

- एक गोले का व्यास 0.7 सेमी है। एक पानी की टंकी से 3000 गोले पूर्ण रूप से भरकर पानी बाहर निकाला जाता है, तो बाहर निकलने वाले पानी का आयतन है

$$\left(\text{जहाँ } \pi = \frac{22}{7} \right)$$

[CET (10+2) 04-02-23 Shift-II]

- (a) 539 घन सेमी (b) 530 घन सेमी
 (c) 439 घन सेमी (d) 430 घन सेमी (a)

व्याख्या – गोले का व्यास = 0.7 cm

$$\text{त्रिज्या} = \frac{0.7}{2} = \frac{7}{20} \text{ cm}$$

$$\text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{20}\right)^3 = \frac{539}{3000} \text{ cm}^3$$

$$\text{अतः } 3000 \text{ गोले का आयतन} = 3000 \times \frac{539}{3000} = 539 \text{ cm}^3$$

- 2.2 घन डेसी मीटर पीतल को 0.5 सेमी व्यास के बेलनाकार तार में खींचा जाता है, तो तार की लम्बाई है-

[CET (10+2) 04-02-23 Shift-II]

- (a) 56 मी. (b) 112 मी.
 (c) 224 मी. (d) 448 मी. (b)

व्याख्या – पीतल का आयतन = 2.2 (डेसी मी.)³
 $= 2.2 \times 1000 \text{ cm}^3$

बेलनाकार तार का व्यास = 0.5 cm

$$\text{त्रिज्या} = \frac{0.5}{2} = 0.25 \text{ cm}$$

माना तार की लम्बाई h cm है

प्रश्नानुसार-

बेलनाकार तार का आयतन = पीतल का आयतन

$$\pi(0.25)^2 h = 2.2 \times 1000$$

$$h = \frac{2.2 \times 1000 \times 7}{22 \times 0.25 \times 0.25} \\ = 11200 \text{ cm} \\ h = 11200 \text{ cm} = 112 \text{ m}$$

यदि एक लम्बवृत्तीय शंकु का आयतन 16π मी³ तथा ऊँचाई 12 मी. है। उसके आधार का व्यास है-

[CET (10+2) 04-02-23 Shift-II]

- (a) 4 मी. (b) 2 मी. (c) 1 मी. (d) π मी. (a)

व्याख्या – शंकु का आयतन = $16\pi \text{ m}^3$

शंकु की ऊँचाई = 12 m

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$16\pi = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$r^2 = \frac{16 \times 3}{12} = \frac{48}{12} = 4 \Rightarrow r = 2$$

अतः आधार का व्यास = $2r = 2 \times 2 = 4 \text{ m}$

- निम्न में से कौनसा अन्य से भिन्न है-

[CET (10+2) 04-02-23 Shift-II]

- (a) शंकु (b) वृत्त
 (c) त्रिभुज (d) वर्ग (a)

व्याख्या – शंकु एक 3-D आकृति है जबकि अन्य 2-D आकृति है।

- एक घन के किनारे में 20% की वृद्धि की जाती है, तब इसके आयतन में हुई वृद्धि है-

[CET (10+2) 05-02-23 Shift-I]

- (a) 20% (b) 60%
 (c) 72.8% (d) 80% (c)

व्याख्या – आयतन में वृद्धि = $+ 20 + 20 + \frac{400}{100}$

$$= + 20 + 20 + 4 = +44$$

$$= + 20 + 44 + \frac{880}{100}$$

$$= \frac{2000 + 4400 + 880}{100} = \frac{7280}{100} = 72.8\%$$

दो लम्बवृत्तीय बेलनों की त्रिज्याओं का अनुपात 2 : 3 तथा ऊँचाईयों का अनुपात 5 : 4 है, तो दोनों बेलनों के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतनों का अनुपात क्रमशः है-

[CET (10+2) 05-02-23 Shift-II]

- (a) 5 : 6; 5 : 9 (b) 5 : 9; 5 : 6
 (c) 6 : 5, 9 : 5 (d) 9 : 5; 6 : 5 (a)

व्याख्या – पहले बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

दूसरे बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \frac{2\pi r_1 h_1}{2\pi r_2 h_2} = \frac{r_1 h_1}{r_2 h_2} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4} = \frac{5}{6} \Rightarrow 5 : 6$$

$$\frac{\text{पहले बेलन का आयतन}}{\text{दूसरे बेलन का आयतन}} = \frac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_2^2 h_2} = \frac{r_1^2 h_1}{r_2^2 h_2} = \frac{(2)^2 \times 5}{(3)^2 \times 4}$$

$$= \frac{4 \times 5}{9 \times 4} = \frac{5}{9} \Rightarrow 5 : 9$$

■ 5 सेमी भुजा के दो घनों को जोड़कर एक घनाभ बनाया जाता है। इस प्रकार बने घनाभ की लम्बाई है-

[CET (10+2) 05-02-23 Shift-I]

- (a) 5 सेमी. (b) 10 सेमी.
(c) 15 सेमी. (d) 20 सेमी. (b)

व्याख्या - 5 cm भुजा के दो घनों को जोड़कर एक घनाभ बनाया जाता है।

अतः घनाभ की लम्बाई = 10 cm

■ दो घनों, जिनमें प्रत्येक का आयतन 27 cm³ है, के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। इससे बनने वाले घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या है?

[CET (10+2) 11-02-23 Shift-II]

- (a) 90 वर्ग सेमी (b) 81 वर्ग सेमी
(c) 45 वर्ग सेमी (d) 60 वर्ग सेमी (a)

व्याख्या - घन का आयतन = 27

(भुजा)³ = 27 \Rightarrow भुजा = 3 cm

दो घनों को मिलाकर एक घनाभ बनाया जाता है।

तो घनाभ की लम्बाई = 6 cm, चौड़ाई = 3 cm, ऊँचाई = 3 cm

घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 [lb + bh + hl]

$$= 2[6 \times 3 + 3 \times 3 + 3 \times 6] = 2[18 + 9 + 18]$$

$$= 2(45) = 90 \text{ cm}^2$$

■ यदि एक गोले की त्रिज्या दुगुनी की गई तो वास्तविक गोले एवं नये गोले के आयतनों का अनुपात क्या है?

[CET (10+2) 11-02-23 Shift-I]

- (a) 1 : 8 (b) 8 : 1
(c) 1 : 2 (d) 2 : 1 (a)

व्याख्या - वास्तविक गोले की त्रिज्या $r_1 = r$

नये गोले की त्रिज्या $r_2 = 2r$

$$\text{गोल का आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{अनुपात} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3} = \frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{r_1^3}{(2r_1)^3} = \frac{r_1^3}{8r_1^3}$$

$$= \frac{1}{8} \Rightarrow 1 : 8$$

■ 2 सेमी भुजा वाले आठ घनों को आपस में जोड़कर एक नया घन बनाया जाता है, तो इस प्रकार बने नये घन की लम्बाई है-

[CET (10+2) 11-02-23 Shift-II]

- (a) 2 सेमी (b) 4 सेमी
(c) 6 सेमी (d) 8 सेमी (b)

व्याख्या - घन का आयतन = (भुजा)³

$$\Rightarrow (2)^3 \times 8 = (a)^3$$

$$8 \times 8 = (a)^3$$

$$64 = (a)^3 \Rightarrow a = 4 \text{ cm}$$

■ r_1 तथा r_2 त्रिज्या वाले समान ऊँचाई के दो बेलनों के आयतनों का अनुपात है-

[वनरक्षक-11.12.2022 (I)]

- (a) $r_1 : r_2$ (b) 1 : 1
(c) $r_1^3 : r_2^3$ (d) $r_1^2 : r_2^2$ (d)

व्याख्या - पहले बेलन की त्रिज्या = r_1

दूसरे बेलन की त्रिज्या = r_2

अतः बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

$$\frac{\pi r_1^2 h}{\pi r_2^2 h} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow r_1^2 : r_2^2$$

■ यदि एक लम्बवृत्तिय बेलन की ऊँचाई इसकी त्रिज्या a के बराबर हो तो बेलन का आयतन है-

[वनरक्षक-11.12.2022 (I)]

- (a) πa^2 (b) $\frac{1}{2}\pi a^2$
(c) $2\pi a^3$ (d) πa^3 (d)

व्याख्या - बेलन की ऊँचाई (h) = बेलन की त्रिज्या = a

बेलन का आयतन = $\pi r^2 h = \pi a^2 \cdot a = \pi a^3$

■ 2.2 डेसीमी³ ताँबे को 0.5 सेमी व्यास वाले एक बेलनाकार तार में खोंचा जाता है तो तार की लम्बाई है-

[वनरक्षक-11.12.2022 (II)]

- (a) 56 मी (b) 224 मी
(c) 220 मी (d) 112 मी (d)

व्याख्या - ताँबे का आयतन = $2.2 \text{ डेसी}^3 = 2.2 \times 1000 \text{ cm}^3$

$$\text{बेलनाकार तार की त्रिज्या (r)} = \frac{0.5}{2} = 0.25 \text{ cm}$$

माना तार की लम्बाई $h \text{ cm}$ है।

प्रश्नानुसार-

बेलनाकार तार का आयतन = ताँबे का आयतन

$$\pi r^2 h = 2.2 \times 1000$$

$$\pi(0.25)^2 h = 2.2 \times 1000$$

$$h \Rightarrow \frac{2.2 \times 1000 \times 1}{22 \times 0.25 \times 0.25}$$

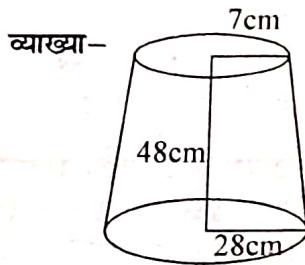
$$h = 11200 \text{ cm} = 112 \text{ m}$$

अतः तार की लम्बाई 112 m है।

■ एक शंकु के छिनक, जो कि 45 सेमी ऊँचा है, के सिरों की त्रिज्याएँ 28 सेमी तथा 7 सेमी हैं, तो इसका आयतन है-

[वनरक्षक-11.12.2022 (II)]

- (a) 48150 घन सेमी (b) 48050 घन सेमी
(c) 48015 घन सेमी (d) 48510 घन सेमी (d)



शंकु की ऊँचाई (h) = 45 cm

सिरों की क्रियाएँ $r_1 = 28 \text{ cm}$, $r_2 = 7 \text{ cm}$

$$\text{शंकु के छिनक का आयतन} = \frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 (784 + 49 + 196) \\ = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 \times 1029 \\ = 48,510 \text{ cm}^3$$

- एक बेलन जिसकी क्रिया 7 सेमी और सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 968 सेमी² हो, तो इस बेलन की ऊँचाई होगी-

[II Grade Teacher (संस्कृत विभाग)-15-11-2022]

- (a) 21 सेमी (b) 19 सेमी
(c) 17 सेमी (d) 15 सेमी

व्याख्या—बेलन की क्रिया (r) = 7 cm

बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 968 cm²

बेलन की ऊँचाई (h) = ?

बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(r + h)$

$$2\pi r(r + h) = 968$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times 7(7 + h) = 968$$

$$(7 + h) = \frac{968}{44}$$

$$7 + h = 22$$

$$h = 15 \text{ cm}$$

अतः बेलन की ऊँचाई = 15 cm

- एक शंकवाकार तम्बू के बक्र भाग को बनाने में 5 मीटर चौड़ाई वाला कितनी लम्बाई का कपड़ा लगेगा? इस तम्बू के आधार की क्रिया 7 मीटर है तथा ऊँचाई 24 मीटर है।

$$(\pi = \frac{22}{7} \text{ लें})$$

[I Grade Teacher (संस्कृत विभाग)-15-11-2022]

- (a) 137 मीटर (b) 117 मीटर
(c) 110 मीटर (d) 97 मीटर

व्याख्या—आधार की क्रिया = 7 मीटर

$$h = 24 \text{ मीटर}$$

शंकु का बक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r l$

$$l (\text{तिर्यक ऊँचाई}) = \sqrt{(r)^2 + (h)^2}$$

$$= \sqrt{49 + 576} \\ = \sqrt{625} = 25 \text{ मीटर}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \text{ m}^2$$

शंकवाकार तम्बू के बक्र भाग को बनाने में 5 मीटर चौड़ाई का कपड़ा लगता है, तो

$$\text{कपड़े की लम्बाई} = \frac{550}{5} = 110 \text{ मीटर}$$

- घन की भुजाओं में 100% की वृद्धि की जाती है। घन के आयतन में प्रतिशत वृद्धि है-

104

[I Grade Teacher (संस्कृत विभाग)-15-11-2022]

- (a) 500 (b) 700
(c) 800 (d) 1100

व्याख्या—इस प्रकार के प्रश्नों में जब कभी आयतन पर प्रभाव पूछता है, तो

$$\text{आयतन पर प्रभाव} = \frac{(100 \pm A)(100 \pm B)(100 \pm C)}{100 \times 100}$$

$$= \frac{(100 + 100)(100 + 100)(100 + 100)}{100 \times 100}$$

$$= \frac{200 \times 200 \times 200}{100 \times 100} = 800\%$$

$$\% \text{ वृद्धि} = 800 - 100 = 700\%$$

क्योंकि पहले वाला आयतन हमेशा 100 होता है।

अतः घन के आयतन में प्रतिशत वृद्धि = 700%

- एक शंकु, अर्द्धगोला तथा बेलन समान आधार पर खड़े हैं तथा उनकी ऊँचाई भी समान है। उनके आयतन का अनुपात है—

[वनपाल-06-11-2022 (I)]

- (a) 1 : 2 : 3 (b) 3 : 2 : 1
(c) 2 : 1 : 3 (d) 3 : 1 : 2

व्याख्या—शंकु का आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

$$\text{अर्द्धगोले का आयतन} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

(∴ ऊँचाई व क्रिया समान है)

प्रश्नानुसार

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\pi r^2 h : \frac{2}{3}\pi r^3 : \pi r^2 h$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\pi r^2 r : \frac{2}{3}\pi r^3 : \pi r^2 r \Rightarrow \frac{1}{3}\pi r^3 : \frac{2}{3}\pi r^3 : \pi r^3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} : \frac{2}{3} : 1 \Rightarrow 1 : 2 : 3$$

यदि किसी लम्ब वृत्ताकार बेलन की विज्या और उसकी केंचाई प्रत्येक में 10% की वृद्धि कर दी जाती है, तो उसके आयतन में कितने प्रतिशत वृद्धि होगी?

[I Grade Teacher-20-10-2022]

- (a) 121% (b) 24% (c) 33.1% (d) 72.8% (c)

व्याख्या—आयतन पर प्रभाव

$$\begin{aligned} &= \frac{(100 \pm A)(100 \pm B)(100 \pm C)}{100 \times 100} \\ &= \frac{(100+10)(100+10)(100+10)}{100 \times 100} \\ &= \frac{110 \times 110 \times 110}{100 \times 100} \\ &= \frac{1331000}{10000} = \frac{1331}{10} = 133.1\% \end{aligned}$$

$$\% \text{ वृद्धि} = 133.1 - 100 = 33.1\%$$

एक लम्ब वृत्तीय शंकु आकार बर्तन की क्षमता V है। जिसका शीर्ष नीचे की ओर है। वह अपनी केंचाई के आधे तक पानी से भरा गया। बर्तन के खाली भाग का आयतन है-

[I Grade Teacher-20-10-2022]

- (a) $\frac{V}{2}$ (b) $3\frac{V}{4}$ (c) $5\frac{V}{8}$ (d) $7\frac{V}{8}$ (d)

प्रारंभ में एक गोलाकार गुब्बारे का व्यास 28 सेमी. है। यह प्रारंभिक व्यास का $\frac{5}{2}$ गुणा व्यास बनने पर फट सकता है। इसमें हवा 88 सेमी³/से. की दर पर भरी जाती है। गुब्बारा कितने सेकण्ड में फट जाएगा?

[I Grade Teacher-20-10-2022]

- (a) 1902 सें. में (b) 1905 सें. में (d) 1911 सें. में (d)

एक समवृत्तीय शंकु की केंचाई 30 सेमी है। इस शंकु के आधार के समांतर एक समतल द्वारा उच्चतम सिरे से एक छोटा शंकु काटा जाता है। यदि छोटे शंकु का आयतन दिए गए शंकु के आयतन का $\frac{1}{27}$ है, तो आधार से कितनी

केंचाई पर शंकु काटा गया था?

[I Grade Teacher-17-10-2022]

- (a) 10 सेमी (b) 15 सेमी (c) 20 सेमी (d) 18 सेमी (c)

1.5 सेमी व्यास और 0.2 सेमी मोटाई वाले कुछ सिक्कों को एक समकोणीय बेलन बनाने के लिए पिघलाया जाता है, जिसकी केंचाई 8 सेमी और व्यास 6 सेमी है। सिक्कों की संख्या ज्ञात कीजिए-

- (a) 320 (b) 640 (c) 720 (d) 840 (b)

व्याख्या—बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

$$\text{सिक्कों की संख्या} = \frac{\text{समकोणीय बेलन का आयतन}}{\text{एक सिक्के का आयतन}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\pi \times 3 \times 3 \times 8 \times 2 \times 2}{\pi \times 1.5 \times 1.5 \times 0.2} \\ &= \frac{3 \times 3 \times 8 \times 20 \times 20 \times 10}{15 \times 15 \times 2} = 640 \end{aligned}$$

अतः सिक्कों की संख्या = 640

यदि किसी गोले के अर्द्धव्यास को 3 मीटर बढ़ा दिया जाए, तो उसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 1056 वर्ग मीटर बढ़ जाता है। गोले की आरंभिक विज्या है-

[I Grade Teacher-17-10-2022]

- (a) 12 मीटर (b) 12.5 मीटर
(c) 14.5 मीटर (d) 15 मीटर (b)

व्याख्या—माना कि प्रारंभिक गोले की विज्या = x मीटर

गोले की विज्या 3 मीटर बढ़ाने पर नये गोले की विज्या = (x + 3) मीटर

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

$$4\pi(x+3)^2 - 4\pi x^2 = 1056$$

$$4\pi[(x+3)^2 - x^2] = 1056$$

$$4 \times \frac{22}{7} [x^2 + 9 + 6x - x^2] = 1056$$

$$(9 + 6x) = \frac{1056 \times 7}{4 \times 22}$$

$$9 + 6x = 84$$

$$6x = 75$$

$$x = \frac{75}{6} = 12.5$$

अतः गोले की आरंभिक विज्या = 12.5 मीटर

3 सेमी वाले एक सोने के ठोस गोले को पिघलाकर तीन बैले बनाये जाते हैं। दो गोलों की विज्या 1.5 सेमी और 2 सेमी हैं। तीसरे गोले की विज्या बराबर है-

[I Grade Teacher-15-10-2022]

- (a) 2.5 सेमी (b) 2.3 सेमी
(c) 2.1 सेमी (d) 1.8 सेमी (a)

व्याख्या—सोने के ठोस गोले का आयतन = तीनों गोलों का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 + \frac{4}{3}\pi r_2^3 + \frac{4}{3}\pi r_3^3$$

$$\left(\because \text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(r_1^3 + r_2^3 + r_3^3)$$

$$R^3 = r_1^3 + r_2^3 + r_3^3$$

$$(3)^3 = (1.5)^3 + (2)^3 + x^3$$

$$\begin{aligned} 27 &= 3.375 + 8 + x^3 \\ 27 &= 11.375 + x^3 \\ x^3 &= 27 - 11.375 = 15.625 \\ x^3 &= 15.625 \\ x &= 2.5 \text{ cm} \end{aligned}$$

अतः तीसरे गोले की त्रिज्या = 2.5 cm

- एक घनाभ की विमाएँ 5 : 3 : 4 के समानुपाती हैं। घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 846 वर्ग सेमी है। घनाभ का आयतन है-
- [II Grade Teacher-15-10-2022]

- (a) 60 घन सेमी (b) 540 घन सेमी (c) 1620 घन सेमी (d) 4860 घन सेमी

व्याख्या—घनाभ की विमाएँ = 5 : 3 : 4

घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 846 cm²

अतः घनाभ की लम्बाई = 5x

$$\text{चौड़ाई} = 3x$$

$$\text{ऊँचाई} = 4x$$

घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 2[\text{ल.} \times \text{चौ.} + \text{चौ.} \times \text{ऊ.} + \text{ऊ.} \times \text{ल.}]$$

$$846 = 2[5x \times 3x + 3x \times 4x + 4x \times 5x]$$

$$846 = 2[15x^2 + 12x^2 + 20x^2]$$

$$423 = 15x^2 + 12x^2 + 20x^2$$

$$423 = 47x^2$$

$$x^2 = \frac{423}{47} = 9$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3$$

अतः घनाभ की लम्बाई = 5 × 3 = 15 cm

$$\text{चौड़ाई} = 3 \times 3 = 9 \text{ cm}$$

$$\text{ऊँचाई} = 4 \times 3 = 12 \text{ cm}$$

घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई

$$= 15 \times 9 \times 12 = 1620 \text{ cm}^3$$

अतः घनाभ का आयतन = 1620 cm³

दो शंकुओं के आयतन का अनुपात 4 : 25 है और उनकी ऊँचाईयों का अनुपात 25 : 64 है, तो उनके आधार की त्रिज्याओं का अनुपात है— [I Grade Teacher-11-10-2022]

- (a) 3 : 4 (b) 5 : 7 (c) 4 : 9 (d) 16 : 25 (d)

व्याख्या—दो शंकुओं के आयतन का अनुपात = 4 : 25

ऊँचाईयों का अनुपात = 25 : 64

आधार की त्रिज्याओं का अनुपात = ?

$$(\because \text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h)$$

$$\frac{\frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2} = \frac{4}{25}$$

$$\frac{r_1^2 h_1}{r_2^2 h_2} = \frac{4}{25}$$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{4}{25} \times \frac{h_2}{h_1} = \frac{4}{25} \times \frac{64}{25}$$

$$\left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 = \frac{256}{625}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \left(\frac{256}{625} \right)^{1/2} = \frac{16}{25}$$

$$\text{अतः } r_1 : r_2 = 16 : 25$$

■ एक बेलनाकार टैंक की क्षमता 1408 घन मी. है और टैंक की गहराई 7 मीटर है, तो आधार की त्रिज्या होगी—

[I Grade Teacher-11-10-2022]

- (a) 64 मीटर (b) 4 मीटर
(c) 16 मीटर (d) 8 मीटर

व्याख्या—बेलनाकार टैंक की क्षमता = 1408 घन मीटर

टैंक की गहराई (h) = 7 m

आधार की त्रिज्या = ?

बेलनाकार टैंक की क्षमता = बेलन का आयतन

(∴ बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$)

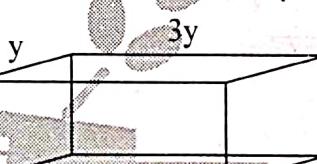
$$1408 = \pi r^2 h$$

$$r^2 = \frac{1408}{\pi h} = \frac{1408 \times 7}{22 \times 7}$$

$$r^2 = \frac{1408}{22} = 64$$

$$r = 8 \text{ मीटर}$$

■ दी गई आकृति का आयतन ज्ञात कीजिए—



[REET (L-I)-23-07-2022]

- (a) 6y (b) 6y³ (c) 22y² (d) 9y² (b)

व्याख्या—घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई

$$= 3y \times 2y \times y = 6y^3$$

■ यदि एक बेलन की ऊँचाई 11 सेमी और वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल 968 वर्ग सेमी हो, तो बेलन की त्रिज्या होगी—

[REET (L-II)-24-07-2022 (III)]

- (a) 10 सेमी (b) 11 सेमी
(c) 14 सेमी (d) 8 सेमी (c)

व्याख्या—बेलन की ऊँचाई (h) = 11 cm

बेलन का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi rh$

$$\Rightarrow 2\pi rh = 968$$

$$\Rightarrow r = \frac{968 \times 7}{2 \times 22 \times 11} = 14$$

$$\text{अतः बेलन की त्रिज्या} = 14 \text{ cm}$$

■ एक बौछार में 5 cm वर्षा होती है। 1.5 हेक्टेयर भूमि पर

गिरे पानी की मात्रा है-

|Patwar-24.10.21-IV|

- (a) 850 cu. m. (b) 750 cu. m.
 (c) 950 cu. m. (d) 1060 cu. m. (b)

व्याख्या- बारिश के पानी की ऊँचाई = 5 सेमी.

भूमि का क्षेत्रफल = 1.5 हेक्टेयर = 1.5×10^8 सेमी²

($\because 1$ हेक्टेयर = 10,000 मी²)

पानी की मात्रा जो भूमि पर गिरती है =

आयतन = आधार का क्षेत्रफल \times ऊँचाई

$$\Rightarrow 1.5 \times 10^8 \times 5 = 75 \times 10^7 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \frac{75 \times 10^7}{10^6} \text{ m}^3 \Rightarrow 750 \text{ m}^3$$

■ यदि दो शंकुओं का आयतन 1 : 4 के अनुपात में एवं उनका व्यास 4 : 5 के अनुपात में है, तो उनकी ऊँचाई का अनुपात है?

|Patwar-24.10.21-IV|

- (a) 5 : 4 (b) 4 : 5
 (c) 6 : 9 (d) इनमें से कोई नहीं (d)

व्याख्या- शंकु के आयतन का अनुपात = 1 : 4

शंकु के व्यास का अनुपात = 4 : 5

माना कि शंकु की त्रिज्या क्रमशः r_1 व r_2 है।

शंकु की ऊँचाई क्रमशः h_1 व h_2 है।

शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{r_1^2 h_1}{r_2^2 h_2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{4} \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{5}{4} \right)^2$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{25}{16} = \frac{25}{64}$$

$$\text{अतः } \frac{h_1}{h_2} = \frac{25}{64}$$

\therefore शंकु की ऊँचाई का अनुपात 25 : 64 है।

■ एक आयताकार पानी की टंकी 8 मी. ऊँची, 6 मी. (लम्बी) और 2.5 मी. चौड़ी है। यह कितने लीटर पानी धारण कर सकती है?

|Patwar-23.10.21|

- (a) 12088 लीटर (b) 1208 लीटर
 (c) 120000 लीटर (d) 1209 लीटर (c)

व्याख्या- आयताकार पानी की टंकी की लम्बाई = 6m

चौड़ाई = 2.5m, ऊँचाई = 8m

आयतन = पानी की धारण क्षमता

आयतन = लम्बाई \times चौड़ाई \times ऊँचाई

$$6 \times 2.5 \times 8 = 120 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ लीटर}$$

पानी की टंकी में पानी भरा जा सकता है = 120×1000

$$= 120000 \text{ लीटर}$$

दो शंकुओं की ऊँचाई का अनुपात 1 : 3 हैं और त्रिज्याओं का 3 : 1 हैं। उनके आयतन का अनुपात है- |Patwar-23.10.21|

- (a) 3 : 1 (b) 2 : 3 (c) 1 : 3 (d) 1 : 1 (a)

व्याख्या- दो शंकुओं की ऊँचाई का अनुपात = 1 : 3

दो शंकुओं की त्रिज्या का अनुपात = 3 : 1

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{अतः } \frac{\frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2} = \frac{r_1^2 h_1}{r_2^2 h_2} = \frac{9 \times 1}{1 \times 3} = \frac{3}{1}$$

अतः आयतन का अनुपात = 3 : 1

■ यदि a, b, c आयाम के घनाभ का आयतन V और पृष्ठ क्षेत्रफल

S है, तब $\frac{1}{V}$ इसके बराबर है? |Patwar-23.10.21-I|

- (a) 2S(a + b + 2c) (b) S(2a + 2b + 2c)

$$(c) \frac{2}{S} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) (d) S(a + 2b + 3c) (c)$$

व्याख्या- घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल (S) = $2(ab + bc + ca)$

घनाभ का आयतन (V) = abc

$$\frac{S}{V} = \frac{2(ab + bc + ca)}{abc} = 2 \left[\frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right]$$

$$\frac{S}{V} = 2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

$$\frac{1}{V} = \frac{2}{S} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

■ एक बेलनाकार पात्र जिसकी त्रिज्या 4 सेमी है पानी से भरा है। एक ठोस गोला जिसकी त्रिज्या 3 सेमी. है को पानी में तब तक डाला गया जब तक कि वह पूरा ढूब नहीं गया। पात्र में पानी का स्तर बढ़ेगा- |Patwar-23.10.21-II|

- (a) $\frac{9}{4}$ सेमी. (b) $\frac{9}{2}$ सेमी.

- (c) $\frac{4}{9}$ सेमी. (d) $\frac{2}{9}$ सेमी. (a)

व्याख्या- बेलन का आयतन = गोले का आयतन

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\pi(4)^2 \times h = \frac{4}{3} \pi(3)^3$$

$$h = \frac{3 \times 3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{9}{4}$$

अतः पात्र में पानी का स्तर $\frac{9}{4}$ सेमी. बढ़ेगा।

- $2\text{m} \times 1.5\text{m} \times 1\text{m}$ नाप के पानी के टैंक को एक नल द्वारा 20 लीटर/मिनट की गति से भरने में लगा समय है-

[REET (L-I)-26-09-2021 (I)]

- (a) 9 मिनट (b) 1 घण्टा 30 मिनट
 (c) 60 मिनट (d) 2 घण्टे 30 मिनट

व्याख्या- घनाभकार टैंक का आयतन = ल. × चौ. × ऊँ.

$$= 2\text{m} \times 1.5\text{m} \times 1\text{m} = 3\text{m}^3 = 3000\text{ लीटर}$$

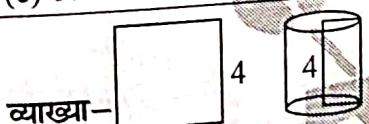
($\because 1000\text{ लीटर} = 1\text{ m}^3$)

$$\text{टैंक को भरने का समय} = \frac{3000}{20} = 150 \text{ मिनट} = 2 \text{ घण्टे } 30 \text{ मिनट}$$

- एक $22\text{ सेमी} \times 4\text{ सेमी}$ के आयताकार कागज को मोड़कर (बिना अधिव्यापन), एक 4 सेमी ऊँचाई का बेलन बनाया गया। इस बेलन का वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल होगा-

[REET (L-I)-26-09-2021 (I)]

- (a) $88\pi\text{ cm}^2$ (b) 88 cm^2
 (c) $176\pi\text{ cm}^2$ (d) 186 cm^2



व्याख्या- बेलन का आधार = वृत्त की परिधि = $2\pi r$

$$2\pi r = 22$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r = 22 \Rightarrow r = \frac{7}{2} \text{ cm}$$

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r h$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times 4 = 88\text{ cm}^2$$

- $20\text{ मीटर लम्बी}, 5\text{ मीटर ऊँची$ और 50 सेमी मोटी दीवार जिसमें दो दरवाजे $2\text{ मीटर} \times 1.5\text{ मीटर}$ माप के हैं, बनाने में $25\text{ सेमी} \times 16\text{ सेमी} \times 10\text{ सेमी}$ माप की कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी?

[REET (L-I)-26-09-2021 (I)]

- (a) 11750 (b) 11000
 (c) 117500 (d) 97500

व्याख्या- ईंट का आयतन = $25\text{ cm} \times 16\text{ cm} \times 10\text{ cm}$
 $= 4000\text{ cm}^3$

$$\begin{aligned} \text{दीवार का आयतन} &= 20\text{ m} \times 5\text{ m} \times 50\text{ cm} \\ &= 2000\text{ cm} \times 500\text{ cm} \times 50\text{ cm} \\ &= 50000000\text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दरवाजे का आयतन} &= 200\text{ cm} \times 150\text{ cm} \times 50\text{ cm} \\ &= 1500000\text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \text{ दरवाजों का आयतन} &= 3000000\text{ cm}^3 \\ \text{दरवाजे का आयतन जिसमें ईंटों का प्रयोग किया जाना है} &= 50000000 - 3000000 = 47000000\text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\text{अतः ईंटों की संख्या} = \frac{47000000}{4000} = 11750$$

एक घनाभ की विमाएँ 60 सेमी} \times 54 \text{ सेमी} \times 30 \text{ सेमी हैं। उस घनाभ के अंदर 6 सेमी भुजा के कितने घन रखे जा सकते हैं?

[REET 26-09-2021]

- (a) 360 (b) 2700 (c) 450 (d) 300

व्याख्या- घनाभ की विमाएँ = $60\text{ cm} \times 54\text{ cm} \times 30\text{ cm}$
 घनाभ का आयतन = लम्बाई \times चौड़ाई \times ऊँचाई = $l \times b \times h$
 $l = 60\text{ cm}, b = 54\text{ cm}, h = 30\text{ cm}$
 घन की भुजा = 6 cm

$$\text{प्रश्नानुसार} \quad \text{घनों की संख्या} = \frac{\text{घनाभ का आयतन}}{\text{एक घन का आयतन}}$$

$$\text{घनाभ का आयतन} = l \times b \times h$$

$$\text{घन का आयतन} = (\text{भुजा})^3 = a^3$$

$$= \frac{60 \times 54 \times 30}{6 \times 6 \times 6} = 450$$

एक घन की भुजा एक सम अभाज्य संख्या (मीटर में) है। घन का विकर्ण है- [I Grade (संस्कृत विभाग)-4-8-2020]

- (a) 2 मीटर (b) 3 मीटर
 (c) $3\sqrt{2}$ मीटर (d) $2\sqrt{3}$ मीटर (d)

व्याख्या- घन की भुजा = सम अभाज्य संख्या

घन की भुजा = 2 मीटर

$$\begin{aligned} \text{घन का विकर्ण} &= \sqrt{3} \times \text{भुजा} = \sqrt{3} \times 2 \\ &= 2\sqrt{3} \text{ मीटर} \end{aligned}$$

यदि एक शंकु और एक गोले समान त्रिज्याएँ और समान अयतन रखते हैं, तो गोले के व्यास एवं शंकु की ऊँचाई का अनुपात है- [II Grade (संस्कृत विभाग)-4-8-2020]

- (a) 1 : 4 (b) 1 : 3 (c) 1 : 2 (d) 1 : 1 (c)

व्याख्या- शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$\text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

शंकु का आयतन = गोले का आयतन

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$h = 4r$$

$$h = 2(2r) = 2 \times \text{व्यास}$$

$$\frac{\text{व्यास}}{\text{ऊँचाई}} = \frac{1}{2}$$

अतः गोले के व्यास एवं शंकु की ऊँचाई का अनुपात 1 : 2 होगा।

- यदि एक लम्ब वृत्तीय शंकु की त्रिज्या एवं ऊँचाई दोनों में 10% की वृद्धि कर दी जाती है तो इसके आयतन में कितनी वृद्धि होगी- [Gr-I-09.01.20]

(a) 21% (b) 33.1% (c) 66.3% (d) 78.2% (b)

$$\text{व्याख्या} - 10 + 10 + \frac{10 \times 10}{100} = 10 + 10 + 1 = 21$$

$$\text{पुनः} 10 + 21 + \frac{10 \times 21}{100} = 10 + 21 + \frac{210}{100}$$

$$= \frac{1000 + 2100 + 210}{100} = \frac{3310}{100} = 33.1\%$$

अतः आयतन में वृद्धि = 33.1%

- 49 × 33 × 24 सेमी³ विमाओं वाले एक ठोस लोहे के टुकड़े को पिघलाकर एक ठोस गोला बनाया जाता है, तो इस गोले की त्रिज्या है? [Gr-I-09.01.20]

(a) 21 सेमी. (b) 24 सेमी.
(c) 27 सेमी. (d) 30 सेमी. (a)

व्याख्या - 49 × 33 × 24 cm³ विमाओं वाले ठोस टुकड़े का आयतन दिया गया है।

अतः इससे बनने वाले गोले का आयतन भी इसके बराबर होगा।

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 49 \times 33 \times 24$$

$$r^3 = 49 \times 33 \times 24 \times \frac{3}{4} \times \frac{7}{22}$$

$$r^3 = 7 \times 7 \times 7 \times 3 \times 3 \times 3$$

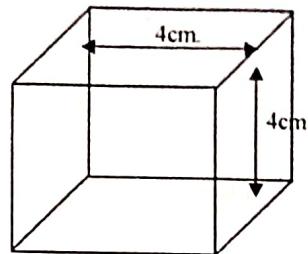
$$r = 7 \times 3$$

अतः गोले की त्रिज्या = 21 cm. है।

- 4 सेमी. लम्बाई के एक ठोस घन को 1 सेमी. लम्बाई के छोटे घनों में प्राप्त करने के लिए इस घन को कितनी बार काटा जायेगा? [Gr-I-09.01.20]

(a) 3 (b) 6 (c) 9 (d) 12 (c)

व्याख्या - 4 सेमी. कोर वाले घन को 1 सेमी. कोर वाले घन में बदलने के लिए



अतः घन को लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई तीनों के लम्बवत् 3, 3, 3 कुल 9 बार काटने पर 1 cm. के घन प्राप्त होंगे।

- एक बेलन की त्रिज्या और ऊँचाई एक गोले की त्रिज्या के बराबर हैं। यदि बेलन की वक्राकार सतह के क्षेत्रफल का संख्यात्मक मूल्य और गोले के आयतन के संख्यात्मक मूल्य के मध्यानुपात 1 : 3 है तो गोले का आयतन है-

[Gr-I-03.01.20]

- (a) 9π (b) 108π
(c) $\frac{144\pi}{7}$ (d) $\frac{243\pi}{2}$

व्याख्या - बेलन की त्रिज्या = बेलन की ऊँचाई = गोले की त्रिज्या

अतः $r = h$... (i)

उपर्युक्त प्रश्नानुसार- $\frac{\text{बेलन का वक्र सतह का क्षेत्रफल}}{\text{गोले का आयतन}} = \frac{1}{3}$

$$\frac{2\pi rh}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{h}{r^2} = \frac{1}{3} \text{ सेमी. (i) से } \frac{3}{2} \times \frac{r}{r^2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{2r} = \frac{1}{3} \Rightarrow r = \frac{9}{2}$$

$$\text{पुनः गोले का आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{9}{2}\right)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \pi \times \frac{729}{8} = \frac{243\pi}{2} \text{ cm}^3$$

- एक घनाभ का आयतन 140 सेमी³ है। इसकी किन्हीं दो सतहों का क्षेत्रफल 28 सेमी² और 20 सेमी² है। घनाभ के सभी किनारों की लम्बाई का योग है? [Gr-I-03.01.20]

- (a) 140 सेमी. (b) 160 सेमी.
(c) 100 सेमी. (d) 64 सेमी. (d)

व्याख्या - $l \times b \times h = 140 \text{ cm}^3$... (i)

$$l \times b = 28 \text{ cm}^2 \quad \dots \text{(ii)}$$

$$b \times h = 20 \text{ cm}^2 \quad \dots \text{(iii)}$$

$$\text{समी. (i) व (ii) से } h = \frac{140}{28} = 5 \text{ cm}$$

समी. (i) व (iii) से $l = \frac{140}{20} = 7\text{ cm}$

$\therefore h \times l = 5 \times 7 = 35\text{ cm}^2$

$$\Rightarrow b = \frac{140}{35} = 4\text{ cm}$$

घनाभ के सभी किनारों की लम्बाई का योग = $4 \times (l + b + h)$
 $= 4(5 + 7 + 4) = 4(16) = 64\text{ cm}$

- एक शॉट-पुट 9.8 सेमी व्यास का एक धातु का गोला है। यदि इस धातु का घनत्व 9.8 ग्राम प्रति सेमी³ है, तो शॉट-पुट का लगभग द्रव्यमान है— [LDC-19.08.2018]

- (a) 4225 ग्राम (b) 493 ग्राम
 (c) 4831 ग्राम (d) 4930 ग्राम (c)

व्याख्या—गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{9.8}{2} \times \frac{9.8}{2} \times \frac{9.8}{2}$$

$$= 493\text{ cm}^3$$

प्रश्नानुसार धातु के 1 cm³ का घनत्व 9.8 gm/cm³ है।

$$\therefore \text{घनत्व} = \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}$$

$$\Rightarrow \text{द्रव्यमान} = \text{घनत्व} \times \text{आयतन}$$

$$\text{शॉटपुट का द्रव्यमान} = 493 \times 9.8 = 4831.4 \text{ ग्राम}$$

∴ अतः शॉटपुट का लगभग द्रव्यमान 4831 gm है।

- एक लंबवृत्तीय शंकु के आधार का क्षेत्रफल 28.26 मी² तथा इसकी ऊँचाई 4 मी है तब इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल है— ($\pi = 3.14$ लीजिए) [LDC-19.08.2018]

- (a) 40 मी² (b) 45.10 मी²
 (c) 47.10 मी² (d) 47.14 मी² (c)

व्याख्या—आधार का क्षेत्रफल = 28.26 m²

$$\text{ऊँचाई } (h) = 4\text{ m}$$

$$\Rightarrow \pi r^2 = 28.26 \Rightarrow r^2 = \frac{28.26}{3.14} = 9$$

$$r = 3\text{ m}$$

$$\text{शंकु की तिर्यक ऊँचाई } (l) = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9 + 16}$$

$$= \sqrt{25} = 5\text{ m}$$

$$\text{शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल} = \pi r l$$

$$= 3.14 \times 3 \times 5 = 47.10\text{ m}^2$$

- एक घनाभाकार टैंक जो कि 2 मी. लंबा, 5 मी. चौड़ा तथा 1.5 मी. गहरा है, उसमें कितने लीटर पानी भरा जा सकता है? [LDC-19.08.2018]

- (a) 150 लीटर (b) 1500 लीटर
 (c) 15000 लीटर (d) 15 लीटर (c)

व्याख्या—घनाभाकार टैंक की लम्बाई = 2 m

चौड़ाई = 5 m, गहराई = 1.5 m

आयतन = लं. × चौ. × ग. = $2 \times 5 \times 1.5 = 15\text{ m}^3$

1 m³ = 1000 लीटर

15 m³ = 15,000 लीटर

- अतः घनाभाकार टैंक में 15,000 लीटर पानी भरा जा सकता है। एक लंबवृत्तीय बेलन की ऊँचाई 24 सेमी तथा अर्द्धगोले की त्रिज्या 4 सेमी है। यदि लंबवृत्तीय बेलन व अर्द्धगोले का आयतन समान हो, तो लंबवृत्तीय बेलन की त्रिज्या होगी—

[LDC-19.08.2018]

(a) $\frac{2}{3}\sqrt{2}$ सेमी (b) $\frac{4}{3}$ सेमी

(c) $\frac{2}{3}$ सेमी (d) $\frac{4}{3}\sqrt{2}$ सेमी (b)

व्याख्या—लंबवृत्तीय बेलन की ऊँचाई (h) = 24 cm

अर्द्धगोले की त्रिज्या (r) = 4 cm

माना कि लंबवृत्तीय बेलन की त्रिज्या (R) = ?

प्रश्नानुसार—

बेलन का आयतन = अर्द्धगोले का आयतन

$$\Rightarrow \pi R^2 h = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{2 \times 4 \times 4 \times 4}{3 \times 24} = \frac{128}{72} = \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}\text{ cm}$$

- 24 सेमी किनारे के एक धन को 27 एकसमान छोटे घनों में काटा जाता है तब प्रत्येक छोटे घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल है—

[LDC-19.08.2018]

(a) 512 सेमी² (b) 216 सेमी²

(c) 384 सेमी² (d) 864 सेमी² (c)

व्याख्या—घनों की संख्या = $\frac{\text{बड़ी वस्तु का आयतन}}{\text{छोटी वस्तु का आयतन}}$

$$27 = \frac{24 \times 24 \times 24}{a^3} = \frac{24 \times 24 \times 24}{27}$$

$$a^3 = 512 \Rightarrow a = 8$$

छोटे घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6 \times (\text{भुजा})^2 = 6 \times 64 = 384$

अतः छोटे घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 384 cm²

- एक ढक्कन वाली घनाभाकार पानी की टंकी का प्रत्येक बाहरी किनारा 180 सेमी लम्बा है। टंकी की बाहरी सतह को, तली को छोड़ते हुये ढक्कने के लिए 30 सेमी भुजा वाली वर्गाकार टाइलों की संख्या है—

[LDC-16.09.2018]

(a) 150 (b) 160

(c) 180 (d) 200 (c)

- 2.2 घन डेसीमीटर ताँबे को 0.5 सेमी व्यास के एक बेलनाकार तार में खींचा जाता है, तब तार की लम्बाई है-

[LDC-16.09.2018]

- (a) 100 मी (b) 110 मी
(c) 110.5 मी (d) 112 मी (d)

व्याख्या—ताँबे का आयतन = $2.2 (\text{डेसीमीटर})^3 = 2.2 \times 1000$ सेमी³

$$\text{बेलनाकार तार की त्रिज्या } (r) = \frac{0.5}{2} = 0.25 \text{ cm}$$

माना कि तार की लम्बाई x cm है।

प्रश्नानुसार

बेलनाकार तार का आयतन = ताँबे का आयतन

$$\pi r^2 h = 2.2 \times 1000$$

$$h = \frac{2.2 \times 1000}{\pi r^2}$$

$$= \frac{2.2 \times 1000 \times 7}{22 \times 0.25 \times 0.25}$$

$$\Rightarrow h = 11200 \text{ सेमी} = 112 \text{ मीटर}$$

- एक शंकुकार टेट का आयतन 1232 मी³ तथा इसके आधार का क्षेत्रफल 154 मी² है, तो इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल है-

[LDC-16.09.2018]

- (a) 500 मी² (b) 550 मी²
(c) 600 मी² (d) 625 मी² (b)

व्याख्या—शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \pi r^2 h = 1232 \quad .(i)$$

शंकुकार तंबू के आधार का क्षेत्रफल = πr^2

$$\Rightarrow \pi r^2 = 154$$

$$r^2 = \frac{154 \times 7}{22} = 49$$

$$r = 7$$

r का मान समी. (i) में रखने पर

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times h = 1232$$

$$\Rightarrow h = \frac{1232 \times 3 \times 7}{22 \times 7 \times 7} = 24 \text{ मीटर}$$

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r l$

$$\text{तिर्यक कंचाई } (l) = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$l = \sqrt{(7)^2 + (24)^2} = \sqrt{49 + 576}$$

$$l = \sqrt{625} = 25 \text{ मीटर}$$

$$\text{अतः शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल} = \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \text{ m}^2$$

- 4 सेमी व्यास की एक रजत गेंद को सोने से ढका जाता है। यदि सोने और रजत का आयतन समान है तो सोने की

मोटाई है— ($2^{1/3} = 1.2595$) [LDC-16.09.2018]

- (a) 0.5038 सेमी (b) 0.519 सेमी
(c) 1.038 सेमी (d) 2 सेमी

(b)

व्याख्या—

रजत की गेंद का व्यास = 4 cm

त्रिज्या = 2 cm

$$\text{रजत का आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{सोने का आयतन} = \frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{4}{3} \pi r^3$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{8}{3} \pi r^3$$

$$R^3 = 2r^3 \quad (\because r = 2 \text{ cm})$$

$$R^3 = 2 \times (2)^3 \Rightarrow R = 2 \times \sqrt[3]{2}$$

$$R = 2 \times 1.259 = 2.518$$

$$\therefore \text{सोने की मोटाई} = R - r \\ = 2.518 - 2 = 0.518 \text{ सेमी.}$$

एक घन तथा घनाभ का आयतन समान है। घनाभ के आयामों का अनुपात 1 : 2 : 4 है। यदि 5 रु. प्रति वर्ग मी की दर से घन तथा घनाभ की पॉलिस की लागत का अंतर 80 रु. है, तो उनका आयतन है—

[LDC-16.09.2018]

- (a) 64 मी³ (b) 128 मी³
(c) 256 मी³ (d) 512 मी³ (a)

व्याख्या—घन का आयतन = घनाभ का आयतन

घनाभ के आयतनों का अनुपात = 1 : 2 : 4

घनाभ का आयतन = $l \times b \times h = x \times 2x \times 4x = 8x^3$

$$(\text{भुजा})^3 = 8x^3$$

$$\text{भुजा} = 2x$$

अतः घन का आयतन = घनाभ का आयतन = $8x^3$

यदि 5 प्रति वर्ग मी. की दर से घन तथा घनाभ की पॉलिश की लागत का अंतर 80 रु. है।

$$\text{घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 6 \times (\text{भुजा})^2 = 6 \times (2x)^2 \\ = 6 \times 4x^2 = 24x^2$$

घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2[lb + bh + lh]$

$$= 2[2x^2 + 8x^2 + 4x^2]$$

$$= 2[14x^2] = 28x^2$$

रु. 5 प्रति m^2 की दर से घनाभ को रंगने का खर्च

$$C_1 = 5 \times 28x^2 = 140x^2$$

तथा घन को रंगने का खर्च

$$C_2 = 5 \times 24x^2 = 120x^2$$

प्रश्नानुसार $C_1 - C_2 = 80$

$$\Rightarrow 140x^2 - 120x^2 = 80$$

$$\Rightarrow 20x^2 = 80 \Rightarrow x^2 = 4$$

$$\Rightarrow x = 2$$

अतः घन का आयतन = घनाभ का आयतन = $8x^3$

$$= 8 \times (2)^3 = 8 \times 8 = 64 \text{ m}^3$$

- 9 मीटर ऊंचे शंकु के आकार के टेंट के आधार की परिधि 44 मीटर है। इसके अंदर की वायु का आयतन क्या है? ($\pi = 22/7$)

(a) 642 सेमी³

(b) 447 सेमी³

(c) 446 सेमी³

(d) 462 सेमी³

(d)

व्याख्या—वृत्त की परिधि = $2\pi r$

$$\Rightarrow 2\pi r = 44$$

$$\Rightarrow r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22} = 7 \text{ m}$$

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

अतः शंकु के अंदर भरी वायु का आयतन

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 9 \\ = 462 \text{ m}^3$$

∴ निहित वायु का आयतन 462 m³ है।

- यदि एक गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल का संख्यात्मक मान इसके आयतन के संख्यात्मक मान के समान हो, तो गोले की त्रिज्या है—

(a) 1 इकाई

(b) 3 इकाई

(c) 5 इकाई

(d) 10 इकाई

(b)

व्याख्या—गोले का आयतन = गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}r = 1$$

$$\Rightarrow r = 3 \text{ इकाई}$$

- एक घनाभाकार काँच का डिब्बा 25 सेमी लम्बा, 20 सेमी चौड़ा तथा 10 सेमी ऊँचा है। काँच के डिब्बे का क्षेत्रफल है—

(a) 15,000 सेमी²

(b) 1,000 सेमी²

(c) 1,900 सेमी²

(d) 1,800 सेमी²

(c)

व्याख्या—घनाभाकार काँच के डिब्बे की लम्बाई (l) = 25 cm

चौड़ाई (b) = 20 cm, ऊँचाई (h) = 10 cm

काँच के डिब्बे का क्षेत्रफल = घनाभ का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$\Rightarrow 2[lb + bh + lh] = 2[(25 \times 20) + (20 \times 10) + (10 \times 25)]$$

$$\Rightarrow 2[500 + 200 + 250] = 2[950] = 1900 \text{ cm}^2$$

अतः काँच के डिब्बे का क्षेत्रफल 1900 cm² हैं।

■ यदि एक घन के विकर्ण की लम्बाई $4\sqrt{3}$ सेमी है, तो इसका आयतन है-

|LDC-16.09.2018|

(a) 32 सेमी³

(b) 64 सेमी³

(c) 192 सेमी³

(d) $192\sqrt{3}$ सेमी³

(b)

व्याख्या—घन का विकर्ण = $4\sqrt{3}$ cm

$$\sqrt{3} \times \text{भुजा} = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \text{भुजा} = 4 \text{ cm}$$

$$\text{घन का आयतन} = (\text{भुजा})^3 = (4)^3 = 64 \text{ cm}^3$$

■ एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई का योग 20 सेमी है तथा इसके विकर्ण की लम्बाई $6\sqrt{6}$ सेमी है।

इसके सम्पूर्ण पृष्ठों का क्षेत्रफल है— |LDC-12.08.2018|

(a) 216 सेमी²

(b) 616 सेमी²

(c) 184 सेमी²

(d) 246 सेमी²

(c)

व्याख्या— $l + b + h = 20 \text{ cm}$

$$\text{विकर्ण} = 6\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$\sqrt{l^2 + b^2 + h^2} = 6\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow l^2 + b^2 + h^2 = 36 \times 6 = 216$$

घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2[lb + bh + lh]$

$$(l + b + h)^2 = l^2 + b^2 + h^2 + 2[lb + bh + lh]$$

$$(20)^2 = 216 + 2[lb + bh + lh]$$

$$2(lb + bh + lh) = 400 - 216$$

$$2(lb + bh + lh) = 184 \text{ cm}^2$$

■ 21 सेमी व्यास की एक गोलीय गेंद को पिघलाया गया तथा 1 सेमी किनारे वाले घनों में पुनः ढाला गया, तब इस प्रकार बने घनों की संख्या है— |LDC-12.08.2018|

(a) 2100

(b) 4200

(c) 4410

(d) 4851

(d)

व्याख्या—गोले का व्यास = 21 cm, त्रिज्या = $\frac{21}{2} \text{ cm}$

घन की भुजा = 1 cm

$$\text{घनों का संख्या} = \frac{\text{गोले का आयतन}}{\text{घन का आयतन}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{a^3}$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \\ 1 \times 1 \times 1$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$$

घनों की संख्या = 4851

■ एक शंकु का आयतन 16632 सेमी³ है और ऊँचाई 9 सेमी है। इसके आधार की त्रिज्या क्या है? ($\pi = 22/7$)

|LDC-12.08.2018|

(a) 36 सेमी

(b) 42 सेमी

(c) 49 सेमी

(d) 48 सेमी

(b)

व्याख्या- शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$16632 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 9$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{16632 \times 3 \times 7}{22 \times 9}$$

$$\Rightarrow r^2 = 1764$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{1764} = 42 \text{ सेमी.}$$

- एक घन का आयतन $128\sqrt{2}$ सेमी³ है। घन के एक फलक का क्षेत्रफल क्या है? [LDC-12.08.2018]

- (a) 32 सेमी² (b) 16 सेमी²
 (c) 40 सेमी² (d) 48 सेमी² (a)

व्याख्या- घन का आयतन = (भुजा)³

$$\Rightarrow 128\sqrt{2} = (\text{भुजा})^3$$

$$\Rightarrow \text{भुजा} = 4\sqrt{2}$$

घन के एक फलक का क्षेत्रफल = (भुजा)² = $(4\sqrt{2})^2 = 32 \text{ cm}^2$

अतः घन के एक फलक का क्षेत्रफल 32 वर्ग सेमी है।

- एक बेलनाकार वर्तन जिसके आधार की विज्या 20 सेमी है तथा वह 32 सेमी ऊँचाई तक जूस से भरा हुआ है। जूस को 4 सेमी विज्या वाले बेलनाकार गिलासों में 8 सेमी ऊँचाई तक भरा जाता है। ऐसे कितने गिलास भरे जा सकते हैं? [LDC-12.08.2018]

- (a) 20 (b) 50
 (c) 100 (d) 120 (c)

व्याख्या- गिलासों की संख्या = $\frac{\text{बड़ी वस्तु का आयतन}}{\text{छोटी वस्तु का आयतन}}$

(∵ बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$)

$$\Rightarrow \frac{\frac{22}{7} \times 20 \times 20 \times 32}{\frac{22}{7} \times 4 \times 4 \times 8} = 100$$

अतः गिलासों की संख्या 100 होगी।

- 1 मी किनारे वाले घनाकार डिब्बे में, 25 सेमी किनारे वाले कितने घन रखे जा सकते हैं? [LDC-09-09-2018]

- (a) 4 (b) 16
 (c) 32 (d) 64 (d)

व्याख्या- घन की भुजा = 1 मीटर = 100 cm

छोटे घन की भुजा = 25 cm

घन का आयतन = (भुजा)³

$$\text{घनों की संख्या} = \frac{\text{बड़े घन का आयतन}}{\text{छोटे घन का आयतन}} = \frac{(100)^3}{(25)^3}$$

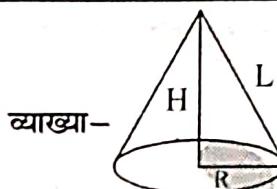
$$= \frac{100 \times 100 \times 100}{25 \times 25 \times 25} = 4 \times 4 \times 4$$

$$= 64$$

∴ 1 मीटर भुजा के घनाकार बॉक्स में 25 cm भुजा के 64 घन रखे जा सकते हैं।

- एक केनवास के टुकड़े का क्षेत्रफल 1105 मी² है। इस केनवास से शंकु के आकार का तंबू बनाना है जिसके आधार का क्षेत्रफल 616 मी² है। यह मानते हुये कि सिलाई और कटाई में लागभग 5 मी² केनवास नष्ट हुआ होगा। तंबू की ऊँचाई है - [LDC-09-09-2018]

- (a) 20.71 मी (b) 24 मी
 (c) 18.20 मी (d) 21 मी (a)



एक केनवास के टुकड़े का क्षेत्रफल = 1105 वर्ग मी.

एक शंकवाकार तम्बू के आधार का क्षेत्रफल = 616 वर्ग मी.

शंकु के आधार का क्षेत्रफल = πR^2

$$616 = \pi R^2$$

$$R^2 = \frac{616 \times 7}{22} = 28 \times 7 = 196$$

$$R = 14 \text{ m}$$

शंकु का चक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $1105 - 5 = 1100$ वर्ग मी.
 (जैसा कि काटते समय क्षय = 5 वर्ग मी.)

$$\pi RL = 1100$$

$$\frac{22}{7} \times 14 \times L = 1100 \Rightarrow L = \frac{1100 \times 7}{22 \times 14}$$

$$L = 25 \text{ m}$$

चित्रानुसार- $L^2 = H^2 + R^2$

$$H^2 = L^2 - R^2 \Rightarrow H = \sqrt{L^2 - R^2}$$

$$H = \sqrt{625 - 196} = \sqrt{429} = 20.71 \text{ m}$$

- एक अद्वंगोला, एक बेलन तथा एक शंकु के आधार बराबर तथा ऊँचाई भी बराबर है। इनके आयतनों का अनुपात है-

[LDC-09-09-2018]

- (a) 1 : 2 : 3 (b) 2 : 3 : 1
 (c) 3 : 2 : 1 (d) 2 : 1 : 3 (b)

व्याख्या- एक अद्वंगोले, एक बेलन तथा एक शंकु समान आधार पर खड़े हैं, उनकी ऊँचाई भी समान है।

अतः अद्वंगोले की विज्या = बेलन की विज्या = शंकु की विज्या शंकु की ऊँचाई = h

बेलन की ऊँचाई = h

अद्वंगोले की ऊँचाई = r = h

$$\text{अद्वंगोले का आयतन} = \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

अर्द्धगोला : बेलन : शंकु

$$\frac{2}{3} \pi r^2 h : \pi r^2 h : \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\frac{2}{3} : 1 : \frac{1}{3}$$

$$2 : 3 : 1$$

- एक धातु का गोला 2.1 सेमी त्रिज्या का है, जिसे पिघलाकर उससे आधी त्रिज्या की गोलाकार गेंद बनाते हैं। ऐसी कितनी गोलाकार गेंदें बना सकते हैं? [LDC-09-09-2018]

- (a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 8 (d)

$$\text{व्याख्या - गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (2.1)^3$$

$$\text{नये गोले की त्रिज्या (R)} = \frac{2.1}{2}$$

$$\text{तब नये गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{2.1}{2}\right)^3$$

$$\text{गोलाकार गेंदों की संख्या} = \frac{\text{गोले का आयतन}}{\text{नये गोले का आयतन}}$$

$$= \frac{\frac{4}{3} \pi (2.1)^3}{\frac{4}{3} \pi \left(\frac{2.1}{2}\right)^3} = 8$$

अतः 8 गोलाकार गेंदें बना सकते हैं।

- दो गोलों के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात 4 : 9 है। उनके

- आयतनों का अनुपात क्या है? ($\pi = \frac{22}{7}$) [LDC-09-09-2018]

- (a) 9 : 4 (b) 8 : 9 (c) 8 : 27 (d) 27 : 8 (c)

व्याख्या - गोलों के पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात =

$$\frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$$

$$\text{आयतन का अनुपात} = \frac{\frac{4}{3} \pi r_1^3}{\frac{4}{3} \pi r_2^3} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

अतः आयतन का अनुपात = 8 : 27

■ एक बेलन के आधार की त्रिज्या 7 सेमी तथा ऊँचाई 10 सेमी है। बेलन का आयतन क्या है? [LDC-09-09-2018]

- (a) 1540 सेमी³ (b) 770 सेमी³ (c) 770π सेमी³ (d) 1500 सेमी³ (a)

व्याख्या - बेलन के आधार की त्रिज्या = 7 cm

$$\text{ऊँचाई} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 10$$

$$= 22 \times 7 \times 10 = 1540 \text{ cm}^3$$

- एक शंकु की त्रिज्या एवं ऊँचाई का अनुपात 1 : 3 तथा इसका आयतन 1078 सेमी³ है, तब इसका व्यास है-

Muz [LDC-09-09-2018]

- (a) 3.5 सेमी (b) 7 सेमी (c) 14 सेमी (d) 21 सेमी

व्याख्या - माना त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः x और 3x है।

$$r = x \text{ और } h = 3x$$

$$\text{शंकु का आयतन} = 1078 \text{ घन सेमी}$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = 1078$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times x \times x \times 3x = 1078$$

$$\text{पढ़ो तो जानों} \quad x^3 = \frac{1078 \times 3 \times 7}{22 \times 3} = 343$$

$$x = \sqrt[3]{343} = 7$$

अतः x = 7 = त्रिज्या

$$\text{व्यास} = 2 \times \text{त्रिज्या} = 2 \times 7 = 14$$

अतः व्यास = 14 cm

दो समान घन जिसके प्रत्येक का आयतन 64 सेमी³ है के छोरों को जोड़कर एक घनाभ बनाया जाता है, तो घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल है-

[LDC-09-09-2018]

- (a) 80 सेमी² (b) 160 सेमी²
(c) 320 सेमी² (d) 640 सेमी² (b)

व्याख्या - घन का आयतन = 64 cm³

$$\text{घन का आयतन} = (\text{भुजा})^3 = 64 \text{ cm}^3$$

$$(\text{भुजा}) = 4 \text{ cm}$$

दो घनों को जोड़कर एक घनाभ बनाया जाता है, तो घनाभ की लंबाई = 8 cm, चौड़ाई = 4 cm, ऊँचाई = 4 cm

घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 2[\text{लंब.} \times \text{चौड़ाई} + \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई} + \text{लंबाई} \times \text{ऊँचाई}]$$

$$= 2[8 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 8]$$

$$= 2[32 + 16 + 32]$$

$$= 2 \times 80 = 160 \text{ cm}^2$$

- 4 cm और 8 cm के क्रमशः भीतरी और बाहरी व्यासों वाले एक खोखले गोले को गलाकर 8 cm व्यास के आधार वाला एक ठोस शंकु बनाया जाता है। शंकु की ऊँचाई क्या है?

[Headmaster-02.09.2018(II)]

- (a) 12 cm (b) 14 cm (c) 17 cm (d) 18 cm (b)

व्याख्या—खोखले गोले का भीतरी व्यास = 4 cm,

$$r = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$$

$$\text{बाहरी व्यास} = 8 \text{ cm}, R = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

$$\text{खोखले गोले का आयतन} = \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3) = \frac{4}{3}\pi(4^3 - 2^3) = \frac{4}{3}\pi(64 - 8)$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi \times 56$$

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 4 \times 4 \times h = \frac{16\pi h}{3}$$

(∴ शंकु का व्यास = 8 cm, त्रिज्या = 4 cm)

$$\text{प्रश्नानुसार } \frac{4}{3}\pi \times 56 = \frac{16\pi h}{3}$$

$$\Rightarrow h = \frac{4 \times 56}{16} = 14$$

अतः शंकु की ऊँचाई = 14 cm

- यदि दो घनों के आयतनों का अनुपात 27 : 64 है, तो इनके पृष्ठों के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

[REET (L-II)-11-02-2018]

- (a) 3 : 4 (b) 4 : 3
(c) 9 : 16 (d) $3\sqrt{3} : 8$

व्याख्या—घन का आयतन = $(भुजा)^3$
माना कि घन की भुजाएँ क्रमशः a और b हैं।

$$\frac{a^3}{b^3} = \frac{27}{64} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6 \times \text{भुजा}$

$$\Rightarrow \frac{6a^2}{6b^2} = \frac{6 \times 9}{6 \times 16} = \frac{9}{16}$$

अतः अभीष्ट अनुपात = 9 : 16

- एक बेलनाकार खंभे के बक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल 264 वर्ग मीटर है य इसका आयतन 1848 घनमीटर है। खंभे की

ऊँचाई कितनी है? ($\pi = \frac{22}{7}$ प्रयोग कीजिए)

[REET (L-II)-11-02-2018]

- (a) 4 मीटर (b) 3 मीटर
(c) 5 मीटर (d) 6 मीटर (b)

व्याख्या—बेलन का बक्र पृष्ठीय = $2\pi rh = 264$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times rh = 264$$

$$\Rightarrow rh = \frac{264 \times 7}{2 \times 22} = 42$$

$$\therefore rh = 42$$

बेलन का आयतन = $\pi r^2 h = 1848$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times r \times (rh) = 1848$$

$$\frac{22}{7} \times r \times 42 = 1848 \quad (\text{समी. (i) से})$$

$$\Rightarrow r = \frac{1848}{132} = 14$$

r का मान समी (i) में रखने पर

$$h = \frac{42}{14} = 3 \text{ मीटर}$$

- 4 सेमी व्यास की एक रजत गेंद को सोने से ढ़का जाता है। यदि सोने और रजत का आयतन समान है, तो सोने की मोटाई है-

[Clerk Gr. II-23-10-2016]

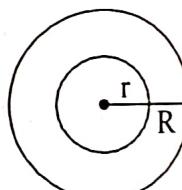
- (a) 2 सेमी (b) 1.038 सेमी
(c) 0.519 सेमी (d) 0.5038 सेमी (c)

व्याख्या—

रजत की गेंद का व्यास = 4 cm
त्रिज्या = 2 cm

$$\text{रजत का आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{सोने का आयतन} = \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3$$



प्रश्नानुसार-

$$\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{8}{3}\pi r^3$$

$$R^3 = 2r^3 \quad (\because r = 2 \text{ cm})$$

$$R^3 = 2(2)^3 \Rightarrow R = \sqrt[3]{2} \times 2$$

$$R = 1.259 \times 2 = 2.518$$

∴ सोने की मोटाई = R - r

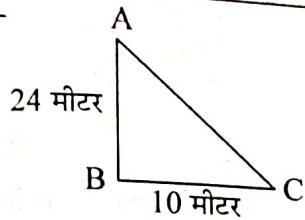
$$= 2.518 - 2 = 0.518 \text{ cm}$$

- एक समकोण त्रिभुज ABC जिसकी भुजाएँ AB = 24 मीटर और BC = 10 मीटर हैं, को कर्ण AC के सापेक्ष घुमाया जाता है, तो बड़े शंकु और छोटे शंकु के आयतनों का अनुपात होगा-

[Clerk Gr. II-23-10-2016]

- (a) 13 : 12 (b) 13 : 5
(c) 12 : 5 (d) 144 : 25 (d)

व्याख्या-



$$\text{बड़े शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \times (24)^2 \times 10$$

$$\text{छोटे शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times (10)^2 \times 10$$

$$\begin{aligned} \text{बड़े शंकु का आयतन} &= \frac{(24)^2}{(10)^2} = \frac{24 \times 24}{10 \times 10} = \frac{12 \times 12}{5 \times 5} \\ \text{छोटे शंकु का आयतन} &= \frac{144}{25} = 144 : 25 \end{aligned}$$

- 2 सेमी त्रिज्या एवं 3 सेमी की ऊँचाई वाले एक लंबवृत्तीय बेलन में से 2 सेमी आधार की त्रिज्या एवं 3 सेमी की ऊँचाई वाला एक लंबवृत्तीय शंकु हटा दिया जाता हो, तो बेलन के शेष भाग का आयतन है— [Ist Grade-17.07.2016]

- (a) 12π (b) 8π
 (c) 6π (d) 4π

व्याख्या—बेलन की त्रिज्या = 2 cm, ऊँचाई = 3 cm
 बेलन का प्रारम्भिक आयतन = $\pi r^2 h = \pi \times (2)^2 \times 3$

$$= \pi \times 4 \times 3 = 12\pi$$

शंकु की त्रिज्या = 2 cm, ऊँचाई = 3 cm

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times (2)^2 \times (3)$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 4 \times 3 = 4\pi$$

अतः बेलन के शेष भाग का आयतन = बेलन का प्रारम्भिक आयतन - शंकु का आयतन
 $\Rightarrow 12\pi - 4\pi = 8\pi$

- 10.5 सेमी त्रिज्या का एक गोला पिघला कर 3.5 सेमी त्रिज्या तथा 3 सेमी ऊँचाई वाले शंकुओं में ढाल दिया गया है। तदनुसार, इस प्रकार बने शंकुओं की संख्या कितनी होगी?

[Ist Grade-17.07.2016]

- (a) 108 (b) 126 (c) 132 (d) 140

व्याख्या—गोले की त्रिज्या $r = 10.5 \text{ cm}$

शंकु की त्रिज्या $R = 3.5 \text{ cm}$, $h = 3 \text{ cm}$

$$\text{शंकुओं की संख्या} = \frac{\text{गोले का आयतन}}{\text{शंकु का आयतन}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{1}{3}\pi R^2 h} = \frac{\frac{4}{3}\pi \times 10.5 \times 10.5 \times 10.5}{\frac{1}{3}\pi \times 3.5 \times 3.5 \times 3} = 126$$

एक 6 मीटर चौड़ी और 1.5 मीटर गहरी नहर में पानी 10 किमी प्रति घंटा की गति से बह रहा है। यदि 8 सेमी भरा हुआ पानी चाहिए तो ये 30 मिनट में कितने क्षेत्रफल की सिंचाई करेगी?

[Ist Grade-17.07.2016]

- (a) 76.56 हेक्टेयर (b) 80.76 हेक्टेयर
 (c) 91.47 हेक्टेयर (d) 56.25 हेक्टेयर

व्याख्या—नहर की चौड़ाई = 6 m, गहराई = 1.5 m

नहर में पानी की गति = 10 km/h

$$\text{सिंचाई का समय} = 30 \text{ मिनट} = \frac{1}{2} \text{ घंटा}$$

घनाभ का आयतन = लम्बाई \times चौड़ाई \times गहराई

$$\frac{1}{2} \text{ घंटे में जल प्रवाह की लम्बाई} = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ km} = 5000 \text{ m}$$

$$\Rightarrow 30 \text{ मिनट में बहने वाले पानी का आयतन} = 6 \times 1.5 \times 5000$$

$$\Rightarrow 45000 \text{ m}^3$$

$$\text{खेत में पानी की ऊँचाई} = 8 \text{ cm} = \frac{8}{100} \text{ m}$$

सिंचित भूमि का आयतन = क्षेत्रफल \times ऊँचाई

$$45000 = \text{क्षेत्रफल} \times \frac{8}{100}$$

$$\text{पढ़ों तो जानें...} \quad \text{क्षेत्रफल} = \frac{45000 \times 100}{8} = 562500 \text{ m}^2$$

1 हेक्टेयर = 10,000 m²

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{562500}{10000} = 56.25 \text{ हेक्टेयर}$$

सिंचाई की भूमि का क्षेत्रफल 56.25 हेक्टेयर है।

एक कमरा 12 मी. लम्बा, 9 मी. चौड़ा तथा 8 मी. ऊँचा है। इसमें अधिकतम किस लम्बाई का बांस रखा जा सकता है?

[REET (L-II)-2015]

- (a) 17 मी. (b) 16 मी.
 (c) 15 मी. (d) 14 मी.

व्याख्या—अभीष्ट लम्बाई = घनाभ का विकर्ण

$$= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2} = \sqrt{12^2 + 9^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{144 + 81 + 64} = \sqrt{289} = 17 \text{ मीटर}$$

- दो घनों के आयतनों का अनुपात 27 : 64 है। इसके सम्पूर्ण पृष्ठों के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

[REET (L-I)-2015]

- (a) 3 : 8 (b) 3 : 4
 (c) 9 : 16 (d) 27 : 64

व्याख्या—घन का आयतन = (भुजा)³

माना कि घन की भुजाएँ क्रमशः a और b हैं।

$$\frac{a^3}{b^3} = \frac{27}{64} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6 \times$ भुजा

$$\Rightarrow \frac{6a^2}{6b^2} = \frac{6 \times (3)^2}{6 \times (4)^2} = \frac{6 \times 9}{6 \times 16} = \frac{9}{16}$$

अतः अभीष्ट अनुपात = 9 : 16

- यदि एक शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल दूसरे शंकु के वक्र पृष्ठ के क्षेत्रफल का तीन गुना है तथा दूसरे शंकु की तिर्यक ऊँचाई पहले शंकु की तिर्यक ऊँचाई की तीन गुना है, तो उनके आधारों के क्षेत्रफल का अनुपात है-

[RPSC LDC-11-01-2014]

- (a) 27 : 1 (b) 9 : 1 (c) 3 : 1 (d) 81 : 1 (d)

व्याख्या—शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r l$

l = तिर्यक ऊँचाई

$$\text{प्रश्नानुसार} \rightarrow \pi r_1 l_1 = 3\pi r_2 l_2$$

$$r_1 l_1 = 3r_2 l_2$$

$$3l_1 = l_2 \quad \dots(1)$$

l_2 का मान समी. (1) में रखने पर

$$r_1 l_1 = 3r_2 \times 3l_1 = 9r_2 l_1$$

$$r_1 = 9r_2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 9$$

शंकु के आधार का क्षेत्रफल = πr^2

$$\Rightarrow \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = (9)^2 = \frac{81}{1} = 81 : 1$$

- यदि किसी बेलन की विज्या एवं ऊँचाई दोनों में 20% की वृद्धि होती है, तो उसके आयतन में कितने प्रतिशत वृद्धि होगी?

[RPSC LDC-11-01-2014]

- (a) 33.1% (b) 40% (c) 72.8% (d) इनमें से कोई नहीं (c)

व्याख्या—आयतन पर प्रभाव

$$= \frac{(100 \pm A)(100 \pm B)(100 \pm C)}{100 \times 100}$$

$$= \frac{(100 + 20)(100 + 20)(100 + 20)}{100 \times 100}$$

$$= \frac{120 \times 120 \times 120}{100 \times 100} = \frac{1728}{10} = 172.8\%$$

$$\% \text{ वृद्धि} = 172.8 - 100 = 72.8\%$$

- यदि दो घनों के आयतन का अनुपात 8 : 125 है, तो इनकी

कोरों का अनुपात है-

- (a) $\sqrt{8} : \sqrt{125}$ (b) 2 : 5 (c) 9 : 25 (d) 1 : 5 (b)

$$\text{व्याख्या} - \frac{\text{पहले घन का आयतन}}{\text{दूसरे घन का आयतन}} = \frac{8}{125}$$

$$\frac{(a_1)^3}{(a_2)^3} = \frac{8}{125} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \sqrt[3]{\frac{8}{125}}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{5}$$

अतः कोरों का अनुपात 2 : 5 होगा।

- एक हौज की लम्बाई 3 मीटर, चौड़ाई 2.5 मीटर और गहराई 4 मीटर है, इसमें कितने लीटर पानी भरा जा सकता है?

[RPSC LDC-11-01-2014]

- (a) 30,000 लीटर (b) 25,000 लीटर
(c) 20,000 लीटर (d) 35,000 लीटर (a)

व्याख्या—हौज (घनाभ) की लम्बाई = 3 मीटर

चौड़ाई = 2.5 मीटर

गहराई = 4 मीटर

$$\begin{aligned} \text{हौज का आयतन} &= \text{ल.} \times \text{चौ.} \times \text{गहराई} \\ &= 3 \times 2.5 \times 4 = 30 \text{ घन मीटर} \end{aligned}$$

अतः $30 \times 1000 = 30,000$ लीटर पानी

- एक घन एवं उसके अंदर पूर्णतः फिट हो जाने वाले गोले के आयतनों का अनुपात है-

[RPSC LDC-11-01-2014]

- (a) 3 : π (b) 6 : π
(c) 4 : π (d) 24 : π (b)

व्याख्या—माना कि घन की भुजा = x cm

घन की जो भुजा होगी, वो गोले का व्यास होगा।

गोले का व्यास = x cm

$$(\text{विज्या}) r = \frac{x}{2} \text{ cm}$$

$$\text{घन का आयतन} = (\text{भुजा})^3 = x^3 \text{ cm}^3$$

$$\text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \times \frac{x}{2} \times \frac{x}{2} \times \frac{x}{2}$$

$$= \frac{\pi x^3}{6} = \frac{1}{6} \pi x^3$$

अतः घन व गोले के आयतनों का अनुपात = $\frac{x^3}{\frac{1}{6} \pi x^3}$

$$= \frac{6x^3}{\pi x^3} = \frac{6}{\pi} = 6 : \pi$$

- माचिस की डिब्बी के कितने तल हैं?

(a) 6 (b) 8 (c) 9 (d) 4 (a)

व्याख्या—माचिस की डिब्बी एक घनाभाकार होती है और घनाभ में 6 तल होते हैं।

∴ माचिस की डिब्बी में 6 तल होते हैं।

- r त्रिज्या तथा h ऊँचाई के बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन क्रमशः हैं-

[REET (L-II)-2012]

(a) $\pi r^2 h, 2\pi r(r+h)$ (b) $2\pi r(r+h), \pi r^2 h$
 (c) $\frac{1}{3} \pi r^2 h, 2\pi r(r+h)$ (d) $\pi r(r+h), \pi r^2 h$ (b)

व्याख्या—बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(r+h)$

बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

- एक लंबवृत्तीय बेलन की ऊँचाई 24 सेमी तथा अर्धगोले की त्रिज्या 4 सेमी है। यदि लंबवृत्तीय बेलन व अर्द्धगोले का आयतन समान हो, तो लंबवृत्तीय बेलन की त्रिज्या होगी-

[HM (P-II)-2011]

(a) $\frac{4}{3}\sqrt{2}$ सेमी.	(b) $\frac{4}{3}$ सेमी.
(c) $\frac{2}{3}$ सेमी.	(d) $\frac{2}{3}\sqrt{2}$ सेमी.

व्याख्या—बेलन की ऊँचाई = 24 cm

अर्द्धगोले की त्रिज्या = 4 cm

बेलन का आयतन = अर्द्धगोले का आयतन

$$\Rightarrow \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$\Rightarrow r^2 \times 24 = \frac{2}{3} \times 4 \times 4 \times 4$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{2 \times 4 \times 4 \times 4}{3 \times 24}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{4 \times 4}{3 \times 3} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \quad \text{अतः } r = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \text{लम्बवृत्तीय बेलन की त्रिज्या} = \frac{4}{3} \text{ cm}$$

[REET (L-I)-2012]

■ साधारणतया एक किताब एक ठोस आकृति है, जिसका नाम है-

[REET (L-II)-2011]

(a) समांतर चतुर्भुज (b) घन
 (c) आयत (d) घनाभ (d)

व्याख्या—एक किताब एक घनाभ की आकृति की होती है।

- राम एक ठोस घन बनाना चाहता है, जिसकी भुजा 15 सेमी हो। इसके लिए 5 सेमी भुजा वाले कितने घनाकार टुकड़ों की आवश्यकता होगी? [REET (L-II)-2011]

(a) 9 (b) 18 (c) 27 (d) 30 (c)

व्याख्या—घन का आयतन = (भुजा)³

$$\text{घनों की संख्या} = \frac{\text{बड़े घन का आयतन}}{\text{छोटे घन का आयतन}} = \frac{(15)^3}{(5)^3}$$

$$\Rightarrow \frac{15 \times 15 \times 15}{5 \times 5 \times 5} = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

- एक समकोणीय वृत्तीय बेलन का आयतन एवं वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल है-

[REET (L-II)-2011]
 (a) $2\pi rh, \pi r^2 h$ (b) $\pi r^2 h, 2\pi rh$
 (c) $\frac{1}{3} \pi r^2 h, 2\pi rh$ (d) $\pi r^2 h, \pi rh$ (b)

व्याख्या—बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$

- एक टंकी में 400 लीटर पानी है। इनमें से 12 लीटर 500 मिलीलीटर पानी काम में लेने के बाद शेष पानी को समान क्षमता के 25 डिब्बों में भरा जाये, तो प्रत्येक डिब्बे की क्षमता है-

[REET (L-I)-2011]
 (a) 12 ली 500 मिली (b) 13 ली 500 मिली
 (c) 15 ली 500 मिली (d) 14 ली 500 मिली (c)

व्याख्या—टंकी में कुल पानी = 400 लीटर = 400000 ml

काम में लिया गया पानी = 12 ली. 500 मिली

$$= 12000 + 500 = 12500 \text{ ml}$$

$$\text{शेष पानी} = 400000 - 12500 = 387500 \text{ ml}$$

अब शेष पानी को 25 डिब्बों में भरा जाता है।

$$\text{प्रत्येक डिब्बे में पानी की मात्रा} = \frac{387500}{25} = 15500 \text{ ml}$$

$$= 15500 \text{ ml} \text{ अर्थात् } 15 \text{ लीटर } 500 \text{ मिलीलीटर}$$