

# 数据结构和算法

作者: 小甲鱼

让编程改变世界

Change the world by program

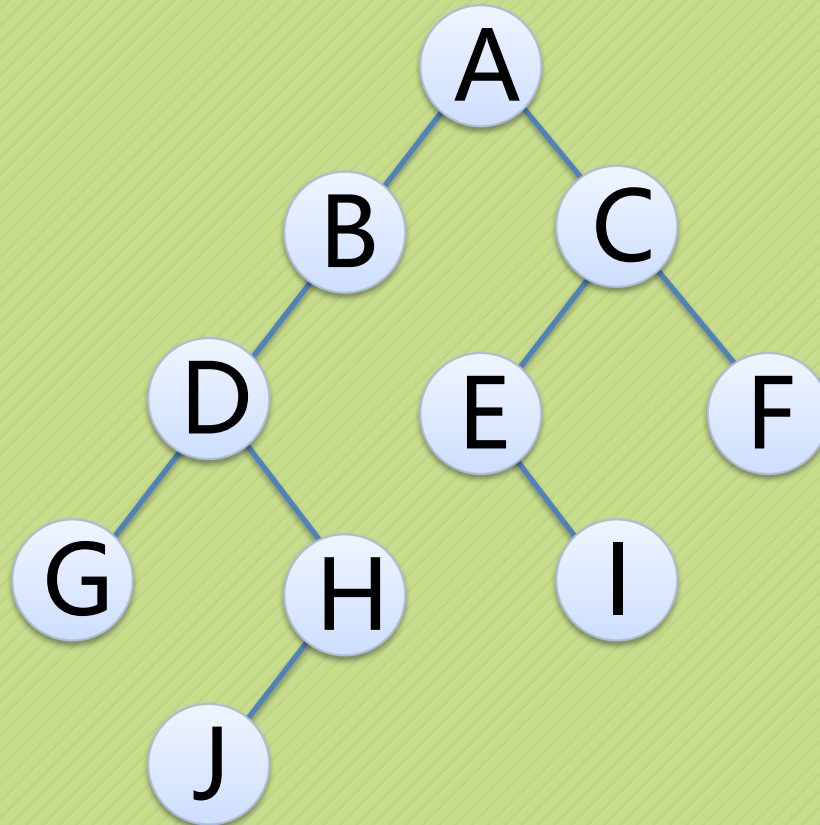


## 二叉树的定义

- 世上树有万千种，唯有二叉课上讲。这里的二叉是二叉树，因为二叉树使用的范围最广，最具有代表意义，因此我们重点讨论二叉树。
- 二叉树（Binary Tree）是 $n$  ( $n \geq 0$ ) 个结点的有限集合，该集合或者为空集（空二叉树），或者由一个根结点和两棵互不相交的、分别称为根结点的左子树和右子树的二叉树组成。
- 这个定义显然是递归形式的，所以咱看上去有点晕，因为自古有“神使用递归，人使用迭代！”

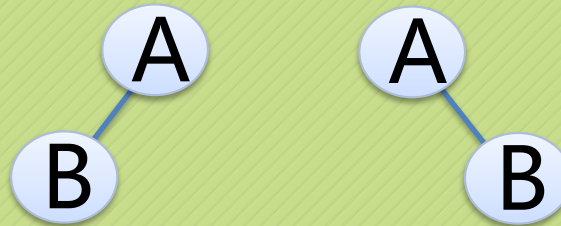


## 二叉树的定义



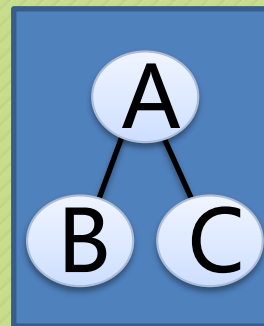
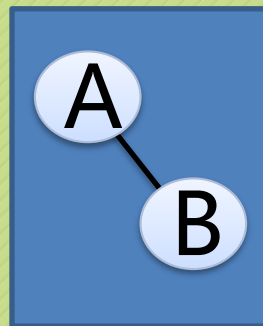
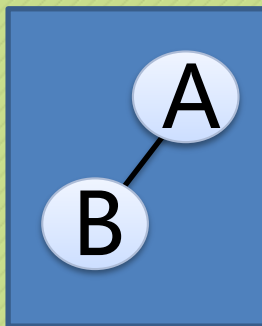
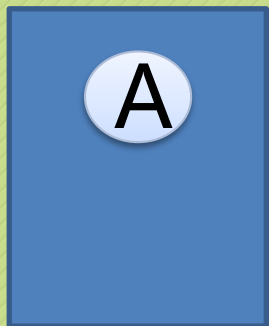
## 二叉树的特点

- 每个结点最多有两棵子树，所以二叉树中不存在度大于2的结点。（注意：不是都需要两棵子树，而是最多可以是两棵，没有子树或者有一棵子树也都是可以的。）
- 左子树和右子树是有顺序的，次序不能颠倒。
- 即使树中某结点只有一棵子树，也要区分它是左子树还是右子树，下面是完全不同的二叉树：



## 二叉树的五种基本形态

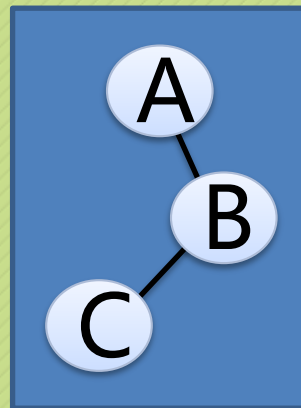
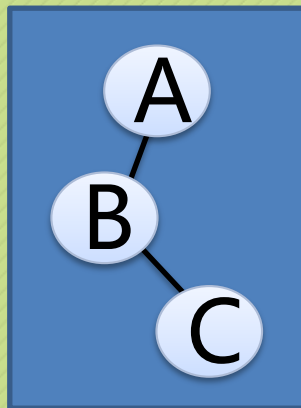
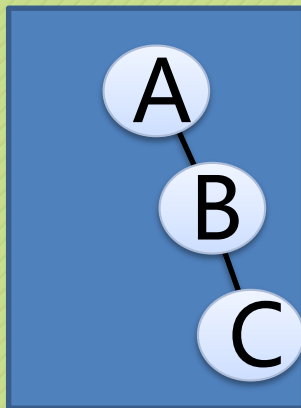
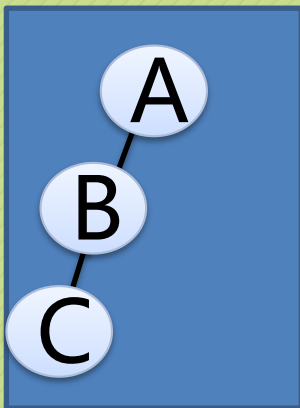
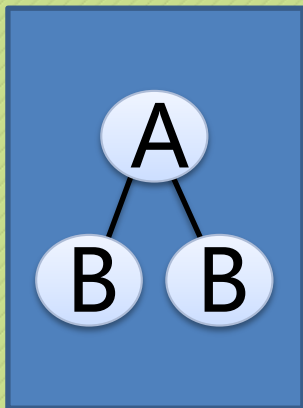
- 空二叉树
- 只有一个根结点
- 根结点只有左子树
- 根结点只有右子树
- 根结点既有左子树又有右子树





## 二叉树很二

- 小甲鱼为什么这么说呢？因为若只从形态上来考虑，拥有三个结点的普通树只有两种情况：两层或者三层。
- 但对于很二的二叉树来说，由于要区分左右，所以就演变成五种形态：

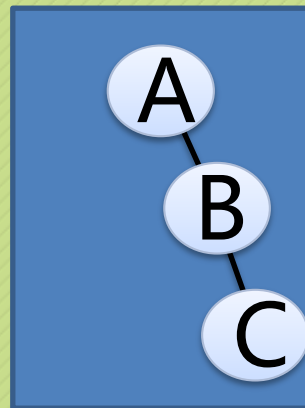
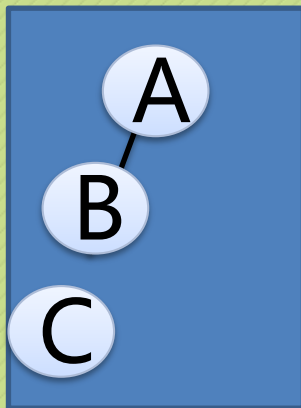


## 特殊二叉树

- 因为他很二，所以他也很特殊。小甲鱼接下来再介绍一下一些特殊的二叉树，虽然暂时你可能不能理解它们的用处，但我们有必要先了解一下。

- 斜树

— 顾名思义，斜树是一定要斜的，但斜也要斜得有范儿，例如：



## 特殊二叉树

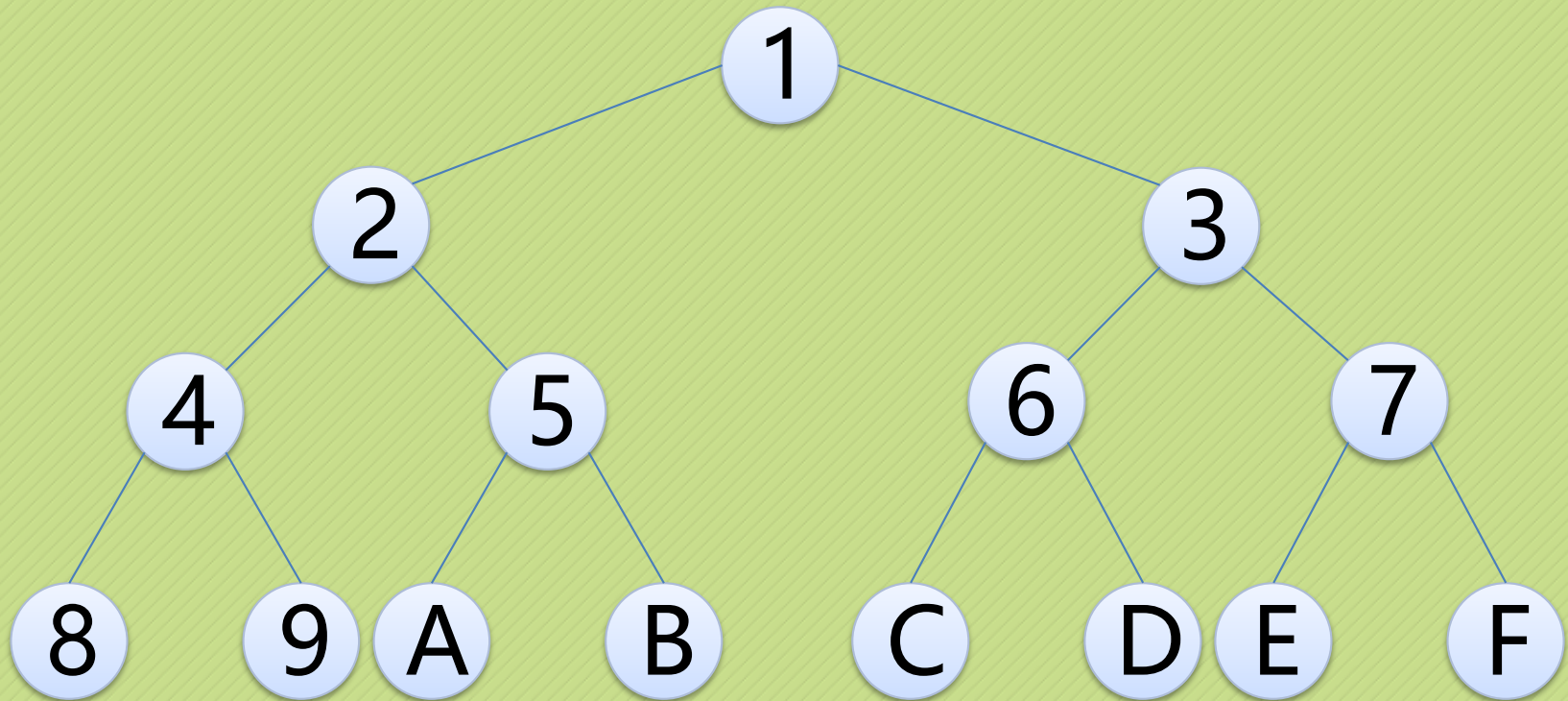
- 满二叉树

- 坡坡有云：“人有悲欢离合，月有阴晴圆缺，此事古难全。但愿人长久，千里共长娟。”意思就是说完美的那是理想，不完美的才是人生。
- 但是对于二叉树来说，是否存在完美呢？有滴，那就是满二叉树啦。
- 在一棵二叉树中，如果所有分支结点都存在左子树和右子树，并且所有叶子都在同一层上，这样的二叉树称为满二叉树。
- 不理解？No pic you say a J8....





## 特殊二叉树



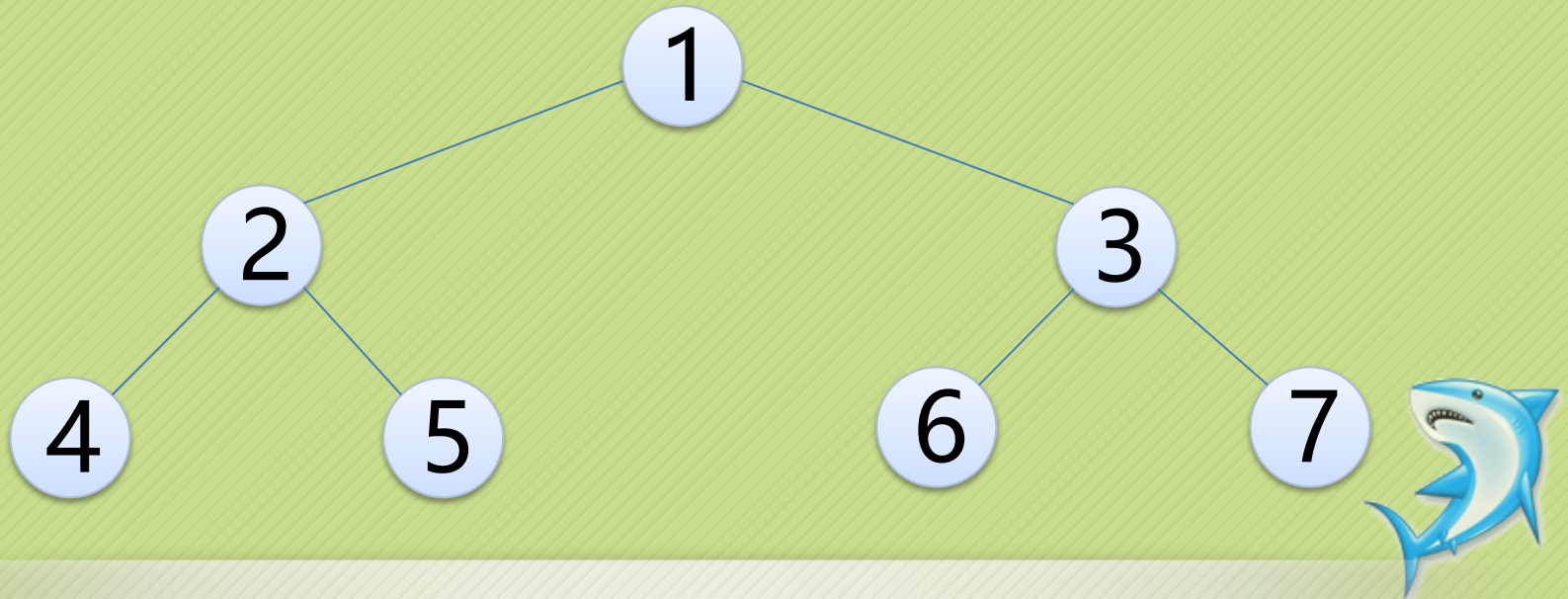
## 特殊二叉树

- 满二叉树的特点有：
  - 叶子只能出现在最下一层。
  - 非叶子结点的度一定是2。
  - 在同样深度的二叉树中，满二叉树的结点数一定最多，同时叶子也是最多。
- 满二叉树和完全二叉树历年都是一个重大考点，因为考生很容易混淆两者，但如果只是为了深入学习编程，那么只需要理解即可。记得我们曾说过：理解越多，需要记住的就越少！



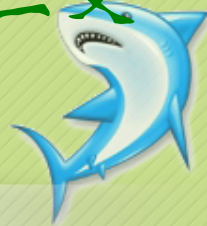
## 特殊二叉树

- 对一棵具有 $n$ 个结点的二叉树按层序编号，如果编号为 $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) 的结点与同样深度的满二叉树中编号为 $i$ 的结点位置完全相同，则这棵二叉树称为完全二叉树。



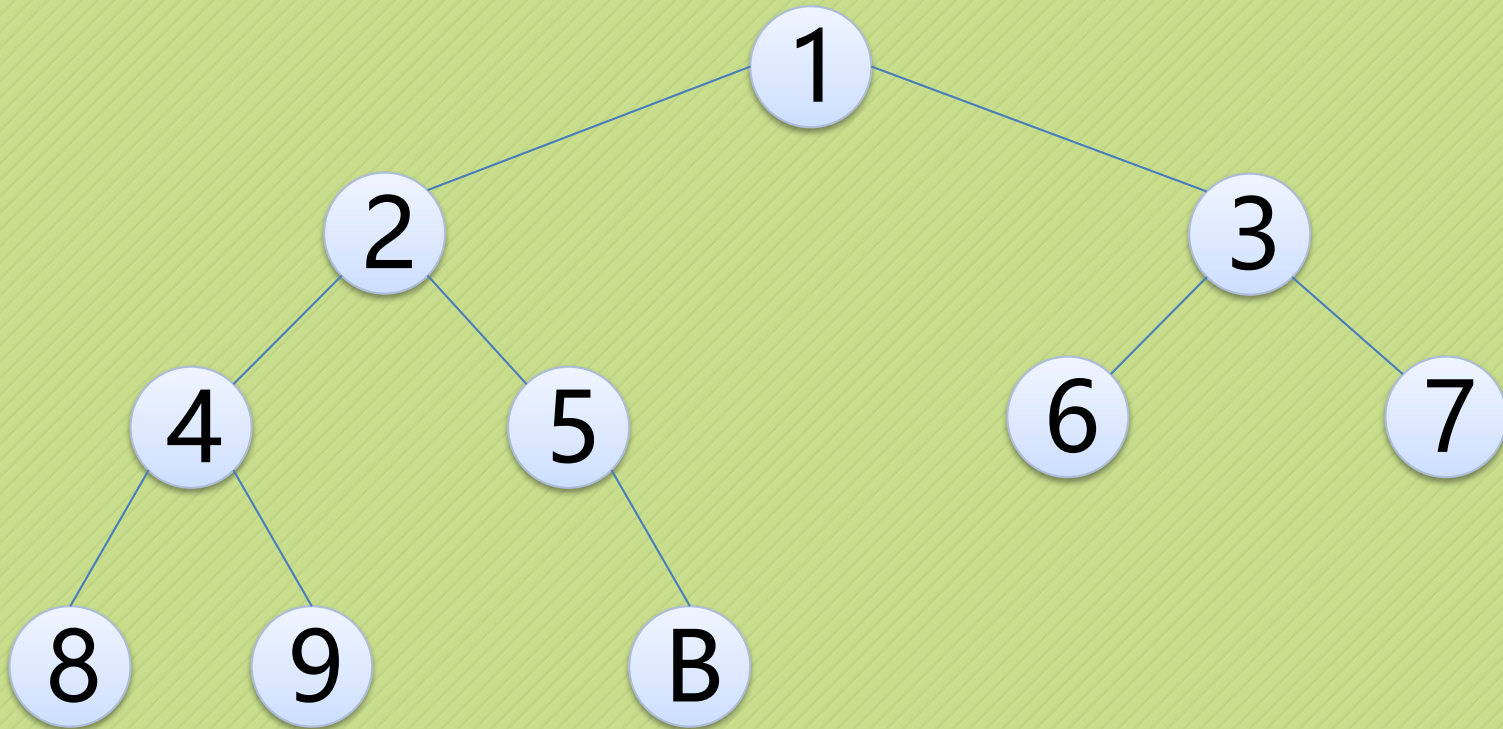
## 特殊二叉树

- 完全二叉树的特点有：
  - 叶子结点只能出现在最下两层。
  - 最下层的叶子一定集中在左部连续位置。
  - 倒数第二层，若有叶子结点，一定都在右部连续位置。
  - 如果结点度为1，则该结点只有左孩子。
  - 同样结点数的二叉树，完全二叉树的深度最小。
- 注意：满二叉树一定是完全二叉树，但完全二叉树不一定是满二叉树。



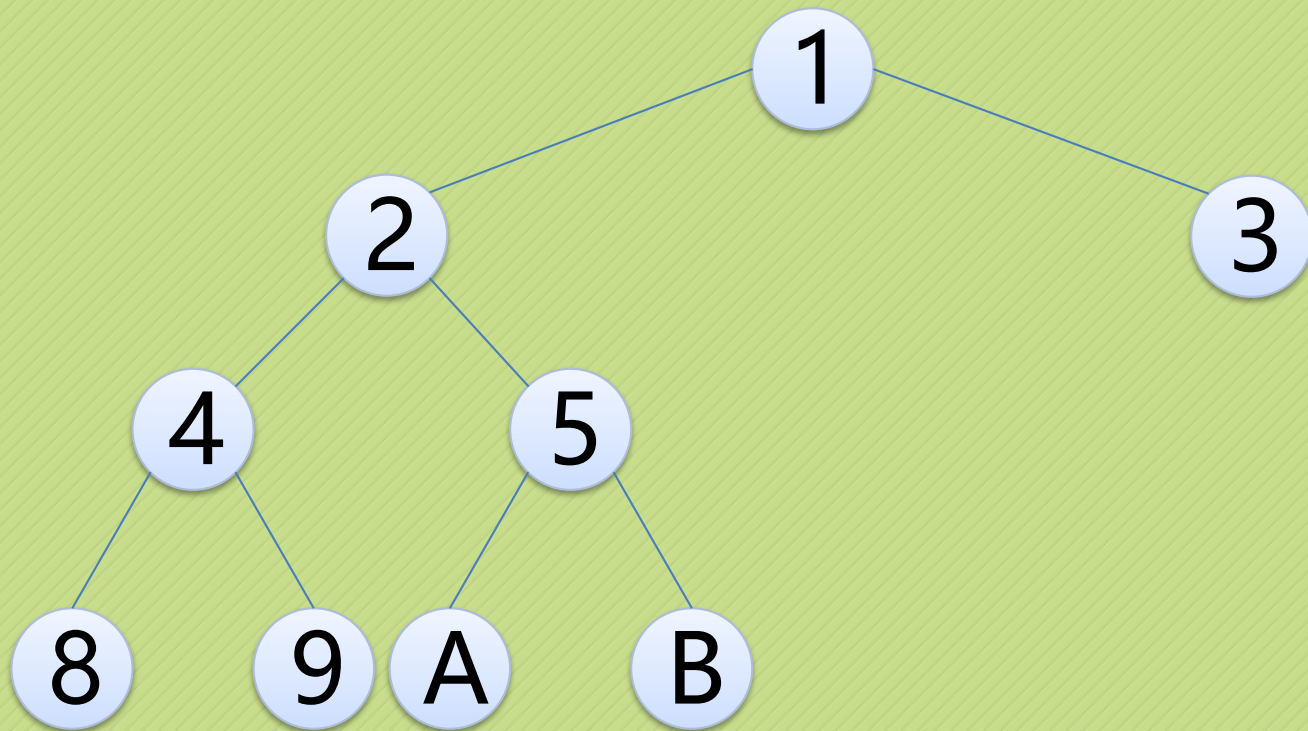
## 特殊二叉树

- 以下这些都**不是**完全二叉树:

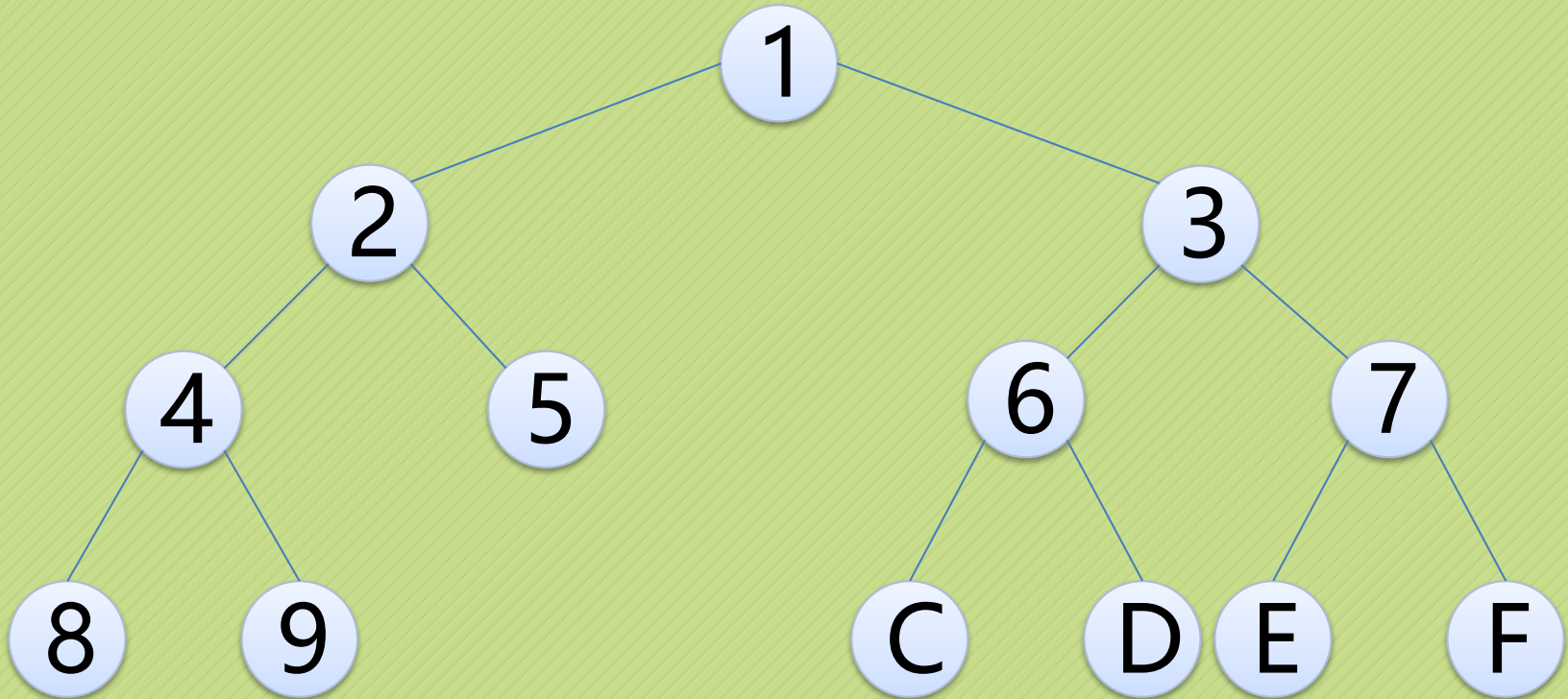




## 特殊二叉树



## 特殊二叉树



## 二叉树的性质

- 作为课后扩展作业，在不谷哥无度娘的条件下，自己完成：通过观察二叉树的图片，总结出你认为的二叉树应该具有的性质。例如：在二叉树的第 $i$ 层上至多有 $2^{(i-1)}$ 个结点。

