

# Árvores Binárias

# Pontos da aula

- Definição.
- Árvores binárias.
- Implementação.

# Árvores Binárias

- Definição.

# Árvores Binárias

- Árvores são estruturas de dados adequadas para a representação de ***hierarquias***.
- A forma mais natural de definir uma estrutura de árvore é usando a ***recursividade***.

# Árvores Binárias

- Uma árvore é constituída por um conjunto de **nós**.
- Existe um nó  $r$ , denominado **raiz**, que contém **zero ou mais subárvores**, cujas raízes são ligadas diretamente a  $r$ .

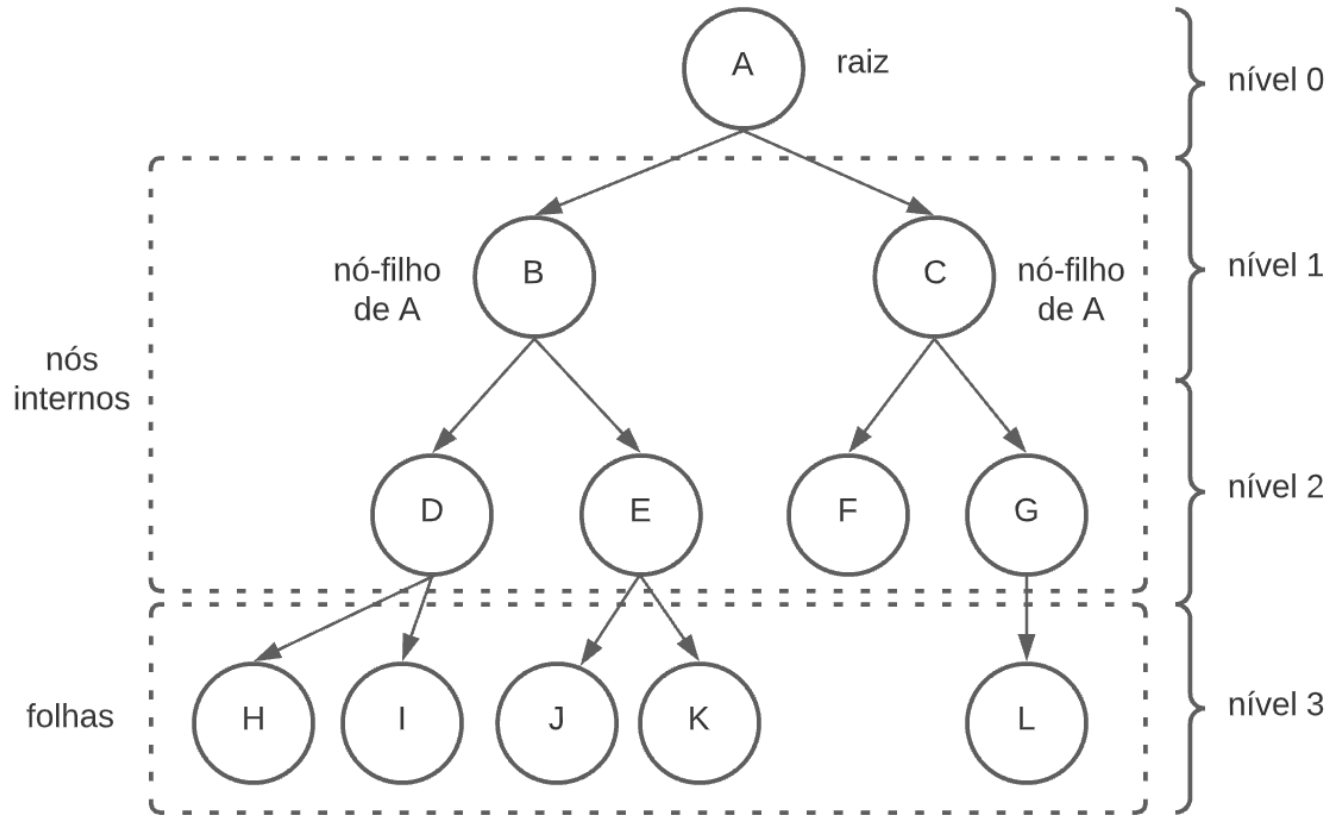
# Árvores Binárias

- Esses nós raízes das subárvores são ditos ***filhos do nó pai***, r.
- Nós ***filhos*** são comumente chamados de ***nós internos***, e nós que ***não têm filhos*** são chamados de ***folhas ou nós externos***.

# Árvores Binárias

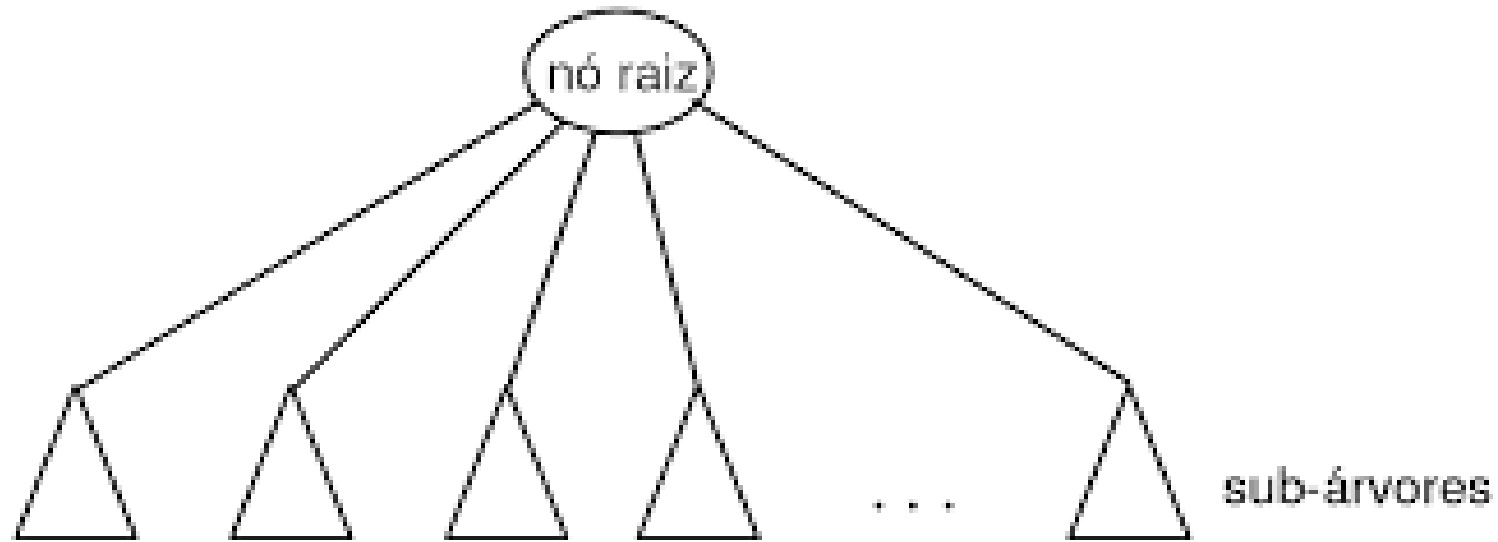
- É tradicional desenhar as estruturas de árvores com a ***raiz para cima*** e as ***folhas para baixo***.
- Os ***ponteiros*** apontam sempre do nó pai para os nós filhos.
- O ***número de filhos*** permitido por nó e as ***informações armazenadas*** em cada nó diferenciam os ***vários tipos*** de árvores existentes.

# Árvores Binárias





# Árvores Binárias



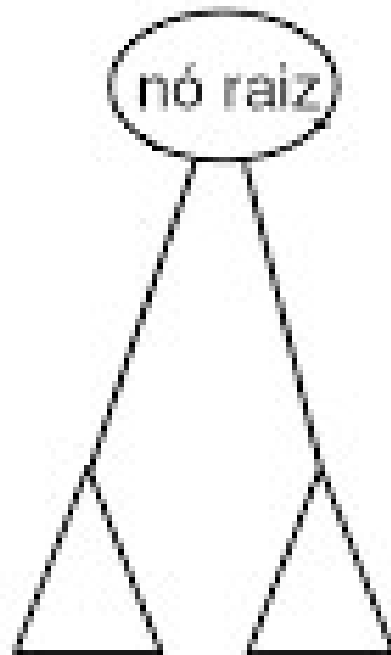
# Árvores Binárias

- Árvores binárias.

# Árvores Binárias

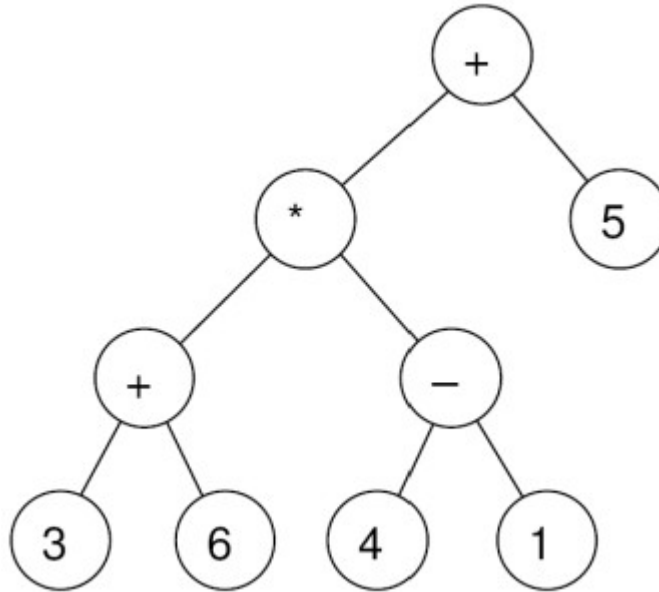
- Árvores nas quais cada nó tem ***no máximo dois filhos***.
- Ou seja, cada nó possui zero, um ou dois nós.

# Árvores Binárias



# Árvores Binárias

- **Exemplo 1: árvore de expressão  $(3+6)*(4-1)+5$ .**

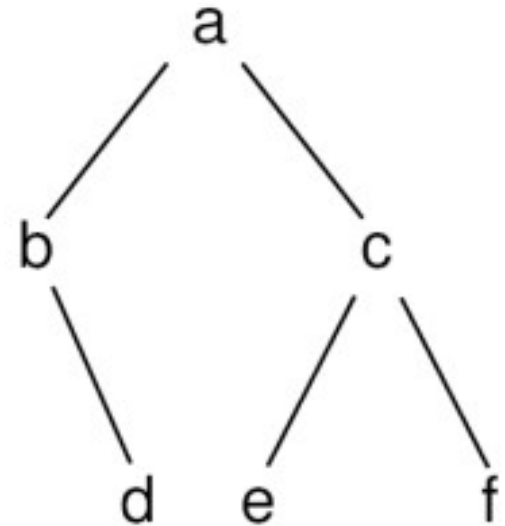


# Árvores Binárias

- De ***maneira recursiva***, é possível definir uma árvore binária com sendo:
  - uma árvore vazia; ou
  - um nó raiz tendo duas subárvores, identificadas como a subárvore da direita e a subárvore da esquerda.

# Árvores Binárias

- **Exemplo 2: árvore binária.**
  - Nó 'a': raiz.
  - Subárvore esquerda: 'b' e 'd'.
  - Subárvore direita: 'c', 'e' e 'f'.
  - Nós 'b' e 'c': raízes das subárvores.
  - Folhas: 'd', 'e' e 'f'.

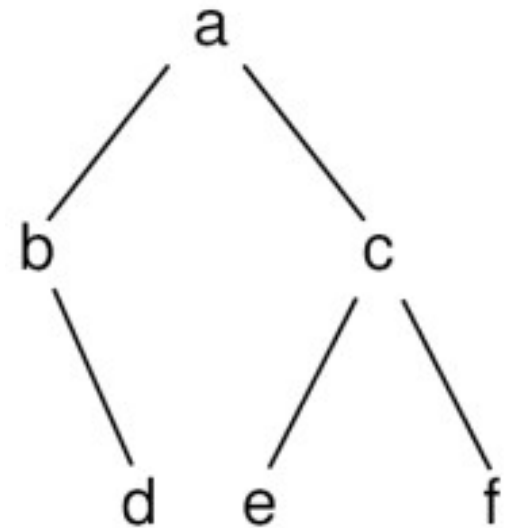


# Árvores Binárias

- **Notação textual de uma árvore binária:**

- Árvore vazia: < >
- Árvores não-vazias: <raiz sa-esq sa-dir>

- <a<b<>><d<>>>><c<e<>>>><f<>>>>>>



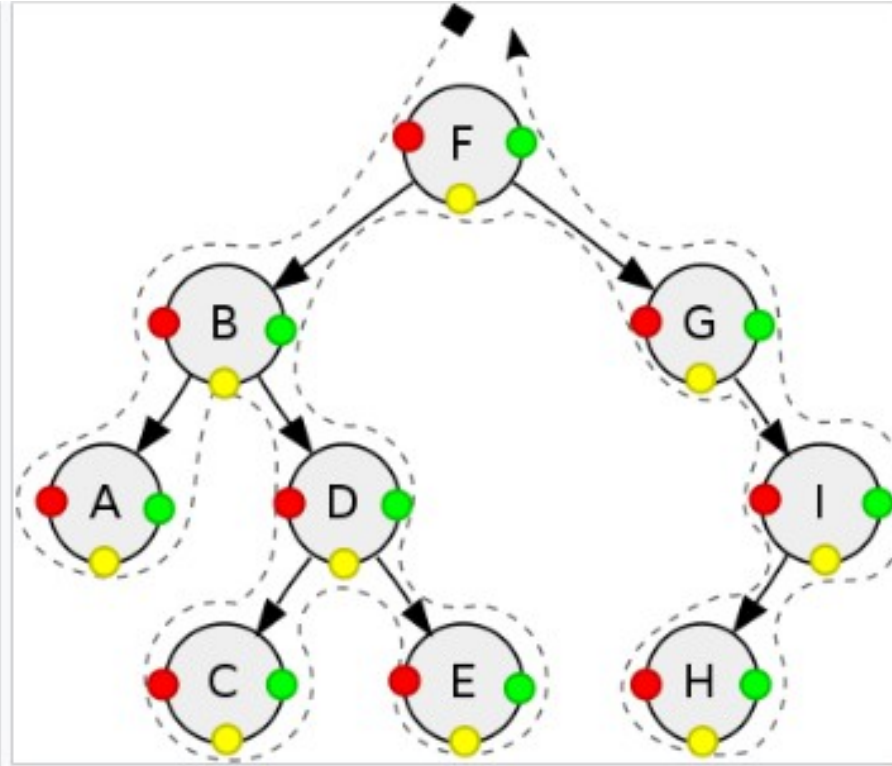


# Árvores Binárias

- ***Ordem de percurso em uma árvore binária:***
  - **pré-ordem:** trata raiz, percorre sa-esq, percorre sa-dir;
  - **em-ordem:** percorre sa-esq, trata raiz, percorre sa-dir;
  - **pós-ordem:** percorre sa-esq; percorre sa-dir, trata raiz.

# Árvores Binárias

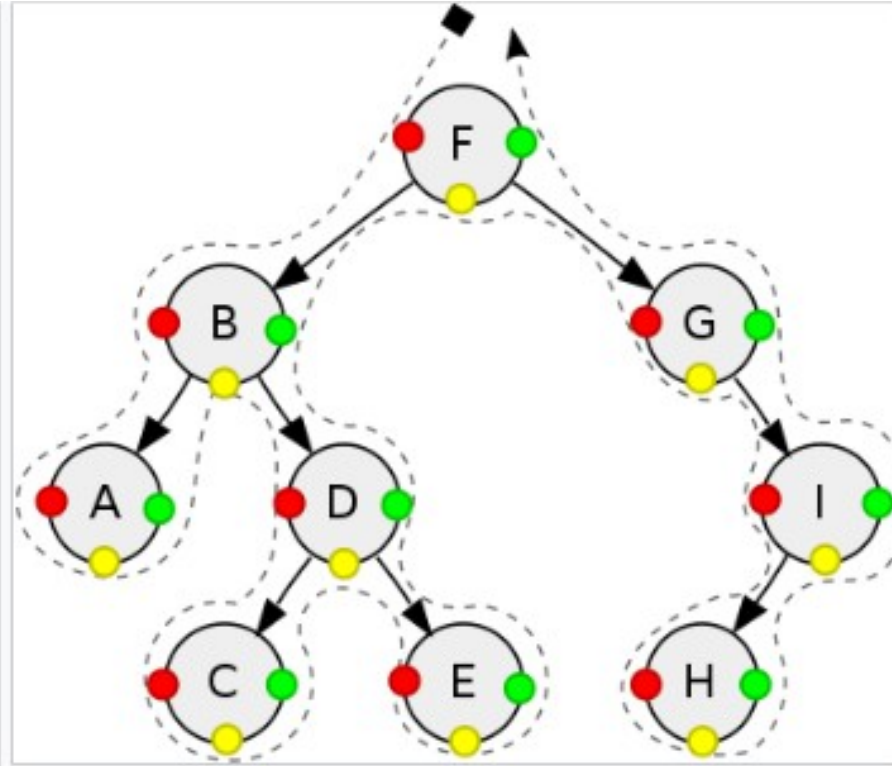
- **Ordem de percurso em uma árvore binária - *pré-ordem*:**



**F - B - A - D - C - E - G - I - H**

# Árvores Binárias

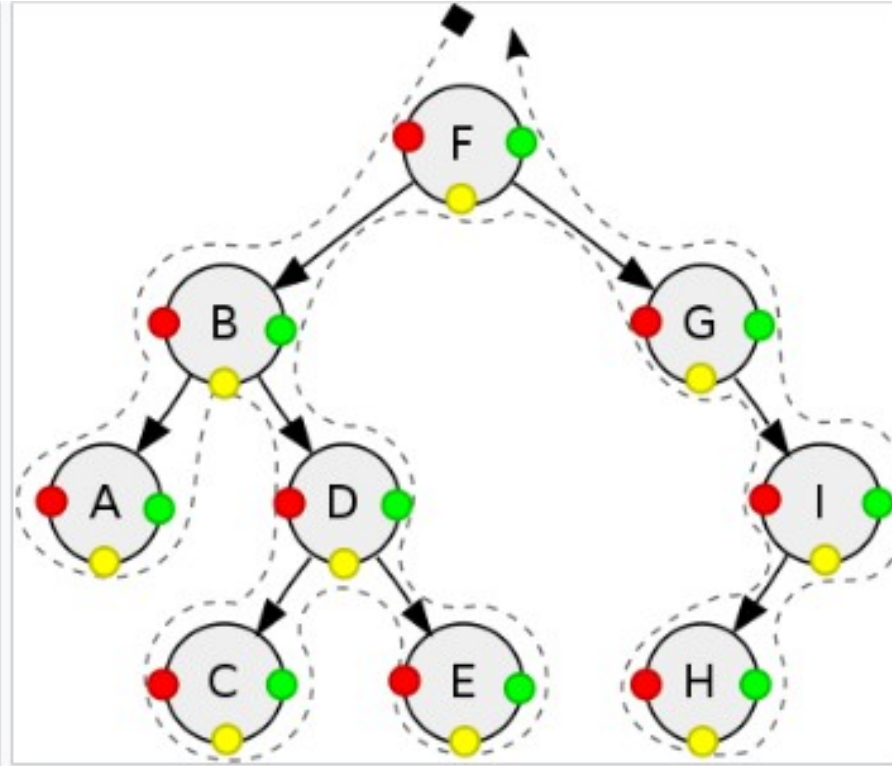
- **Ordem de percurso em uma árvore binária - *em-ordem*:**



A - B - C - D - E - F - G - H - I

# Árvores Binárias

- **Ordem de percurso em uma árvore binária - *pós-ordem*:**



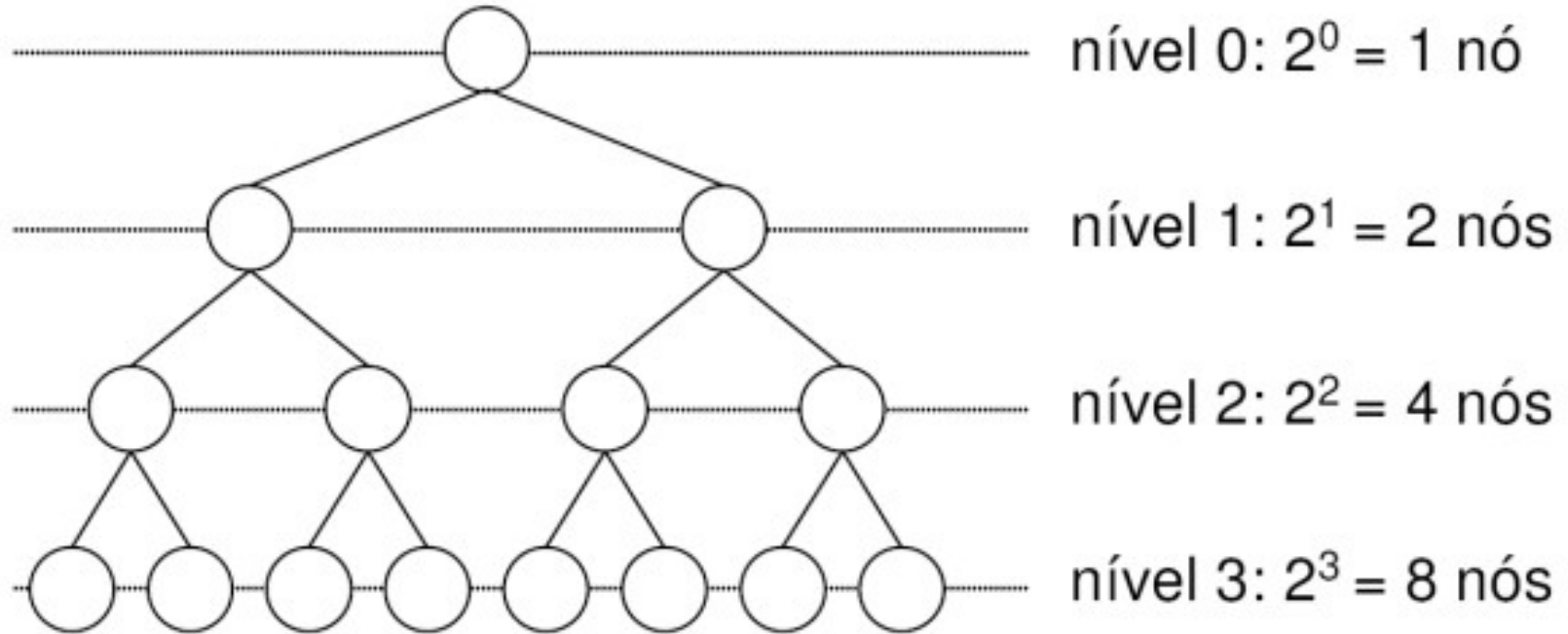
**A - C - E - D - B - H - I - G - F**

# Árvores Binárias

- ***Árvore binária completa (cheia):***
  - se todos os seus nós internos têm duas subárvores associadas e todos os nós folhas estão no último nível.
  - sua altura  $h$  tem um número de nós dado por  $2^{(h+1)} - 1$ .

# Árvores Binárias

- **Árvore binária completa (cheia):**

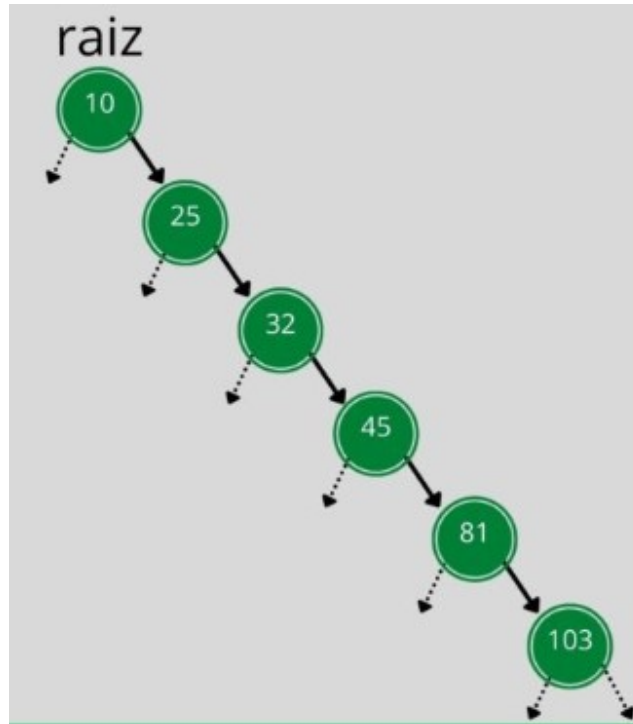


# Árvores Binárias

- ***Árvore binária degenerada:***
  - se todos os seus nós internos têm uma única subárvore associada.
  - a estrutura hierárquica se degenera em uma estrutura linear.

# Árvores Binárias

- ***Árvore binária degenerada:***





# Árvores Binárias

- ***Altura de uma árvore binária:***
  - todas as árvores é que **só existe um caminho** da raiz para qualquer nó.
  - altura de uma árvore como sendo o **comprimento do caminho mais longo** da raiz até uma das folhas.
  - a altura da árvore com um **único nó** raiz é zero.
  - a altura de uma árvore **vazia** é -1.

# Árvores Binárias

- ***Altura de uma árvore binária:***
  - a altura de uma árvore é uma medida importante na **avaliação da eficiência** com que cada nó de uma árvore é visitado.

# Árvores Binárias

- ***Altura de uma árvore binária:***
  - uma árvore binária com  **$n$  nós** tem uma **altura mínima** proporcional a  **$\log n$**  (caso da árvore cheia) e uma **altura máxima** proporcional a  **$n$**  (caso da árvore degenerada).

# Árvores Binárias

- ***Altura de uma árvore binária:***
  - a altura indica **o esforço computacional** necessário para **alcançar** qualquer nó da árvore.

# Árvores Binárias

- Implementação.

# Árvores Binárias

- ***Funções básicas:***

- `Arv *arv_criavazia(void);`
- `Arv *arv_cria(char c, Arv *e, Arv *d);`
- `Arv *arv_libera(Arv *a);`
- `int arv_vazia(Arv *a);`
- `int arv_pertence(Arv *a, char c);`
- `void arv_imprime(Arv *a);`

**Fim da aula**