Universidad:	**Mayor de San Ándres.**
Asignatura:	**Geometría I.**
Parcial:	II.
Alumno:	**PAREDES AGUILERA CHRISTIAN LIMBERT.**

Soluciones

1. Sabemos por el teorema de ángulo externo que $E\widehat{C}D > \widehat{B}, \widehat{A}$. Luego como $\triangle ABC$ por lo tanto $E\widehat{C}D = B\widehat{C}A$ de donde $\overline{AC} = \overline{EC}$ y por el teorema de desigualdad triangular se tiene que:

$$\overline{AC} + \overline{CB} \geq \overline{AB}$$

como $\overline{AC} = \overline{EC}$ y $\overline{CB} = \overline{CD}$ entonces

$$\overline{EC} + \overline{CD} > \overline{AB}$$

luego $\overline{AD} = \overline{AC} + \overline{CD}$ así tenemos que:

$$\overline{AD} = \overline{EC} + \overline{CD} > \overline{AB}$$

que implica $\overline{AD} > \overline{AB}$

2. Consideremos un cuadrilátero de vértices A, B, C y D, con A, C y B, D opuestos. Ahora trazamos la diagonal BD, para obtener los triángulos ABD y BCD. Sean M y N los puntos medios de los lados AB y AD, respectivamente. Luego trazamos el segmento MN. Tengamos en cuenta que es la base promedio del triángulo ABD y, por lo tanto, debe ser paralelo a BD:

$$MN \parallel BD$$

Ahora tracemos los segmentos P y Q, siendo P y Q los respectivos puntos medios de BC y CD. Tengamos en cuenta que PQ es la base promedio en el triángulo BCD, lo que implica que es paralelo a la base:

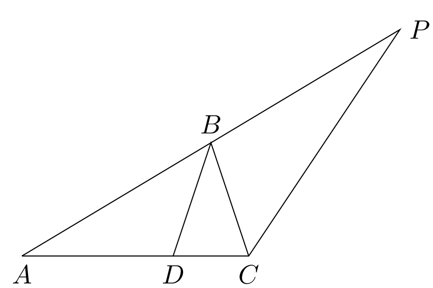
$$PQ \parallel BD$$

Luego por transitividad del paralelismo de recta, si dos rectas son paralelas a una tercera, entonces son paralelas entre sí. De donde:

$$MN \parallel BD;\ PQ \parallel BD \quad \Rightarrow \quad MN \parallel PQ$$

Tengamos en cuenta que $MNPQ$ es el cuadrilátero con vértices en los puntos medios a los lados del cuadrilátero original.
Ya hemos probado que dos de los lados opuestos son paralelos. Si probamos que los otros dos también lo son, entonces, por definición, $MNPQ$ es un paralelogramo. Tal prueba es análogo a la demostración dada, considerando la diagonal AC.

3. La gráfica se verá de la siguiente manera:



Siendo BD la bisectriz interna de $\widehat{B}$, tracemos una paralela que pase por el vértice C la bisectriz BD, donde se encontrará una extensión de BA en un punto P. Luego por el axioma de los paralelos, el triángulo BPC es isosceles es decir que uno de sus ángulos alterna internamente con una de las mitades del ángulo B y el otro correspondiente a la otra mitad. Por tanto según el teorema de Tales se sigue que $\dfrac{AD}{DC} = \dfrac{AB}{AP}$, como $BC = AP$ tenemos que

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$$

4.