

Bài tập chương 2: Thống kê mô tả và phân phối mẫu

Đặc trưng của mẫu thực nghiệm



Bài 1.1

Một mẫu quan sát về điểm thi kết thúc học phần của sinh viên có kết quả như sau

2,3	3,5	7,8	5,3	6,7	5,9	6,9	8,2	9,2	5,4
3,8	8,9	7,3	6,6	8,5	5,9	6,4	8,0	7,1	6,2
4,2	6,5	5,7	7,6	9,1	3,9	5,2	8,4	4,5	6,6
4,2	7,2	5,5	8,7	6,4	4,9	7,5	4,8	2,7	0,5
1,2	6,8	7,4	8,0	7,2	6,9	4,3	2,1	1,5	3,6
7,7	4,5	9,0	8,6	8,3	6,9	7,4	7,6	7,5	6,1
4,3	0,5	6,8	6,7	7,4	2,2	3,5	4,2	7,4	5,4
6,8	7,6	8,2	7,3	4,2	3,1	3,5	7,6	8,2	7,4
9,5	6,8	7,8	4,5	8,5	4,6	7,7	8,0	3,5	5,6
4,8	7,5	7,5	8,5	5,5	5,0	6,0	8,2	6,3	6,7





Bài 1.1 (tiếp)

- a) Hãy cho biết kích thước của mẫu quan sát trên.
- b) Hãy lập bảng phân bố tần số của mẫu trên theo các khoảng chia $[0, 2)$, $[2, 4)$, \dots , $[8, 10]$.
- c) Tính trung bình mẫu, phương sai mẫu và độ lệch tiêu chuẩn điều chỉnh của mẫu được cho.





Bài 1.2

Cho mẫu cụ thể của biến ngẫu nhiên X như sau:

X	42	44	45	58	60	64
n_i	4	5	20	10	8	3

- Lập bảng phân phối tần suất.
- Tính \bar{x} và s^2 .



Bài tập chương 2: Thống kê mô tả và phân phối mẫu

Đặc trưng của mẫu thực nghiệm



Bài 1.3

Cho bảng số liệu sau:

X	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 50	50 – 70	70 – 100
n_i	8	18	16	23	11	9

- Lập bảng phân bố tần suất.
- Hãy tìm giá trị trung bình mẫu, độ lệch tiêu chuẩn không điều chỉnh, có điều chỉnh của mẫu trên.



Bài tập chương 2: Thống kê mô tả và phân phối mẫu

Đặc trưng của mẫu thực nghiệm



Bài 1.4

Trong vận hành trạm trộn bê tông nhựa nóng, nhiệt độ trộn hỗn hợp nhựa và cốt liệu được điều khiển tự động ở mức phù hợp. Nhiệt độ càng cao thì quá trình trộn càng dễ dàng, nhưng lại làm suy giảm chất lượng của nhựa. Đối với loại nhựa đường thông thường, không chứa phụ gia thì nhiệt độ trộn không được vượt quá 177°C . Nhiệt độ trộn được ghi lại tại các thời điểm khác nhau trong một ngày làm việc như sau:

169	172	163	167	170,9
170	168	175,1	174	169
166,5	176	171,2	174	168





Bài 1.4 (tiếp)

- (a) Hãy tính nhiệt độ trộn trung bình và độ lệch tiêu chuẩn của mẫu trên.
- (b) Nếu coi nhiệt độ trộn là biến ngẫu nhiên chuẩn với trung bình 170°C và độ lệch tiêu chuẩn 3°C thì xác suất để nhiệt độ trộn vượt quá ngưỡng 177°C bằng bao nhiêu?





Bài 1.5

Đo đường kính (mm) của một loại đinh tán ta được bảng số liệu sau:

8,2	8,5	8,7	8,7	8,6	8,9	8,7	8,2	8,3	8,5
8,4	8,6	8,3	8,2	8,6	8,4	8,7	8,5	8,6	8,8
8,1	8,3	8,7	8,7	8,8	8,6	8,8	8,6	8,7	8,9

- (a) Lập bảng phân phối tần số bằng cách chia thành 5 đoạn bắt đầu từ 8,0 với độ dài mỗi khoảng là 0,2.
- (b) Vẽ biểu đồ tần số.
- (c) Tính giá trị trung bình và độ lệch tiêu chuẩn mẫu.



Bài tập chương 2: Thống kê mô tả và phân phối mẫu

Đặc trưng của mẫu thực nghiệm



Bài 1.6

Thống kê mức tiêu thụ nhiên liệu của một loại ô-tô chạy thử nghiệm trên một đoạn đường 100 km được cho trong bảng dưới đây:

x_i (lít)	4,4-4,6	4,6-4,8	4,8-5,0	5,0-5,2	5,2-5,4	5,4-5,6
n_i	2	8	14	16	8	4

Tính giá trị trung bình và độ lệch tiêu chuẩn của dữ liệu.





Bài 1.7

Kiểm tra ngẫu nhiên 36 điểm để đo chiều dày (cm) của lớp nhựa dải đường ta thu được bảng số liệu sau:

5,8	5,1	4,5	5,0	4,2	5,1	3,1	4,1	4,6
4,1	6,2	5,8	6,4	5,8	5,2	5,7	5,9	4,3
6,3	5,9	3,3	4,6	5,3	5,7	5,6	4,1	5,2
5,8	4,0	6,0	3,3	4,1	4,0	3,8	3,2	5,6





Bài 1.7 (tiếp)

- (a) Hãy tính giá trị trung bình và độ lệch tiêu chuẩn của mẫu trên.
- (b) Bây giờ chia dữ liệu thành các khoảng, mỗi khoảng có độ rộng bằng 0,5 và bắt đầu từ 3,0. Lập bảng phân phối tần số của dữ liệu chia khoảng.
- (c) Tính giá trị trung bình và độ lệch tiêu chuẩn dựa trên dữ liệu chia khoảng. So sánh các giá trị tính toán được và giải thích tại sao có sự khác biệt.





Bài 1.8

Điều tra mức lương hàng tháng (triệu đồng) của 100 kỹ sư công nghệ thông tin mới ra trường, ta thu được bảng số liệu sau:

x_i	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-10
n_i	6	18	24	32	14	6

Tính mức lương trung bình hàng tháng của một kỹ sư công nghệ thông tin và độ lệch tiêu chuẩn.



Bài tập chương 2: Thống kê mô tả và phân phối mẫu

Phân phối của các thống kê mẫu



Bài 1.9

Chiều cao sinh viên của 10000 sinh viên được xấp xỉ bởi phân phối chuẩn với trung bình $\mu = 174,5$ (cm) và độ lệch tiêu chuẩn $\sigma = 6,9$ (cm).

- (a) Kiểm tra ngẫu nhiên 25 sinh viên trong số 10000 sinh viên trên. Tính xác suất để chiều cao trung bình của 25 sinh viên được kiểm tra nằm trong khoảng $(172,5; 175,8)$.
- (b) Nếu kiểm tra 100 mẫu, mỗi mẫu gồm 25 sinh viên. Tính số mẫu trung bình có chiều cao trung bình nằm trong khoảng $(172,5; 175,8)$.
- (c) Xác định cỡ mẫu n sao cho giá trị trung bình của mẫu lệch so với trung bình tập chính không quá 1 cm với xác suất ít nhất là 95%.





Bài 1.10

Cường độ chịu nén của bê tông mác 200 được xem như biến ngẫu nhiên chuẩn với trung bình $\mu = 90 \text{ kG/cm}^2$ (kilogram-lực trên 1 centimet vuông, $1\text{kG} = 9,81 \text{ N}$) và độ lệch tiêu chuẩn $\sigma = 4,5 \text{ kG/cm}^2$. Nếu kiểm tra 7 mẫu bê tông mác 200 thì xác suất để cường độ chịu nén trung bình của các mẫu này nằm trong khoảng $(87,3; 92,5)$ là bao nhiêu?





Bài 1.11

Thiếc hàn là hợp kim có nhiệt độ nóng chảy khá thấp nên được sử dụng trong việc liên kết bề mặt các kim loại khác nhau, ứng dụng nhiều trong kỹ thuật điện, điện tử. Nhiệt độ nóng chảy của thiếc hàn được coi như biến chuẩn với giá trị trung bình là 185°C và độ lệch tiêu chuẩn 5°C . Kiểm tra 10 mẫu thiếc hàn, tính xác suất để nhiệt độ nóng chảy trung bình của mẫu lớn hơn 190°C .



Bài tập chương 2: Thống kê mô tả và phân phối mẫu

Phân phối của các thống kê mẫu



Bài 1.12

Một công ty điện lực quản lý một vùng dân cư có 20 nghìn hộ dân. Lượng điện tiêu thụ của mỗi hộ gia đình trong một tháng được xem như một biến ngẫu nhiên với trung bình 370 kWh và độ lệch tiêu chuẩn 350 kWh. Hãy ước tính xác suất để tổng lượng điện tiêu thụ không vượt quá 7,5 triệu kWh.





Bài 1.13

Một kết cấu thép có thể chịu được tải trọng tối đa 3,5 tấn. Giả sử rằng trọng lượng của mỗi kiện hàng là biến ngẫu nhiên với trung bình 59 kg và độ lệch tiêu chuẩn 15 kg. Hãy ước tính số lượng kiện hàng lớn nhất có thể đặt lên kết cấu đó để xác suất kết cấu an toàn cao hơn 99%.





Bài 1.14

Thời gian quét một phiếu thông tin và nhập vào cơ sở dữ liệu của một hệ thống kho vận (logistic) tự động là một biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với giá trị trung bình $\mu = 10$ giây và độ lệch tiêu chuẩn $\sigma = 5$ giây. Tính xác suất để tổng thời gian quét và lưu trữ 10 phiếu thông tin của hệ thống không vượt quá 120 giây.





Bài 1.15

Một trường đại học hàng năm tuyển 1500 sinh viên cho tất cả các chuyên ngành mà trường đào tạo. Trong những tháng đầu tiên sau khi nhập học, số lượng sinh viên năm thứ nhất sẽ giảm xuống do nhiều sinh viên thay đổi nguyện vọng. Thống kê cho thấy tỉ lệ sinh viên tiếp tục theo học cho đến hết năm là 85% số lượng sinh viên nhập học. Trong đợt tuyển sinh tháng 7 năm 2016, để đảm bảo số lượng sinh viên theo học như chỉ tiêu đã đăng ký, trường đại học dự kiến tuyển 1720 sinh viên. Tính xác suất để đến cuối năm học 2016/17, số sinh viên năm thứ nhất còn lại lớn hơn 1500 sinh viên.





Bài 1.16

Thống kê cho thấy, tỉ lệ sinh viên tốt nghiệp đại học năm 2016 từ bỏ công việc đầu tiên sau 3 tháng thử việc đạt 60%. Hỏi phải tiến hành thăm dò bao nhiêu sinh viên tốt nghiệp năm 2016 để tỉ lệ sinh viên gắn bó với công việc đầu tiên nhiều hơn 3 tháng nằm trong khoảng $40 \pm 5\%$, với xác suất nhiều hơn 90%.





Bài 1.17

Một nhà máy chế tạo một loại thiết bị điện tử có khả năng tự ngắt điện khi nhiệt độ tăng lên quá cao. Thống kê trước đó cho thấy nhiệt độ làm cho thiết bị tự ngắt có phân phối chuẩn với phương sai σ^2 . Hãy xác định giá trị a sao cho

$$P(S^2/\sigma^2 < a) = 0,9$$

trong đó S^2 là phương sai của mẫu gồm 5 thiết bị được chọn ngẫu nhiên để kiểm tra.





Bài 1.18

Một cánh tay rô-bốt sử dụng một thiết bị điện tử để xác định vị trí đồ vật trong không gian ba chiều. Quá trình định vị luôn làm nảy sinh ra sai số. Giả sử các sai số X , Y , Z tương ứng theo ba chiều không gian là các biến ngẫu nhiên độc lập có cùng phân phối chuẩn với trung bình 0 mm và độ lệch tiêu chuẩn 3 mm. Hãy tính khoảng cách d sao cho với xác suất 0,95 điểm được định vị bởi mắt điện tử lệch ra khỏi vị trí thực tế của vật thể không vượt quá d .





Bài 1.19

Ký hiệu bu lông M8x80 nghĩa là bu lông có đường kính ngoài của ren là 8 mm và chiều dài là 80 mm. Trong thực tế sản xuất chiều dài bu lông M8x80 có phân phối chuẩn với trung bình $\mu_1 = 80$ mm và độ lệch tiêu chuẩn $\sigma_1 = 1$ mm.

- a) Hỏi phải kiểm tra mẫu gồm bao nhiêu bu lông M8x80 để xác suất chiều dài trung bình của mẫu lệch không quá giá trị tiêu chuẩn $\mu_1 \pm 0,5$ mm không ít hơn 95%.





Bài 1.19 (tiếp)

- b) Đường kính bu lông M8x80 có phân phối chuẩn với trung bình là $\mu_2 = 8\text{mm}$ và độ lệch tiêu chuẩn $\sigma_2 = 0,1\text{mm}$. Một bu lông loại này được gọi là đạt tiêu chuẩn nếu đường kính d của nó thỏa mãn $\mu_2 - 0,2 < d < \mu_2 + 0,2$. Tính tỉ lệ bu lông đạt tiêu chuẩn.
- c) Tính xác suất để trong 1 lô 1000 bu lông loại M8x80 có ít hơn 50 bu lông không đạt tiêu chuẩn.
- d) Tính xác suất để phương sai của 6 bu lông chọn ngẫu nhiên lớn hơn $0,03\text{ mm}^2$.

