哈爾濱工業大學

第 7 章　三 相 电 路

主讲教师　齐超

提要 本章重点介绍三相电路的星形和三角形联接方式，对称三相电路中相电压与线电压、相电流与线电流的关系，对称三相电路的计算和三相电路的功率。

本章目次

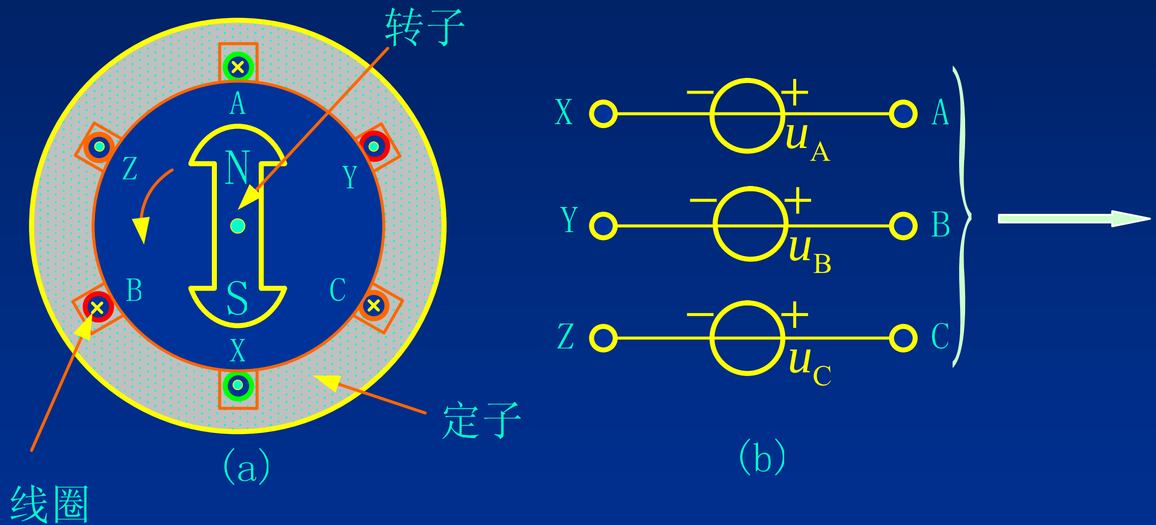
7.1 三相制和多相制

基本要求：掌握三相电源每相间的关系和相序的确定。

- **1.** 对称的三相电压源

1.1三相电源的产生

三相电源通常由三个单相交变电压源组成，如图**7.1**所示。



u_A、u_B、u_C 为频率相同、波形相同而变动进程不同的三个交变电压源。

图**7.1**　三相发电机原理示意图

1.2 对称三相电源

u_A、u_B、u_C频率相同，波形和振幅相等，相位彼此相差$kT/3$为对称三相电压，即

$$\left.\begin{aligned}u_A&=U_m\cos(\omega t+\psi)\\u_B&=U_m\cos[\omega(t-\frac{kT}{3})+\psi]=U_m\cos(\omega t+\psi-\frac{2k\pi}{3})\\u_C&=U_m\cos[\omega(t-\frac{2kT}{3})+\psi]=U_m\cos(\omega t+\psi-\frac{4k\pi}{3})\end{aligned}\right\}\quad(7.1)$$

当$k=3$时，u_A、u_B、u_C之间的相位差为**360°**，是同相位，称为零序．

取 $k=1$，为正序**(**顺序**)**

$$\left.\begin{aligned}u_A&=U_m\cos(\omega t+\psi)\\u_B&=U_m\cos(\omega t+\psi-120^\circ)\\u_C&=U_m\cos(\omega t+\psi-240^\circ)\end{aligned}\right\}\quad(7.2a)$$

取 $k=2$， 为负序**(**逆序**)**

$$\left.\begin{aligned}u_A&=U_m\cos(\omega t+\psi)\\u_B&=U_m\cos(\omega t+\psi+120^\circ)\\u_C&=U_m\cos(\omega t+\psi+240^\circ)\end{aligned}\right\}\quad(7.2b)$$

波形如图 **7.2 a**

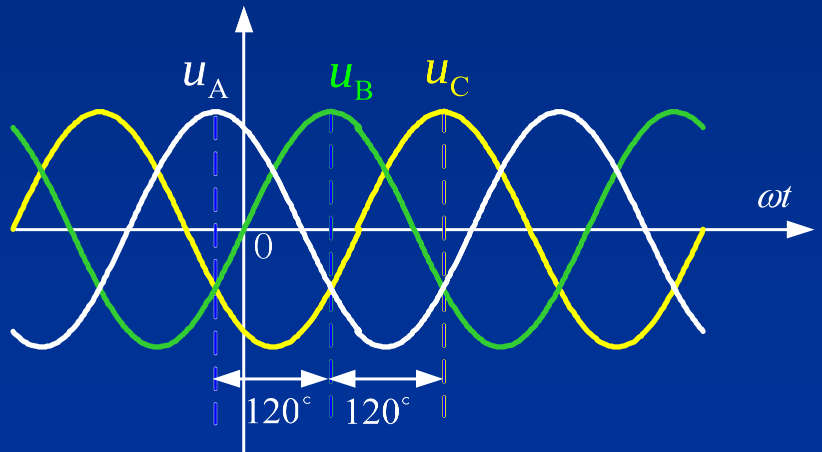


图**7.2a** 对称正弦三相电压正序波形图

波形如图 **7.2 b**

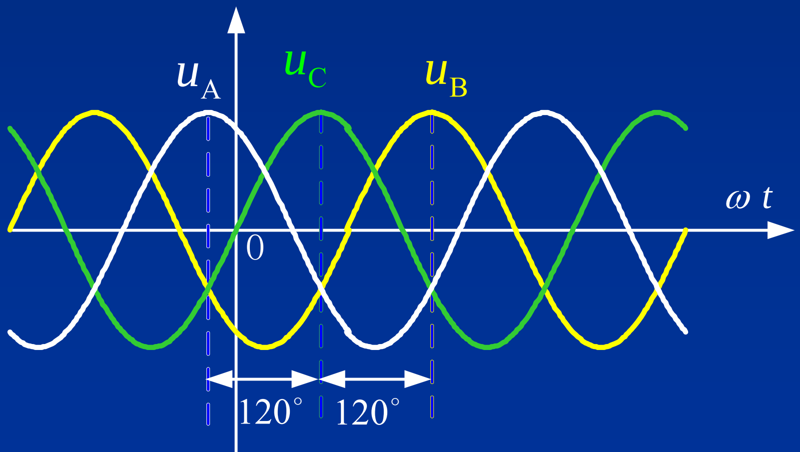


图**7.2b** 对称正弦三相电压负序波形图

取 $k=1$，则为正序（顺序）

$$\left.\begin{aligned} u_A &= U_m\cos(\omega t+\psi) \\ u_B &= U_m\cos(\omega t+\psi-120^\circ) \\ u_C &= U_m\cos(\omega t+\psi-240^\circ) \end{aligned}\right\} \quad (7.2a)$$

正序相量表示为

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_A &= U\angle\psi \\ \dot{U}_B &= U\angle(\psi-120^\circ) \\ \dot{U}_C &= U\angle(\psi-240^\circ) \end{aligned}\right\} \quad (7.3a)$$

对称三相电压正序相量图如图 **7.3a** 所示。

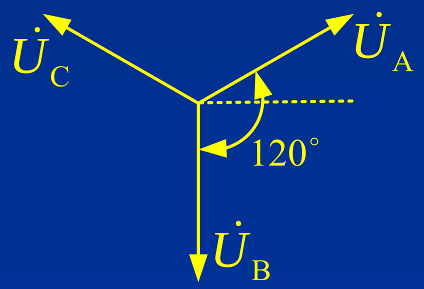


图**7.3 a**　正序相量图

取 $k=2$，则为负序（逆序）

$$\left.\begin{aligned} u_A &= U_m\cos(\omega t+\psi) \\ u_B &= U_m\cos(\omega t+\psi+120^\circ) \\ u_C &= U_m\cos(\omega t+\psi+240^\circ) \end{aligned}\right\} \quad (7.2b)$$

负序相量表示为

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_A &= U\angle\psi \\ \dot{U}_B &= U\angle(\psi+120^\circ) \\ \dot{U}_C &= U\angle(\psi+240^\circ) \end{aligned}\right\} \quad (7.3b)$$

对称三相电压负序相量图如图 **7.3b** 所示。

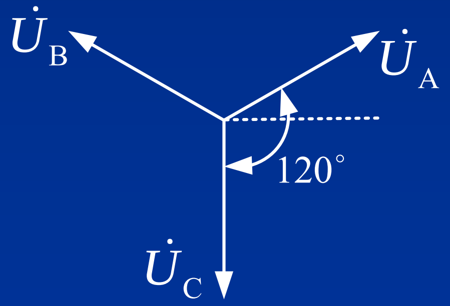


图**7.3 b**　负序相量图

• **2.三相负载**

三相负载通常由三个单相负载组成，如下图所示。

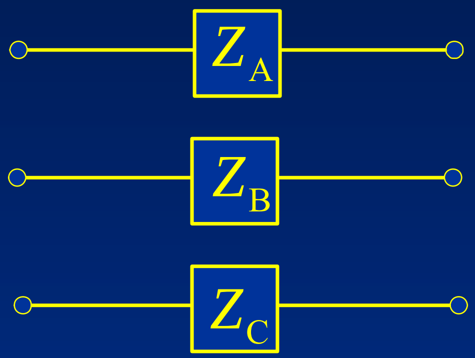


图　三相负载

在三相制中，若各相的参数都相同，即三相阻抗的大小和相位均相等，**Z_A =Z_B =Z_C =Z**，则称为对称三相负载。

[补充7. 1] 确定下列电源相序。

$$u_A = 200\cos(\omega t + 10^\circ)\text{V}$$

$$u_B = 200\cos(\omega t - 230^\circ)\text{V}$$

$$u_C = 200\cos(\omega t - 110^\circ)\text{V}$$

[解] 由已知u_A超前u_C于120^o, u_C超前u_B于120^o.

所以三相电源相位的次序**ACB**为**负序**。 相量如图

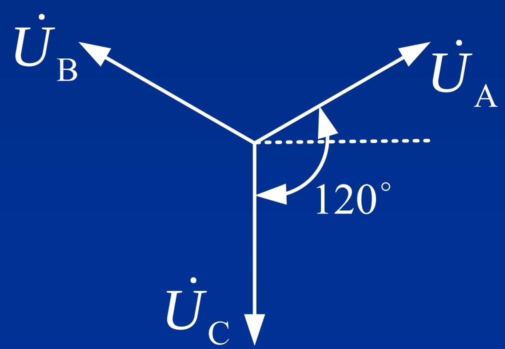


图　负序相量图

[补充7. 2] 已知$\dot{U}_b = 110\angle 30^\circ$ V，对称三相电源相序为正序，试确定 u_a、u_c 的相量。

[解] 因为三相电源相序为正序，且

$$\dot{U}_b = 110\angle 30^\circ$$

所以有

$$\dot{U}_a = 110\angle(30^\circ + 120^\circ) = 110\angle 150^\circ$$

$$\dot{U}_c = 110\angle(30^\circ - 120^\circ) = 110\angle -90^\circ$$

- **3.** 多相系统

图7.4 为一个单相两线系统

图7. 5 为一个单相三线系统

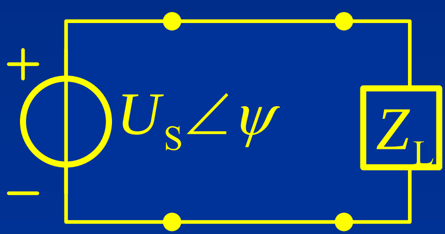


图7. 4 单相两线系统

两个大小相等，
相位相同的电源

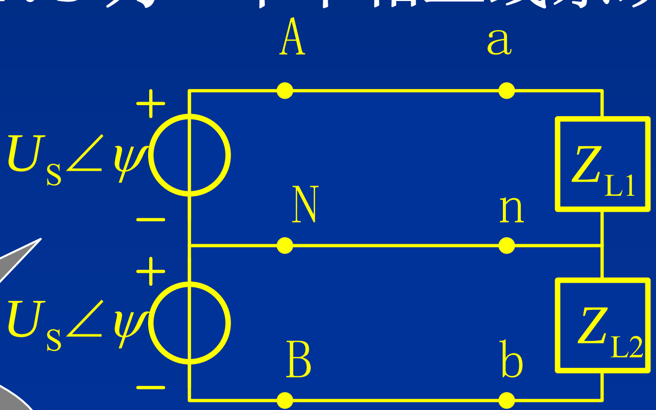


图7.5 单相三线系统

多相制：在电路或系统中，交流电源工作在相同的频率不同的相位下称为多相电源。有多相电源供电的体系称为多相制。

图7.6是一个两相三线系统

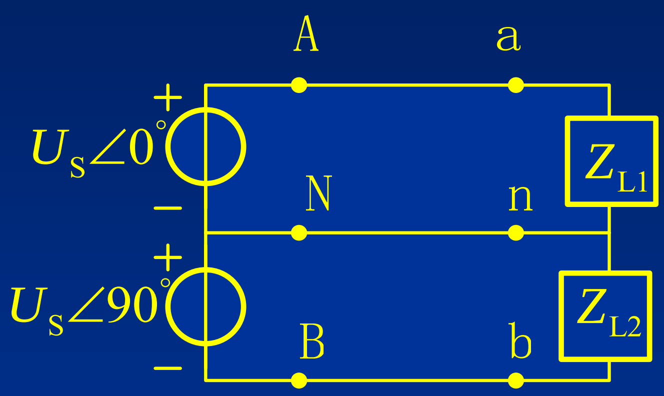


图7.6 两相三线系统

图7.7是一个三相四线系统

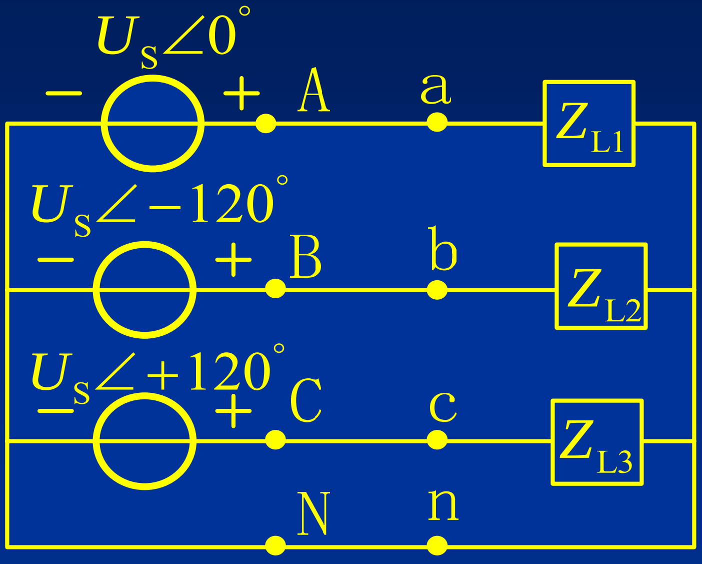


图7.7 三相四线系统

由于对称三相系统瞬时功率是恒定而不是脉动的，使功率传递平稳，减少三相电机振动；对于相同的功率，三相系统比单相系统所需的导线数量少而经济。本章主要讨论三相系统。

7.2 星形接法和三角形接法

基本要求：熟练掌握星形和角形联结电压、电流相值与线值的关系及相量图.

1. 三相电源的联结 (Y和Δ）如图7.8所示。

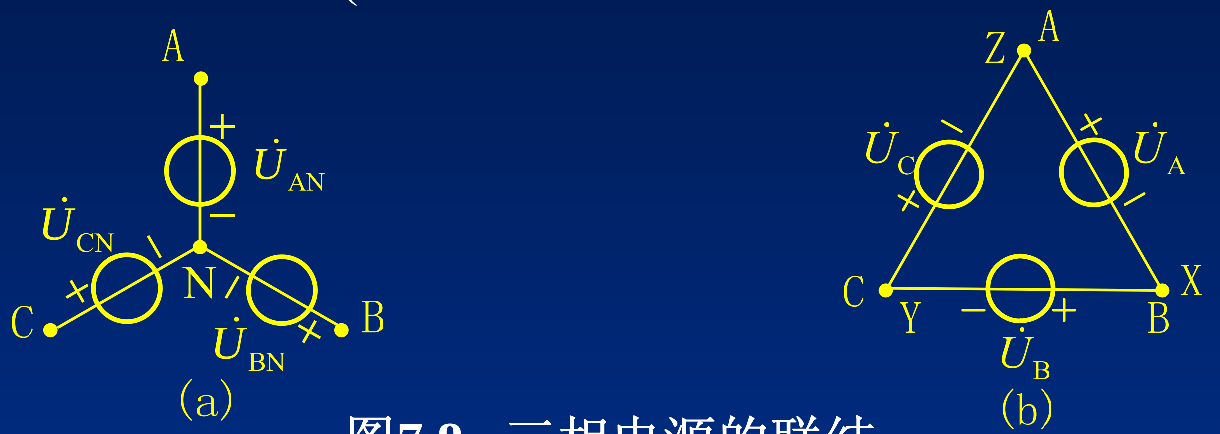


图7.8 三相电源的联结

2. 三相负载的联结 (Y和Δ）如图7.9所示。

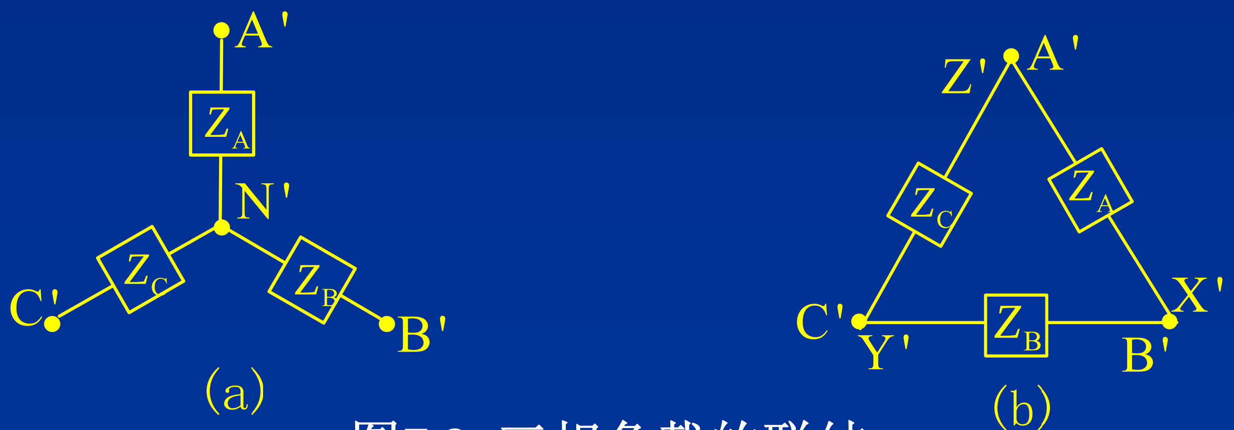


图7.9 三相负载的联结

3. 三相电路的联结

有四种方式　$Y-Y$,　　$Y-\Delta$,　　$\Delta-Y$,　　$\Delta-\Delta$

Y-Y接法　三相四线制如图 **7.10**所示。

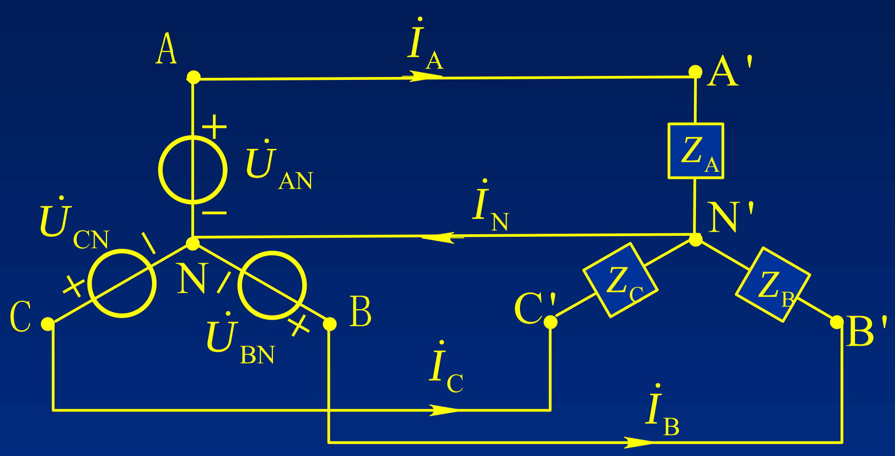


图**7.10**　三相四线制联结

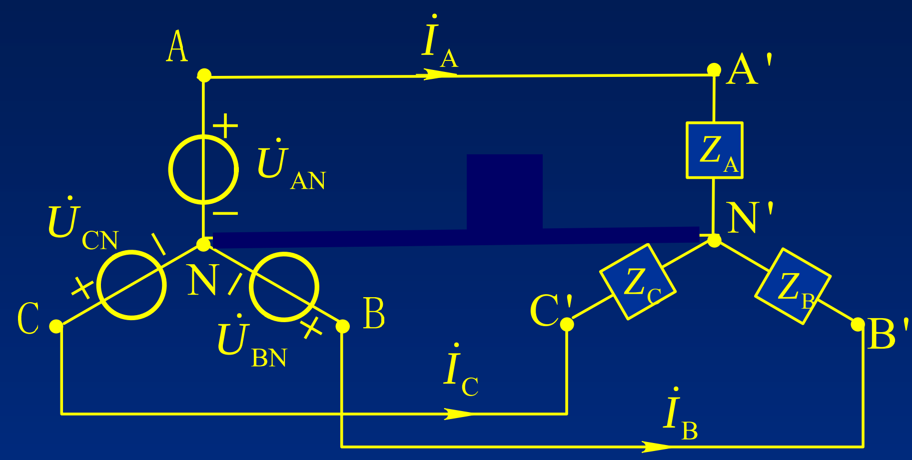


图**7.11**　三相三线制联结

AA'、BB'、$CC' \rightarrow$ 端线(火线)，　$NN' \rightarrow$ 中线(零线)。

每相电源、负载的电压、电流——相电压、相电流，如 $\dot{U}_{AN}$, $\dot{I}_{A'N'}$

端线之间电压——线电压。如$\dot{U}_{AB}$、$\dot{U}_{BC}$、$\dot{U}_{CA}$

端线中的电流——线电流。如$\dot{I}_{A}$、$\dot{I}_{B}$、$\dot{I}_{C}$

对称三相四线制电路任意瞬间　$i_A + i_B + i_C = 0$ ，故可改为三相三线制，如图**7.11** 所示　。

4.三相电路中电流和电压的关系

4.1　Y-Y 联结

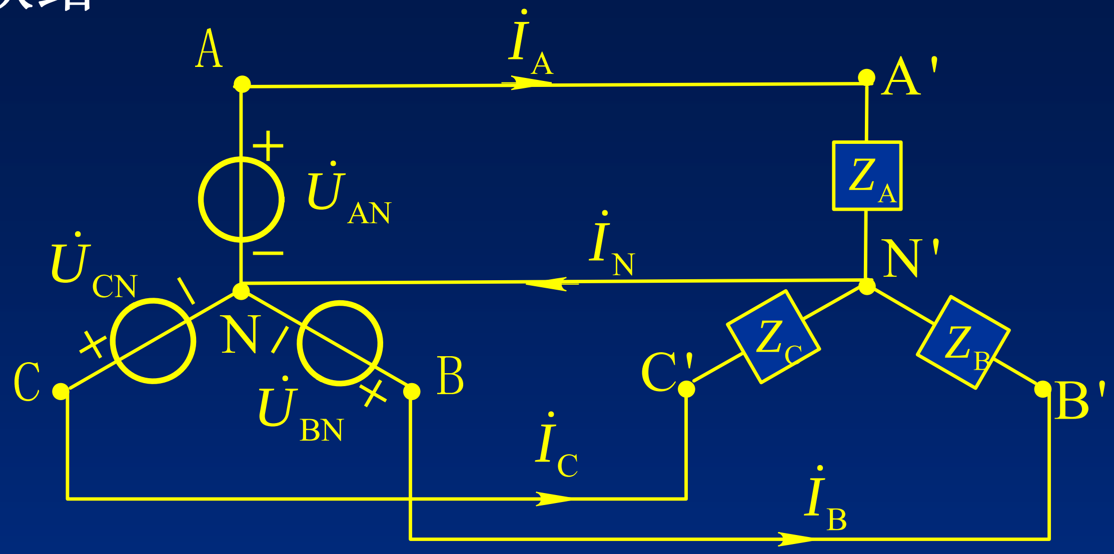


图**7.12 a**　三相四线制联结

无论是电源端还是负载端、有无中线，其相电流均等于相应线电流。即

$$I_l = I_P$$

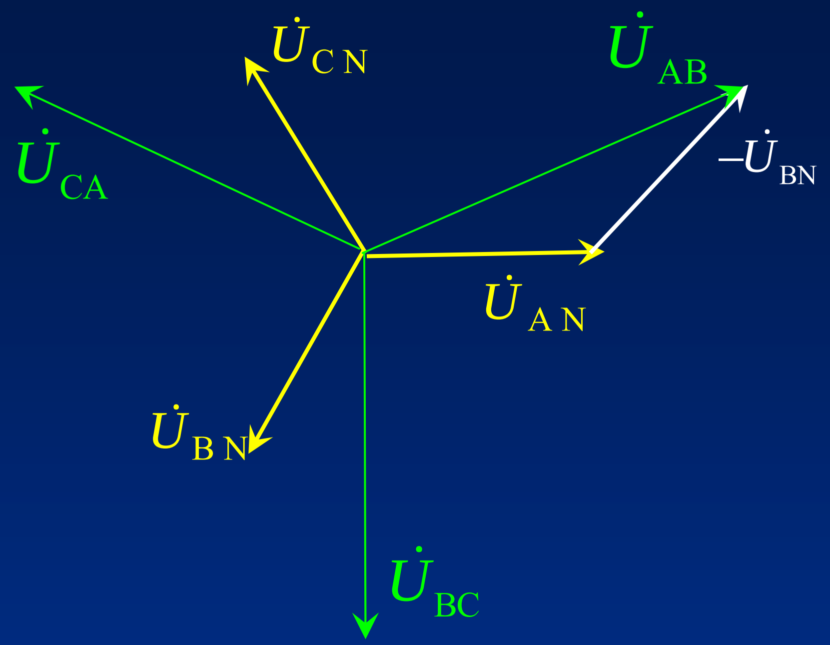
相电压与线电压间的关系如下

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{BN}$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{CN}$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{AN}$$

对称电压相量图如7.12b所示。



$$\dot U_{AB}=\dot U_{AN}-\dot U_{BN}$$
$$\dot U_{BC}=\dot U_{BN}-\dot U_{CN}$$
$$\dot U_{CA}=\dot U_{CN}-\dot U_{AN}$$

图7.12 b 对称星形联结相量图

图中相量关系

$$\left.\begin{aligned}\dot U_{AB}&=\sqrt{3}\dot U_{AN}\angle 30^\circ\\ \dot U_{BC}&=\sqrt{3}\dot U_{BN}\angle 30^\circ\\ \dot U_{CA}&=\sqrt{3}\dot U_{CN}\angle 30^\circ\end{aligned}\right\}\qquad(7.6)$$

在对称星形三相电路中，线电压 U_l 等于相电压 U_p 的 $\sqrt{3}$ 倍

即 $U_l=\sqrt{3}U_P$ 在相位上线电压越前于先行相电压 30°

4.2 Δ – Δ 联结

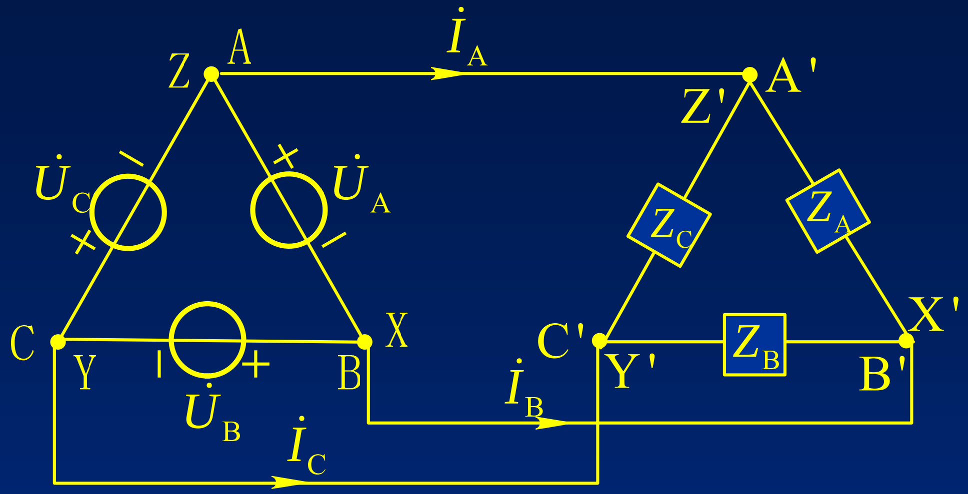


图7.13a　电源和负载均为三角形

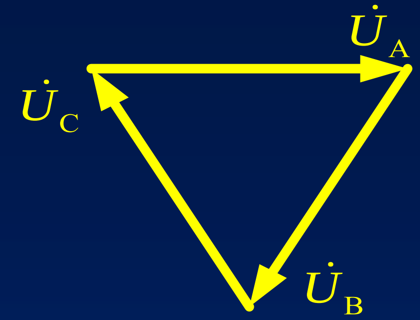


图7.13 b

电源回路电压 $\dot U = \dot U_A + \dot U_B + \dot U_C$

电源对称时

$$\dot U = \dot U_A (1 + \angle -120^\circ + \angle -240^\circ) = 0$$

相量如图 7.13(b)所示。

相应的相量图如图7.13(c)所示。

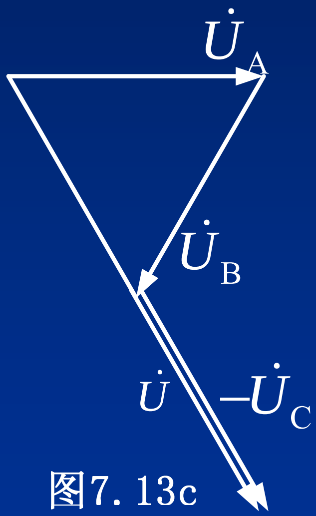


图7. 13c

故只有对称三相电源才可以接成三角形。且每一相不能反接。假如 C 相反接，则三相总电压为

$$\dot U = \dot U_A + \dot U_B - \dot U_C = -2\dot U_C$$

一般三相电源的内阻抗很小, 在电压　　作用下将产生很大电流, 危险!

对于三角形联结

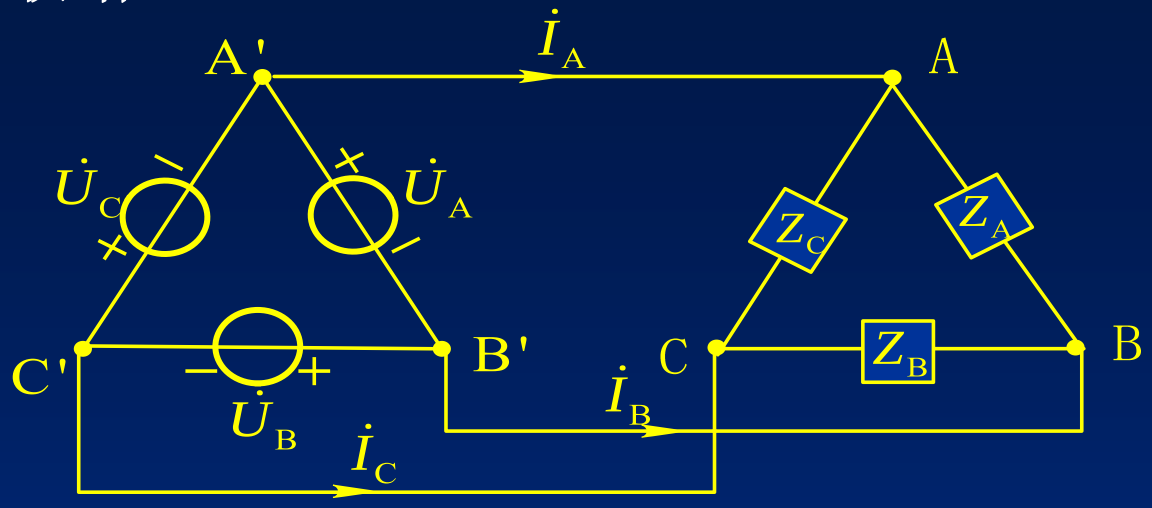


图**7.13a** 电源和负载均为三角形

对称角形联结中无论是电源端还是负载端，其线电压与相电压相等，即

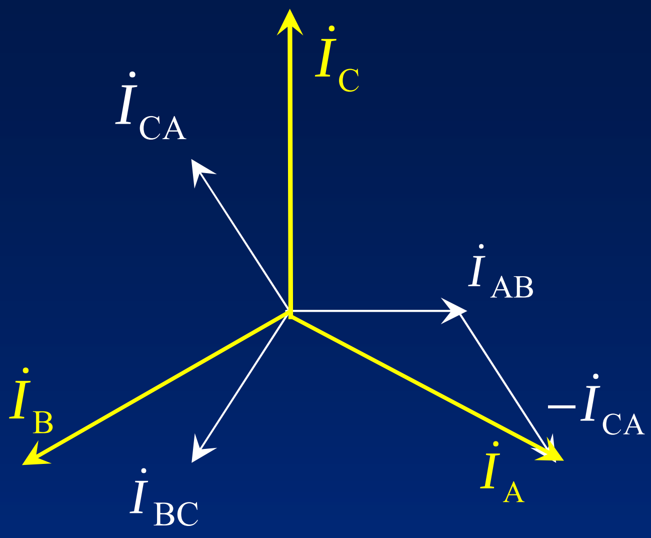
$$U_l = U_P$$

$\dot I_{AB}$、$\dot I_{BC}$、$\dot I_{CA} \rightarrow$ 相电流；$\dot I_A$、$\dot I_B$、$\dot I_C \rightarrow$ 线电流

相电流与线电流关系由**KCL**得

$$\left.\begin{aligned} \dot I_A &= \dot I_{AB} - \dot I_{CA} \\ \dot I_B &= \dot I_{BC} - \dot I_{AB} \\ \dot I_C &= \dot I_{CA} - \dot I_{BC} \end{aligned}\right\} \quad (7.10)$$

对称时电流向量图如下



$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}\end{aligned}\right\} \quad (7.10)$$

图中相量关系

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_A &= \sqrt{3}\dot{I}_{AB}\angle -30^\circ \\ \dot{I}_B &= \sqrt{3}\dot{I}_{BC}\angle -30^\circ \\ \dot{I}_C &= \sqrt{3}\dot{I}_{CA}\angle -30^\circ\end{aligned}\right\} \quad (7.11)$$

在对称三角形电路中，线电流 I_l 等于相电流 I_p的$\sqrt{3}$ 倍

$$I_l = \sqrt{3} I_p$$

在相位上线电流滞后于相应后续相电流30°。

Y－Δ 接法

如图 7.14所示

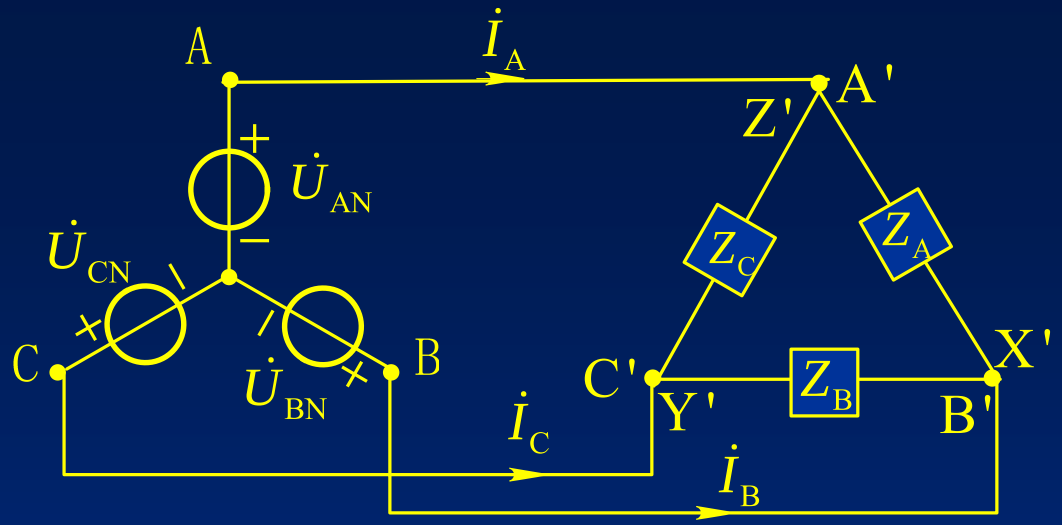


图7.14

Δ－Y 接法

如图 7.15所示

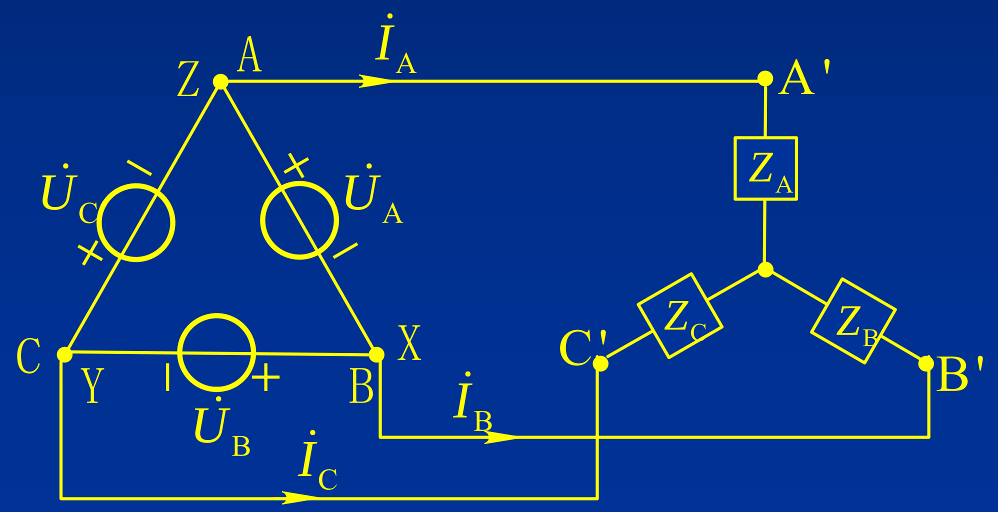
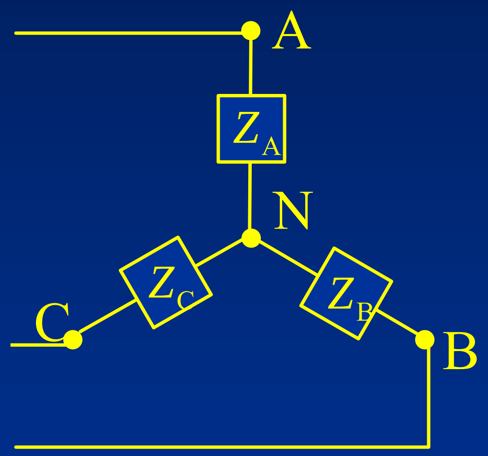


图7.15

[补充7.3]某对称星形负载与对称三相电源相联接，已知线电流 $\dot{I}_A = 5\angle 10^\circ\ \mathrm{A}$ 线电压 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 75^\circ\ \mathrm{V}$，试求此负载每相阻抗。

[解] 因为负载对称星形连接



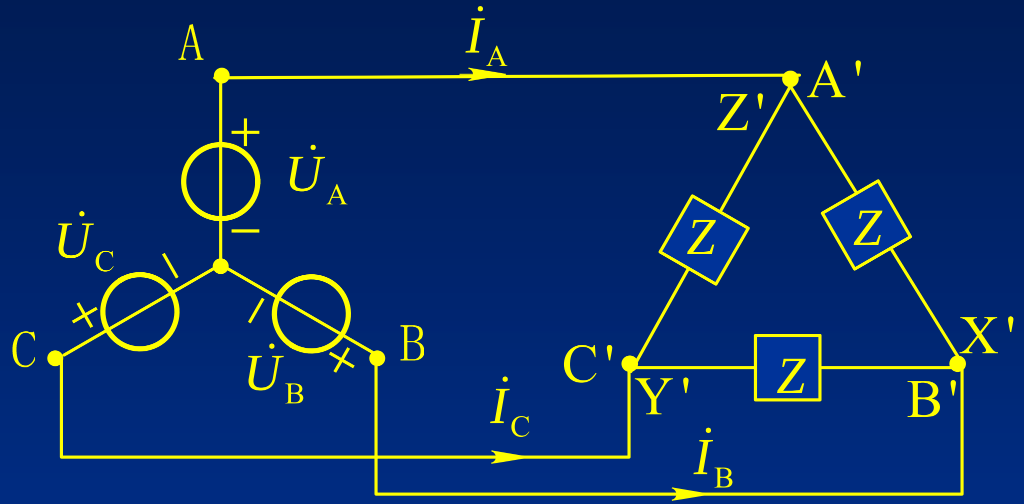
$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_{AN}\angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{AN} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\sqrt{3}\angle 30^\circ} = 220\angle 45^\circ\ \mathrm{V}$$

$$Z = \frac{\dot{U}_{AN}}{\dot{I}_A} = \frac{220\angle 45^\circ}{5\angle 10^\circ} = 44\angle 35^\circ\ \Omega$$

例题 7.1

下图所示对称三相电路已知 $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{V}$，负载阻抗 $Z = (3 + j4)\Omega$ 。求负载每相电压、电流及线电流的相量值。



解

由星形联接相电压与线电压的关系得

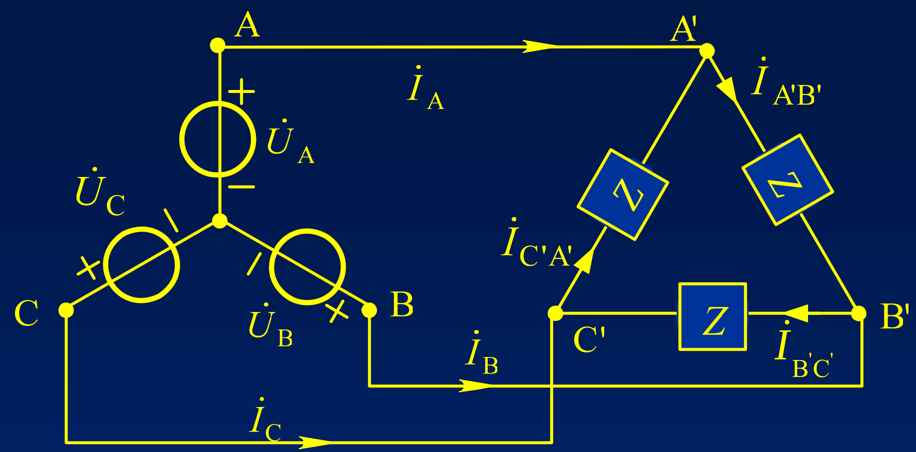
$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{A'B'} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = \sqrt{3}\dot{U}_A\angle 30^\circ \approx 380\angle 30^\circ \text{V}$$

由对称性得其它线电压

$$\dot{U}_{B'C'} = 380\angle(30^\circ - 120^\circ)\text{V} = 380\angle -90^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{C'A'} = 380\angle(30^\circ + 120^\circ)\text{V} = 380\angle 150^\circ \text{V}$$

根据欧姆定律求得负载相电流



$$\dot{I}_{A'B'} = \frac{\dot{U}_{A'B'}}{Z} \approx 76.2\angle -23.13^\circ \text{ A}$$

由对称性得其它相电流

$$\dot{I}_{B'C'} = 76.2\angle(-23.13^\circ - 120^\circ)\text{A} \approx 76.2\angle -143.13^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{C'A'} = 76.2\angle(-23.13^\circ + 120^\circ)\text{A} \approx 76.2\angle 96.87^\circ \text{ A}$$

由三角形联结线电流与相电流的关系得

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A'B'} - \dot{I}_{C'A'} = \sqrt{3}\dot{I}_{A'B'}\angle -30^\circ \approx 131.64\angle(-23.13^\circ - 30^\circ)\text{A} = 131.64\angle -53.13^\circ \text{ A}$$

由对称性求得其它线电流

$$\dot{I}_B = 131.64\angle(-53.13^\circ \text{-} 120^\circ)\text{A} = 131.64\angle -173.13^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = 131.64\angle(-53.13^\circ + 120^\circ)\text{A} = 131.64\angle 67.87^\circ \text{ A}$$

[补充7.4]

1. 在一个Y-Y联结系统中，220V的线电压所对应的相电压是
（a）381V (b)311V (c)220V (d)156V (e)127V

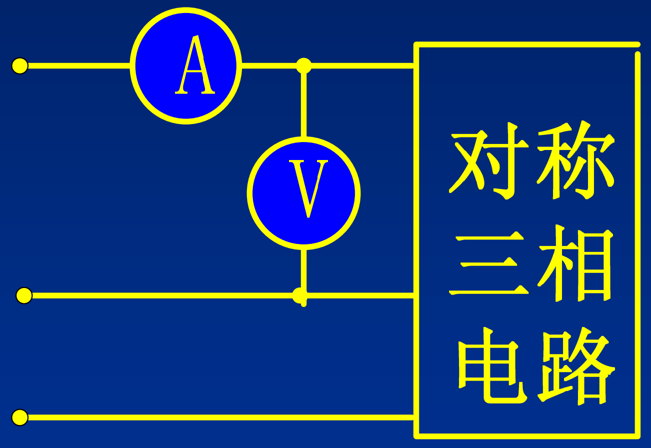
2. 在一个△-△联结系统中，100V的相电压所对应的线电压是
(a)58V (b)71V (c)100V (d)173V (e)141V

3. 在一个正序供电系统中，一个Y形联结负载的线电压滞后其相应的相电压30^o。
(a) 对 (b)错 (c) 题意不明确

[补充7.5]图中电压表和电流表显示为380V和10A。

1. 若三相电路为Y形， 求 U_P 和 I_P 。

2. 若三相电路为△形，求 U_p 和 I_P 。



［解］Y 接法

$$U_l = \sqrt{3}U_p, \qquad U_p = 380/\sqrt{3} = 220\text{V}$$

$$I_l = I_p, \qquad I_p = I_l = 10\text{A}$$

Δ 接法

$$U_l = U_p, \qquad U_P = U_l = 380\text{V}$$

$$I_l = \sqrt{3}I_P, \qquad I_P = 10/\sqrt{3} = 5.77\text{A}$$

基本要求：熟练掌握对称三相电路的单相计算方法。

本节针对对称三相电路特点探讨简便计算方法，电路如图7.16

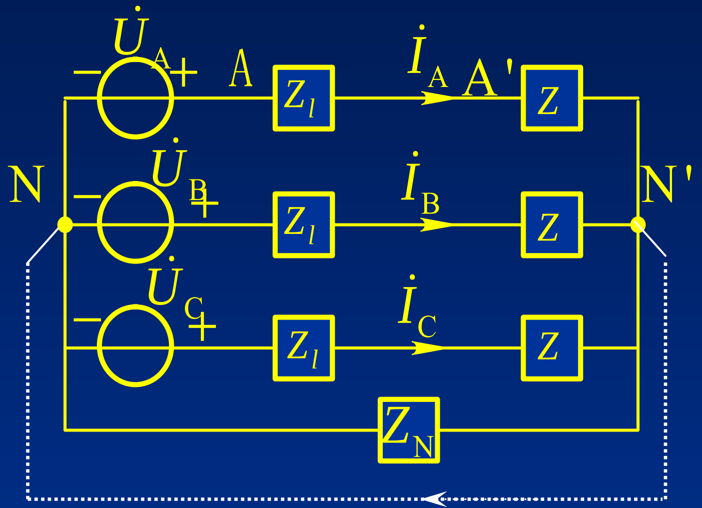


图 7.16

即对称星形联结中，无论中线阻抗为何值，在对称三相电路中各中性点间的电压恒为零，此时中线电流为零。

因为 $\dot{U}_{N'N}=0$ 可用一阻抗为零的中线把各中性点直接联接起来。

对 NAA'N' 回路列KVL方程得

$$(Z_l+Z)\dot{I}_A=\dot{U}_A$$

对N'点列节点电压方程

$$\left(\frac{3}{Z_l+Z}+\frac{1}{Z_N}\right)\dot{U}_{N'N}=\frac{\dot{U}_A+\dot{U}_B+\dot{U}_C}{Z_l+Z}$$

三相电源对称

$$\dot{U}_A+\dot{U}_B+\dot{U}_C=0$$

故 $\dot{U}_{N'N}=0$

综上所述：对于对称星形三相电路，可以取出一相，按单相电路来计算。其它相(线)电压、电流再根据“线”与“相”的关系求出。

单相计算法

对于比较复杂的对称三相正弦电流电路，化为单相电路进行计算。其步骤为：

(1)把各三角形联结的电源和负载都等效为星形联结；

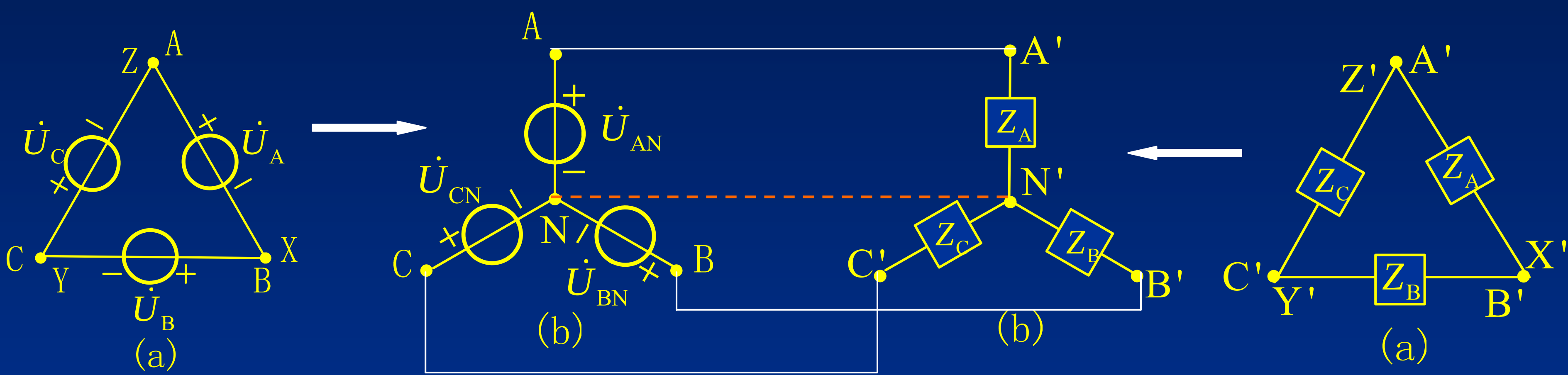
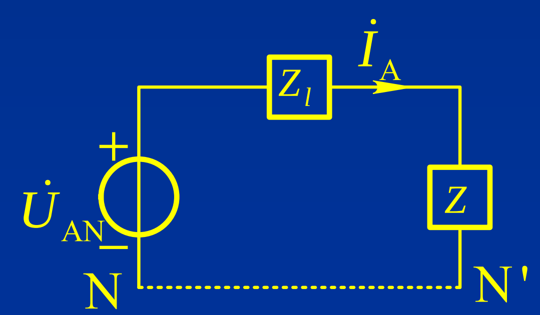


图7.17　三相电源的等效

图7.18　三相负载的等效

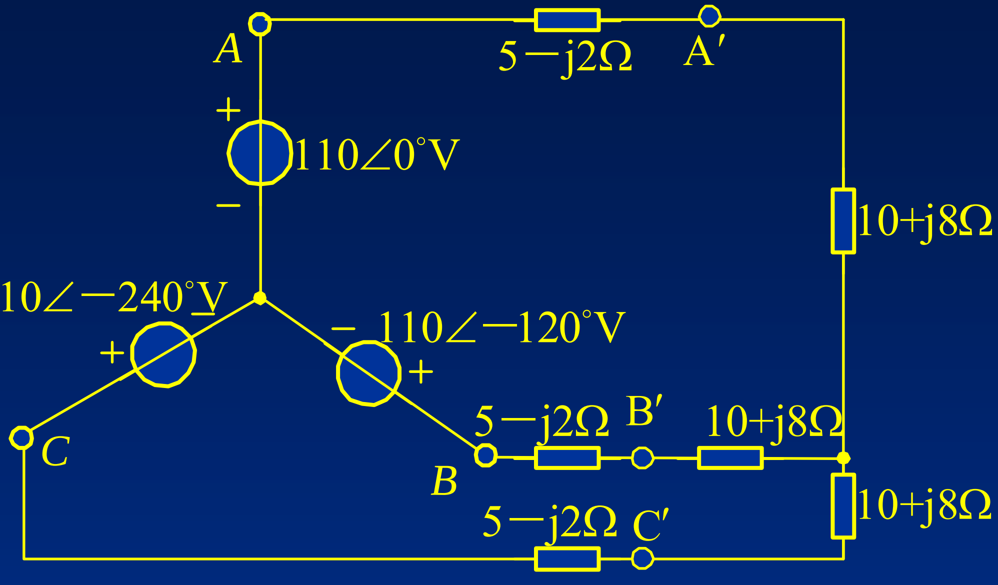
(2) 画一条无阻抗的假想中线把电源和负载的中性点联结起来，原有中线上的阻抗均被假想中线短路；

(3) 取出一相进行计算；

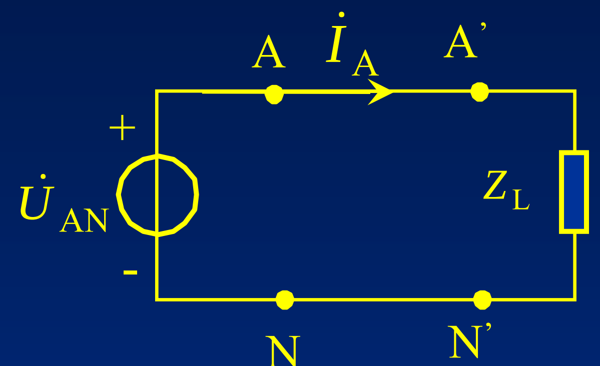


(4) 根据对称关系推算其它相(线)电压、电流。

[补充7.6] 计算下图所示三相电路中的线电流



图题 7. 6



图题7.5 b

[解] 图为对称的三相电路,故可以取出一相按单相电路来计算,如图（b）所示。

$$Z_L=(5-j2)+(10+j8)=15+j6=16.155\angle 21.8^\circ\Omega$$

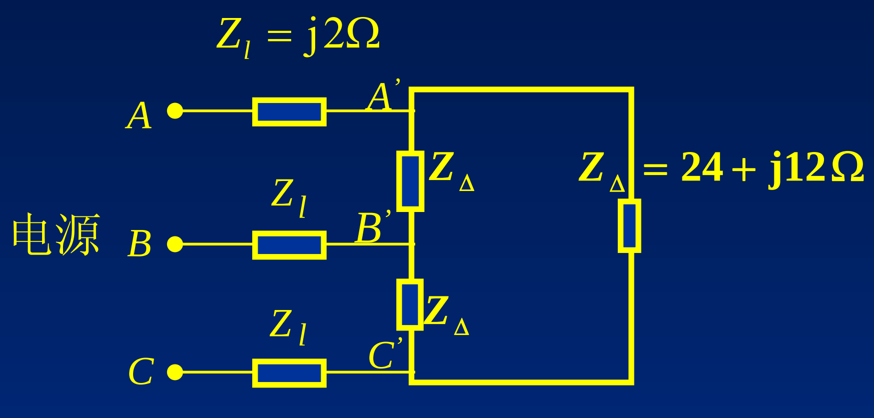
$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_{AN}}{Z_L}=\frac{110\angle 0^\circ}{16.155\angle 21.8^\circ}=6.81\angle -21.8^\circ \text{A}$$

据相序关系得出

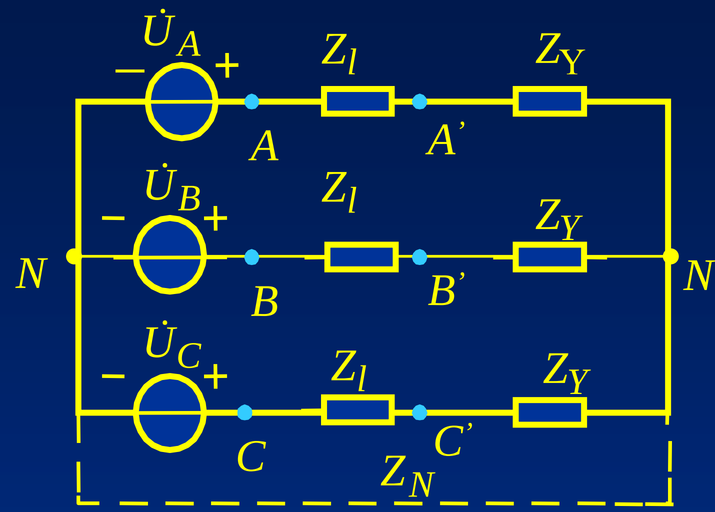
$$\dot{I}_B=\dot{I}_A\angle -120^\circ=6.81\angle -141.8^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_C=\dot{I}_A\angle -240^\circ=6.81\angle -261.8^\circ=6.81\angle 98.2^\circ \text{A}$$

[补充7.7] 如图（a）已知对称电源线电压为380V ，求负载的相电压和相电流有效值。



(a)



(b)

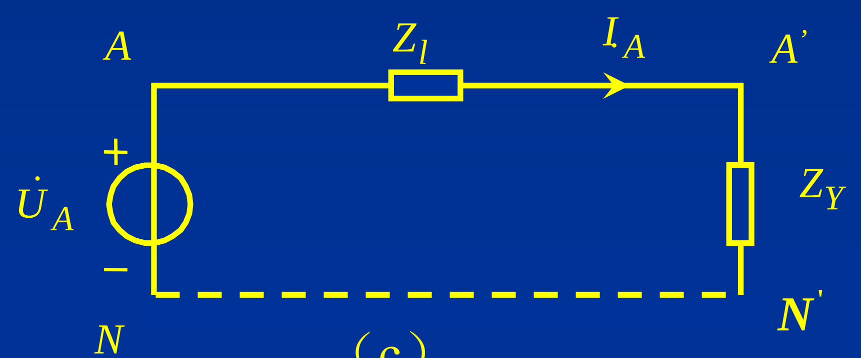
[解] (1)将电源和负载均用等效星形电路表示，如图 (b)

$$Z_Y = \frac{1}{3} Z_\Delta = (8 + j4)\,\Omega$$

取 $\dot{U}_A$ 为参考相量

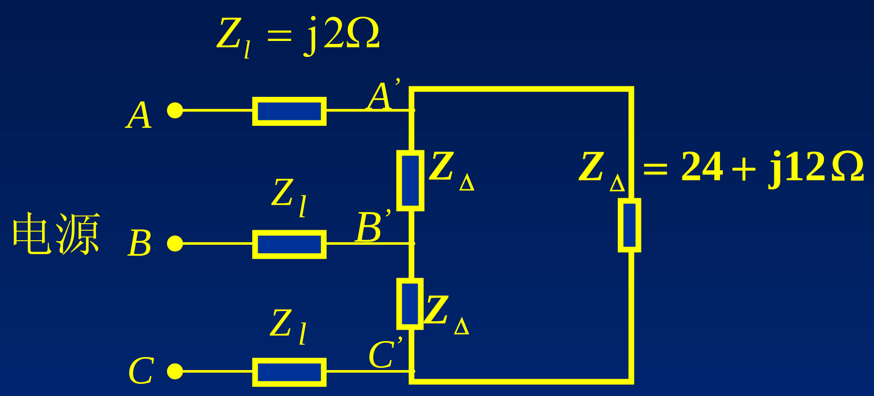
（2）作辅助中线，联接各中性点

（3）取出A相计算如图（c）

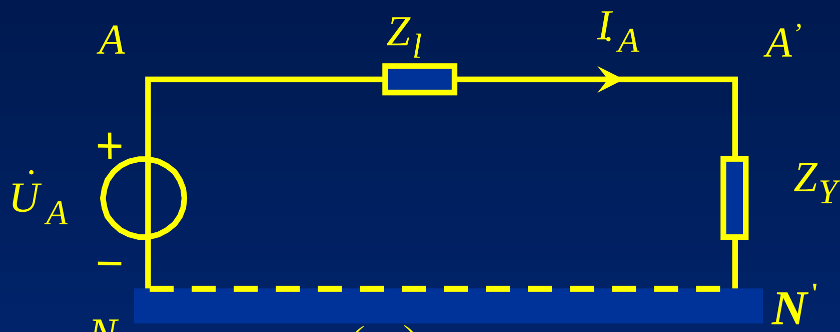


（c）

[补充7.7] 如图（a）已知对称电源线电压为380V ，求负载的相电压和相电流有效值。



(a)



（c）

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_l + Z_Y} = \frac{220}{8 + j6} = 22\angle -36.9^\circ \text{A}$$

$$\dot{U}_{A'N'} = Z_Y \dot{I}_A = (8 + j4) \times 22\angle -36.9^\circ \text{A}$$

$$= 196.7\angle -10.3^\circ \text{V}$$

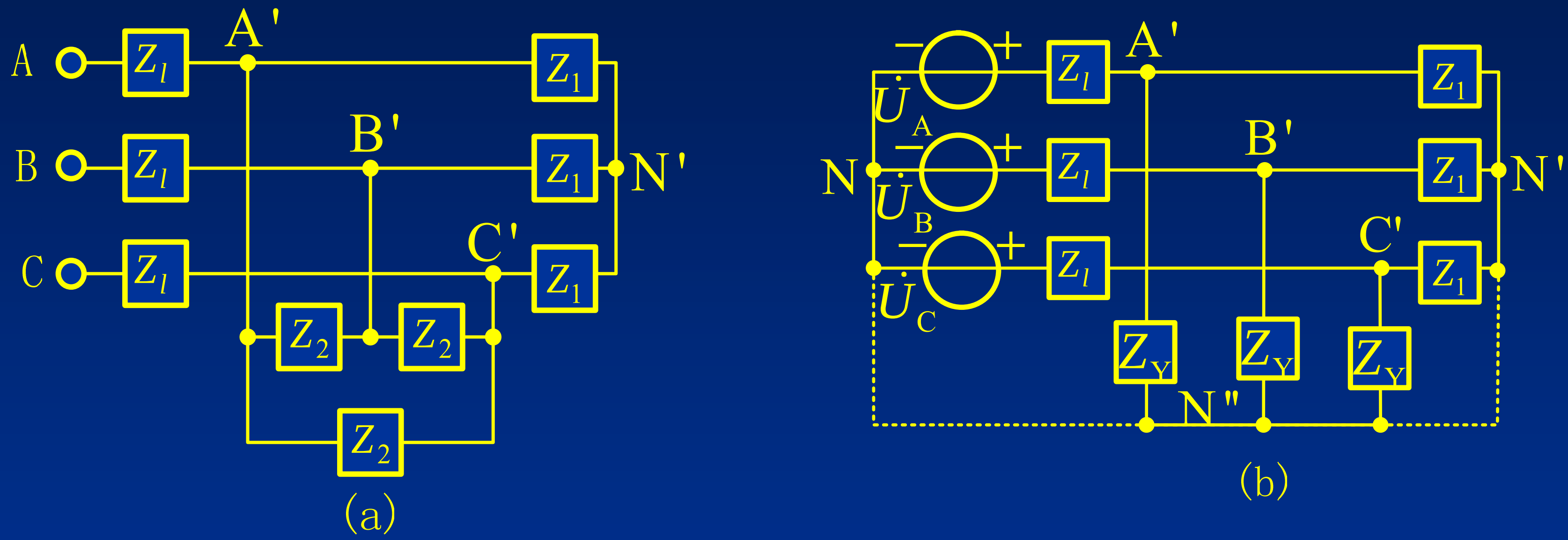
(4) 由线与相的关系求 △ 负载的相电压和相电流

$$U'_P = U'_l = \sqrt{3} U_{A'N'} = \sqrt{3} \times 1967 = 3407\text{V}$$

$$I'_p = I_l / \sqrt{3} = I_A / \sqrt{3} = 22 / \sqrt{3} = 12.7\text{A}$$

例题 7.2

对称三相电路如图(a)所示，其中 $Z_1=50\Omega$ ，$Z_2=(90+\mathrm{j}120)\Omega$, $Z_l=\mathrm{j}5\Omega$ 设电源电压 $\dot U_{AB}=380\underline{/0^\circ}\mathrm{V}$，试求负载电压和各负载的相电流。

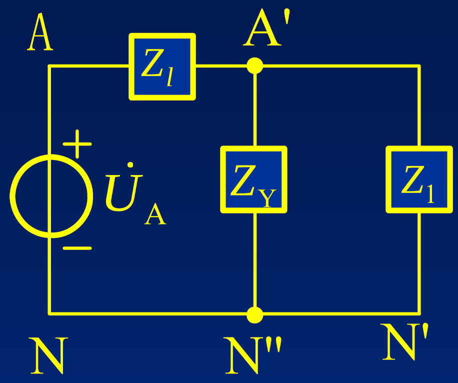


解 将已知的电源和三角形联结的负载都用等效星形联结电路等效，如图(b)所示。

图中A相的相电压和等效星形联结负载的阻抗分别为

$$\dot U_A=\frac{1}{\sqrt3}\dot U_{AB}\underline{/-30^\circ}\approx 220\underline{/-30^\circ}\mathrm{V}\ ;\ Z_Y=\frac{1}{3}Z_2=(30+\mathrm{j}40)\Omega$$

在图(b)中添上假想中线，取出A相，如图(c)所示。



(c)

根据节点电压法，可直接写出图(c)中 A' 和点 N' 之间的电压，即星形联结负载的相电压

$$\dot{U}_{A'N'}=\frac{\dot{U}_A/Z_l}{1/Z_1+1/Z_Y+1/Z_l}\approx 202\underline{/-38.4^\circ}\,\mathrm{V}$$

待求的负载电压为线电压，即

$$\dot{U}_{A'B'}=\sqrt{3}\dot{U}_{A'N'}\underline{/30^\circ}\approx 350\underline{/-8.4^\circ}\,\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_{B'C'}=350\underline{/-128.4^\circ}\,\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_{C'A'}=350\underline{/-111.6^\circ}\,\mathrm{V}$$

阻抗Z_1中的电流为星形联结负载的A相的相电流

$$\dot{I}_{A'1}=\frac{\dot{U}_{A'N'}}{Z_1}=\frac{202\underline{/-38.4^\circ}\,\mathrm{V}}{50\Omega}$$

相应

$$\dot{I}_{B'1}=4.04\underline{/-158.4^\circ}\,\mathrm{A}$$

$$\dot{I}_{C'1}=4.04\underline{/81.6^\circ}\,\mathrm{A}$$

三角形联结负载Z_2的相电流

$$\dot{I}_{A'B'2}=\frac{\dot{U}_{A'B'}}{Z_2}=\frac{350\underline{/-8.4^\circ}\,\mathrm{V}}{(90+\mathrm{j}120)\Omega}\approx 2.33\underline{/-61.5^\circ}\,\mathrm{A}$$

$$\dot{I}_{B'C'2}=2.33\underline{/-181.5^\circ}\,\mathrm{A}$$

$$\dot{I}_{C'A'2}=2.33\underline{/58.5^\circ}\,\mathrm{A}$$

7.4 不对称三相电路示例

基本要求：理解中性点位移，掌握对称三相电路中单相不对称的计算。

产生不对称的原因：

1. 当三相电路中电源电压或负载阻抗或传输线不对称时；
2. 由单相负载造成不对称；
3. 发生断路、短路等故障；
4. 特殊的不对称设备和仪器。

不对称星形负载和中性点位移

最常见的低压三相四线制系统，电源通常是对称的，负载不对称，求负载相电压。如图7.19所示。

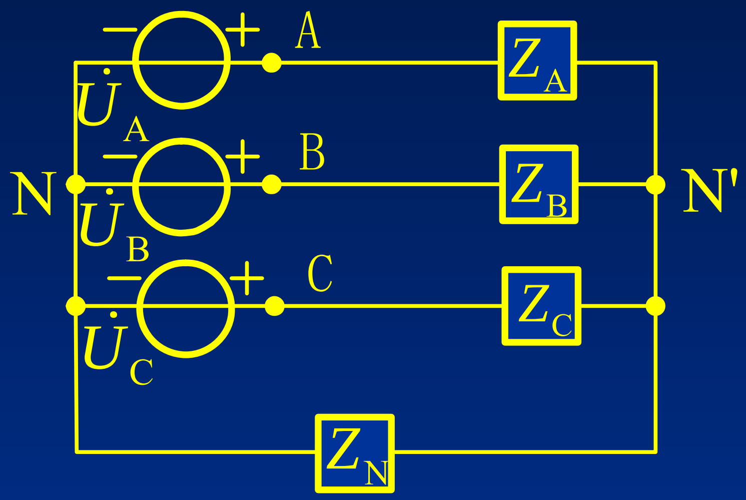


图7.19　负载阻抗不对称

列节点电压方程

$$\left(\frac{1}{Z_A}+\frac{1}{Z_B}+\frac{1}{Z_C}+\frac{1}{Z_N}\right)\dot{U}_{N'N}=\frac{\dot{U}_A}{Z_A}+\frac{\dot{U}_B}{Z_B}+\frac{\dot{U}_C}{Z_C}$$

$$\dot{U}_{N'N}=\frac{\dot{U}_A/Z_A+\dot{U}_B/Z_B+\dot{U}_C/Z_C}{1/Z_A+1/Z_B+1/Z_C+1/Z_N}\neq 0$$

由KVL定律可写出负载的各相电压为

$$\dot U_{AN'}+\dot U_{N'N}=\dot U_A,\ \dot U_{AN'}=\dot U_A-\dot U_{N'N}$$

同理 $\dot U_{BN'}=\dot U_B-\dot U_{N'N}$，$\dot U_{CN'}=\dot U_C-\dot U_{N'N}$

对称的电源电压 $\dot U_A$、$\dot U_B$、$\dot U_C$ 减去同一 $\dot U_{N'N}$， 使负载电压 $\dot U_{AN'}$、$\dot U_{BN'}$、$\dot U_{CN'}$ 不对称。

相量图如右所示

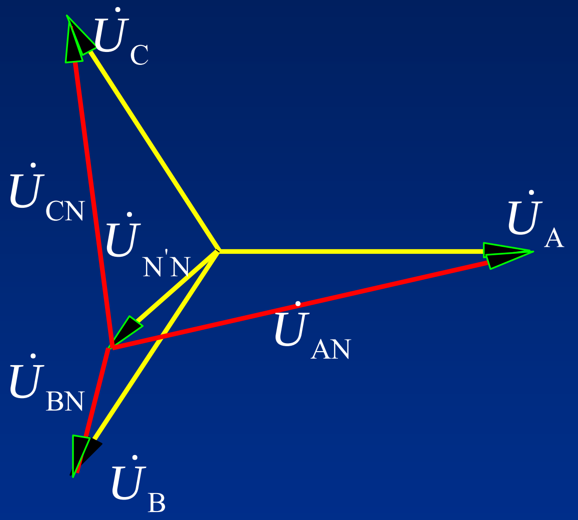


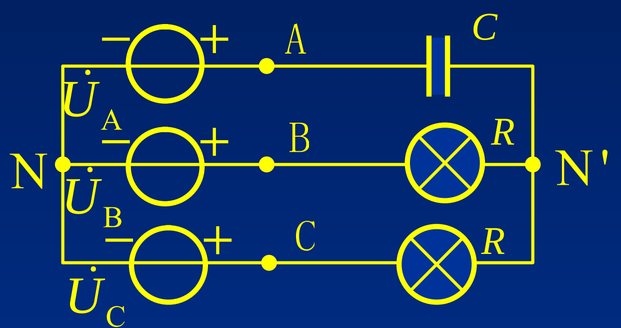
图7.20 负载中性点位移

综上所述：负载相电压不对称的程度与 $\dot U_{N'N}$ 有关， $\dot U_{N'N}\neq 0$ 使负载中性点电位不再等于电源中性点的电位，称为中性点位移。为了减少或消除负载中性点位移，应尽量减小中线阻抗 Z_N。

例题 7.3

图中由电容器和两个相同的白炽灯接成的星形电路可用于测定三相电源的相序，称为相序指示器。设 $R=1/(\omega C)$，试说明如何根据两个白炽灯亮度差异确定对称三相电源的相序。

解 设三相电源的相序如下图



计算各白炽灯上的电压，从白炽灯亮度确定三相电源相序。列节点电压方程可得

$$\dot{U}_{\mathrm{N'N}}=\frac{\mathrm{j}\omega C\dot{U}_{\mathrm{A}}+\dot{U}_{\mathrm{B}}/R+\dot{U}_{\mathrm{C}}/R}{\mathrm{j}\omega C+1/R+1/R}$$

$$=\frac{\mathrm{j}+\angle-120^{\circ}+\angle 120^{\circ}}{\mathrm{j}+1+1}\dot{U}_{\mathrm{A}}$$

$$\approx(-0.2+\mathrm{j}0.6)\dot{U}_{\mathrm{A}}$$

B相和**C**相白炽灯电压分别为

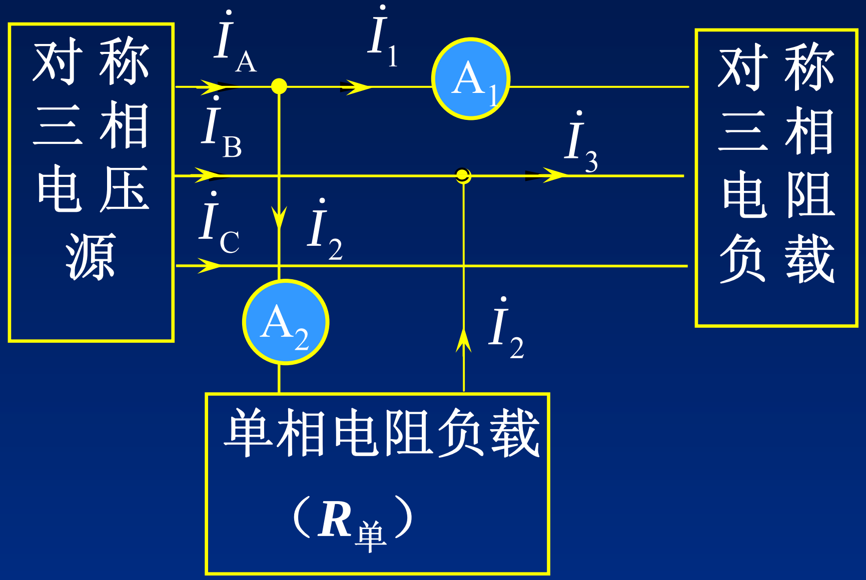
$$\dot{U}_{\mathrm{BN'}}=\dot{U}_{\mathrm{B}}-\dot{U}_{\mathrm{N'N}}\approx(1.5\underline{/-101.5^{\circ}})\dot{U}_{\mathrm{A}}$$

$$\dot{U}_{\mathrm{CN'}}=\dot{U}_{\mathrm{C}}-\dot{U}_{\mathrm{N'N}}\approx(0.4\underline{/138^{\circ}})\dot{U}_{\mathrm{A}}$$

因为 $U_{\mathrm{BN'}}=1.5U_{\mathrm{A}},U_{\mathrm{CN'}}=0.4U_{\mathrm{A}}$

所以若把接电容器的作为**A**相，则白炽灯较亮的那一相是**B**相，较暗的是**C**相。

[补充7.8]图示电路电流表的读数均为2A，求电流 I_A、I_B和 I_C。



[解] $\dot{I}_1 = 2\angle 0° \text{A}$

则 $\dot{I}_2 = \dfrac{\dot{U}_{AB}}{R_{单}} = 2\angle 30° \text{A}$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (2 + \sqrt{3} + \text{j})\text{A}$$

$$I_A = 3.61\text{A}$$

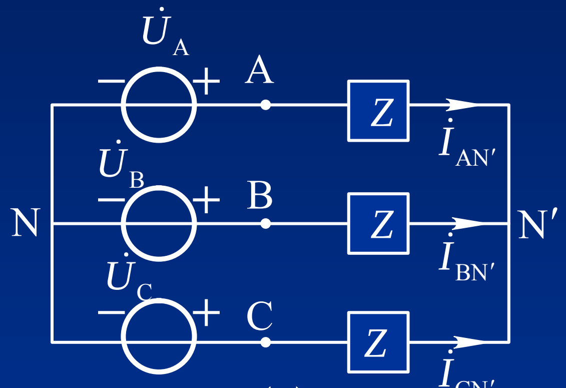
$$\dot{I}_B = \dot{I}_3 - \dot{I}_2 = [(2\angle -120°) - 2\angle 30°]\text{A}$$

$$I_B = 3.86\text{A}$$

$$I_C = I_1 = 2\text{A}$$

[补充7.9] 一个联接成星形的对称负载接在线电压为380V的对称三相电源上(无中线)，负载每相阻抗 $Z=(8+j6)\Omega$。(1)求负载相电压和相电流，作电压、电流相量图；(2)设C相断线，重求各相电压和相电流；(3)设C相负载短路，再求各相电压和相电流。

[解] (1)设电源为星形联接，如图(a) 所示



(a)

电源A相电压相量为

$$\dot{U}_{AN}=\frac{380V}{\sqrt{3}}=220\angle 0°V$$

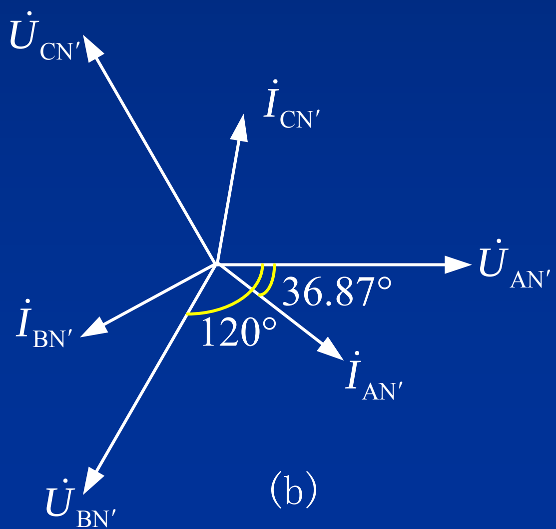
电源线电压为 $\dot{U}_{AB}=380\angle 30°V$

因为负载为星形联接，

所以负载相电压 $\dot{U}_{AN'}=\dot{U}_{AN}=220\angle 0°V$

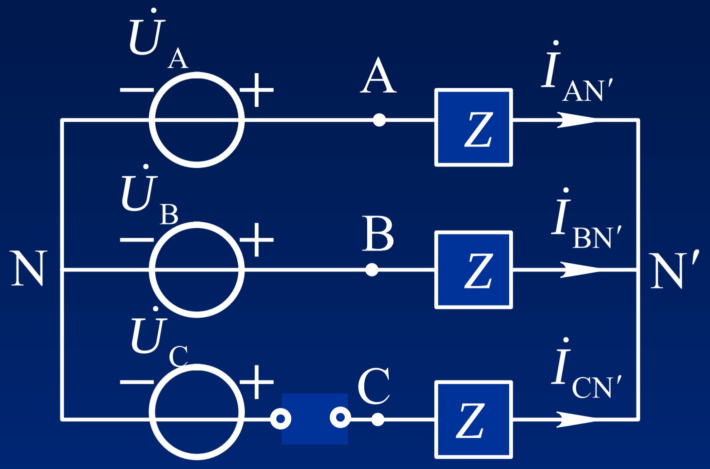
A相负载相电流 $\dot{I}_{AN'}=\dfrac{\dot{U}_{AN'}}{Z}=22\angle -36.87°A$

各相电压、电流相量如图(b)所示



(b)

(2) C相断线时 $I_{CN'}=0$ 如图(c)所示。



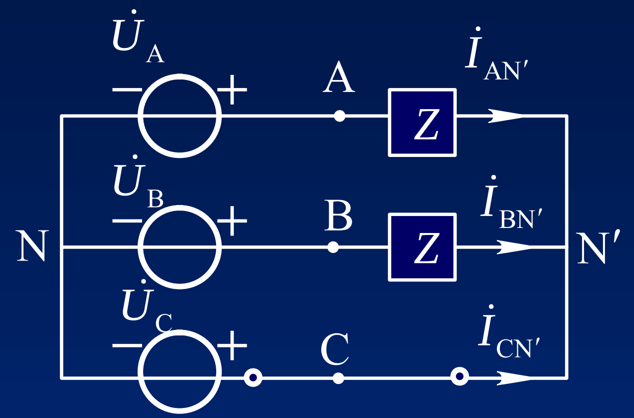
(c)

$$\dot{I}_{AN'}=\frac{\dot{U}_{AB}}{2Z}=-\dot{I}_{BN'}=\frac{380\angle 30°\text{V}}{2\times 10\angle 36.87°\Omega}=19\angle -6.87°\text{A}$$

$$\dot{U}_{AN'}=Z\dot{I}_{AN'}=-\dot{U}_{BN'}=190\angle 30°\text{V}$$

$$\dot{U}_{CN'}=\dot{U}_{CA}+\dot{U}_{AN'}=380\angle 150°\text{V}+190\angle 30°\text{V}=329\angle 120°\text{V}$$

(3) C相负载短路时，如图(d)所示。



(d)

$$\dot{U}_{AN'} = \dot{U}_{AC} = -\dot{U}_{CA} = 380\angle(150^{\circ} - 180^{\circ}) = 380\angle -30^{\circ}\text{V}$$

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_{BC} = 380\angle -90^{\circ}\text{V} \qquad U_{CN'} = 0$$

$$\dot{I}_{AN'} = \frac{\dot{U}_{AN'}}{Z} = \frac{\dot{U}_{AC}}{Z} = 38\angle -66.87^{\circ}\text{A}$$

$$\dot{I}_{BN'} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} = 38\angle -126.97^{\circ}\text{A}$$

$$\dot{I}_{CN'} = -\dot{I}_{AN'} - \dot{I}_{BN'} = 65.82\angle 83.13^{\circ}\text{A}$$

基本要求：掌握对称三相电路瞬时功率的特点及平均功率、无功功率、视在功率的计算。

1. 任意三相电路如图7.21

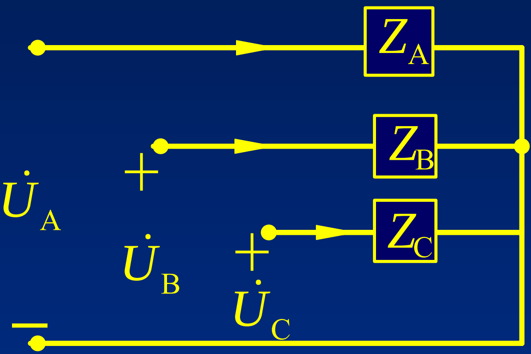


图7.21 任意三相电路

根据功率守恒总平均功率等于各相平均功率之和

$$P = U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C$$

φ_A、φ_B、φ_C为相电压与相电流的相位差

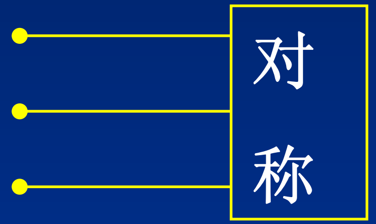
同理，三相电路的总无功功率

$$Q = U_A I_A \sin\varphi_A + U_B I_B \sin\varphi_B + U_C I_C \sin\varphi_C$$

视在功率 $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

功率因数 $\lambda = \dfrac{P}{S} = \dfrac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$

2.对称三相电路的功率如下图



$$U_A = U_B = U_C = U_P$$

$$I_A = I_B = I_C = I_P$$

$$\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi$$

平均功率

$$P = 3U_P I_P \cos\varphi = 1.5 U_m I_m \cos\varphi$$

对称三相电路的电压、电流用线电压、线电流表示

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Y接} & U_l = \sqrt{3}U_\mathrm{P},\ I_l = I_\mathrm{P} \\ \Delta\text{接} & U_l = U_\mathrm{P},\ I_l = \sqrt{3}I_\mathrm{P} \end{array}\right\} \rightarrow P = \sqrt{3}U_l I_l \cos\varphi = \sqrt{3}U_l I_l \lambda$$

线电压、线电流

阻抗角

功率因数

同理，对称三相电路无功功率： $Q = \sqrt{3}U_l I_l \sin\varphi$

对称三相电路视在功率： $S = \sqrt{3}U_l I_l$

3. 平衡制的概念

三相电路总瞬时功率 $p = p_\mathrm{A} + p_\mathrm{B} + p_\mathrm{C}$

对称三相电路总瞬时功率

设相电压、相电流参考方向关联相同

$$u_\mathrm{A} = U_\mathrm{m} \cos\omega t,\quad i_\mathrm{A} = I_\mathrm{m} \cos(\omega t - \varphi)$$

吸收功率 $p = p_\mathrm{A} + p_\mathrm{B} + p_\mathrm{C}$

$$p = p_A + p_B + p_C = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C$$
$$= U_m I_m \cos\omega t \cos(\omega t - \varphi) + U_m I_m \cos(\omega t - 120^\circ)\cos(\omega t - \varphi - 120^\circ)$$
$$+ U_m I_m \cos(\omega t - 240^\circ)\cos(\omega t - \varphi - 240^\circ)$$
$$= \frac{U_m I_m}{2}[\cos\varphi + \cos(2\omega t - \varphi) + \cos\varphi + \cos(2\omega t - 240^\circ - \varphi)$$
$$+ \cos\varphi + \cos(2\omega t - 480^\circ - \varphi)]$$

式中三项余弦函数互相相差 240°，其和为零，故

$$p = 3U_P I_P \cos\varphi = 1.5 U_m I_m \cos\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi$$

对称三相电路总瞬时功率为常量，等于平均功率。

即对称三相电路不论功率因数为何值，电源与负载之间不存在能量交换（尽管 $Q \neq 0$ ）。$p =$ 常量 → 称为瞬时功率平衡(或称平衡制)，三相制是一种平衡制，这是三相制的优点之一 。

[补充7.10] 对称三相负载各相阻抗 $Z=(6+\mathrm{j}8)\Omega$，所加对称线电压是380V，分别计算负载接成星形和三角形时所吸收的平均功率。

[解] 星形接法时 $U_l=380\mathrm{V}$

$$I_l=I_p=\frac{U_p}{|Z|}=\frac{U_l/\sqrt{3}}{|Z|}=\frac{220\mathrm{V}}{|Z|}=22\mathrm{A} \qquad \lambda=\cos\varphi=\frac{6}{\sqrt{6^2+8^2}}=0.6$$

$$P=3U_pI_p\lambda=\sqrt{3}U_lI_l\lambda=\sqrt{3}\times380\mathrm{V}\times22\mathrm{A}\times0.6=8687.97\mathrm{W}$$

三角形接法时 $U_p=U_l=380\mathrm{V}$

$$I_l=\sqrt{3}I_p=\sqrt{3}\cdot\frac{U_p}{|Z|}=\frac{380\sqrt{3}\mathrm{V}}{|Z|}=38\sqrt{3}\,\mathrm{A} \qquad \lambda=\cos\varphi=\frac{6}{\sqrt{6^2+8^2}}=0.6$$

$$P=3U_pI_p\lambda=\sqrt{3}U_lI_l\lambda=\sqrt{3}\times380\mathrm{V}\times38\sqrt{3}\mathrm{A}\times0.6=26063.91\mathrm{W}$$

结论： 在线电压和负载完全相同的情况下，三角形联接时负载的平均功率是星形联接的3倍。

例题 7.4

已知对称三相星形负载(感性)的线电压、线电流及平均功率分别为 $U_l=380\text{V}, I_l=10\text{A}, P=5.7\text{kW}$ 。(1)求三相负载的功率因数及等效阻抗；(2)设C相负载短路，再求各相电流、线电流和平均功率。

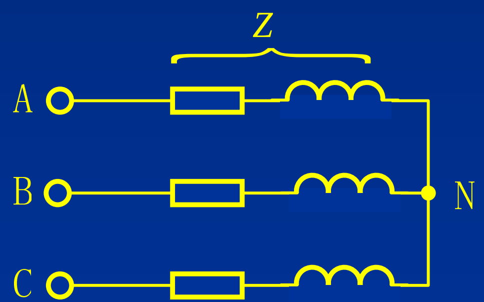
解 $P=\sqrt{3}U_lI_l\cos\varphi=\sqrt{3}U_lI_l\lambda$

$$\lambda=\cos\varphi=\frac{P}{\sqrt{3}U_lI_l}=\frac{5700\text{W}}{\sqrt{3}\times 380\text{V}\times 10\text{A}}\approx 0.866$$

各相等效阻抗的阻抗角

$$\varphi=\arccos 0.866=30^\circ$$

对称三相负载的等效电路如图(a)所示

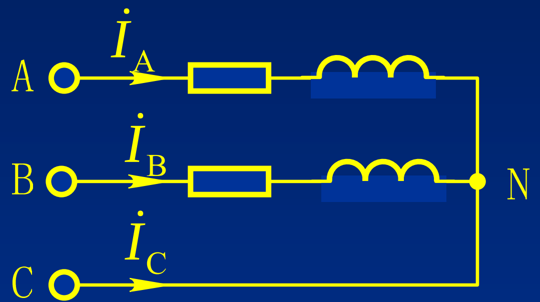


（a）

等效阻抗

$$Z=\frac{U_P}{I_P}\angle\varphi=\frac{220\text{V}}{10\text{A}}\angle 30^\circ=22\angle 30^\circ\,\Omega$$

图(b)表示C相负载短路的情形



(b)

这时A、B两相负载均承受线电压。取$\dot{U}_{AB}$为参考相量即

$$\dot{U}_{AB}=380\underline{/0^\circ}\text{V}$$

$$\dot{U}_{BC}=380\underline{/-120^\circ}\text{V}$$

$$\dot{U}_{CA}=380\underline{/120^\circ}\text{V}$$

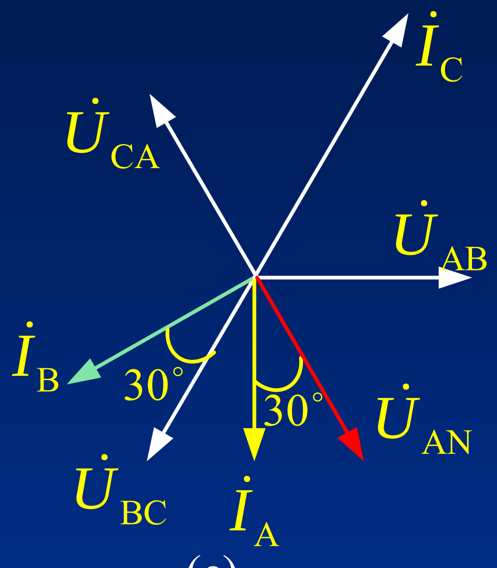
于是得

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z} = \frac{-\dot{U}_{CA}}{Z} = \frac{-380/\underline{120^\circ}\text{V}}{22/\underline{30^\circ}\Omega} \approx 17.3/\underline{-90^\circ}\text{A} = \text{-j}17.3\text{A}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{BN}}{Z} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} = \frac{380\angle -120^\circ\text{V}}{22/\underline{30^\circ}\Omega} \approx 17.3/\underline{-150^\circ}\text{A} \approx 17.3(0.866 + \text{j}0.5)\text{A}$$

$$\dot{I}_C = -\dot{I}_A - \dot{I}_B = \text{j}17.3\text{A} + 17.3(0.866 + \text{j}0.5)\text{A} \approx 30/\underline{60^\circ}\text{A}$$

电压、电流相量图如图(c)所示。



(c)

对于不对称三相电路，只能根据式

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C$$

计算平均功率由相量图可知，**A**、**B**两相的相电压和相电流和相位差均为**30°**，故平均功率为

$$P = U_{AN} I_{AN} \cos 30^\circ + U_{BN} I_{BN} \cos 30^\circ$$

$$= 380 \times 17.3 \times \cos 30^\circ + 380 \times 17.3 \times \cos 30^\circ \approx 11.4\text{kW}$$

两电阻吸收功率之和等于此时平均功率

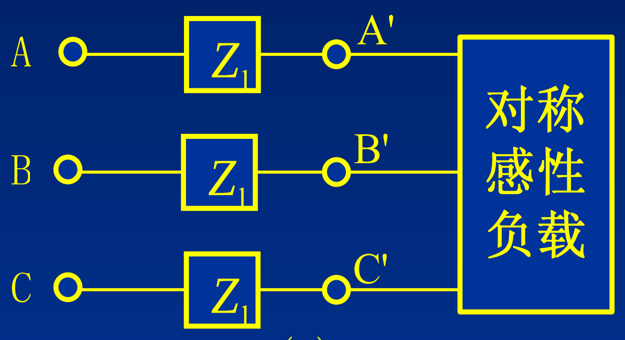
$$P = I_A^2 R + I_B^2 R \approx 11.40\,\text{kW}$$

例题 7.5

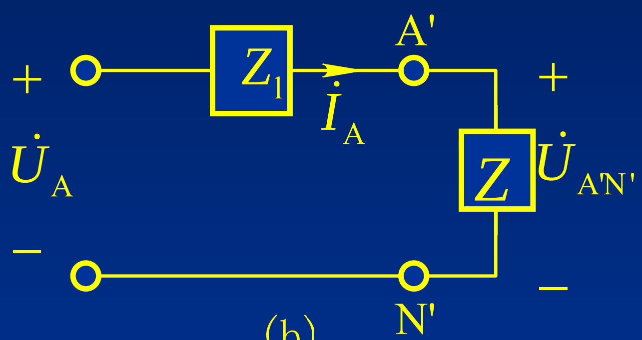
图 (a)所示对称三相电路，已知负载额定电压为380V，额定功率为3.3kW，功率因数为0.5(感性)，线路阻抗 $Z_1=(1+j4)\Omega$

1) 若要求负载端线电压为额定电压，问电源线电压应为多少？

2) 电源线电压为380V，求负载端线电压和负载实际消耗的平均功率。



(a)



(b)

解 1) 要求负载端线电压为380V，求电源线电压时可采用倒推法。设负载为星形联结，取出A相，如图(b)所示。

取 $\dot{U}_{A'N'}$ 为参考相量，即 $\dot{U}_{A'N'}=\dfrac{380}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ\,\mathrm{V}\approx 220\angle 0^\circ\,\mathrm{V}$

线电流 $I_A=I_1=\dfrac{P}{\sqrt{3}U_1\lambda}=\dfrac{3.3\times 10^3\,\mathrm{W}}{\sqrt{3}\times 380\mathrm{V}\times 0.5}\approx 10\,\mathrm{A}$

$\dot{U}_{A'N'}$ 越前于 $\dot{I}_A$ 的相位差 $\varphi = \arccos\lambda = \arccos 0.5 = 60^\circ$

$$\dot{I}_A = 10\angle -60^\circ \text{ A}$$

电源相电压 $\dot{U}_A = \dot{U}_{A'N'} + Z_1\dot{I}_A = 220\text{V} + (1+\text{j}4)\Omega \times (10\angle -60^\circ)\text{A} \approx 260\angle 2.5^\circ \text{ A}$

所求电源线电压为 $U_{AB} = \sqrt{3}U_A \approx 450\text{ V}$

(2) 当电源线电压为**380V**时，根据响应与激励的齐性关系，得如下比例式

$$\frac{U_L}{380\text{V}} = \frac{380\text{V}}{450\text{V}}$$

由此求得负载线电压为 $U_L = \dfrac{380}{450} \times 380\text{V} \approx 321\text{V}$

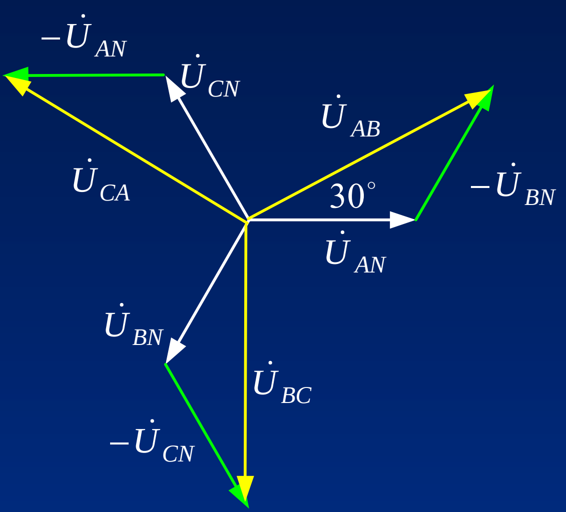
由于功率与电压的平方成正比，所以当电源电压为**380V**时，负载消耗的平均功率为

$$P = \left(\frac{321}{380}\right)^2 \times 3.3\times 10^3\text{ W} \approx 2355\text{W}$$

- 本章小结

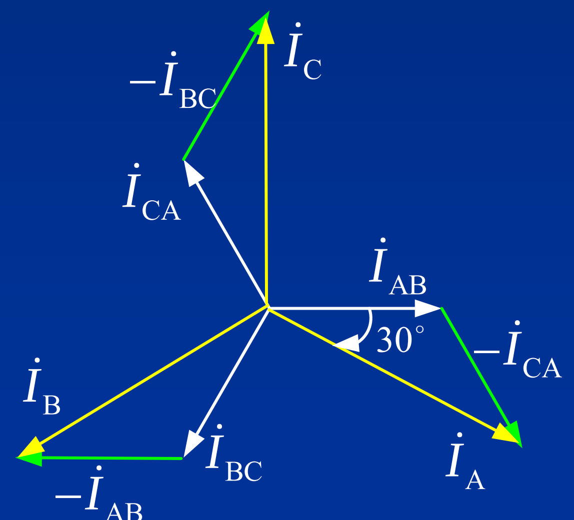
1. 在星形联接的三相正弦电流电路中，线电流等于相电流，若相电压对称，则线电压有效值为相电压有效值的$\sqrt{3}$倍。

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_{AB}&=\sqrt{3}\dot{U}_{AN}\angle 30^\circ\\ \dot{U}_{BC}&=\sqrt{3}\dot{U}_{BN}\angle 30^\circ\\ \dot{U}_{CA}&=\sqrt{3}\dot{U}_{CN}\angle 30^\circ\end{aligned}\right\}\quad(7.6)$$



2. 在三角形联接的三相正弦电流电路中，线电压等于相电压，若相电流对称，则线电流的有效值为相电流有效值的 $\sqrt{3}$ 倍。

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_{A}&=\sqrt{3}\dot{I}_{AB}\angle -30^\circ\\ \dot{I}_{B}&=\sqrt{3}\dot{I}_{BC}\angle -30^\circ\\ \dot{I}_{C}&=\sqrt{3}\dot{I}_{CA}\angle -30^\circ\end{aligned}\right\}\quad(7.11)$$



3. 对称三相正弦电流电路负载不论接成星形或三角形，其平均功率都等于

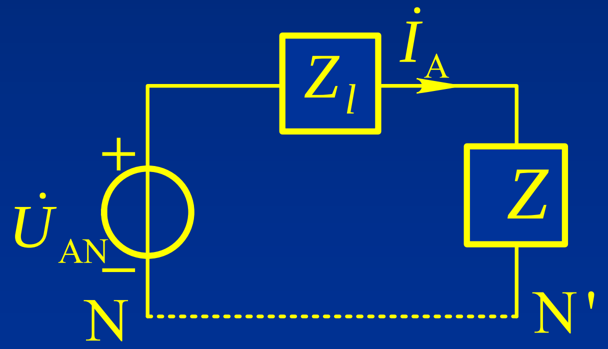
$$P = 3U_p I_p \cos\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi$$

φ 是相电流滞后于相电压的相位差。

同理，对称三相电路无功功率 $Q = 3U_p I_p \sin\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \sin\varphi$

对称三相电路视在功率 $S = 3U_p I_p = \sqrt{3} U_l I_l$

4. 计算对称星形联接的电路时，可用无阻抗的中线将各中性点连通，然后取出一相进行计算，若对称三相电路中有三角形联接的部分，则应先将其等效变换为星形联接，再取出一相计算，如右图所示。



5. 不对称三相电路不能直接取出一相计算，应视为一般正弦电流电路选择适当的分析方法。

*7.6 三相电路功率的测量

基本要求：掌握对称三相电路、任意三相三线制、三相四线制电路功率的测量方法。

1. 对称三相电路功率的测量

测量对称三相电路的功率时，只需用一个功率表测量其一相功率如图7.22所示，然后乘以3。

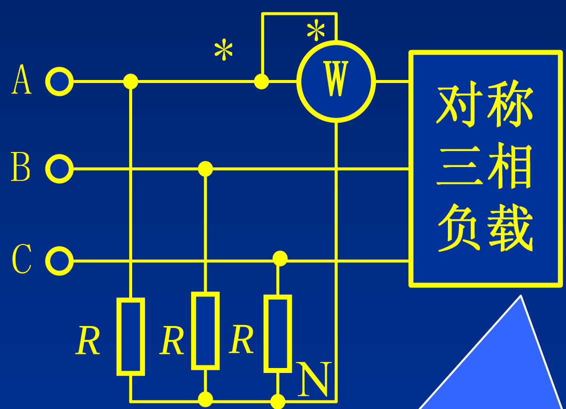


图7.22 单功率表测量对称电路的功率

在某些情况下，星形联结的负载中性点不易引出，或负载为三角形联结，此时必须制造一个人工中性点，也就是用三个相等的适当电阻连成星形并引出其中性点。

2. 任意三相三线制功率的测量

测量任意(对称或不对称)三相三线制的功率需用两个功率表，即二功率表法，如图7.23。两个功率表读数的和等于总功率

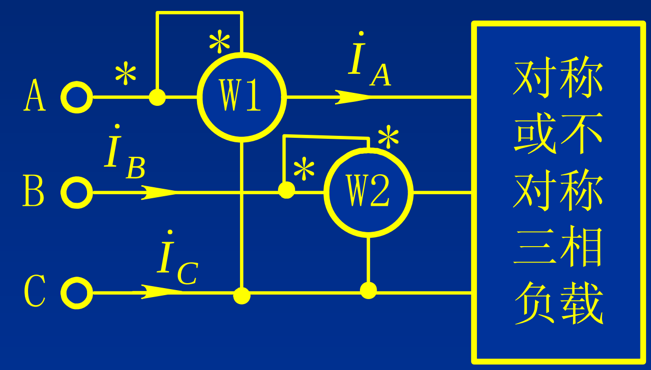
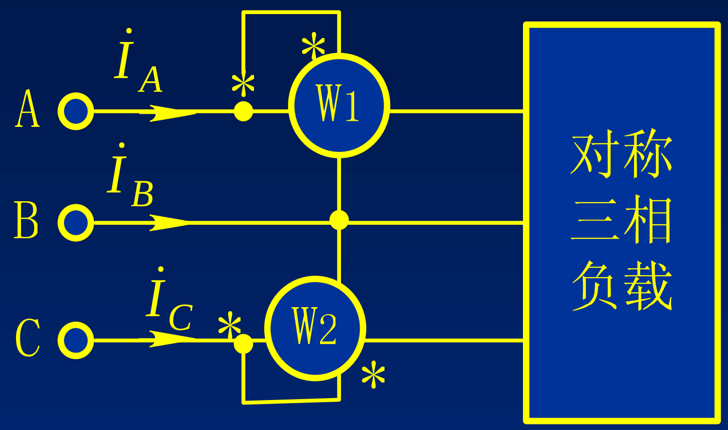


图7.23 二表法测量三相三线制功率

图示对称三相电路，证明W_1与W_2读数之和等于三相平均功率



证明：设对称三相负载为星形接法，每相负载阻抗角为 φ

$$P = P_1 + P_2 = U_{AB}I_A\cos\varphi_1 + U_{CB}I_C\cos\varphi_2$$

$$= \sqrt{3}U_P I_P[\cos(\varphi+30°) + \cos(90° - 120° + \varphi)]$$

$$= \sqrt{3}U_P I_P(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\varphi - \frac{1}{2}\sin\varphi + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\varphi + \frac{1}{2}\sin\varphi)$$

$$= 3U_P I_P\cos\varphi$$

W_1与W_2读数之和等于三相平均功率

3. 三相四线制功率的测量

在对称或不对称三相四线制中要应用三个功率表，即三功率表法，才能测量功率，如图7.24所示 。

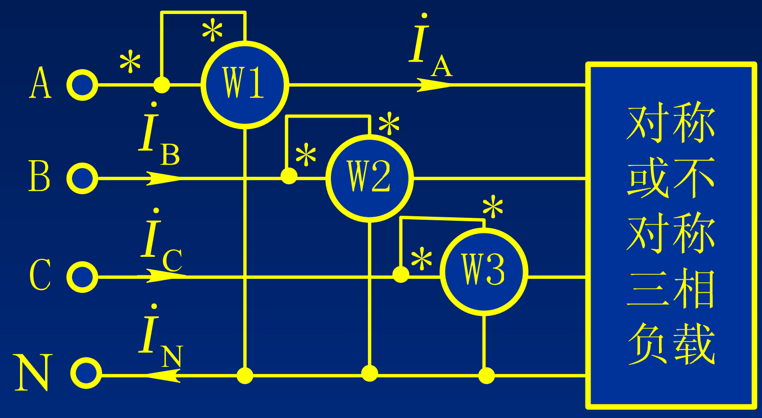


图7.24 三表法测量三相四线制功率

图中各功率表测得的功率是所在相负载吸收的功率，它们的和就等于三相四线制负载吸收的总功率。

三功率表法也可用来测量三线制的功率，只要把各功率表的电压线圈另一端彼此联接在一起即可。