ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

2η Σειρά γραπτών ασκήσεων στην Τεχνητή Νοημοσύνη

Ο φοιτητής Σωτήρου Θεόδωρος el18209

Άσκηση 1

1. $(p \Leftrightarrow \neg q) \Rightarrow ((r \land s) \lor t)$
   $(p \Rightarrow \neg q) \lor (\neg q \Rightarrow p)) \Rightarrow ((r \land s) \lor t)$
   $(\neg((\neg p \lor \neg q) \land (q \lor p))) \lor ((r \land s) \lor t)$
   $((p \land q) \lor (\neg q \land \neg p)) \lor ((r \land s) \lor t)$
   $((p \lor \neg q) \land (q \lor \neg p)) \lor ((t \lor r) \land (t \lor s))$
   $(p \lor \neg q \lor t \lor r) \land (\neg p \lor q \lor t \lor r) \land (p \lor \neg q \lor t \lor s) \land (\neg p \lor q \lor t \lor s)$
   Η πρόταση μπορεί να πάρει την μορφή: $\{[p, \neg q,t,r].[\neg p,q,t,r],[p, \neg q,t,s],[\neg p,q,t,s]\}$
2. $(\forall x.\ \forall y.\ \exists z.q(x,y,z) \lor \exists x.\ \forall y.p(x,y)) \land \neg\ (\exists x.\ \exists y.p(x,y))$
   $(\forall x.\ \forall y.\ \exists z.q(x,y,z) \lor \exists x.\ \forall y.p(x,y)) \land (\forall x.\ \forall y.\ \neg\ p(x,y))$
   $(\forall x.\ \forall y.\ q(x,y,f(x,y)) \lor \forall y.p(c,y)) \land (\forall x.\ \forall y.\ \neg\ p(x,y))$
   $(q(x,y,f(x,y)) \lor p(c,y)) \land (\neg\ p(x,y))$
   Η πρόταση μπορεί να πάρει την μορφή:$\{[q(x,y,f(x,y_1)),p(c,y_2)],[\neg\ p(x_3,y_3)]\}$

Άσκηση 2

- Έστω $\Delta^I = \{a,b,c\}$ και $R^I=\{(a,a),(b,b),(c,c),(a,b),(b,a),(b,c),(c,b)\}$.
  Βλέπουμε ότι η R είναι <u>ανακλαστική</u> αφού για τα a,b,c έχουμε (a,a),(b,b) και (c,c). Επιπλέον για καθένα από τα a,b,c αν υπάρχει το (x,y) υπάρχει και το (y,x) άρα είναι <u>συμμετρική</u>. Όμως για να είναι και μεταβατική θα έπρεπε να υπάρχει και το (a,c) αφού υπάρχουν τα (a,b),(b,c).
- Έστω $\Delta^I = \{a,b,c\}$ και $R^I=\{(a,a),(b,b),(c,c),(a,b),(b,c),(a,c)\}$.
  Παρατηρούμε ότι R <u>ανακλαστική</u> και <u>μεταβατική</u> αλλά όχι συμμετρική αφου υπάρχει το (a,b) αλλα όχι το (b,a).
- Έστω $\Delta^I = \{a,b,c\}$ και $R^I=\{(a,b),(b,a),(a,c),(c,a),(b,c),(c,b)\}$.
  Προφανώς η R είναι μεταβατική και συμμετρική αλλά δεν υπάρχουν τα (a,a),(b,b),(c,c) άρα δεν είναι ανακλαστική.

Συμπεραίνουμε ότι καμία από τις προτάσεις δεν αποτελεί λογική συνέπεια των άλλων προτάσεων.

Άσκηση 3

Μετατρέπω τις προτάσεις σε ΚΣΜ και έχω:

$\neg A(x) \lor R(x,f(x))) \land (\neg A(x) \lor C(f(x))$ (1)

$\neg B(x) \lor S(f(x),x)) \land (\neg B(x) \lor D(f(x))$ (2)

$\neg D(x) \lor A(x)$ (3)

$\neg S(x,y) \lor T(y,x)$ (4)

$\neg T(x,y) \lor \neg R(y,z) \lor \neg C(z) \lor Q(x)$ (5)

Βρίσκω την άρνηση της $\forall x.(B(x) \Rightarrow Q(x))$ και την εισάγω στην Κ άρα έχω:

{[¬ A(x),R(x,f(x))],[¬ A(x),C(f(x))],[¬ B(x), S(f(x),x)],[¬ B(x),D(f(x))], [¬ D(x) , A(x)], [¬ S(x,y) , T(y,x)],[¬ T(x,y), ¬ R(y,z), ¬ C(z), Q(x)], [B(c)],[¬ Q(c)]} όπου c μια σταθερά

Είναι προφανές ότι τα προτασιακά [B(c)], [¬B(x), S(f(x),x)] και [B(c)], [¬B(x),D(f(x))] με αντικατάσταση x->c συνεπάγονται τα προτασιακά [S(f(c),c)], [D(f(c))] και έτσι έχουμε:

{[¬ A(x),R(x,f(x))],[¬ A(x),C(f(x))],[¬ B(x), S(f(x),x)],[¬ B(x),D(f(x))], [¬ D(x) , A(x)], [¬ S(x,y) , T(y,x)],[¬ T(x,y), ¬ R(y,z), ¬ C(z), Q(x)], [B(c)],[¬ Q(c)], [S(f(c),c)], [D(f(c))]}

Ομοίως για τα προτασιακά [¬ S(x,y) , T(y,x)] και [S(f(c),c)] με αντικατάσταση χ->f(c) και y->c συνεπάγεται [T(c,f(c))] και παίρνουμε:

{[¬ A(x),R(x,f(x))],[¬ A(x),C(f(x))],[¬ B(x), S(f(x),x)],[¬ B(x),D(f(x))], [¬ D(x) , A(x)], [¬ S(x,y) , T(y,x)],[¬ T(x,y), ¬ R(y,z), ¬ C(z), Q(x)], [B(c)],[¬ Q(c)], [S(f(c),c)], [D(f(c))], [T(c,f(c))]}

Για τα προτασιακά με κόκκινο για χ->f(c) συμπεραίνουμε [A(f(c))] οπότεη γνώση:

{[¬ A(x),R(x,f(x))],[¬ A(x),C(f(x))],[¬ B(x), S(f(x),x)],[¬ B(x),D(f(x))], [¬ D(x) , A(x)], [¬ S(x,y) , T(y,x)],[¬ T(x,y), ¬ R(y,z), ¬ C(z), Q(x)], [B(c)],[¬ Q(c)], [S(f(c),c)], [D(f(c))], [T(c,f(c))], [A(f(c))]}

Από τα προτασιακά με κόκκινο για x->f(c) συμπεραίνουμε τα προτασιακά [R(f(c),f(f(c)))] και [C(f(f(c)))]. Άρα η γνώση:

{[¬ A(x),R(x,f(x))],[¬ A(x),C(f(x))],[¬ B(x), S(f(x),x)],[¬ B(x),D(f(x))], [¬ D(x) , A(x)], [¬ S(x,y) , T(y,x)],[¬ T(x,y), ¬ R(y,z), ¬ C(z), Q(x)], [B(c)],[¬ Q(c)], [S(f(c),c)], [D(f(c))], [T(c,f(c))], [A(f(c))], [R(f(c),f(f(c)))], [C(f(f(c)))]}

Από τα προτασιακά με κόκκινο για x->c, y->f(c) και z->f(f(c)) συμπεραίνουμε το προτασιακό [Q(c)] και έχουμε αντίφαση. Άρα K|= ∀x.(B(x) ⇒ Q(x)).

Άσκηση 4

1. ∀x. (Χώρα(x) => ∃y. (Ήπειρος(y) ∧ ΑνήκειΣε(x,y)))
2. ∃x.(Χώρα(x) ∧ ΜεγαλύτεροΑπό(πληθυσμός(x), 300m))
3. ∀x. (Χώρα(x)) -> ¬(∃a. ∃b. ∃c.(Ήπειρος(a) ∧ Ήπειρος(b) ∧ Ήπειρος(c) ∧ ΑνήκειΣε(x,a) ∧ ΑνήκειΣε(x,b) ∧ ΑνήκειΣε(x,c) ∧ a != b! =c)))
4. ∀x. (((Χώρα(x) -> ΑνήκειΣε(x,Ευρώπη)) -> (∃y.Χώρα(y) ∧ ΑνήκειΣε(Αμερική) ∧ ΜεγαλύτεροΑπο(πληθυσμός(y),πληθυσμός(x))))
5. ∃x. ∃y.(Χώρα(x) ∧ Χώρα(y) ^ ΜεγαλύτεροΑπό(πληθυσμός(x), 1b) ^ ΜεγαλύτεροΑπό(πληθυσμός(y), 1b) ∧ (¬∃z.(Χώρα(z) ∧ z ≠ x ∧ z ≠ y ∧ ΜεγαλύτεροΑπο(1b,πληθυσμός(z)))))
6. ∀x.((Χώρα(x) ∧ x ≠ Κίνα ∧ x ≠ Ινδία) -> ΜεγαλύτεροΑπό(πλαθυσμός(Ινδία),πληθυσμός(x)) ∧ ΜεγαλύτεροΑπό(πλαθυσμός(Κίνα),πληθυσμός(x)))

Άσκηση 5

1. Δεν υπάρχει αφου σε ΚΣΜ έχουμε [¬p(x),q(a)] και από τον κανόνα της ανάλυσης εισάγουμε την άρνηση της δεύτερης πρότασης και έχουμε την γνώση {[¬p(x),q(a)],[p(c)],[¬q(a)]} και κταλήγουμε σε αντίφαση. Άρα η πρώτη πρόταση συνεπάγεται λογικά την δεύτερη.
2. Έστω $\Delta^{I} = \{a,b\}$ και $p(a) = F$, $p(b) = T$, $q(a) = F$
   Η πρώτη πρόταση ικανοποιείται για x=a όμως η 2η δεν ικανοποιείται.

Άσκηση 6

1. BP = {r(a,a),r(a,b),r(b,a),r(b,b)}

   UP = {a,b}

2. BP = {q(0),p(0),p(f(0)),p(f^2(0)), …}

   UP = {0,f(0),f^2(0),…}

Άσκηση 7

a. cousin(A,F)

1) Forward chaining (Σε κάθε νέα γραμμή εκτός από τα γεγονότα που αναγράφονται εννοείται ότι ισχύουν και τα γεγονότα όλων των από πάνω γραμμών.
   mother(A,B), father(A,C), mother(B,D), mother(E,D), father(F,E), father(G,E)
   ↳ parent(A,B), parent(A,C), parent(B,D), parent(E,D), parent(F,E), parent(G,E)
   ↳sibling(B,E), sibling(F,G)
   ↳grandparent(A,D), grandparent(F,D), grandparent(G,D)
   ↳cousin(A,F)
   Άρα επιτυχία
2) Backward chaining
   cousin(A,F)
   ↳ grandparent(A,x), grandparent(F,x)
   ↳parent(A,y), parent(y,x), parent(F,s),parent(s,x)
   ↳mother(A,y), mother(y,x),father(F,s),mother(s,x)
   ↳mother(A,B),mother(B,D),father(F,E),mother(E,D)
   Άρα επιτυχία

b. sibling(A,G)

1) Forward chaining
   mother(A,B), father(A,C), mother(B,D), mother(E,D), father(F,E), father(G,E)
   ↳ parent(A,B), parent(A,C), parent(B,D), parent(E,D), parent(F,E), parent(G,E)
   ↳sibling(B,E), sibling(F,G)
   ↳grandparent(A,D), grandparent(F,D), grandparent(G,D)
   ↳cousin(A,F), cousin(A,G), cousin(F,G)
   Δεν μπορεί να προκύψει άρα αποτυχία.
2) Backward chaining

sibling(A,G)
↳parent(A,x),parent(G,x)

Άσκηση 8

1. add(x,0,x) ←
2. add(x,s(y),s(z)) ← add(x,y,z)

add(s(0),u,s(s(0))
↓ Από την 2 για x/s(0),y/s^{-1}(u),z/s(s(0))
add(s(0),s^{-1}(u),s(0))
↓ Από την 1 για s^{-1}(u)/0, x/s(0)
add(s(0),0,s(0))
Επιτυχία για u≡s(0)

Άσκηση 9

IN = {a}
CN = {A,B,C}
RN = {s,r}
A^I = {a}
B^I = {a_1}
C^I = {a_2}
r^I = {a,a_1,a_2}
s^I = {a,a_1,a_2}