

# Ejercicios capítulo 4

Christian Limbert Paredes Aguilera

25/1/2022

```
library(ggplot2)
```

## Ejercicios capitulo 4

### 4.1.

Sea  $X$  una variable aleatoria con distribución binomial y parámetros  $n$  y  $p$ . Mediante la función de probabilidad binomial, verificar que  $p(n - x; n, 1 - p) = p(x; n, p)$ .

Respuesta.-

$$\begin{aligned} p(n - x; n, 1 - p) &= \frac{n!}{[n - (n - x)]!(n - x)!} (1 - p)^{n-x} [1 - (1 - p)]^{n-(n-x)} \\ &= \frac{n!}{x!(n - x)!} (1 - p)^{n-x} p^x \text{ para } x = 0, 1, 2, \dots, n \\ &= p(x; n, p) \end{aligned}$$

### 4.2.

En una distribución binomial, sea  $X$  el número de éxitos obtenidos en diez ensayos donde la probabilidad de éxito en cada uno es de 0.8. Con el resultado del problema anterior, demostrar que la probabilidad de lograr de manera exacta seis éxitos es igual a la probabilidad de tener cuatro fracasos.

Respuesta.-

$$0.08808038 = \frac{10!}{[10 - (10 - 4)]!(10 - 4)!} (1 - 0.8)^{10-6} [1 - (1 - 0.8)]^{10-(10-6)} = \frac{10!}{6!(10 - 6)!} (1 - 0.8)^{10-6} 0.8^6 = 0.08808038$$

```
dbinom(4,10,0.2)
```

```
## [1] 0.08808038
```

```
dbinom(6,10,0.8)
```

```
## [1] 0.08808038
```

### 4.3

Mediante el empleo de la función de probabilidad binomial, verificar la siguiente fórmula de recursión:

$$p(x+1; n, p) = \frac{(n-x)p}{(x+1)(1-p)} p(x; n, p)$$

Respuesta.-

$$p(x+1, n, p) = \frac{n!}{[n-(x+1)]!(x+1)!} p^{x+1} (1-p)^{n-(x+1)} = \frac{n!}{\frac{(n-x)!}{(n-x)} x!(x+1)} p^x p (1-p)^{n-x} (1-p)^{-1} = \frac{(n-x)p}{(x+1)(1-p)} p(x; n, p)$$

**4.4.**

$$p(x+1; 8, 0.4) = \frac{(8-x)0.4}{(x+1)(1-0.4)} p(x; 8, 0.4)$$

**4.5**

Sea  $X$  una variable aleatoria distribuida binomialmente con  $n = 10$  y  $p = 0.5$

**a)**

Determinar las probabilidades de que  $X$  se encuentre dentro de una desviación estándar de la media y a dos desvaiciones estándar de la media.

**b)**

¿Cómo cambiarían las respuestas de a) si  $n = 15$  y  $p = 0.4$ ?