

— Регрессия временных рядов

---

Отчет по лабораторной работе №4

**Работу выполнили:**

Обиджанов Алишер

Казаков Андрей

Кузнецов Павел

**Преподаватель:**

Свинцов М.В

Санкт-Петербург  
2024

## 1 Построение авторегрессионной модели

**Авторегрессионная (AR- модель)** - модель временного ряда, в которой значения ряда зависят от предыдущих его значений. В нашем случае мы рассматриваем AR-3 модель такого вида:

$$x_t = a_0 + \sum_{i=1}^3 a_i x_{t-i} + \epsilon_t$$

Где  $a_i$  - коэффициенты (параметры) модели,  $\epsilon_t$  - белый шум.

Нам необходимо рассмотреть стационарную модель, условие стационарности - все корни характеристического уравнения лежат вне единичной окружности. Характеристическое уравнение имеет вид:

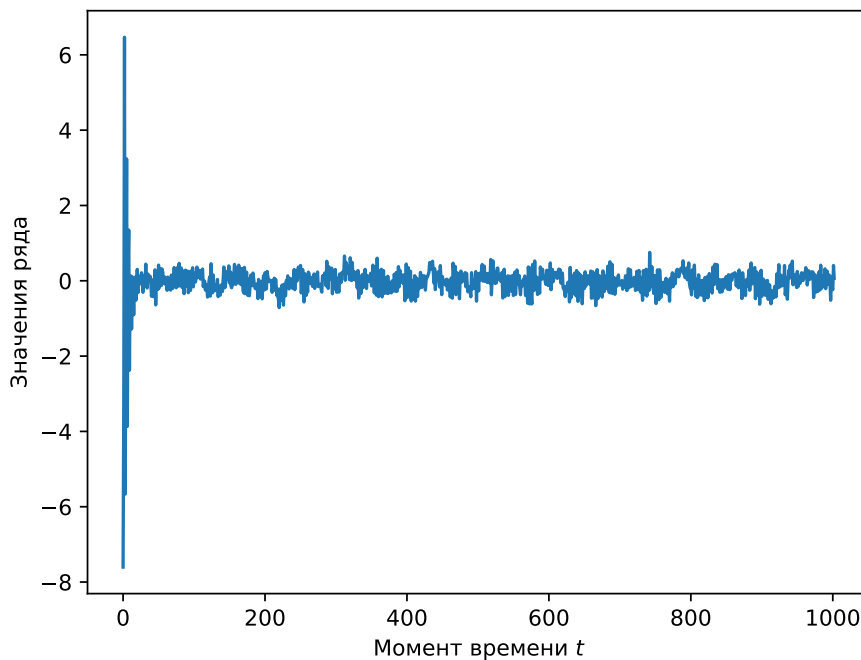
$$1 - \sum_{i=1}^3 a_i z^i = 0$$

## 2 Демонстрация регрессии ряда

Воспользовавшись генератором авторегрессионных моделей, мы получили пример следующего ряда:

$$x_t = 2.812 - 0.074x_{t-1} + 0.095x_{t-2} + 0.601x_{t-3} + \epsilon_t$$

График первых 1003 значений ряда с первыми тремя значениями  $t_0 = -7.603, t_1 = -3.128, t_2 = 6.468$ :



Как можно наблюдать из графика, ряд быстро сходится к некоторому "равновесию" вокруг значения 0, то есть ряд обладает свойством стационарности. Колебания зависят сугубо от заданной дисперсии.

## 3 Обучение модели

Построение матрицы лагов - метод подготовки данных для прогнозирования временных рядов. Этот метод основан на идее использования предыдущих значений временного ряда для предсказания будущих.

Пусть  $X$  - матрица входных данных: Каждая строка матрицы представляет собой вектор задержек (лагов) длиной `lag_order`. То есть, каждая строка содержит последовательность предыдущих значений временного ряда.

$y$  - вектор выходных данных. Каждый элемент вектора соответствует значению временного ряда, следующему сразу после соответствующего вектора задержек в матрице  $X$ .

**Пример:** Пусть у нас есть временной ряд  $[1,2,3,4,5]$  и `lag_order = 2`. Тогда матрица  $X$  и вектор  $y$  будут следующими:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Далее инициализируется и обучается модель машины опорных векторов (SVM) с использованием линейного ядра. После обучения модели производится предсказание на тестовой выборке. Также оценивается качество модели с использованием среднеквадратичной ошибки

## 4 График

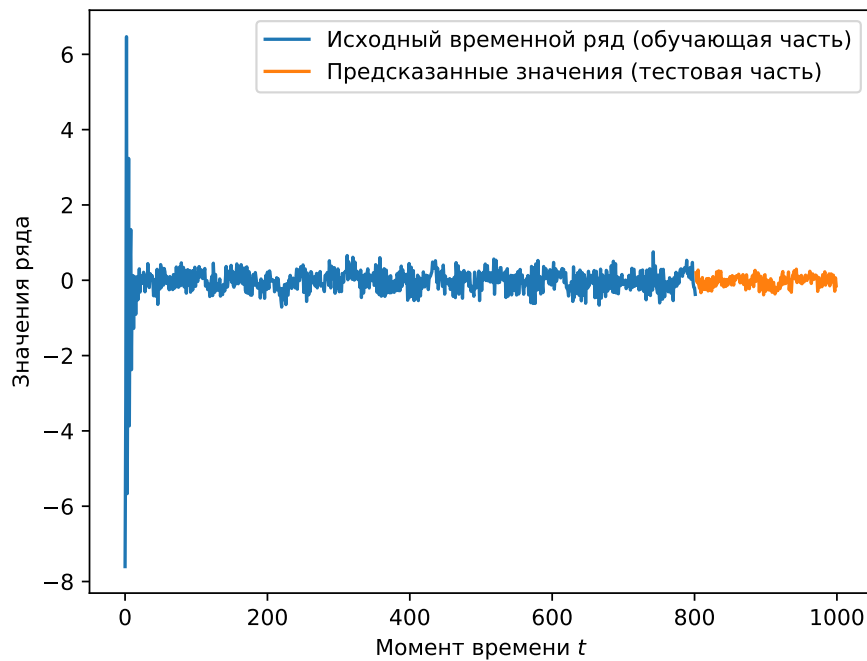


Рис. 1:

Можно заметить, что математическое ожидание предсказанных значений достаточно близко к математическому ожиданию исходного временного ряда. Однако дисперсия предсказанных значений оказывается немного меньше, чем у исходного временного ряда. Это может указывать на то, что модель в некоторой степени сглаживает колебания и шум временного ряда.

## 5 Эксперименты с различными ядрами

Эксперименты с различными ядрами и гиперпараметрами будем выполнять в цикле, где перебираются различные комбинации ядер (linear, rbf, poly), значений параметра штрафа  $C$  и степени полинома (если используется полиномиальное ядро). Для каждой комбинации параметров обучается модель машины опорных векторов (SVM), и оценивается её качество на тестовой выборке с использованием среднеквадратичной ошибки (MSE).