Alumno:	**PAREDES AGUILERA CHRISTIAN LIMBERT.**
C.I.:	**6788578 L.P.**
Universidad:	**Mayor de San Ándres.**
Carrera:	**Matemáticas.**
Asignatura:	**Computación Científica II.**
Tarea:	**9 / semana 1**
Fecha	**05-11-2021**

1. EJEMPLO DE INTEGRALES SABIENDO QUE LA FUNCIONES ES ESCALONADAS

a) **(1.15 Ejercicio, problema 10. Tom Apostol, Calculus Vol 1)** Dado un entero positivo p. Una función escalonada s está definida en el intervalo $[0,p]$ como sigue $s(x)=(-1)^n n$ si x está en el intervalo $n \leq x < n+1$ siendo $n = 0,1,2,...,p-1$; $s(p)=0$. Póngase $f(p)=\int_0^p s(x)\,dx$.

(a) Calcular $f(3), f(4)$ y $f(f(3))$.

Respuesta.- Sea

$$s(x)=\begin{cases} (-1)^n n & si \quad n \leq x < n+1,\ n=0,1,...p-1 \\ \\ 0 & si \quad x=p \end{cases}$$

Entonces calculamos para $f(x)=\int_0^p s(x)\,dx$:

$$\begin{array}{rclclcr} f(3) & = & \int_0^3 s(x)\,dx & = & (-1)^0 0(1-0)+(-1)\cdot 1\cdot(2-1)+(-1)^2 2(3-2) & = & 1 \\ \\ f(4) & = & \int_0^4 s(x)\,dx & = & \int_0^3 s(x)\,dx+\int_3^4 s(x)\,dx = 1+(-1)^3 3(4-3) & = & -2 \\ \\ f(f(3)) & = & f(1) & = & \int_0^1 s(x)\,dx = (-1)^0 0(1-0) & = & 0 \end{array}$$

(b) ¿Para qué valor o valores de p es $|f(p)|=7$?

Respuesta.- Luego de completarlo por un bucle llegamos a la conclusión de que los números que cumplen la condición dada son $14, 15$.

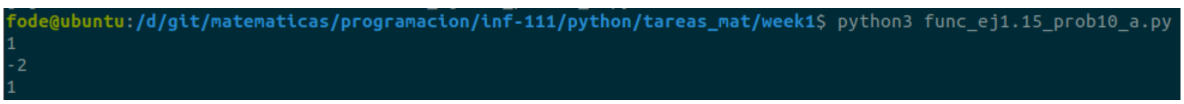
b) **Código fuente.**

(a)
```
def s(p):
    sp=0
    for i in range(0,p):
        sp += ((-1)**i) * i
    return sp

print(s(3))
print(s(4))
print(s(3))
```

(b)
```
def s(p):
    sp=0
    for i in range(0,p):
        sp += ((-1)**i) * i
        if sp == 7 or sp == -7:
            print(i)

s(1500)
```

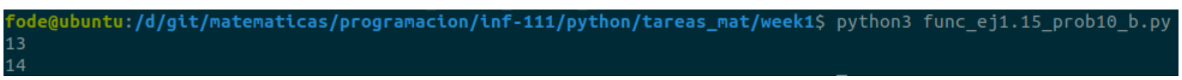
c) Prueba de la ejecución del programa.

(a) .



```
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_ej1.15_prob10_a.py
1
-2
1
```

(b) .



```
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_ej1.15_prob10_b.py
13
14
```

2. INTEGRAL DEFINIDA.

a) **Teorema 1.13 (Tom Apostol, Calculus Vol. 1)** Supongamos f creciente en un intervalo cerrado $[a, b]$. Sea $x_k = a + k(b-a)/n$ para $k = 0, 1, ..., n$. Si I es un número cualquiera que satisface las desigualdades

$$\frac{b-a}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(x_k) \leq I \leq \frac{b-a}{n}\sum_{k=1}^{n} f(x_k) \qquad (2)$$

para todo entero $n \geq 1$, entonces $I = \int_a^b f(x)\, dx$

Demostración.- Sean s_n y t_n las funciones escalonadas de aproximación especial obtenidas por subdivisión del intervalo $[a, b]$ en n partes iguales, como se hizo en la demostración del teorema 1.13. Entonces, las desigualdades (1.9) establecen que

$$\int_a^b s_n \leq I \leq \int_a^b t_n$$

para $n \geq 1$. Pero la integral $\int_a^b f(x)\, dx$ satisface las mismas desigualdades que I. Utilizando la igualdad (1) tenemos $I \leq \int_a^b t_n$ como también $\int_a^b s_n \leq \int_a^b f(x)\, dx \implies -\int_a^b f(x)\, dx \leq -\int_a^b s_n$ entonces

$$I - \int_a^b f(x)\, dx \leq \int_a^b t_n - \int_a^b s_n$$

Similarmente usando las inecuaciones $\int_a^b s_n \leq I$ y $\int_a^b f(x)\, dx \leq \int_a^b t_n$ resulta que

$$\int_a^b f(x)\, dx - I \leq \int_a^b t_n - \int_a^b s_n \implies I - \int_a^b f(x)\, dx \geq -\left(\int_a^b t_n - \int_a^b s_n\right)$$

Donde se concluye que

$$0 \leq \left| I - \int_a^b f(x)\, dx \right| \leq \int_a^b t_n - \int_a^b s_n = \frac{C}{n}$$

par todo $n \geq 1$. Por consiguiente, según el teorema I.31, tenemos $I = \int_a^b f(x)\, dx$

b) **Código fuente.**

```python
import numpy as np

def teorema1_13(n,a,b):
    sum1 = 0
    sum2 = 0
    for k in range(0,n-1):
        x = a + k*(b-a)/n
        sum1 += x**2

    for k in range(1,n,1):
        x1 = a + k*(b-a)/n
        sum2 += x1**2

    print("Total menor: {} \nTotal mayor: {}".format(((b-a)/n)*sum1,((b-a)/n)*sum2))

n = int(input("Ingrese un número n entero grande: "))
a = float(input("Ingrese a: "))
b = float(input("Ingrese b: "))

teorema1_13(n,a,b)
```

c) **Prueba de la ejecución del programa**.

```
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_teorema1.13.py
Ingrese un número n entero grande: 10000000
Ingrese a: 0
Ingrese b: 2
Total menor: 2.6666654666670357
Total mayor: 2.666666266666876
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_teorema1.13.py
Ingrese un número n entero grande: 1000
Ingrese a: 0
Ingrese b: 2
Total menor: 2.6546839919999994
Total mayor: 2.662667999999999
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_teorema1.13.py
Ingrese un número n entero grande: 100000000
Ingrese a: 0
Ingrese b: 2
Total menor: 2.666666546665782
Total mayor: 2.666666626665781
```

3. CÁLCULO DE LA INTEGRAL $\int_o^b x^p$ SIENDO p ENTERO POSITIVO.

a) Teorema 1.15 (Tom Apostol, Calculus Vol. 1) Si p es un entero positivo y $b > 0$, tenemos

$$\int_0^b x^p\, dx = \frac{b^{p+1}}{p+1}$$

Demostración.- Comencemos con las desigualdades

$$\sum_{k=1}^{n-1} k^p < \frac{n^{p+1}}{p+1} < \sum_{k=1}^{n} k^p$$

válidas para todo entero $n \geq 1$ y todo entero $p \geq 1$. Estas desigualdades se demostraron anteriormente. La multiplicación de esas desigualdades por b^{p+1}/n^{p+1} nos da

$$\frac{b}{n}\sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{kb}{n}\right)^p < \frac{b^{p+1}}{p+1} < \frac{b}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{kb}{n}\right)^p$$

Si ponemos, las desigualdades (2) del teorema 1.14 se satisfacen poniendo $f(x) = x^p,\ a = 0$, entonces $I = \dfrac{b^{p+1}}{p+1}$. Resulta pues que

$$\int_0^b x^p\, dx = \frac{b^{p+1}}{p+1}$$

b) Código fuente.

```python
def teorema1_15(n,b,p):

    n_1, n_2, int = 0, 0, (b**(p+1))/(p+1)

    for k in range(0,n):
        n_1 += ((k*b)/n)**p

    for t in range(1,n+1):
        n_2 += ((t*b)/n)**p

    print("{} < {} < {}".format((b/n) * n_1, int, n_2*(b/n)))


n = int(input("Ingrese un número entero n>0 grande: "))
b = float(input("Ingrese un número b: "))
p = float(input("Ingrese un número p: "))

teorema1_15(n,b,p)
```

c) **Prueba de la ejecución del programa**.

```
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_teorema1.15.py
Ingrese un número entero n>0 grande: 10000
Ingrese un número b: 3
Ingrese un número p: 2
8.998650045000005 < 9.0 < 9.001350045000004
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_teorema1.15.py
Ingrese un número entero n>0 grande: 1000000
Ingrese un número b: 2
Ingrese un número p: 2
2.6666626666680022 < 2.6666666666666665 < 2.6666706666680025
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_teorema1.15.py
Ingrese un número entero n>0 grande: 100000000
Ingrese un número b: 2
Ingrese un número p: 2
2.666666626665781 < 2.6666666666666665 < 2.6666667066657808
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$
```

4. INTEGRACIÓN PARA EL SENO Y COSENO.

a) Teorema 2.4, Tom Apostol, Calculus Vol. 1 Si $0 < a \leq \frac{1}{2}\pi$, y $n \geq 1$, tenemos

$$\frac{a}{n}\sum_{k=1}^{n}\cos\frac{ka}{n} < \operatorname{sen} a < \frac{a}{n}\sum_{k=0}^{n-1}\cos\frac{ka}{n} \qquad (2.6).$$

Demostración.- Las desigualdades anterior serán deducidas de la identidad

$$2\operatorname{sen}\frac{1}{2}x\sum_{k=1}^{n}\cos kx = \operatorname{sen}\left(n+\frac{1}{2}\right)x - \operatorname{sen}\frac{1}{2}x, \qquad (2.7)$$

válida para $n \geq 1$ y todo real x. Para demostrar, utilizaremos las fórmulas de diferencias (g) del teorema 2.3 para poner

$$2\operatorname{sen}\frac{1}{2}x\cos kx = \operatorname{sen}\left(k+\frac{1}{2}\right)x - \operatorname{sen}\left(k-\frac{1}{2}\right)x$$

Haciendo $k = 1, 2, ..., n$ y sumando esas igualdades, encontramos que en la suma del segundo miembro se reduce unos términos con otros obteniéndose (2.7).
Si $\frac{1}{2}x$ no es un múltiplo entero de π podemos dividir ambos miembros de (2.7) por $2\operatorname{sen}\frac{1}{2}x$ resultando

$$\sum_{k=1}^{n}\cos kx = \frac{\operatorname{sen}(n+\frac{1}{2}x - \operatorname{sen}\frac{1}{2}x)}{2\operatorname{sen}\frac{1}{2}x}$$

Reemplazando n por $n-1$ y sumando 1 a ambos miembros también obtenemos. (Ya que $\cos 0 = 1$).

$$\sum_{k=0}^{n-1}\cos kx = \frac{\operatorname{sen}\left(n-\frac{1}{2}\right)x + \operatorname{sen}\frac{1}{2}x}{2\operatorname{sen}\frac{1}{2}x}$$

Esas dos fórmulas son válidas si $x \neq 2m\pi$, siendo m entero. Tomando $x = a/n$, donde $0 < a < \frac{1}{2}\pi$ encontramos que el par de desigualdades (2.6) es equivalente al siguiente

$$\frac{a}{n}\frac{\operatorname{sen}\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{a}{n} - \operatorname{sen}\left(\frac{a}{2n}\right)}{2\operatorname{sen}\left(\frac{a}{2n}\right)} < \operatorname{sen} a < \frac{a}{n}\frac{\operatorname{sen}\left(n-\frac{1}{2}\right)\frac{a}{b} + \operatorname{sen}\left(\frac{a}{2n}\right)}{2\operatorname{sen}\left(\frac{a}{2n}\right)}$$

Este par, a su vez es equivalente al par

$$\operatorname{sen}\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{a}{n} - \operatorname{sen}\left(\frac{a}{2n}\right) < \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{a}{2n}\right)}{\left(\frac{a}{2n}\right)}\operatorname{sen} a < \operatorname{sen}\left(n-\frac{1}{2}\right)\frac{a}{n} + \operatorname{sen}\left(\frac{a}{2n}\right) \qquad (2.8)$$

Por consiguiente demostrar (2.6) equivale a demostrar (2.8). Demostraremos que se tiene

$$\operatorname{sen}(2n+1)\theta - \operatorname{sen}\theta < \frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta} < \operatorname{sen}(2n-1)\theta + \operatorname{sen}\theta \qquad (2.9)$$

para $0 < 2n\theta \leq \frac{1}{2}\pi$. Cuando $\theta = a/(2n)$ (2.9) se reduce a (2.8).
Para demostrar la desigualdad de la parte izquierda de (2.9), usamos la fórmula de adición para el seno poniendo

$$\operatorname{sen}(2n+1)\theta = \operatorname{sen}2n\theta\cos\theta + \cos 2n\theta\operatorname{sen}\theta < \operatorname{sen}2n\theta\frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta} + \operatorname{sen}\theta,$$

habiendo usado también las desigualdades

$$\cos\theta < \frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta}, \quad 0z < \cos 2n\theta \leq 1, \quad \operatorname{sen}\theta > 0, \qquad (2.10)$$

siendo todas válidas ya que $0 < 2n\theta \leq \frac{1}{2}\pi$. La desigualdad (2.10) equivale a la parte izquierda de (2.9).
Para demostrar la parte derecha de (2.9), utilizamos nuevamente la fórmula de adición para el seno poniendo

$$\operatorname{sen}(2n-1)\theta = \operatorname{sen} 2n\theta \cos\theta - \cos 2n\theta \operatorname{sen}\theta$$

Sumando $\operatorname{sen}\theta$ ambos miembros, obtenemos

$$\operatorname{sen}(2n-1)\theta + \operatorname{sen}\theta = \operatorname{sen} 2n\theta \left(\cos\theta + \operatorname{sen}\theta \frac{1-\cos 2n\theta}{\operatorname{sen} 2n\theta}\right) \qquad (2.11)$$

Pero ya que tenemos

$$\frac{1-\cos 2n\theta}{\operatorname{sen} 2n\theta} = \frac{2\operatorname{sen}^2 n\theta}{2\operatorname{sen} n\theta \cos n\theta} = \frac{\operatorname{sen} n\theta}{\cos n\theta}$$

el segundo miembro de (2.11) es igual a

$$\operatorname{sen} 2n\theta \left(\cos\theta + \operatorname{sen}\theta \frac{\operatorname{sen} n\theta}{\cos n\theta}\right) = \operatorname{sen} 2n\theta \frac{\cos\theta\cos n\theta + \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen} n\theta}{\cos n\theta} = \operatorname{sen} 2n\theta \frac{\cos(n-1)\theta}{\cos n\theta}$$

Por consiguiente, para completar la demostración de (2.9), necesitamos tan sólo demostrar que

$$\frac{\cos(n-1)\theta}{\cos n\theta} > \frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta} \qquad (2.12)$$

Pero tenemos

$$\cos n\theta = \cos(n-1)\cos theta - \operatorname{sen}(n-1)\theta \operatorname{sen}\theta < \cos(n-1)\theta\cos\theta < \cos(n-1)\theta \frac{\theta}{\operatorname{sen}\theta},$$

en donde otra vez hemos utiliado la desigualdad fundamental $\cos\theta < \theta/sen\theta$. ya que $\left(\cos x < \frac{x}{\operatorname{sen} x}\right)$, esta último relación implica (2.12), con lo que se completa la demostración del teorema 2.4.

b) Código fuente.

```
import numpy as np

def teorema2_4(n,a):

    sum1 = 0
    sum2 = 0

    for k in range(0,n-1):
        x =  k*a/n
        sum1 += np.cos(x)

    for k in range(1,n,1):
        x1 =  k*a/n
        sum2 += np.cos(x1)

    print("Total menor: {} \nTotal mayor: {}".format((a/n)*sum1,(a/n)*sum2))

n = int(input("introducir un número n>0 grande: "))
a = float(input("introducir a: "))

teorema2_4(n,a)
```

c) **Prueba de la ejecución del programa**.

```
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_teorema2.4.py
introducir un número n>0 grande: 1000
introducir a: 3
Total menor: 0.1470735850114926
Total mayor: 0.14110489096474726
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_teorema2.4.py
introducir un número n>0 grande: 1000000
introducir a: 3
Total menor: 0.14112596302473498
Total mayor: 0.1411199930485152
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_teorema2.4.py
introducir un número n>0 grande: 10000000
introducir a: 3
Total menor: 0.141120603556555
Total mayor: 0.1411200065588187
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_teorema2.4.py
introducir un número n>0 grande: 100000000
introducir a: 3
Total menor: 0.14112006760961204
Total mayor: 0.14112000790983747
```

5. INTEGRACIÓN PARA SENO Y COSENO GENERALIZADO.

a) **Teorema 2.5, Tom Apostol, Calculus Vol. 1** Si dos funciones sen y cos satisfacen las propiedades fundamentales de la 1 a la 4, para todo a real se tiene

$$\int_0^a \cos x \; dx = \operatorname{sen} a, \qquad (2.13)$$

$$\int_0^a x \; dx = 1 - \cos a. \qquad (2.14)$$

Demostración.- Primero se demuestra (2.13), y luego usamos (2.13) para deducir (2.14). Supongamos que $0 < a \leq \frac{1}{2}\pi$. Ya que el coseno es decreciente en $[0, a]$ podemos aplicar el teorema 1.14 y las desigualdades del teorema 2.4 obteniendo (2.13). La fórmula es valida también para $a = 0$, ya que ambos miembros son cero. Pueden ahora utilizarse las propiedades de la integral para ampliar su validez todos los valores reales a.
Por ejemplo, si $-\frac{1}{2}\pi \leq a \leq 0$, entonces $0 \leq -a \leq \frac{1}{2}\pi$, y la propiedad de reflexión nos da

$$\int_0^a \cos x \; dx = -\int_0^{-a} \cos(-x) \; dx = -\int_0^{-a} \cos x \; dx = -\operatorname{sen}(-a) = \operatorname{sen} a.$$

Así, pues, (2.13) es válida en el intervalo $\left[-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right]$. Supongamos ahora que $\frac{1}{2}\pi \leq a \leq \frac{3}{2}\pi$. Entonces $-\frac{1}{2}\pi \leq a - \pi \leq \frac{1}{2}\pi$, de modo que

$$\int_0^a \cos x \; dx = \int_0^{\pi/2} \cos x \; dx + \int_{\pi/2}^a \cos x \; dx = \operatorname{sen} \frac{1}{2}\pi + \int_{-\pi/2}^{a-\pi} \cos(x + \pi) \; dx = 1 - \int_{-\pi/2}^{a-\pi} \cos x \; dx =$$

$$= 1 - \operatorname{sen}(a - \pi) + \operatorname{sen}\left(-\frac{1}{2}\pi\right) = \operatorname{sen} a$$

Con ellos resulta que (2.13) es válida para todo a en el intervalo $\left[-\frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi\right]$. Pero este intervalo tiene longitud 2π, con lo que la fórmula (2.13) es válida para todo a puesto que ambos miembros son periódicos respecto a a con período 2π
Seguidamente usamos (2.13) para deducir (2.14). Ante todo demostramos que (2.14) es válida cuando $a = \pi/2$. Aplicando sucesivamente, la propiedad de traslación, la co-relación $\operatorname{sen}\left(x + \frac{1}{2}\pi\right)$, y la propiedad de reflexión, encontramos

$$\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} x \; dx = \int_{-\pi/2}^0 \operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \; dx = \int_{-\pi/2}^0 \cos x \; dx = \int_0^{\pi/2} \cos(-x) \; dx$$

Haciendo uso de la relación $\cos(-x) = \cos x$ y la igualdad (2.13), se obtiene

$$\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} x \; dx = 1$$

Por consiguiente, para cualquier a real, podemos escribir

$$\int_0^a \operatorname{sen} x \; dx = \int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} x \; dx + \int_{\pi/2}^a \operatorname{sen} x \; dx = 1 + \int_0^{a-\pi/2} \operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \; dx =$$

$$= 1 + \int_0^{a-\pi/2} \cos x \; dx = 1 + \operatorname{sen}\left(a - \frac{\pi}{2}\right) = 1 - \cos a$$

Esto demuestra que la igualdad (2.13) implica (2.14).

Usando (2.13) y (2.14) junto con la propiedad aditiva

$$\int_a^b f(x)\ dx = \int_0^b f(x)\ dx - \int_0^a f(x)\ dx$$

llegamos a las fórmulas de integración más generales

$$\int_a^b \cos x\ dx = \operatorname{sen} b - \operatorname{sen} a$$

y

$$\int_a^b \operatorname{sen} x\ dx = (1 - \cos b) - (1 - \cos a) = -(\cos b - \cos a).$$

Si nuevamente utilizamos el símbolo especial $f(x)\Big|_a^b$ para indicar la diferencia $f(b) - f(a)$, podemos escribir esas fórmulas de integración en la forma

$$\int_a^b \cos x\ dx = \operatorname{sen} x\Big|_a^b \qquad y \qquad \int_a^b \operatorname{sen} x\ dx = -\cos x\Big|_a^b$$

Con los resultados del ejemplo 1 y la propiedad de dilatación

$$\int_a^b f(x)\ dx = \frac{1}{c}\int_{ca}^{cb} f(x/c)\ dx,$$

obtenemos las fórmulas siguientes, válidas para $c \neq 0$;

$$\int_a^b \cos cx\ dx = \frac{1}{c}\int_{ca}^{cb} \cos x\ dx = \frac{1}{c}(\operatorname{sen} cb - \operatorname{sen} ca)$$

y

$$\int_a^b \operatorname{sen} cx\ dx = \frac{1}{c}\int_{ca}^{cb} \operatorname{sen} x\ dx = -\frac{1}{c}(\cos cb - \cos ca).$$

La identidad $\cos 2x = 1 - 2\operatorname{sen}^2 x$ implica $\operatorname{sen}^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$ con lo que, a partir del ejemplo 2, obtenemos

$$\int_a^b \operatorname{sen}^2 x\ dx = \frac{1}{2}\int_0^a (1 - \cos 2x)\ dx = \frac{a}{2} - \frac{1}{4}\operatorname{sen} 2a$$

Puesto que $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$, encontramos también

$$\int_0^a \cos^2 x\ dx = \int_0^a (1 - \operatorname{sen}^2 x)\ dx = a - \int_0^a \operatorname{sen}^2 x\ dx = \frac{a}{2} + \frac{1}{4}\operatorname{sen} 2a$$

b) **Código fuente.**

```python
import numpy as np

def teorema5_1(a,b):
    coseno = np.sin(b) - np.sin(a)
    seno = -(np.cos(b)-np.cos(a))
    print("La integral del coseno viene dado por: {}\nLa integral del seno viene dado
        por: {}".format(coseno,seno))

a = float(input("Ingresar el primer número (a) del rango de la integral : "))
b = float(input("Ingresar el segundo número (b) del rango de la integral : "))

teorema5_1(a,b)
```

c) **Prueba de la ejecución del programa**.

```
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_teorema2.5.py
Ingresar el primer número (a) del rango de la integral : 2
Ingresar el segundo número (b) del rango de la integral : 3
La integral del coseno viene dado por: -0.7681774187658145
La integral del seno viene dado por: 0.5738456600533031
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_teorema2.5.py
Ingresar el primer número (a) del rango de la integral : 23
Ingresar el segundo número (b) del rango de la integral : 90
La integral del coseno viene dado por: 1.7402170677757285
La integral del seno viene dado por: -0.0847594042042274
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_teorema2.5.py
Ingresar el primer número (a) del rango de la integral : 1
Ingresar el segundo número (b) del rango de la integral : 2
La integral del coseno viene dado por: 0.0678264420177852
La integral del seno viene dado por: 0.9564491424152821
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$ python3 func_teorema2.5.py
Ingresar el primer número (a) del rango de la integral : 1
Ingresar el segundo número (b) del rango de la integral : 3
La integral del coseno viene dado por: -0.7003509767480293
La integral del seno viene dado por: 1.5302948024685852
fode@ubuntu:/d/git/matematicas/programacion/inf-111/python/tareas_mat/week1$
```