

Árvores Binárias de Busca (ABB)

Árvores Binárias de Busca

- **Motivação:**
 - Estruturas lineares (listas, vetores) têm limitações em buscas.
 - Árvores permitem buscas, inserções e remoções mais rápidas.
 - Aplicações: bancos de dados, compiladores, sistemas de arquivos.

Árvores Binárias de Busca

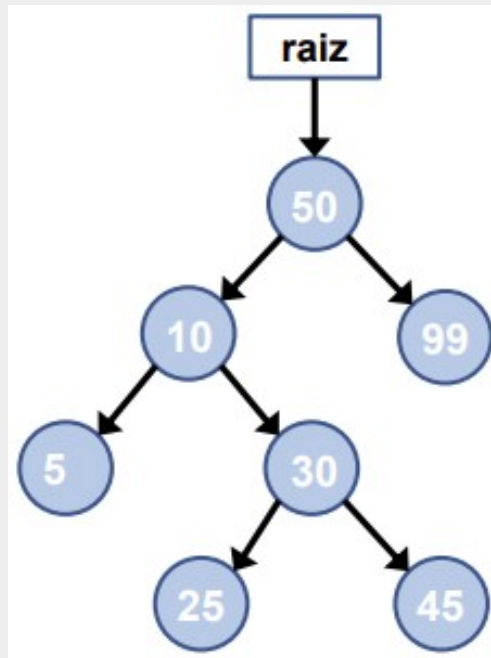
- ***Revisão de árvores:***
 - Estrutura hierárquica de nós.
 - Cada nó: valor + filhos.
 - Definições:
 - Raiz: nó inicial.
 - Folha: nó sem filhos.
 - Altura: maior caminho até uma folha.

Árvores Binárias de Busca

- ***O que é uma ABB?***
 - Árvore binária especial.
 - Propriedade:
 - Valores menores → subárvore esquerda.
 - Valores maiores → subárvore direita.
 - Cada nó da árvore possui um valor (chave) associado a ele. Não existem valores repetidos.
 - Busca eficiente: divide o problema a cada passo.

Árvores Binárias de Busca

- *O que é uma ABB?*



Árvores Binárias de Busca

- ***Estrutura de Nó em C:***

```
typedef struct No {  
    int valor;  
    struct No *esq, *dir;  
} No;
```

Árvores Binárias de Busca

- ***Criação de Nó:***

```
No* novoNo(int valor) {  
    No* n = (No*) malloc(sizeof(No));  
    n->valor = valor;  
    n->esq = n->dir = NULL;  
    return n;  
}
```

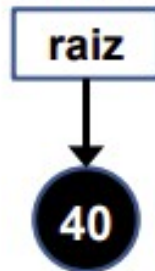
Árvores Binárias de Busca

- ***Inserção na ABB:***
 - Se árvore vazia \rightarrow novo nó é a raiz.
 - Se valor $<$ raiz \rightarrow inserir na esquerda.
 - Se valor $>$ raiz \rightarrow inserir na direita.

Árvores Binárias de Busca

- ***Inserção na ABB (cont.):***

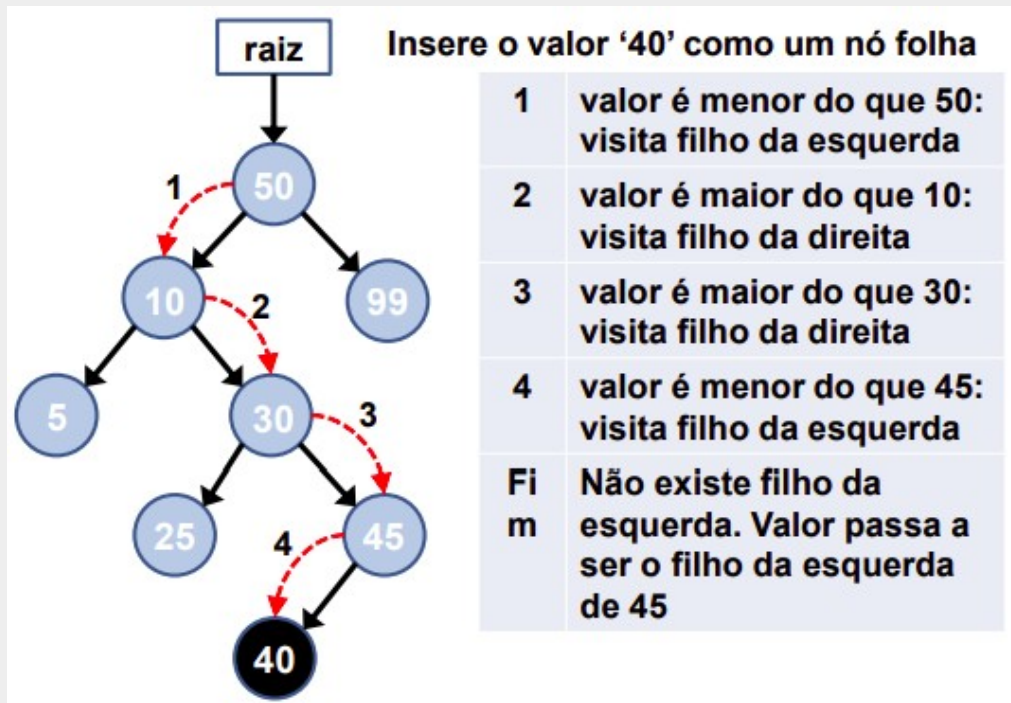
Inserir o valor '40'
em uma árvore
vazia



`*raiz = novo;`

Árvores Binárias de Busca

- Inserção na ABB (cont.):***



Árvores Binárias de Busca

- ***Inserção na ABB (cont.):***

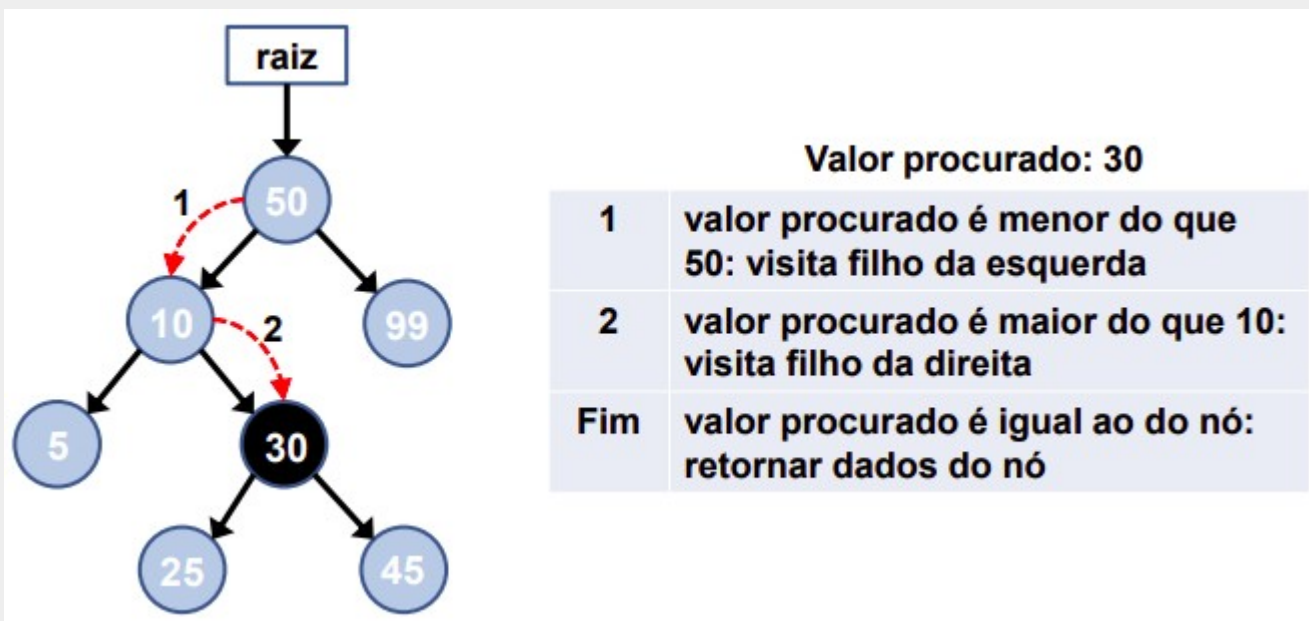
```
No* inserir(No* raiz, int valor) {  
    if (raiz == NULL) return novoNo(valor);  
    if (valor < raiz->valor)  
        raiz->esq = inserir(raiz->esq, valor);  
    else if (valor > raiz->valor)  
        raiz->dir = inserir(raiz->dir, valor);  
    return raiz;  
}
```

Árvores Binárias de Busca

- ***Busca em ABB:***
 - Começa na raiz.
 - Se valor == raiz → achou.
 - Se valor < raiz → vai para esquerda.
 - Se valor > raiz → vai para direita.

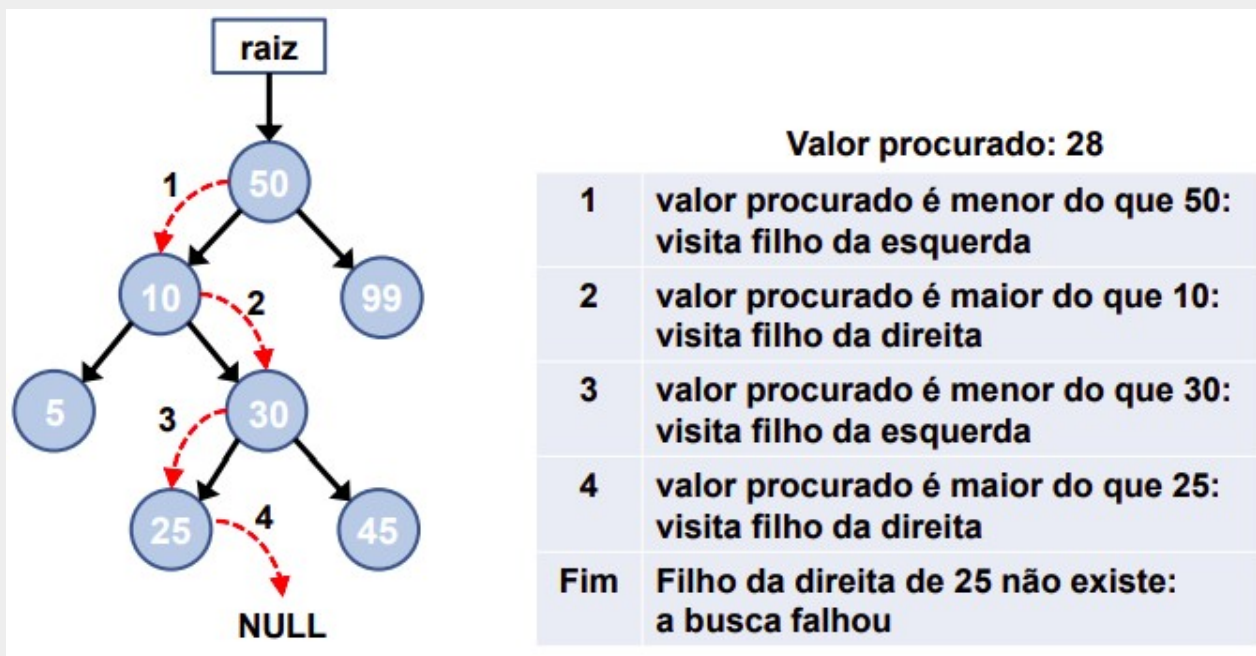
Árvores Binárias de Busca

- Busca em ABB (cont.):***



Árvores Binárias de Busca

- Busca em ABB (cont.):***



Árvores Binárias de Busca

- ***Busca em ABB (cont.):***

```
No* buscar(No* raiz, int valor) {  
    if (raiz == NULL || raiz->valor == valor) return raiz;  
    if (valor < raiz->valor)  
        return buscar(raiz->esq, valor);  
    else  
        return buscar(raiz->dir, valor);  
}
```

Árvores Binárias de Busca

- ***Travessias em ABB:***
 - Pré-ordem: raiz → esquerda → direita.
 - Em-ordem: esquerda → raiz → direita.
 - Pós-ordem: esquerda → direita → raiz.

Árvores Binárias de Busca

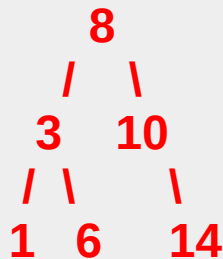
- ***Travessias em ABB (cont.):***

```
void emOrdem(No* raiz) {  
    if (raiz != NULL) {  
        emOrdem(raiz->esq);  
        printf("%d ", raiz->valor);  
        emOrdem(raiz->dir);  
    }  
}
```

Árvores Binárias de Busca

- **Travessias em ABB (cont.):**

Ex.: Inserir os valores em uma ABB: 8, 3, 10, 1, 6, 14.



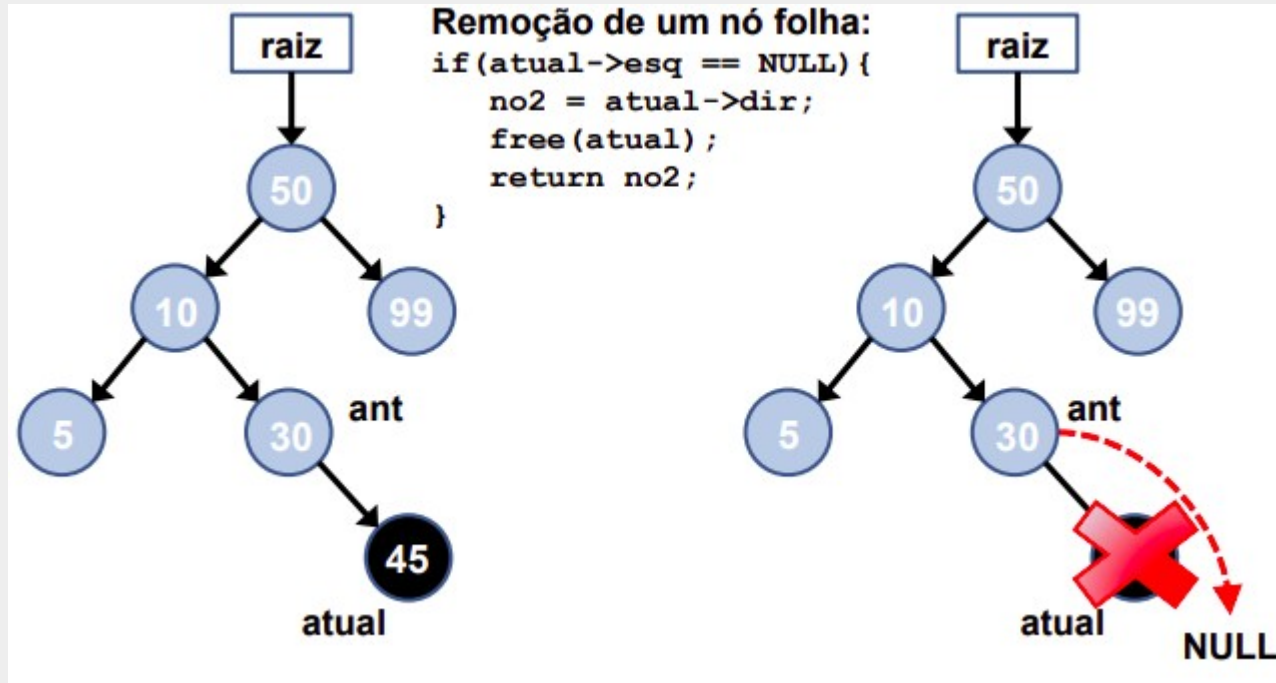
Resultado: 1 3 6 8 10 14.

Árvores Binárias de Busca

- ***Remoção em ABB:***
 - Três casos:
 - Nó sem filhos → remover diretamente.
 - Nó com 1 filho → substitui pelo filho.
 - Nó com 2 filhos → substitui pelo sucessor em-ordem.

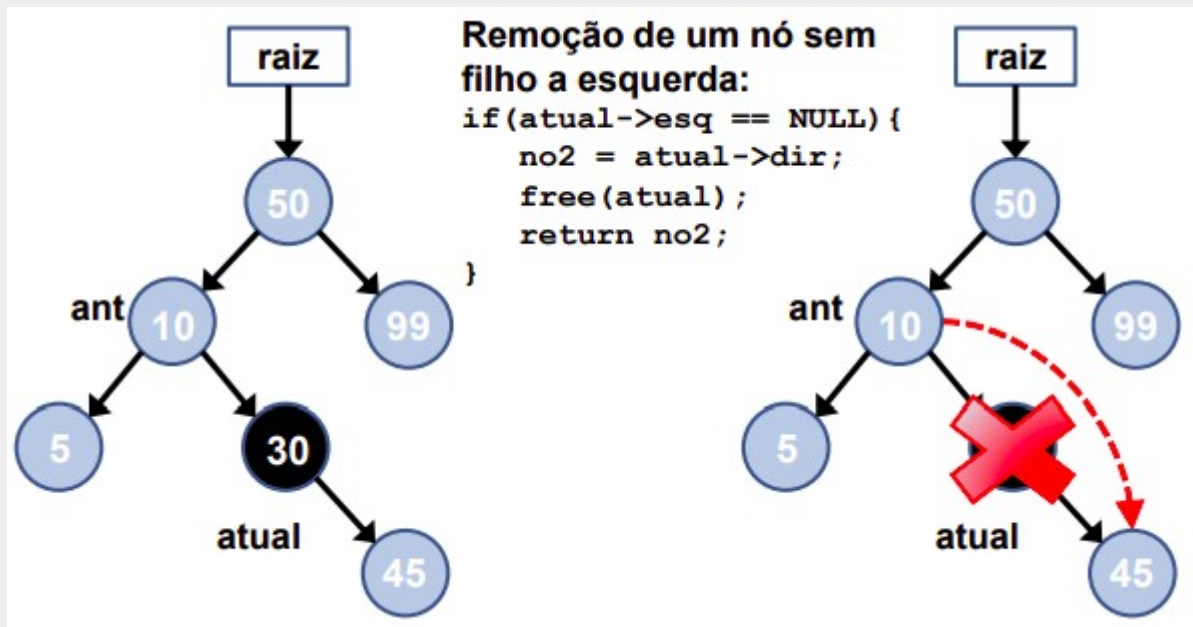
Árvores Binárias de Busca

- Remoção em ABB (cont.):



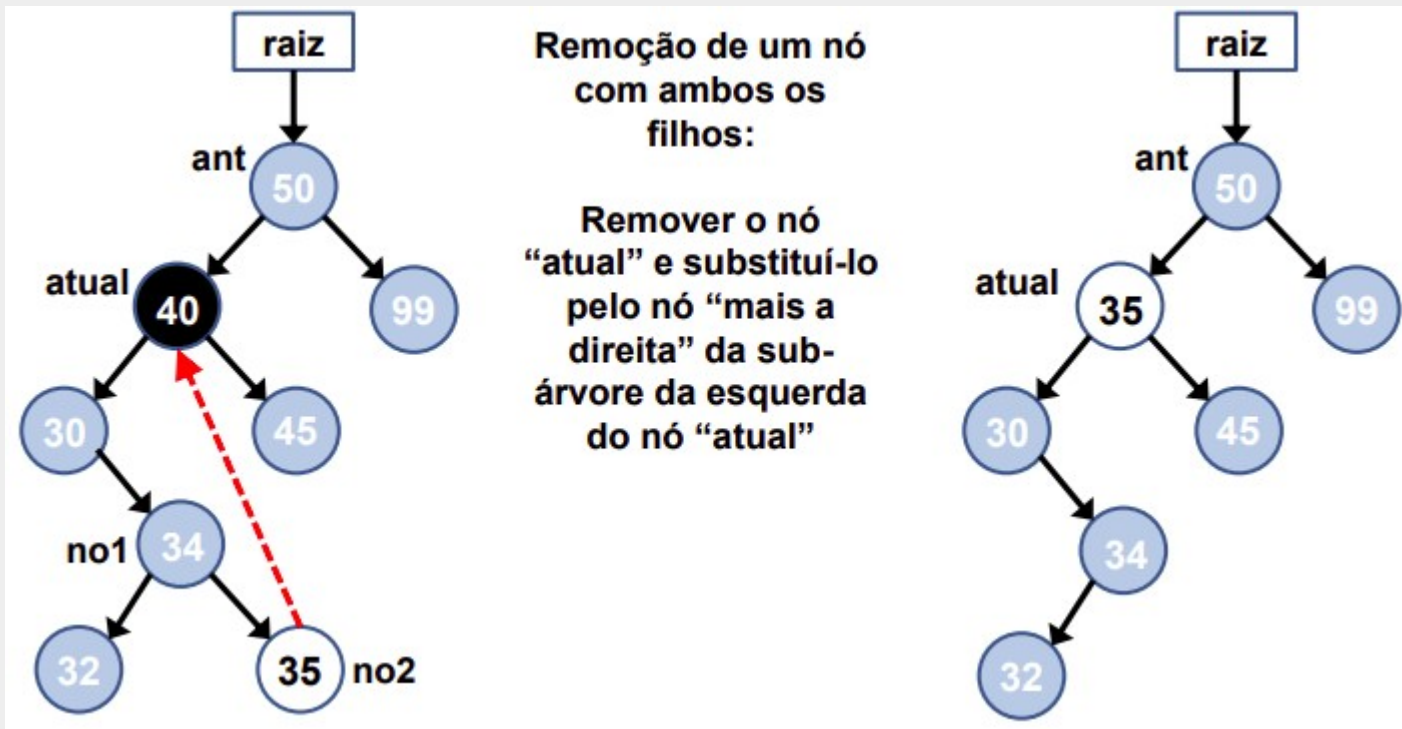
Árvores Binárias de Busca

- Remoção em ABB (cont.):



Árvores Binárias de Busca

- Remoção em ABB (cont.):



Árvores Binárias de Busca

- ***Remoção em ABB (cont.):***

```
No* remover(No* raiz, int v) {  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (v < raiz->valor)    raiz->esq = remover(raiz->esq, v);  
    else if (v > raiz->valor)    raiz->dir = remover(raiz->dir, v);  
    else {  
        if (raiz->esq == NULL && raiz->dir == NULL) { free(raiz); return NULL; }  
        else if (raiz->esq == NULL) { No* tmp = raiz->dir; free(raiz); return tmp; }  
        else if (raiz->dir == NULL) { No* tmp = raiz->esq; free(raiz); return tmp; }  
        else {  
            No* pred = maiorNo(raiz->esq);  
            raiz->valor = pred->valor;  
            raiz->esq = remover(raiz->esq, pred->valor);  
        }  
    }  
    return raiz;}  

```

Árvores Binárias de Busca

- ***Encontrar Menor Valor em ABB:***

```
No* maiorNo(No* raiz) {  
    No* atual = raiz;  
    while(atual && atual->dir)  
        atual = atual->dir;  
    return atual;  
}
```


Árvores Binárias de Busca

- ***Funções Utilitárias para ABB:***
 - Contar nós.
 - Calcular altura.
 - Verificar se é ABB válida.

Árvores Binárias de Busca

- ***Vantagens da ABB:***
 - Busca, inserção e remoção em $O(\log n)$ (em média).
 - Mantém elementos ordenados.
 - Estrutura flexível (dinâmica).

Árvores Binárias de Busca

- **Comparação:**
 - Lista encadeada: busca $O(n)$.
 - ABB balanceada: busca $O(\log n)$.
 - Hash Table: busca $O(1)$ médio, mas sem ordem natural.

Árvores Binárias de Busca

- **Aplicações:**
 - Compiladores: tabelas de símbolos.
 - Sistemas de arquivos: indexação.
 - Bancos de dados: índices ordenados.
 - Algoritmos: suporte a dicionários e conjuntos.

Árvores Binárias de Busca

- **Atividade:**

1. Modularizar o código fornecido.

2. Construa as árvores:

- a) 50, 30, 70, 20, 40, 60, 80, 10, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85

Remover: 10 / Remover: 25 / Remover: 50

- b) 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120

Remover: 120 / Remover: 100 / Remover: 60

- c) 50, 40, 99, 30, 45, 34, 32, 35, 70, 65, 85, 100, 95, 110

Remover: 95 / Remover: 100 / Remover: 99

Fim da aula