Universidad: **Mayor de San Ándres.**
Asignatura: **Geometría I.**
Parcial: I.
Alumno: **PAREDES AGUILERA CHRISTIAN LIMBERT.**

---

1. Muestre que la intersección de 3 semiplanos es un conjunto convexo.

Demostración.- Imagine los semiplanos S_1, S_2, S_3 y S_4 tales que $S_4 = S_1 \cap S_2 \cap S_3$, tomando tres puntos P_1, P_2 y P_3 pertenecientes a S_4 entonces: $P_1, P_2, P_3 \in S_1, S_2, S_3$ Sea S_1, S_2 y S_2 convexos entonces $P_1, P_2, P_3 in S_1, S_2, S_3$ y por lo tanto pertenece a la intersección, entonces S_4 también es convexo.

2. Dado un segmento AB muestre que existe, y es único, un punto C entre A y B tal que

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = 5$$

Demostración.- Supongamos que C está entre A y B. Entonces probemos la existencia del punto C.
Por el axioma III_2 existe x, b y c en los reales que representan las coordenadas de los puntos A, B y C respectivamente, y por lo tanto,

$$\frac{m(AC)}{m(BC)} = \frac{c - x}{b - c}$$

pero como $\dfrac{m(AC)}{m(BC)} = 5$ entonces

$$\frac{c - x}{b - c} = 5$$

lo que implica que

$$c = \frac{5b + x}{1 + 5} \quad (1)$$

De donde vemos que c existe para cualquier valor de x y b por lo tanto verificamos la existencia del punto C.
Para probar la unicidad de C supondremos que hay una $C^{'}$ entonces,

$$\frac{m(AC^{'})}{m(BC')} = 5 \;\; y \, por \, lo \, tanto \frac{c^{'} - x}{b - c'} = 5$$

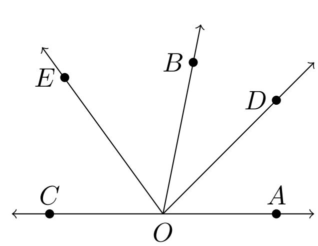
así nos queda,

$$c^{'} = \frac{5b + x}{1 + 5} \quad (2)$$

Por el axioma III_2 en (1) y (2), podemos decir que los puntos C y $C^{'}$ tienen una distancia igual a cero lo que por el axioma III_1, concluimos que C y $C^{'}$ son el mismo punto, de donde tenemos una contradicción.

3. Muestre que las bisectrices de un ángulo y de su suplemento son perpendiculares.

Demostración.- Sea



Sea $A\widehat{O}B$ un ángulo y $B\widehat{O}C$ su suplemento, entonces:

$$A\widehat{O}B + B\widehat{O}C = 180^\circ \ \ (1)$$

Demostremos que $B\widehat{O}D + B\widehat{O}E = 90^\circ$ para esto, tenga en cuenta que $B\widehat{O}D = \dfrac{A\widehat{O}B}{2}$, por lo tanto, S_{OD} es la bisectriz de $A\widehat{O}B$ y $B\widehat{O}E = \dfrac{B\widehat{O}C}{2}$ luego, $B\widehat{O}E + B\widehat{O}D = \dfrac{A\widehat{O}B}{2} + \dfrac{B\widehat{O}C}{2}$ de donde

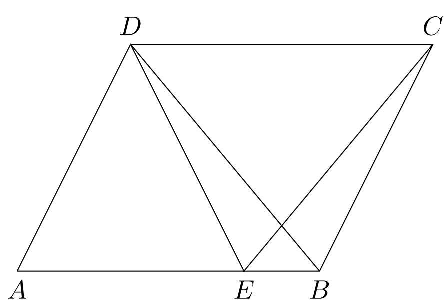
$$2(B\widehat{O}E + B\widehat{O}D) = A\widehat{O}B + B\widehat{O}C \ \ (2)$$

Igualando (1) y (2),

$$\begin{array}{rcl} 2(B\widehat{O}E + B\widehat{O}D) & = & 180^\circ \\ B\widehat{O}E + B\widehat{O}D & = & 90^\circ \end{array}$$

Lo que implica que $S_{OE} \perp S_{OD}$ como queríamos demostrar.

4. En la figura, se tiene $AD = DE$, $\widehat{A} = D\widehat{E}C$ y $A\widehat{D}E = B\widehat{D}C$. Muestre que los triángulos ADB y EDC son congruentes.



Demostración.-

$$\begin{array}{rrl} & \overline{AD} \cong \overline{DE} & \\ & D\widehat{A}B \cong D\widehat{E}C & \\ (a) & A\widehat{D}E \cong C\widehat{D}B & \\ & \triangle ABD \cong \triangle EDC & \\ (I) & A\widehat{D}B = A\widehat{D}E + E\widehat{D}B \, y \, C\widehat{D}E = C\widehat{D}B + B\widehat{D}E & \\ (II) & A\widehat{D}B = A\widehat{D}E + E\widehat{D}B = C\widehat{D}B + B\widehat{D}E = C\widehat{D}E \Rightarrow A\widehat{D}B \cong C\widehat{D}E & \text{Por } (a) \text{ y } (I) \\ (A) & D\widehat{A}B \cong D\widehat{E}C & \\ (L) & \overline{AD} \cong \overline{DE} & \\ (A) & A\widehat{D}B \cong C\widehat{D}E & \text{De } (I) \text{ y } (II) \end{array}$$

Luego por ALA tenemos $\triangle ABD \cong \triangle EDC$