1

Cálculo diferencial

1.1 Aplicaciones de la derivación a la determinación de los extremos de las funciones

Recordemos que se dice que una función f de valores reales tiene un máximo absoluto en un conjunto S si existe por lo menos un punto c en S tal que

$$f(x) \leq f(c) \text{ para todo } x \text{ en } S.$$

El concepto de máximo relativo se define así:

Definición 1.1 (Definición de máximo relativo)**.** Una función f, definida en un conjunto S, tiene un máximo relativo en un punto c de S si existe un cierto intervalo abierto I que contiene c tal que

$$f(x) \leq f(c) \text{ para todo } x \text{ situado en } I \cap S.$$

el concepto de mínimo relativo se define del mismo modo con la desigualdad invertida.

Es decir, un máximo relativo en e es un máximo absoluto en un cierto entorno de c, si bien no es necesariamente un máximo absoluto en todo el conjunto S. Naturalmente, cualquier máximo absoluto es, en particular, un máximo relativo.

Definición 1.2 (Definición de extremo)**.** Un número que es o un máximo relativo o un mínimo relativo de un función f se denomina valor extremo o un extremo de f.

Teorema 1.1 (Anulación de la derivada en un estremo interior)**.** Sea f definida en un intervalo abierto I y supongamos que f tiene un máximo relativo o un mínimo relativo en un punto c interior a I. Si la derivada $f'(c)$ existe, es $f'(x) = 0$.

Demostración.- Definamos en I un función Q como sigue:

$$Q(x) = \frac{f(x) - f(c)}{x - c} \quad \text{si} \quad x \neq c, \quad Q(c) = f'(c).$$

Puesto que $f'(c)$ existe, $Q(x) \to Q(c)$ cuando $x \to c$