
Universidad: **Mayor de San Andrés.**
Asignatura: **Geometría II.**
Ejercicio: 3.
Alumno: **PAREDES AGUILERA CHRISTIAN LIMBERT.**

1. Hallar la ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto con vector direccional \vec{v} , cuando

a) $P_0 = (5, 3, -2)$; $\vec{v} = (2, -3, 3)$.

Respuesta.- La ecuación vectorial estará dada por,

$$X = (5, 3, -2) + t(2, -3, 3); t \in \mathbb{R}$$

Luego la ecuación cartesiana será,

$$\begin{cases} x &= 5 + 2t \\ y &= 3 - 3t \\ z &= -2 + 3t \end{cases}$$

b) $P_0 = (-3, 2, -1)$; $\vec{v} = (-2, 5, 1)$.

Respuesta.- La ecuación vectorial es,

$$X = (-3, 2, -1) + t(-2, 5, 1); t \in \mathbb{R}$$

se sigue,

$$\begin{cases} x &= -3 - 2t \\ y &= 2 + 5t \\ z &= -1 + t \end{cases}$$

2. Determinar la ecuación de la recta que pasa por los pares de puntos dados y proporcionar sus ecuaciones paramétricas.

a) $(8, 3, 2)$ y $(5, 0, 1)$.

Respuesta.- La ecuación de la recta viene dada por

$$\mathcal{L} = \{(8, 3, 2) + t(-3, -3, -1) / t \in \mathbb{R}\}$$

Luego las ecuaciones paramétricas son,

$$\begin{cases} x &= 8 - 3t \\ y &= 3 - 3t \\ z &= 2 - t \end{cases}$$

b) $(-3, 2, -1)$ y $(-2, 7, -5)$

Respuesta.- La ecuación de la recta será,

$$\mathcal{L} = \{(-3, 2, -1) + t(1, 5, -4) / t \in \mathbb{R}\}$$

Luego las ecuaciones paramétricas son,

$$\begin{cases} x &= -3 + t \\ y &= 2 + 5t \\ z &= -1 - 4t \end{cases}$$

3. ¿Son colineales los puntos dados?.

a) $(2, -3, 2), (0, 0, 0), (3, -2, 0)$

Respuesta.- Sea $\vec{v} = (0, 0, 0) - (2, -3, 2) = (-2, 3, -2)$ y $\vec{u} = (3, -2, 0) - (2, -3, 2) = (1, 1, -2)$ de donde nos faltará comprobar que $\vec{v} = r\vec{u}$ para $r \in \mathbb{R}$.

$$(-2, -3, -2) \neq r(1, 1, -2)$$

por lo tanto los puntos dados no son colineales.

b) $(1, 2, 0), (5, -7, 8), (4, 3, -1)$

Respuesta.- análogamente al anterior ejercicio $(4, -9, 8) \neq r(3, 1, -1)$ para $r \in \mathbb{R}$ y por lo tanto los puntos dados no son colineales.

4. Calcular la distancia del punto P_0 a la recta que pasa por los puntos P_1 y P_2 .

$$P_0 = (5, -3, 1); P_1 = (4, 0, 2); P_2 = (5, 0, 0).$$

Respuesta.- Primero encontramos la recta asociada a los dos puntos dados de la siguiente forma,

$$\mathcal{L} = \{(4, 0, 2) + t(1, 0, -2)/t \in \mathbb{R}\}.$$

Luego calculamos la distancia del punto a la recta como sigue,

$$d(P_0, \mathcal{L}) = \left| (P_0 - P_1) - \frac{(P_0 - P_1) \circ \vec{v}}{\vec{v}^2} \right| = \left| [(5, -3, 1) - (4, 0, 2)] - \frac{[(5, -3, 1) - (4, 0, 2)] \circ (1, 0, -2)}{|(1, 0, -2)|^2} \cdot (1, 0, -2) \right|$$

de donde

$$d(P_0, \mathcal{L}) = \sqrt{\frac{300}{25}} = 3.0331$$

5. Hallar la ecuación paramétrica de la recta que pasa por $(-1, 2, -4)$ y que es paralela a $3i + 4j + k$.

Respuesta.- Ya que la recta que pasa por $(-1, 2, -4)$ es paralela a $3i + 4j + k$ entonces,

$$\mathcal{L} = (-1, 2, -4) + t(3, 4, 1)/t \in \mathbb{R}$$

6. Hallar la ecuación vectorial de la recta que pasa por $(-2, 0, 5)$ y que es paralela a la recta $x = 1 + 2t$, $y = 4 - t$, $z = 6 + 2t$.

Respuesta.- Sea $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 6 + 2t \end{cases}$ Intuitivamente tenemos que

$$\mathcal{L}_1 = (1, 4, 6) + t(2, -1, 2)/t \in \mathbb{R}$$

, luego como $L_1 \parallel L_2$ entonces

$$\mathcal{L}_2 = (-2, 0, 5) + r(2, -1, 2)/s \in \mathbb{R}$$

7.