas.*

Proposición 2.5 *Si dos rectas paralelas están cortadas por una transversal, entonces los ángulos correspondientes son iguales.*

Teorema 2.1 *La suma de los ángulos internos de un triángulo es $180°$.*

Corolario 2.2 ***a)*** *La suma de las medidas de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es 90^{circ}.*

b) *Cada ángulo de un triángulo equilátero mide $60°$.*

c) *a medida de un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los ángulos internos que no son adyacentes a él.*

d) *La suma de los ángulos internos de una cuadrilátero es $360°$.*

Teorema 2.2 *Si m y n son rectas paralelas, entonces todos los puntos de m están a la misma distancia de la recta n.*

Proposición 2.6 *En un paralelogramo, los lados y ángulos opuestos son congruentes.*

Definición 2.1 *Un paralelogramo es un cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos.*

Proposición 2.7 *En un paralelogramo, los lados y ángulos opuestos son congruentes.*

Proposición 2.8 *Las diagonales de un paralelogramo se cruzan en un punto que es el punto medio de las dos diagonales.*

Proposición 2.9 *Si dos lados opuestos de un cuadrilátero son congruentes y paralelos, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.*

Teorema 2.3 *El segmento que conecta los puntos medios en dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado y tiene la mitad de su longitud.*

Proposición 2.10 *Suponga que tres rectas paralelas, a, b y c cortan las rectas m y n en los puntos A, B y C y en los puntos $A^{'}, B^{'}$ y $C^{'}$ respectivamente. Si el punto B está entre A y C, entonces el punto $B^{'}$ también está entre $A^{'}$ y $C^{'}$. Si $AB = BC$, entonces también hay $A^{'}B^{'} = B^{'}C^{'}$*

Corolario 2.3 *Suponga que k rectas paralelas $a_1, a_2, ..., a_k$ cortan dos rectas m y n en los puntos $A_1, A_2, ..., A_k$ y en los puntos $A_1^{'}, A_2^{'}, ..., A_k^{'}$, respectivamente. Si $A_1A_2, ..., A_2A_3 = A_{k-1}A_k$ entonces $A_1^{'}A_2^{'} = A_2^{'}A_3^{'} = A_{k-1}^{'}A_k^{'}$*

Teorema 2.4 *Si una recta, paralela a un lado de un triángulo, corta los otros dos lados, entonces se divide en la misma proporción.*