Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ Информатика и системы управления

КАФЕДРА Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии

Отчет по лабораторной работе №1

По курсу “Моделирование”

Тема: “Критерий оценки случайности последовательности чисел”

Студент Лучина Е.Д

Группа ИУ7-71Б

Преподаватель Рудаков И.В.

Москва

2020 г.

Задание лабораторной работы

Изучить методы генерирования псевдослучайных чисел, а также критерии оценки случайности последовательности. Реализовать критерий оценки случайности последовательности. Сравнить результаты работы данного критерия на одноразрядных, двухразрядных и трехразрядных последовательностях псевдослучайных целых чисел. Последовательности получать алгоритмическим способом и табличным способом.

Теоретическая часть

В качестве оценки случайности последовательности будет использован критерий частот. Рассмотрим, насколько распределение встречающихся цифр близко к равномерному. Пусть дана последовательность из N чисел: $\langle {}_N \rangle = {}_0, {}_1, \ldots, {}_N$. Преобразуем последовательность $\langle {}_N \rangle$ в последовательность $\langle X_M \rangle$, состоящую из всех цифр, последовательно входящих в числа из последовательности $\langle {}_N \rangle$. Например, исходная последовательность $\langle {}_5 \rangle$ = 32, 65, 42, 10, 98 преобразуется в последовательность $\langle X_{10} \rangle$ =3, 2, 6, 5, 4, 2, 1, 0, 9, 8. Выдвинем гипотезу о равномерности распределения данной выборки и докажем ее с помощью критерия согласия Пирсона.

$\chi^2 = \sum\limits_{i=1}^{s} \frac{(n^*{}_i - n_i)^2}{n_i}$, где $n^*{}_i$ - экспериментальная частота попадания значение случайной величины в iый интервал; n_i - теоретическая частота попадания значение случайной величины в iый интервал; s - количество интервалов.

В данном случае случайная величина может принимать 10 значений (от 0 до 9 включительно), следовательно k = 10, а теоретическая частота равномерного распределения будет равна $\frac{M}{s}$.

Далее, сравнивая полученный коэффициент χ^2 и значения из таблицы критических точек распределения χ^2 для числа степеней свободы $s-3$, сможем оценим уровень значимости α (то есть вероятность ошибки первого рода (ложноположительного решения)). Получаем вероятность принятия гипотезы как верной равной $1-\alpha$ (вероятность того, что эта последовательность распределена равномерно равна $1-\alpha$).

Результаты работы

На рисунках 1 и 2 представлены результаты работы программы для алгоритмически и таблично сгенерированных последовательностей псевдослучайных чисел соответственно. На рисунке 3 продемонстрированы оценки иных неслучайных последовательностей.

Алгоритмический метод

порядковый номер	x-последовательность	xx-последовательность	xxx-последовательность
1	0	18	717
2	6	52	698
3	6	94	826
4	8	61	719
5	1	73	878
6	4	14	613
7	1	88	658
8	3	52	955
9	6	11	580
10	5	76	902
коэффициент X2	8.0	8.0	9.333333333333334
1 - альфа	0.3325939025993081	0.3325939025993081	0.229601649193794

Рисунок 1

Табличный метод

порядковый номер	x-последовательность	xx-последовательность	xxx-последовательность
1	1	46	208
2	3	37	330
3	4	96	466
4	9	43	728
5	6	46	705
6	0	97	718
7	0	23	167
8	5	79	172
9	4	54	874
10	6	28	135
коэффициент X2	6.0	9.0	7.333333333333333
1 - alpha	0.539749350395557	0.2526560464965639	0.3950175376353364

Рисунок 2

```
Для <X>:  (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)
        коэффициент X2 =  126.00000000000006  1 - альфа =  0.0

Для <X>:  (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
        коэффициент X2 =  0.9999999999999997  1 - альфа =  0.9948285365165155
```

Рисунок 3

Выводы

Чем больше значение $1-\alpha$, тем увереннее можно считать полученную последовательность случайной. Однако, отметим, что равномерное распределение встречающихся цифр не является достаточным критерием для случайности последовательности. На рисунке три имеем последовательность (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10), которую с 99.5% уверенности можно считать равномерно распределенной, но можем ли мы с такой же уверенностью считать ее случайной? Для определения меры близости заданной псевдослучайной последовательности к случайной анализируют не только наличие равномерного распределения, но также наличие большого периода, равной частоты появления одинаковых подстрок и т. п.