

# Recorrências e soluções de recorrências 1

Aplicando o **Teorema Mestre** às recorrências:

**Questão 1**  $T(n) = 4T(n/2) + n$

Temos  $a = 4$  e  $b = 2$ , logo:

$$n^{\log_b a} = n^{\log_2 4} = n^2.$$

Além disso,  $f(n) = n = O(n^{2-\varepsilon})$  para  $\varepsilon = 1$ .

Pelo caso 1 do Teorema Mestre:

$$T(n) = \Theta(n^2).$$

**Questão 2**  $T(n) = 4T(n/2) + n^2$

Aqui  $a = 4$  e  $b = 2$ , logo:

$$n^{\log_b a} = n^{\log_2 4} = n^2.$$

Temos  $f(n) = n^2 = \Theta(n^{\log_b a})$ .

Pelo caso 2 do Teorema Mestre:

$$T(n) = \Theta(n^2 \log n).$$

**Questão 3**  $T(n) = 4T(n/2) + n^3$

Novamente  $a = 4$  e  $b = 2$ , então:

$$n^{\log_b a} = n^{\log_2 4} = n^2.$$

Neste caso,  $f(n) = n^3 = \Omega(n^{2+\varepsilon})$ , com  $\varepsilon = 1$ .

Verifiquemos a condição de regularidade:

$$a \cdot f\left(\frac{n}{b}\right) = 4 \cdot \left(\frac{n}{2}\right)^3 = \frac{n^3}{2} \leq c n^3, \quad \text{para } c = \frac{1}{2} < 1.$$

Assim, pelo caso 3 do Teorema Mestre:

$$T(n) = \Theta(n^3).$$