

数据结构和算法

作者: 小甲鱼

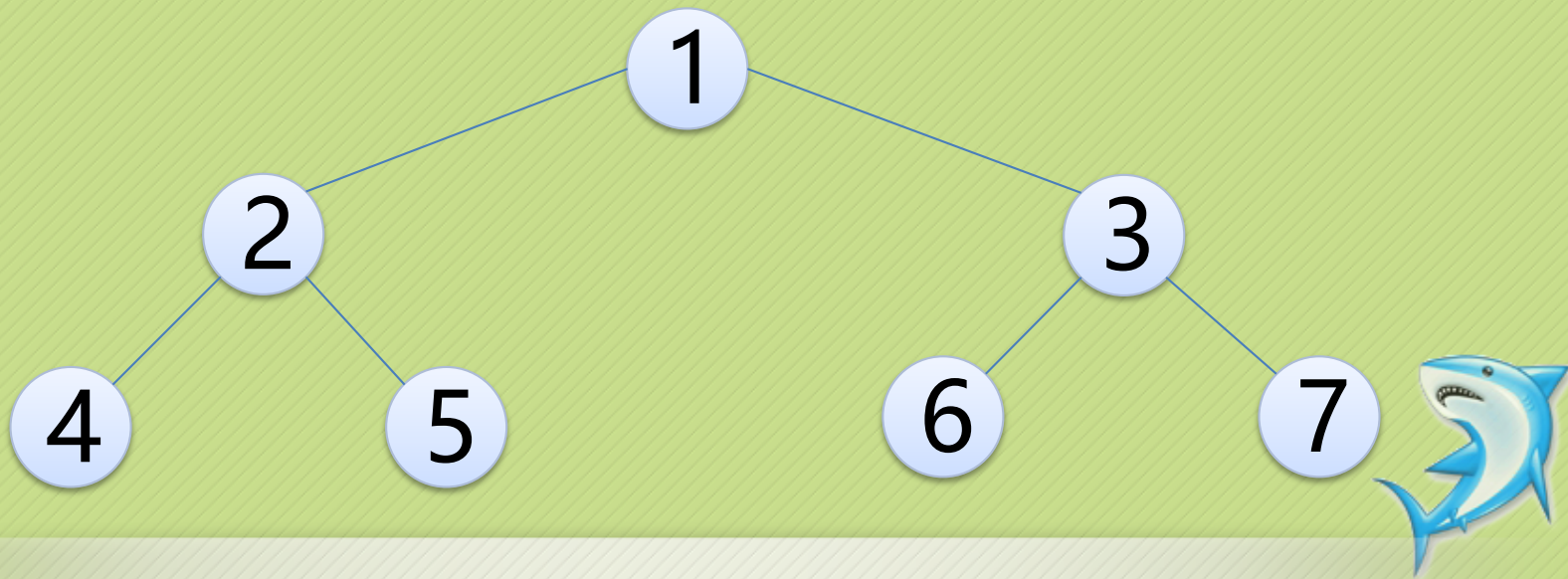
让编程改变世界

Change the world by program



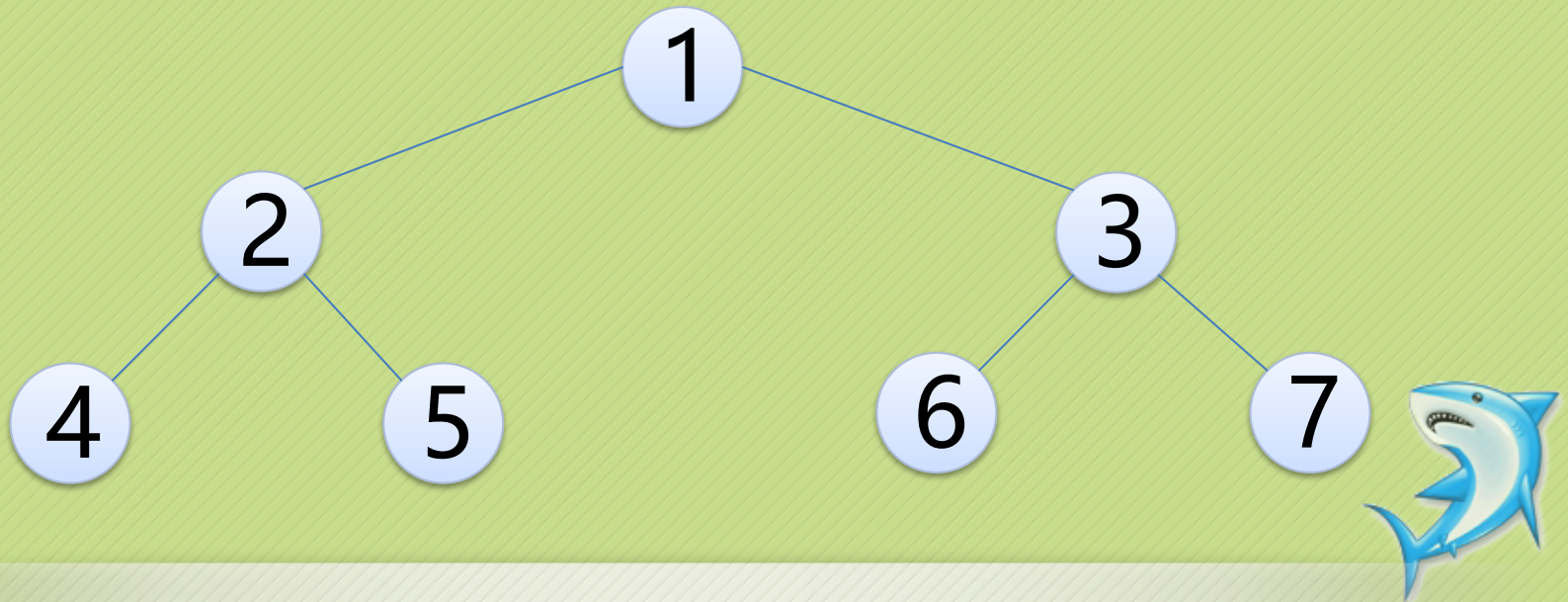
二叉树的性质

- 二叉树的性质一：在二叉树的第 i 层上至多有 $2^{(i-1)}$ 个结点($i \geq 1$)
 - 这个性质其实很好记忆，考试的时候懂得画出二叉树的图便可以推出



二叉树的性质

- 二叉树的性质二：深度为 k 的二叉树至多有 2^k-1 个结点($k \geq 1$)
 - 这里一定要看清楚哦，是 2^k 再-1，老方法理解：



二叉树的性质

- 二叉树的性质三：对任何一棵二叉树T，如果其终端结点数为 n_0 ，度为2的结点数为 n_2 ，则 $n_0 = n_2 + 1$
 - 这个就比较困难了，需要推导获得
 - 首先我们再假设度为1的结点数为 n_1 ，则二叉树T的结点总数 $n = n_0 + n_1 + n_2$
 - 其次我们发现连接数总是等于总结点数 $n - 1$ ，并且等于 $n_1 + 2 * n_2$
 - 所以 $n - 1 = n_1 + 2 * n_2$
 - 所以 $n_0 + n_1 + n_2 - 1 = n_1 + n_2 + n_2$
 - 最后 $n_0 = n_2 + 1$



二叉树的性质

- 二叉树的性质四：具有 n 个结点的完全二叉树的深度为 $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$
 - 涉及到一些数学知识了，专门针对要考试的学生，只为学编程的路过即可
 - 由满二叉树的定义结合性质二我们知道，深度为 k 的满二叉树的结点树 n 一定是 $2^k - 1$
 - 那么对于满二叉树我们可以通过 $n = 2^k - 1$ 倒推得到满二叉树的深度为 $k = \log_2(n + 1)$
 - 由于完全二叉树前边我们已经提到，它的叶子结点只会在最下面的两层，我们可以同样如下推导



二叉树的性质

- 那么对于倒数第二层的满二叉树我们同样很容易回推出它的结点数为 $n = 2^{(k-1)} - 1$
- 所以完全二叉树的结点数的取值范围是: $2^{(k-1)} - 1 < n \leq 2^k - 1$
- 由于 n 是整数, $n \leq 2^k - 1$ 可以看成 $n < 2^k$
- 同理 $2^{(k-1)} - 1 < n$ 可以看成 $2^{(k-1)} \leq n$
- 所以 $2^{(k-1)} \leq n < 2^k$
- 不等式两边同时取对数, 得到 $k-1 \leq \log_2 n < k$
- 由于 k 是深度, 必须取整, 所以 $k = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$



二叉树的性质

- 二叉树的性质五：如果对一棵有 n 个结点的完全二叉树(其深度为 $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$)的结点按层序编号，对任一结点 i ($1 \leq i \leq n$)有以下性质：
 - 如果 $i = 1$ ，则结点 i 是二叉树的根，无双亲；如果 $i > 1$ ，则其双亲是结点 $\lfloor i/2 \rfloor$
 - 如果 $2i > n$ ，则结点 i 无左孩子(结点 i 为叶子结点)；否则其左孩子是结点 $2i$
 - 如果 $2i+1 > n$ ，则结点 i 无右孩子；否则其右孩子是结点 $2i+1$



二叉树的性质

- 文字描述太折腾，直接看图听小甲鱼分析：

