

Resolução dos Exercícios

Aplicando o **Teorema Mestre** às recorrências:

1) $T(n) = 4T(n/2) + n$

Temos $a = 4$ e $b = 2$, logo:

$$n^{\log_b a} = n^{\log_2 4} = n^2.$$

Além disso, $f(n) = n = O(n^{2-\varepsilon})$ para $\varepsilon = 1$.

Pelo caso 1 do Teorema Mestre:

$$T(n) = \Theta(n^2).$$

2) $T(n) = 4T(n/2) + n^2$

Aqui $a = 4$ e $b = 2$, logo:

$$n^{\log_b a} = n^{\log_2 4} = n^2.$$

Temos $f(n) = n^2 = \Theta(n^{\log_b a})$.

Pelo caso 2 do Teorema Mestre:

$$T(n) = \Theta(n^2 \log n).$$

3) $T(n) = 4T(n/2) + n^3$

Novamente $a = 4$ e $b = 2$, então:

$$n^{\log_b a} = n^{\log_2 4} = n^2.$$

Neste caso, $f(n) = n^3 = \Omega(n^{2+\varepsilon})$, com $\varepsilon = 1$.

Verifiquemos a condição de regularidade:

$$a \cdot f\left(\frac{n}{b}\right) = 4 \cdot \left(\frac{n}{2}\right)^3 = \frac{n^3}{2} \leq c n^3, \quad \text{para } c = \frac{1}{2} < 1.$$

Assim, pelo caso 3 do Teorema Mestre:

$$T(n) = \Theta(n^3).$$