# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

## ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

## ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

**ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ**

**ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2021-2022** **ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 2**

### Άσκηση 1

Μετατρέψτε σε κανονική συζευκτική μορφή τις παρακάτω προτάσεις:

1. $(p \Leftrightarrow \neg q) \Rightarrow ((r \wedge s) \vee t)$
2. $(\forall x.\forall y.\exists z.\, q(x,y,z) \vee \exists x.\forall y.\, p(x,y)) \wedge \neg(\exists x.\exists y.\, p(x,y))$

### Άσκηση 2

Δίνονται οι εξής τρεις προτάσεις:

1. $\forall x.R(x,x)$
2. $\forall x.\forall y.(R(x,y) \Rightarrow R(y,x))$
3. $\forall x.\forall y.\forall z.(R(x,y) \wedge R(y,z) \Rightarrow R(x,z))$

Οι προτάσεις αυτές λένε ότι η $R$ είναι ανακλαστική, συμμετρική και μεταβατική. Για κάθε ζεύγος προτάσεων βρείτε, αν υπάρχει, ένα μοντέλο που ικανοποιεί τις δύο αυτές προτάσεις αλλά δεν ικανοποιεί την τρίτη. Τι συμπέρασμα βγάζετε σχετικά με το αν κάποια από τις προτάσεις αποτελεί λογική συνέπεια άλλων προτάσεων;

### Άσκηση 3

Δίνεται η γνώση $\mathcal{K}$ που αποτελείται από τις προτάσεις:

$\forall x.\exists y.(A(x) \Rightarrow R(x,y) \wedge C(y))$
$\forall x.\exists y.(B(x) \Rightarrow S(y,x) \wedge D(y))$
$\forall x.(D(x) \Rightarrow A(x))$
$\forall x.\forall y.(S(x,y) \Rightarrow T(y,x))$
$\forall x.\forall y.\forall z.(T(x,y) \wedge R(y,z) \wedge C(z) \Rightarrow Q(x))$

Χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο της ανάλυσης, να ελέγξετε αν $\mathcal{K} \models \forall x.(B(x) \Rightarrow Q(x))$

### Άσκηση 4

Διατυπώστε σε λογική πρώτης τάξης τις ακόλουθες προτάσεις:

1. Όλες οι χώρες ανήκουν σε κάποια ήπειρο.
2. Μερικές χώρες έχουν πληθυσμό πάνω από 300 εκατομμύρια.
3. Δεν υπάρχουν χώρες που να ανήκουν σε τρεις ηπείρους.
4. Κάποια χώρα της Αμερικής είναι πολυπληθέστερη από όλες τις χώρες της Ευρώπης.
5. Υπάρχουν ακριβώς δύο χώρες με πληθυσμό πάνω από 1 δισεκατομμύριο.
6. Η Κίνα και η Ινδία είναι οι δύο πολυπληθέστερες χώρες.

Θεωρήστε ότι η γλώσσα διαθέτει τα κατηγορήματα Χώρα$(x)$, Ήπειρος$(x)$, ΑνήκειΣε$(x,y)$, ΜεγαλύτεροΑπό$(x,y)$, τη συνάρτηση πληθυσμός$(x)$ με τις προφανείς ερμηνείες, και σταθερές για τις χώρες, τις ηπείρους και τις αριθμητικές τιμές πληθυσμών.

## Άσκηση 5

Βρείτε, αν υπάρχει, μια ερμηνεία που να ικανοποιεί την πρώτη πρόταση αλλά να μην ικανοποιεί την δεύτερη πρόταση στις εξής δύο περιπτώσεις:

1. $\forall x.(p(x) \Rightarrow q(a))$
   $(\forall x.p(x)) \Rightarrow q(a)$
2. $\exists x.(p(x) \Rightarrow q(a))$
   $(\exists x.p(x)) \Rightarrow q(a)$

## Άσκηση 6

Γράψτε το σύμπαν και τη βάση Herbrand των εξής λογικών προγραμμάτων:

1. $r(x, b) \leftarrow r(a, x).$
   $r(x, z) \leftarrow r(x, y), r(y, z).$
2. $q(0) \leftarrow .$
   $p(x) \leftarrow p(f(x)).$

## Άσκηση 7

Δίνεται το παρακάτω λογικό πρόγραμμα:

parent$(x, y) \leftarrow$ father$(x, y)$.
parent$(x, y) \leftarrow$ mother$(x, y)$.
sibling$(y, z) \leftarrow$ parent$(y, x)$, parent$(z, x)$.
sibling$(x, y) \leftarrow$ sibling$(y, x)$.
grandparent$(x, z) \leftarrow$ parent$(x, y)$, parent$(y, z)$.
cousin$(y, z) \leftarrow$ grandparent$(y, x)$, grandparent$(z, x)$.
mother$(A, B) \leftarrow .$
father$(A, C) \leftarrow .$
mother$(B, D) \leftarrow .$
mother$(E, D) \leftarrow .$
father$(F, E) \leftarrow .$
father$(G, E) \leftarrow .$

Εκτελώντας τους αλγορίθμους: 1) forward chaining και 2) backward chaining, απαντήστε στα ερωτήματα cousin$(A, F)$ και sibling$(A, G)$. (Θεωρήστε ότι η απάντηση μπορεί να είναι είτε επιτυχία ή είτε αποτυχία).

## Άσκηση 8

Δίνεται το εξής λογικό πρόγραμμα:

$add(x, 0, x) \leftarrow .$
$add(x, s(y), s(z)) \leftarrow add(x, y, z).$

Εφαρμόστε τον αλγόριθμο ανάλυσης backward SLD για το ερώτημα $add(s(0), v, s(s(0)))$. Αν ο αλγόριθμος καταλήγει σε επιτυχία, θα πρέπει να επιστρέψει και την αντικατάσταση που οδήγησε στην επιτυχία.

## Άσκηση 9

Δίνεται η βάση γνώσης Περιγραφικής Λογικής που περιέχει τα παρακάτω αξιώματα:

$A \sqsubseteq \exists r.B$
$B \sqsubseteq \exists s.(A \sqcap C)$
$s \equiv r^-$
$A(a)$
$\neg C(a)$

Γράψτε τα σύνολα IN, CN και RN και δώστε ένα μοντέλο της γνώσης αν υπάρχει, αλλιώς εξηγήστε γιατί δεν υπάρχει.