

Cálculo diferencial

1.9 Ejercicios

1. Sea $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ para todo x . Hallar los puntos de la gráfica de f en los que la recta tangente es horizontal.

Respuesta.- Sea $f'(x) = x^2 - 4x + 3$, entonces para que la recta tangente sea horizontal igualamos la derivada a cero de la siguiente manera,

$$f'(x) = x^2 - 4x + 3 = 0$$

de donde se obtiene que,

$$x_1 = 3 \quad \text{y} \quad x_2 = 1.$$

2. Sea $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x - 1$ para todo x . Hallar los puntos de la gráfica de f en los que la pendiente es:

a) 0.

Respuesta.- Sea $f'(x) = 2x^2 + x - 1$, entonces

$$f'(x) = 2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow (2x - 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow x_1 = -1, \quad x_2 = \frac{1}{2}.$$

b) -1.

Respuesta.- Sea $f'(x) = 2x^2 + x - 1$, entonces

$$f'(x) = 2x^2 + x - 1 = -1 \Rightarrow x(2x + 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, \quad x_2 = -\frac{1}{2}.$$

c) 5.

Respuesta.- Sea $f'(x) = 2x^2 + x - 1$, entonces

$$f'(x) = 2x^2 + x - 1 = 5 \Rightarrow 2x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = -2, \quad x_2 = \frac{3}{2}.$$

3. Sea $f(x) = x + \sin x$ para todo x . Hallar todos los puntos x para los que la gráfica de f en $(x, f(x))$ tiene pendiente cero.

Respuesta.- Para tal efecto igualamos la derivada de $f(x)$ a 0.

$$1 + \cos x = 0 \quad \Rightarrow \quad \cos x = -1 \quad \Rightarrow \quad x = (2n + 1)\pi, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

4.