Proyecto Final - Sistema Inmunológico

Bañuelos Elias Andres Martín, Chaparro Zamora Alan Yahir, Fernández Esquivel Héctor Ándres
(21212142, 21212147, 21212153)
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de Tijuana

December 13, 2024

Palabras clave: Componentes; Circuito RLC; Estabilidad; PID; Sintonización.

Correo: **l21212142@tectijuana.edu.mx; l21212147@tectijuana.edu.mx; l21212153@tectijuana.edu.mx**

Carrera: **Ingeniería Biomédica**

Asignatura: **Modelado de Sistemas Fisiológicos**

Profesor: **Dr. Paul Antonio Valle Trujillo** (paul.valle@tectijuana.edu.mx)

1 Función de transferencia

1.1 Ecuaciones principales

El circuito RLC presentado demuestra un comportamiento donde se observa que:

Ve(t) representa la tensión de entrada, que está determinada por la diferencia de corrientes I1(t) y I2 (t), multiplicada por la resistencia R1. Esto indica que R1 actúa como un elemento de medición de esa diferencia de corrientes en el circuito.

$$V_e(t) = R_1(I_1(t) - I_2(t))$$

La derivada de la corriente está asociada al comportamiento del inductor, mientras que la integral de la corriente representa la acumulación de carga en el capacitor.

$$R_1(I_1(t) - I_2(t)) = R_2 I_2(t) + L\frac{dI_2(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int I_2(t)dt$$

La salida Vs(t) corresponde al voltaje en el capacitor, que está relacionado directamente con la carga acumulada en él. En términos de la corriente I2(t), este voltaje es proporcional a la integral de la corriente dividido por la capacitancia C.

$$V_s(t) = \frac{1}{C}\int I_2(t)dt$$

:

1.2 Transformada de Laplace

Al realizar la transformada de Laplace en nuestras ecuaciones principales, obtenemos:

$$V_e(s) = R_1(I_1(s) - I_2(s))$$

$$R_1(I_1(s) - I_2(s)) = R_2 I_2(s) + LsI_2(s) + \frac{I_2(s)}{Cs}$$

$$V_s(s) = \frac{I_2(s)}{Cs}$$

1.3 Procedimiento algebraico

Con el objetivo de calcular la función de transferencia, se realizan operaciones algebraicas:

$$V_e(s) = R_1(I_1(s) - I_2(s))$$

Obteniendo I_1 de la relación tenemos:

$$R_1(I_1(s) - I_2(s)) = R_2 I_2(s) + LsI_2(s) + \frac{I_2(s)}{Cs}$$

$$R_1 I_1(s) = R_1 I_2(s) + R_2 I_2(s) + LsI_2(s) + \frac{I_2(s)}{Cs}$$

$$I_1(s) = (R_1 I_2(s) + R_2 I_2(s) + LsI_2(s) + \frac{I_2(s)}{Cs})\frac{1}{R_1}$$

Ahora se transcribe en nuestra expresión para tener todo en función de I_2:

$$V_e(s) = R_1((R_1 I_2(s) + R_2 I_2(s) + LsI_2(s) + \frac{I_2(s)}{Cs})\frac{1}{R_1} - I_2(s))$$

$$V_e(s) = R_1 I_2(s) + R_2 I_2(s) + LsI_2(s) + \frac{I_2(s)}{Cs} - R_1 I_2(s)$$

$$V_e(s) = R_2 I_2(s) + LsI_2(s) + \frac{I_2(s)}{Cs}$$

$$V_e(s) = I_2(s)(R_2 + Ls + \frac{1}{Cs})$$

Eliminando I_2 de ambos lados de la fracción, se formula que:

$$\frac{V_s(s)}{V_e(s)} = \frac{\frac{I_2(s)}{Cs}}{I_2(s)(R_2 + Ls + \frac{1}{Cs})}$$

1.4 Resultado

Habiendo realizado el análisis de la sección, se concluye que la función de transferencia del circuito RLC está representada por la siguiente expresión

$$\frac{V_s(s)}{V_e(s)} = \frac{1}{CLs^2 + CR_2s + 1}$$

2 Estabilidad del sistema en lazo abierto

La estabilidad del sistema en lazo abierto se analiza al calcular las raices del denominador. En el caso de nuestro sistema:

$$CLs^2 + CR_2s + 1 = 0$$

Los polos del sistema estan dados por lo siguiente:

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= -\frac{1}{2CL}\left(CR_2 + \sqrt{C^2R_2^2 - 4CL}\right) \\
\lambda_2 &= -\frac{1}{2CL}\left(CR_2 - \sqrt{C^2R_2^2 - 4CL}\right)
\end{aligned}$$

Con los siguientes valores en los componentes:

$$\begin{aligned}
R_2 &= 10 \\
L &= 5 \times 10^{-3} \\
C &= 50 \times 10^{-6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= -\frac{1}{2CL}\left(CR_2 + \sqrt{C^2R_2^2 - 4CL}\right) : \text{Complejas conjugadas con negativo } = -1000i\sqrt{3} - 1000 \\
\lambda_2 &= -\frac{1}{2CL}\left(CR_2 - \sqrt{C^2R_2^2 - 4CL}\right) \ : \ \text{Complejas conjugadas con negativo} = 1000i\sqrt{3} - 1000
\end{aligned}$$

3 Modelo de ecuaciones integro-diferenciales

El modelo de ecuaciones integro-diferenciales esta dado por:

$$
\begin{aligned}
I_1(t) &= (V_e(t) + R_1 I_2(t))\frac{1}{R_1} \\
I_2(t) &= \int \left[V_e(t) - R_2 I_2(t) - \frac{1}{C}\int i_2(t)dt \right] \frac{1}{L} \\
V_s(t) &= \frac{1}{C}\int I_2(t)dt
\end{aligned}
$$

4 Error en estado estacionario

El error en estado estacionario se calcula mediante el siguiente limite:

$$e\left(t\right) = \lim_{s\to 0} sR\left(s\right)\left[1 - \frac{V_s\left(s\right)}{V_e\left(s\right)}\right] = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}\left[1 - \frac{1}{CLs^2 + CR_2 s + 1}\right] = 0$$

Es decir, el error en estado estacionario es $0V$.

$$
\begin{aligned}
R(s) &: \quad \text{Representa la entrada al sistema.} \\
\frac{V_s\left(s\right)}{V_e\left(s\right)} &: \quad \text{Representa la funcion de transferencia del sistema.}
\end{aligned}
$$

5 Cálculo de componentes para el controlador PID

Al sintonizar el controlador PID en Simulink, obtenemos los parámetros necesarios para determinar los valores en el circuito físico

$$
\begin{aligned}
k_I &= \frac{1}{R_e C_r} = 47202.5937 \\
k_P &= \frac{R_r}{R_e} = 67.6355 \\
k_D &= R_r C_e = 0.015336
\end{aligned}
$$

Habiendo obtenido los valores de k_I, k_P y k_D, proponemos el valor de $1x10^{-6}F$ para el capacitor C_r. Ahora, podemos continuar con los calculos de R_e, R_r y C_e. Obteniendo así:

$$C_r = 1x10^{-6}F$$

$$
\begin{aligned}
R_e &= \frac{1}{k_I C_r} = 21.185 \\
R_r &= k_P R_e = 1432.9 \\
C_e &= \frac{k_D}{R_r} = 1.0703 \times 10^{-5}
\end{aligned}
$$